

# 水理模型実験における柱状粗度の拡散効果について

## THE EFFECT OF ROUGHNESS BARS ON TRANSVERSE MIXING IN HYDRAULIC MODELS

早川典生\*・白山昌義\*\*・中村由行\*\*\*・福嶋祐介\*\*\*\*

By Norio HAYAKAWA, Masayoshi SHIRAYAMA, Yoshiyuki NAKAMURA  
and Yuusuke FUKUSHIMA

Similarity of horizontal diffusion in hydraulic models is generally difficult to achieve because the diffusion law is often not known and small scale ratio is often used. It is generally accepted that use of roughness elements is necessary to generate turbulence in the small-scale hydraulic models. Quantitative assessment of such roughness elements, e.g. roughness bars or strips, with regard to the horizontal diffusion, however, has not been studied extensively. In this paper, a flume study is carried out to obtain the velocity defect law in the presence of roughness bars. Based on the obtained velocity defect law, the horizontal turbulent diffusivity is derived using the Prandtl's concept of mixing length and the Reynolds' analogy. Experimentally verified law of horizontal diffusivity thus is expressed in terms of flow velocity, radius of the bar elements and spacings of roughness bars in two horizontal directions.

**Keywords :** hydraulic model, roughness, transverse mixing

### 1. はじめに

海洋拡散の予測手法の1つとして水理模型実験が挙げられる。その際対象領域の大きさゆえに、ひずみ模型が用いられることが多い。この場合、現地と模型の流れの相似性を保つために、以下の無次元数が両者の間で一致しなければならない。

$$F = U/\sqrt{g Y}, \quad gL/C^2 Y \dots \dots \dots \dots \quad (1)$$

ここで、 $U$  は水平方向平均流速、 $Y$  は鉛直方向代表長さ、 $L$  は水平方向代表長さ、 $C$  は Chezy の係数である。一般に小縮尺の模型では人工付加粗度を与えることにより式 (1) の無次元数を一致させ得ることが理論および実験で示されている<sup>1)</sup>。

このような水理模型の拡散現象の相似則については、樋口<sup>2)</sup>による、水平拡散にリチャードソン・オズミドフ則を仮定し、鉛直縮尺を水平縮尺の  $2/3$ 乗とすることにより相似させる方法が提案されているが、一方で拡散法則をレイノルズ相似と対数速度分布則により導かれるものとすると、ひずみ模型では拡散の相似は得られないこ

とも知られている<sup>3)</sup>。一般には、沿岸海洋域の拡散現象を支配する法則は明らかではなく、また小縮尺の模型では乱れが十分でないことが予測されるので、粗度として柱状粗度を用いて経験的に拡散を相似させる方法がとられる<sup>4)</sup>。しかしながら、粗度による拡散効果は定量的に解明されておらず、実験においては試行錯誤的に粗度の配置が定められているのが現状である。柱状粗度の水平拡散効果に関する研究は少なく、唯一 Fischer ら<sup>5)</sup>によるものがあるだけである。しかし彼らの解析は十分なものではなく実用上に困難を残している。本論文では柱状粗度の拡散効果を理論的および実験的に明らかにして、拡散現象の相似技術の確立を図るものである。

### 2. Fischer らの解析について<sup>5)</sup>

Fischer らの解析では、流れに対する抵抗はすべて粗度が受け持つと考えて、粗度要素間の流速分布は放物線であると仮定し、レイノルズ相似の下に横方向拡散係数  $\epsilon$  の表示式として次式を得た<sup>注1)</sup>。

$$\epsilon = 0.075 dU\lambda / \omega \dots \dots \dots \dots \quad (2)$$

注1) 本論文で用いられている拡散係数  $\epsilon$ 、 $\epsilon_z$  は保存物質濃度  $C$  に関する次の乱流拡散方程式に現われる  $\epsilon$ 、 $\epsilon_z$  である。

$$\frac{\partial C}{\partial t} + U \frac{\partial C}{\partial x} = \epsilon_x \frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \epsilon \frac{\partial^2 C}{\partial y^2} + \epsilon_z \frac{\partial^2 C}{\partial z^2}$$

\* 正会員 Ph.D. 長岡技術科学大学教授 建設系  
(〒940-21 長岡市上富岡町1603-1)

\*\* 正会員 工修 (財)建設技術研究所

\*\*\* 正会員 工修 長岡技術科学大学助手 建設系  
\*\*\*\* 正会員 工博 長岡技術科学大学助教授 建設系

ここで、 $d$  は粗度径、 $\lambda$  は流れに直角方向の粗度間隔、 $\omega$  は流下方向の粗度列間隔である。なお Fischer らは式(2)を導くに際して、粗度は流れに直角格子状に配置されたものと仮定している。

式(2)では、 $d$ 、 $U$  が一定であれば、 $\lambda$  および  $\omega$  がいかなる大きさでもその比 ( $\lambda/\omega$ ) が一定であるかぎり、 $\epsilon$  は常に一定となる。しかしながらこの結果には次元解析的に無理がある。すなわち  $\epsilon$  は無次元表示をすれば、次式のように表わされる。

$$\epsilon/\lambda U = f(d/\lambda, \omega/\lambda) \dots \dots \dots (3)$$

式(2)を式(3)に現われる無次元数で図示したのが Fig. 1 である。図には3.で述べる  $d/\lambda$  を変えた拡散実験結果 (Table 2) も示した。

Fig. 1 によると相対粗度径  $d/\lambda$  が小さい場合には、Fischer らの解析結果と実験結果は良好な一致を示しているが、 $d/\lambda$  が大きくなると実験値は解析結果を外れて大きな値をとっている。これは式(2)が式(3)の右辺の関数形に含まれている二無次元数の比に比例す

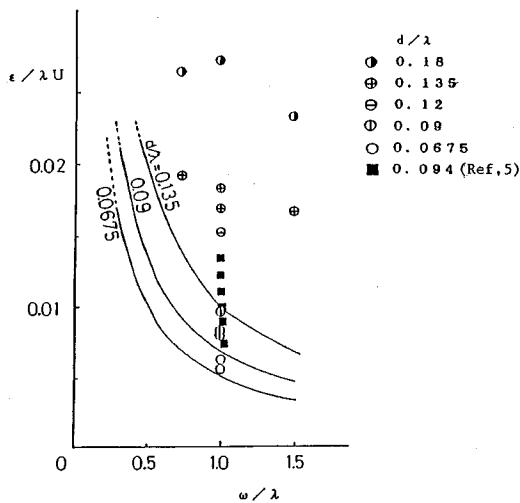


Fig. 1 Fischer's Prediction and Experimental Results.

るという、単純すぎる形をとっている結果であり、解析の基本にある流速分布形や流れの抵抗則がすべて粗度により受け持たれるという仮定に無理があることを示唆している。

### 3. 実験

Fischer らの解析の検討に基づいて、 $d/\lambda$ 、 $\omega/\lambda$  を変えた実験を行い、流速分布形を求めるとともに、染料を用いた拡散実験を行った。実験装置は、長さ 9 m、幅 40 cm、可変勾配の開水路である。壁面のマニングの粗度係数は 0.014 である。粗度要素としては水面に達する長さの、径 1.8 cm の塩化ビニールパイプを千鳥状に水路底に植え付けた。実験条件は Table 1 に示すようである。ここで表中の摩擦速度  $u_*$  は流れがほぼ等流であることから  $\sqrt{gRi}$ 、ここで  $R$  は径深、 $i$  は勾配、として計算した。

測定項目は流速測定と染料濃度測定である。流速測定は超小型プロペラ流速計（篠塚製作所製 SV-3）を用いた。染料濃度測定では濃度 800 ppm のメチレンブルー溶液を、流れが十分一様になった断面の水路中央の水面から（ただし Run 1 ~ 3 では 1/2 水深点から）連続放流し、染料放流位置から Table 1 に  $L$  で示した 59 ~ 67 cm 下流の断面において試料をサイフォン採水した。試料は濁度計を用いて濃度測定し、断面平均の染料雲の横方向分散 ( $\sigma^2$ ) を求め、次式により横方向拡散係数を計算した。

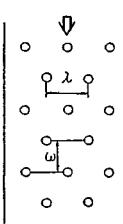
$$\epsilon = \frac{1}{2} \sigma^2 U / L \dots \dots \dots (4)$$

ここで、 $\epsilon$  は横方向拡散係数、 $\sigma^2$  は染料雲の分散、 $U$  は平均流速、 $L$  は染料放流位置から濃度測定位置までの距離である。また  $\sigma^2$  は各水深ごとの濃度分布測定値から濃度の分散値を求め、それを平均することにより求めた。

測定結果の一例を Fig. 2 に示す。(a) は流速分布、(b) は染料の初期濃度で無次元化した濃度分布である。

Table 1 Experimental Conditions.

Run No.	水深 (cm)	流量 (l/s)	$u_*$ (cm/s)	$U$ (cm/s)	$\lambda$ (cm)	$\omega/\lambda$	$d$ (cm)	$d/\lambda$	$L$ (cm)
1	4.5	1.88	0.671	10.8	26.66	1	2.4	0.09	61
2	8.5	4.92	0.854	14.7	26.66	1	1.8	0.0675	61
3	8.5	6.96	1.208	21.0	26.66	1	1.8	0.0675	61
4	4.5	1.88	0.671	9.5	13.33	1	2.4	0.18	67
5	8.5	4.92	0.854	12.6	13.33	1	1.8	0.135	67
6	8.5	6.96	1.208	19.0	13.33	1	1.8	0.135	67
7	4.5	1.88	0.671	9.0	20	1	2.4	0.12	64
8	8.5	4.92	0.854	12.3	20	1	1.8	0.09	64
9	8.5	6.96	1.208	19.0	20	1	1.8	0.09	64
10	4.5	1.88	0.671	9.6	13.33	1.5	2.4	0.18	64
11	8.5	4.92	0.854	13.1	13.33	1.5	1.8	0.135	64
12	8.5	6.96	1.208	19.7	13.33	1.5	1.8	0.135	64
13	4.5	4.92	0.671	7.6	13.33	0.75	2.4	0.18	59
14	8.5	6.96	0.854	11.6	13.33	0.75	1.8	0.135	59



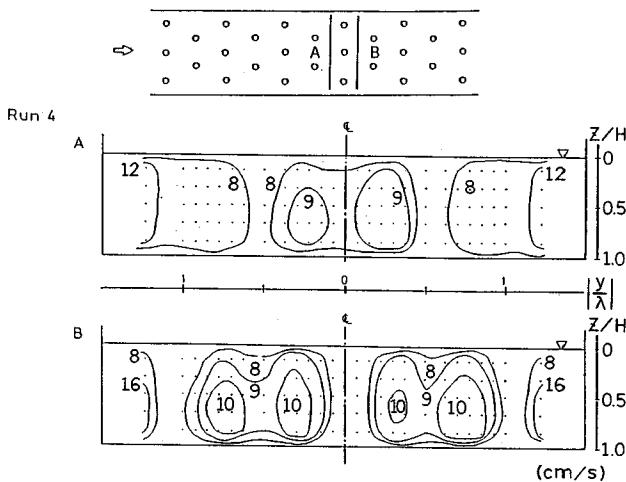


Fig. 2 (a) Isovels for Run 4.

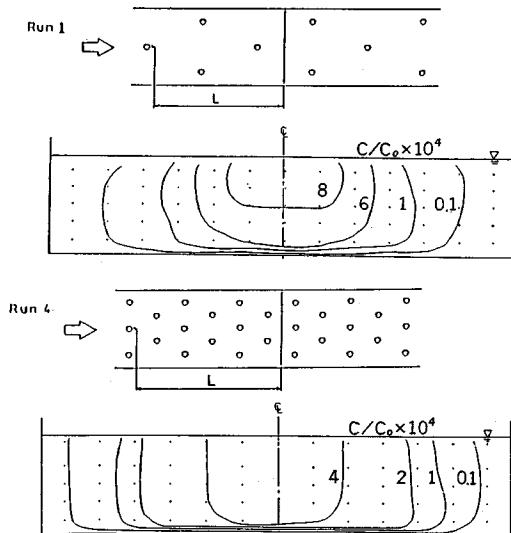


Fig. 2 (b) Equi-concentration Lines for Run 1 and 4.

図中の黒点は断面内の測定点を示す。Fig. 2 (a) より流速は測定断面のすぐ上流側の粗度の背後で減衰が著し

いこと、またさらに一列上流側の粗度の背後にあたる位置でも減衰していることがわかる。また Fig. 2 (b) より濃度分布は、水路中央を軸として対称形となっており、粗度により発生した乱れにより十分に断面内に拡散していることを示している。図で Run 1 は 1/2 水深点から染料を放流した場合であるが、水面から放流した例の Run 4 との差は僅少である。

拡散実験の結果を Table 2 に示す。表において  $\varepsilon_z$  は、染料濃度の鉛直分布形に次式の理論解<sup>6)</sup>が合うように逆算して求めた鉛直拡散係数である。

$$\frac{C}{C_0} = \frac{q}{2\pi(\varepsilon_y \varepsilon_z)^{1/2} |x|} \exp\left(-\frac{U}{4x}\left(\frac{y^2}{\varepsilon_y} + \frac{z^2}{\varepsilon_z}\right)\right) \quad (5)$$

ここで、 $C$  は染料濃度、 $C_0$  は染料初期濃度、 $q$  は染料の流量、 $x$  は流下距離、 $y$  は横方向距離、 $z$  は水面からの深さである。式 (5) は拡散幅が無限の拡がりを有する場合の解であるが、本問題のように幅  $b$ 、水深  $h$  の水路中に拡散する場合には、式 (5) は  $\exp(-Uh^2/L\varepsilon)$  および  $\exp(-Ub^2/4L\varepsilon)$  の誤差を与えることを示すことができる。本問題ではこのうち前者の値が 0.1 ~ 0.3 程度になるが、ここでは  $\varepsilon_z$  のおおよその値を求め、式 (6) と比較することが目的なのでこの式を用いた。

Fischer<sup>4)</sup>によれば粗度がない場合の拡散係数は

$$\varepsilon = ah u_* \quad (6)$$

で表わされる。ここで  $h$  は水深、 $u_*$  は摩擦速度である。比例定数  $a$  の値は水平拡散では 0.15、鉛直拡散では 0.07 である。

Table 2 によれば、柱状粗度のある本実験では、式 (6) の  $a$  は粗度のない場合よりも 2 ~ 10 倍程度大きく、しかも水平拡散と鉛直拡散で同程度の値となっている。このことより、粗度のある場合の拡散現象の機構は、式 (6) の場合と異なること、また粗度により拡散が助長されていることがうかがえる。

#### 4. 柱状粗度の拡散効果について

##### (1) 流速分布

柱状粗度のある流れの拡散係数の表示式を得るために、流速分布の表示式を求める必要がある。柱状粗度のある流れの流速分布は非常に複雑であるので、主として実験により、流速分布表示式を導いた。3. で述べたような千鳥状多列の柱状粗度のある流れの流速分布は、粗度を一列配置した場合の後

Table 2 Measured Diffusivities.

Run No.	$\varepsilon_x$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\varepsilon_z$ (cm <sup>2</sup> /s)	$\varepsilon / h u_*$	$\varepsilon / \lambda U$	$\varepsilon_z / h u_*$	$\varepsilon_z / \lambda U$
1	2.37	1.5	0.79	0.00808	0.21	0.0052
2	2.50	10	0.34	0.00617	1.38	0.0255
3	3.31	14	0.32	0.00575	1.36	0.0250
4	3.51	3.0	1.16	0.02742	0.99	0.0238
5	2.83	1.7	1.74	0.01685	0.23	0.0101
6	4.57	2.6	0.45	0.01823	0.25	0.0102
7	2.47	1.8	0.91	0.01522	0.60	0.0100
8	2.35	1.5	0.32	0.00955	0.21	0.0061
9	3.11	2.6	0.30	0.00818	0.25	0.0069
10	3.02	2.1	1.00	0.02357	0.70	0.0164
11	2.93	2.3	0.40	0.01678	0.32	0.0132
12	4.41	2.1	0.43	0.01675	0.21	0.0080
13	2.68	1.8	0.89	0.02648	0.60	0.0178
14	2.99	1.6	0.41	0.01928	0.22	0.0103

流の流速分布の重ね合わせであると考えられる。一列配置した場合の後流の流速分布は Schlichting<sup>7)</sup>により与えられているが、その式は、 $x/\lambda > 4$ という粗度から離れた領域に適用されるので、本研究の対象とするような、粗度近傍の後流の流速分布は実験的に求めた。

実験は前述の開水路に  $d = 1.8$  cm の粗度を一列に粗度間隔  $\lambda = 13.3$  cm に設置し、流量を 3 段階に変化させ、それぞれの条件下で流下方向に  $\lambda$  の 0.25, 0.5, 1, 2, 4 倍の断面で流速を測定した。実験条件を Table 3 に示す。Fig. 3 は流速分布の概形と特性値を示したものであり、 $U$  は平均流速、 $b/2$  は流速  $u$  が  $U$  となる横方向座標  $y$  の値、 $u_{\min}$  は最小流速、 $v = u - u_{\min}$ 、 $V_{\max}$  は  $V$  の最大値である。以下にこれらの特性値を用いて測定値を整理する。

Fig. 4 は測定した全流速値を無次元表示したものであり、この図より流速分布形状は、流下距離、平均流速に

Table 3 Experimental Conditions for a single Row of Roughness Bars.

RUN no.	$q$ (l/s)	$i$	$h$ (cm)	$U$ (cm/s)
1	1.88	1/8000	4.5	13.4
2	6.96	1/4000	8.5	25.0
3	10.7	1/2000	9.0	37.0

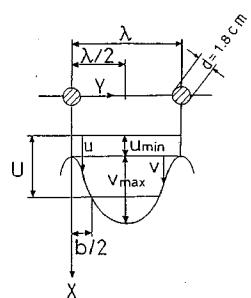


Fig. 3 Definition Sketch of Wake Flow behind a Row of Roughness Bars.

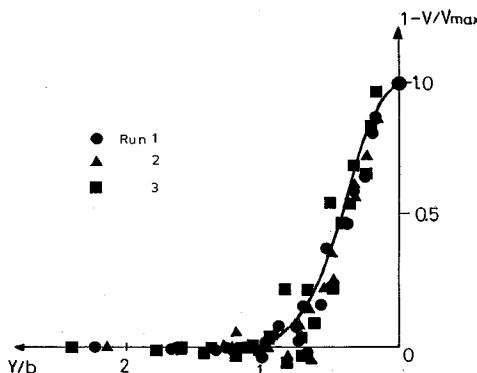


Fig. 4 Similarity of Velocity Profiles behind a Row of Roughness Bars.

関係なく次式のように Gauss 分布で表わされる。

$$\frac{v}{V_{\max}} = 1 - \exp \left( -\frac{(y/b)^2}{0.21} \right) \dots \dots \dots \quad (7)$$

この式を用いて流速分布形を表わすためには最大流速、平均流速の流下方向減衰と後流幅  $b$  の流下方向の変化を求める必要があり、これらはおのおの Fig. 5, 6, 7 に示すようである。Fig. 5, 6 に示す直線関係を用いて得られた流速分布式を以下に示す。

$$\frac{u}{U} = 1 - 0.235 \left[ \frac{x-d/2}{\lambda} \right]^{-2/3} + 0.35 \left[ \frac{x-d/2}{\lambda} \right]^{-1/2} \\ \left[ 1 - \exp \left( -\frac{(y/b)^2}{0.21} \right) \right] \dots \dots \dots \quad (8)$$

ただし後流幅  $b$  は Fig. 7 より以下のようである。

$$\frac{b}{\lambda} = 0.39 \left( \frac{x-d/2}{\lambda} \right)^{1/3} : \frac{x-d/2}{\lambda} < 2.2 \dots \dots \dots \quad (9 \cdot a) \\ = 0.5 \quad : \quad > 2.2 \dots \dots \dots \quad (9 \cdot b)$$

なお単円柱後流の流速分布はよく研究されているが<sup>7)</sup>,

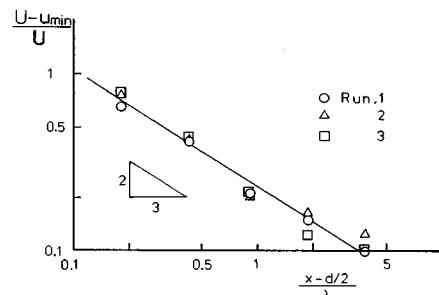


Fig. 5 Decay of Average Excess Velocity.

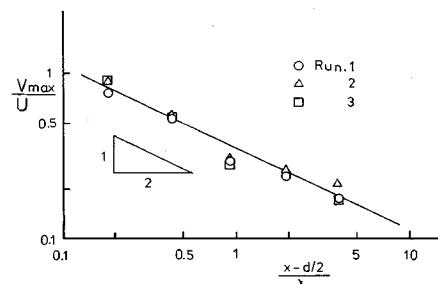


Fig. 6 Decay of the Excess Maximum Velocity.

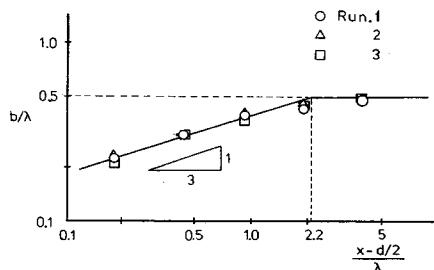


Fig. 7 Width of Wake.



無理があり、本実験のように、物体近傍では  $\kappa$  は定数とは断じがたく、式(2)と同様に無次元数  $d/\lambda$ ,  $\omega/\lambda$  の関数であると考えられる。そこで式(12)から流速分布表示式と拡散実験結果より  $\kappa$  を求め、無次元数  $d/\lambda$ ,  $\omega/\lambda$  についてプロットしたのがおのおの Fig. 11 と Fig. 12 である。これらの図から  $\kappa$  は二無次元数のおののについて、ほぼべき乗に比例すると結論され、結局次式のように表わされる。

$$\kappa = 4.0(d/\lambda)^{1.6}(\omega/\lambda)^{0.75} \dots \dots \dots (13)$$

式(10), (12), (13)を用いて  $\epsilon$  を計算し、実験値と比較したのが Fig. 13 である。当然ながら実験値と計算値は良好な一致を示しているが、 $d/\lambda$  と  $\omega/\lambda$  の双方に關してその一致が得られたということは、ここで導かれた計算式の有用性が広いことを示唆している。

Fig. 14 は  $d/\lambda$  の種々の値に対して Fig. 13 を書き直したものである。Fig. 14 でわかるように  $\epsilon/\lambda U$  は  $\omega/\lambda$  にはほとんどよらない。そこで  $d/\lambda$  の関数として表わしたのが、Fig. 15 であり、これら両図を用いることにより、任意の  $d/\lambda$ ,  $\omega/\lambda$  の選択に対して水平拡散係数を求めることができる。なお Fig. 14, 15 の曲線は実験結果ではば確かめられた範囲内で描いているものであり、実用的

には十分な範囲であると思われる。

## 5. 応用例

本研究で得られた柱状粗度のある流れの水平拡散係数の計算図表 Fig. 14, 15 を、実際の二次元潮汐水理模型

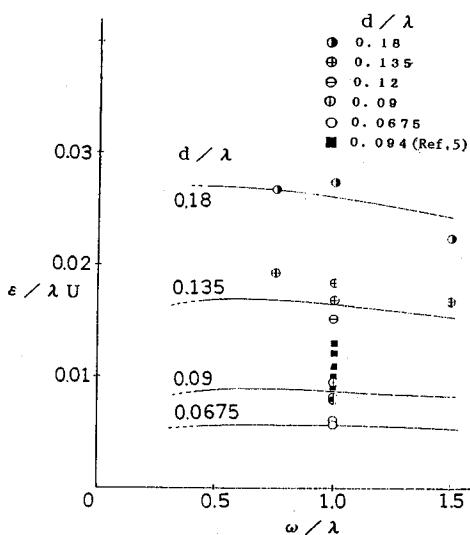


Fig. 13 Measured Diffusivity versus Prediction.

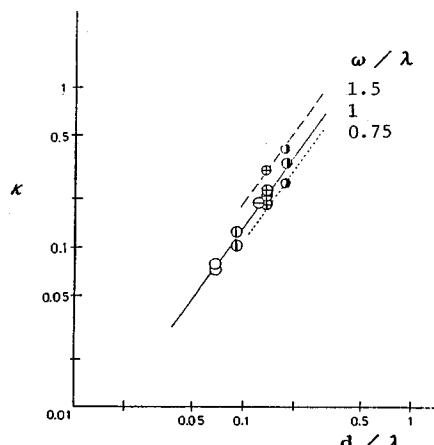


Fig. 11 Relationship Between  $\kappa$  and  $d/\lambda$ .

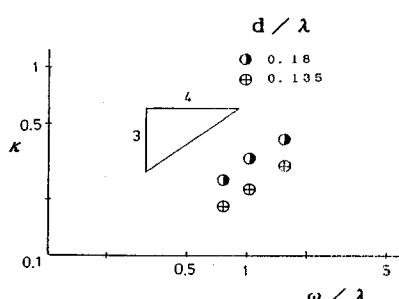


Fig. 12 Relationship Between  $\kappa$  and  $\omega/\lambda$ .

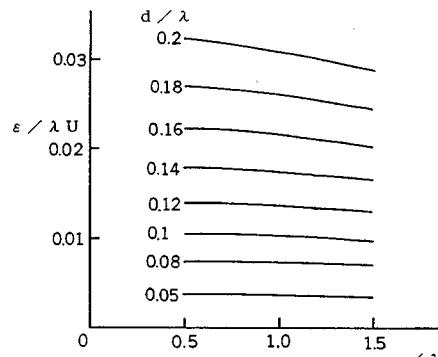


Fig. 14 Dimensionless Diffusivity versus  $\omega/\lambda$ .

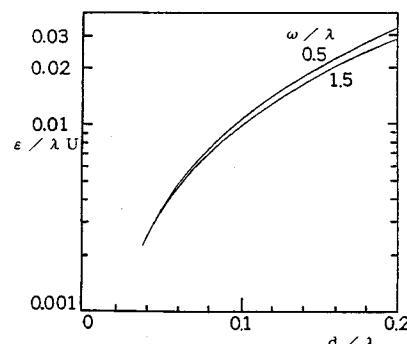


Fig. 15 Dimensionless Diffusivity versus  $d/\lambda$ .

の例に適用してみる。大型の潮汐水理模型は近年、瀬戸内海、大阪湾、伊勢湾、東京湾、などの例が報じられているが、ここでは、柱状粗度を使用し、拡散係数の現地観測が多く報じられている例として、運輸省の行った大阪湾の例を取り上げる<sup>8)</sup>。この模型は他の多くの模型と同様に、リチャードソン・オズミドフ則による相似則を満たすように、水平縮尺 1/2000、鉛直縮尺 1/160 が採用されている。柱状粗度は直径 2.5 cm の塩化ビニールパイプを 50 cm 格子で配置している。

潮汐水理模型では流向が場所の関数であるとともに、刻々変化する時間の関数でもある。したがってこの場合も格子状に配置された粗度群に対して流向を特定することはできないが、本研究の成果を応用して一応の目安としての拡散係数を求めるために、粗度群が千鳥状にみえるように流れているものと仮定する。そうすると  $\lambda = 70.7 \text{ cm}$ ,  $\omega = 35.4 \text{ cm}$  となり、Fig. 15 より  $\epsilon/\lambda U = 0.0021$  を得る。代表流速  $U$  としては、大阪湾中の潮流のやや早めの地点の現地平均流速として 30 cm/s を採用すると現地換算で  $\epsilon = 0.9 \times 10^4 \text{ cm}^2/\text{s}$  が得られ、この値は同報告書掲載の現地観測による拡散係数の値  $3 \times 10^3 \sim 3 \times 10^5 \text{ cm}^2/\text{s}$  の範囲の中にある。またもし粗度なしで実験を行ったと考え、拡散係数が  $0.15 hu_*$  で与えられ、マニングの平均流速公式が成立すると仮定すると、現地拡散係数は次式のように計算される。

$$\begin{aligned}\epsilon &= 0.15 hu_* = 0.15 ng^{1/2} Uh^{5/16} \\ &= 1.1 \times 10^3 \text{ cm}^2/\text{s}\end{aligned}\quad \dots \dots \dots (14)$$

ただし、 $n=0.01$ ,  $h=20 \text{ m}$ とした。これより粗度を付加することにより、拡散現象の相似性が確保されたものと結論づけることができる。

## 6. 結 論

柱状粗度を用いた拡散現象の相似技術の確立のために粗度による拡散効果を、理論的実験的に明らかにした。その結果、柱状粗度のある流れの拡散係数は、式 (10), (12), (13) または Fig. 14, 15 を用いて表わされることが示された。この結果は実際の水理模型の例に関しても適用されることを示した。

**謝 辞**：本研究を進めるにあたり、長岡技術科学大学大学院生 香川健一君の多大な協力があったことをここに記して謝意を表する。

### 参 考 文 献

- 1) 早川典生：水質環境予測のための潮汐水理模型実験、産業公報、Vol. 20, No. 3, pp. 19~34, 1985.
- 2) 樋口明生：沿岸海洋に関する水理模型実験、水工学シリーズ B, 土木学会, pp. B-9-1~B-9-23, 1972.
- 3) Crickmore, M. J. : Tracer Tests of Eddy Diffusion in the Field and Model, J. of Hyd. Div., Proc. ASCE, Vol. 98, pp. 1737 ~1752, 1972.
- 4) Fischer, H. B. : Mixing and Dispersion in Estuaries, Ann. Rev. Fluid Mech., Vol. 8, pp. 107~134, 1976.
- 5) Fischer, H. B. and Hanamura, T. : The Effect of Roughness Strips on Transverse Mixing in Hydraulic Models, Water Resources Research, Vol. 11, No. 2, pp. 362~364, 1975.
- 6) Hinze, J. O. : Turbulence, Second Ed., McGraw-Hill, 1975.
- 7) Schlichting, H. : Boundary Layer Theory, Seventh Ed., McGraw-Hill, 1979.
- 8) 運輸省第三港湾建設局神戸調査設計事務所：土砂による海水汚濁の予測手法（通年報告書）昭和 55 年 3 月, 1980.

(1986.9.8・受付)