

# 段波モデルを用いた孤立波の崩れ波型砕波の一解析

## MACROSCOPIC ANALYSIS ON A SPILLING BREAKER OF SOLITARY WAVE BY USING A BORE MODEL

松富英夫\*

By Hideo MATSUTOMI

This paper presents a simple analytical model for predicting the transformation of a bore caused by the spilling breaker of a solitary wave over a horizontal bed. The basic equations used are the laws of mass and momentum conservation, in which the pressure terms are corrected to include the effects of a deviation from the hydrostatic pressure and a non-uniformity of the velocity distribution. The surface profile is evaluated on the assumption that the flow field of the bore is similar to that of a dam-break flow. The validity of the solutions is examined through comparison with the results of laboratory experiments. It is found that the present model is applicable to the bore transformation over a horizontal bed except for a short period after the formation of the bore.

*Keywords: spilling breaker, bore, tsunami, dam-break flow, wave transformation*

### 1. まえがき

段波そのものの斜面上での変形特性や砕波津波の陸上遡上高の推定を目的としたものを除けば、砕波後の波の変形に関する研究は、崩れ波型と巻き波型砕波を種々モデル化することにより、主に波高減衰を中心に海浜流や海浜変形に関連して行われてきた（従来の砕波後の波の変形に関する研究の総括は文献1）と2）に詳しい）。波高減衰に関しては代表的海底地形に対してかなりの知見が得られてきており、海浜流の数値計算などという実用にも供されつつあるが<sup>3)</sup>、海岸構造物などへの波力のもとより、波力の算定<sup>4)</sup>などにおいて必要とされる砕波面の伝播速度、砕波部そのもの高さやその水面形については実験的にも理論的にもほとんど検討されておらず未解明の状態にある。

ところで、1983年日本海中部地震津波は秋田県北部海岸でソリトン波列や分裂には至らなかった孤立的な波を形成し、砕波しながら陸上へ遡上した。そのためか、海岸構造物として設置されていた異型ブロックが通常の短周期波では考えられないような被害の受け方をし、津波によるソリトン波列や孤立的な波の砕波時の水面形、

波力やエネルギー消費機構などが津波問題において取り上げられようとしている<sup>5)</sup>。

以上の波の砕波変形問題の研究の状況と必要性に基づき、本研究は津波によって形成され得るソリトン波列や孤立的な波を対象として、その個々の波は巨視的には孤立波理論の適用できる波であるという考えに立ち、最も基本的な水平床上での孤立波の崩れ波型砕波による波高減衰および砕波面の伝播速度、砕波部の高さとその水面形を簡単なモデルで理論的に推定することを試みようとしたものである。

解析手法は質量と抵抗力を考慮した（抵抗力を考慮し、その効果を論じた研究として文献6）、7）、8）などがある）運動量の保存則に基づく段波モデル法である。段波モデル法では砕波面の伝播を精度よく表現できないと実験的に指摘されてきたが<sup>1),6)</sup>、流速分布や圧力の非静水圧性を考慮して運動量フラックスと圧力の補正を行うことでその適用性を高めることにする。巨視的な砕波後の波の諸変形特性を解析的に推定することを目的としているのである。

### 2. 基本式

孤立波の伝播速度で動く移動座標系で議論することにする。また、孤立波理論としては次の Boussinesq の第

\* 正会員 工修 秋田大学助手 鉱山学部土木工学科  
(〒010 秋田市手形学園町1-1)

1 近似解を用いることにする<sup>9)</sup>。

$$\eta = H_b \operatorname{sech}^2 \left[ \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} (x - c_s t) \right] \dots\dots\dots (1)$$

$$c_s = \sqrt{g(h + H_b)} = \sqrt{gD} \dots\dots\dots (2)$$

$$u = \frac{c_s \eta}{h + \eta} = \frac{c_s \eta}{H} \dots\dots\dots (3)$$

ここで、 $\eta$ ：静水面からの水位、 $H_b$ ：孤立波の砕波波高、 $h$ ：静水深、 $c_s$ ：孤立波の伝播速度、 $u$ ：断面平均水粒子速度、 $D$ ：砕波開始時の波頂での全水深、 $H$ ：任意点での全水深、 $g$ ：重力加速度、 $x$ ：岸向きの水平距離座標で砕波点を原点とする、 $t$ ：時間で砕波時を原点とする。よって、式(2)の伝播速度で動く移動座標系での孤立波の諸量は

$$\eta = H_b \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} X \right) \dots\dots\dots (4)$$

$$c = c_s - c_s = 0 \dots\dots\dots (5)$$

$$U = u - c_s = -\frac{c_s h}{H} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 $X$ 、 $c$ と $U$ はおのおの移動座標系での水平距離座標、伝播速度と断面平均水粒子速度である。式(6)より、移動座標系での孤立波における流量はあらゆる点で

$$HU = -c_s h = \text{const.} \dots\dots\dots (7)$$

であると判断される。

ところで、図-1に示すように、本研究では孤立波は崩れ波型砕波により伝播方向に断面平均水粒子速度の一樣な領域と孤立波の諸性質をそのまま保持し続ける領域の2つに分けられると仮定して議論する。この断面平均水粒子速度の伝播方向への一樣性の仮定は同じ砕波段波を形成するダム破壊流れ問題で用いられているものである<sup>10)</sup>。よって、伝播方向への断面平均水粒子速度一樣性の諸水量を求めることが本研究の目的となる。そして、本研究ではそれらをその領域全体の連続式と運動量式を誘導して解くことにより求めることにする。

いま本領域後端位置を  $\xi$ 、そこでの全水深と断面平均水粒子速度をそれぞれ  $H_\xi$  と  $U_\xi$ 、領域先端位置を  $a$ 、そこでの全水深と孤立波の性質を有する側の断面平均水粒子速度をそれぞれ  $H_a$  と  $U_a$ 、水の密度を  $\rho$  とすると、 $X = \xi$  から単位時間に本領域に流入する質量  $M_{in}$  は  $\xi$  が時間的に移動し得るものなので

$$M_{in} = \rho H_\xi \left( U_\xi - \frac{d\xi}{dt} \right) \dots\dots\dots (8)$$

一方、 $X = a$  から単位時間に流出する質量  $M_{out}$  は

$$M_{out} = \rho H_a \left( U_a - \frac{da}{dt} \right) \dots\dots\dots (9)$$

よって、本領域の連続式は

$$\frac{dM}{dt} = M_{in} - M_{out}$$

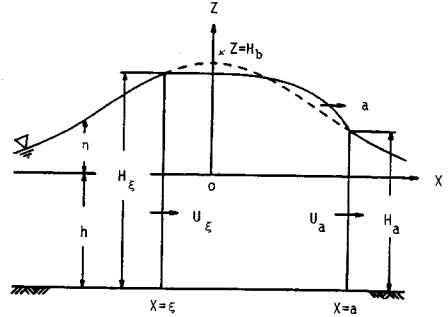


図-1 本研究モデルと記号

$$\begin{aligned} &= \rho H_\xi \left( U_\xi - \frac{d\xi}{dt} \right) + \rho H_a \left( \frac{da}{dt} - U_a \right) \\ &= \rho H_a \frac{da}{dt} - \rho H_\xi \frac{d\xi}{dt} \dots\dots\dots (10) \end{aligned}$$

ここで、 $M$  は本領域の全質量で、式(7)の関係が使用されている。

次に、 $X = \xi$  から単位時間に本領域に流入する運動量  $P_{in}$  は

$$P_{in} = \rho H_\xi U_\xi \left( \beta' U_\xi - \frac{d\xi}{dt} \right) \dots\dots\dots (11)$$

また、 $X = a$  より単位時間に流出する運動量  $P_{out}$  は

$$P_{out} = \rho H_a U_a \left( \beta' U_a - \frac{da}{dt} \right) \dots\dots\dots (12)$$

ここで、 $\beta'$  は運動量補正係数である。そして、本領域の境界に働く外力  $F$  は本領域後端と先端での圧力および底面抵抗の3つである。以上より本領域の運動量式は

$$\begin{aligned} \frac{dP}{dt} &= P_{in} - P_{out} + F \\ &= \rho H_\xi U_\xi \left( U_\xi - \frac{d\xi}{dt} \right) + \rho H_a U_a \left( \frac{da}{dt} - U_a \right) \\ &\quad + \frac{r^2}{2} \rho g H_\xi^3 - \frac{r^2}{2} \rho g H_a^3 - \rho K (U_\xi + c_s)^2 (a - \xi) \dots\dots\dots (13) \end{aligned}$$

ここで、 $P$ ：本領域の全運動量、 $r^2$ ：圧力と運動量フラックス(圧力に換算)の合成補正係数、 $K$ ：抵抗係数であり、運動量補正係数  $\beta'$  は  $r^2$  の導入により1とされている。ただし、 $r^2$  は本研究対象区間での平均的な値の定数と仮定し、底面せん断応力は  $\tau_0 = \rho K (U_\xi + c_s)^2$  と定義している。 $r^2$  のだいたいの値は理論的に評価し得るものである(4.(2)と補遺参照)。

さて、仮定から得られる  $P = MU_\xi$  の関係を用いると、式(10)および式(13)から

$$\begin{aligned} M \frac{dU_\xi}{dt} &= \frac{r^2}{2} \rho g H_\xi^3 - \frac{r^2}{2} \rho g H_a^3 - \rho H_a (U_\xi - U_a) \\ &\quad \cdot \left( \frac{da}{dt} - U_a \right) - \rho K (U_\xi + c_s)^2 (a - \xi) \dots\dots (14) \end{aligned}$$

また、 $M$  は本領域外での水面形を不変としているので

$$M = \rho \int_{\xi}^a H dX = \rho \int_{\xi}^a \left[ h + H_b \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} X \right) \right] dX$$

$$= \rho h(a - \xi) + \rho \sqrt{\frac{4}{3}} h^2 H_b \left[ \tanh \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} a \right) - \tanh \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} \xi \right) \right] \dots (15)$$

よって、式 (14) は

$$\left[ h(a - \xi) + \sqrt{\frac{4}{3}} h^2 H_b \left\{ \tanh \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} a \right) - \tanh \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} \xi \right) \right\} \right] \frac{dU_{\xi}}{dt}$$

$$= \frac{g}{2} r^2 H_{\xi}^2 - \frac{g}{2} r^2 H_a^2 - H_a (U_{\xi} - U_a) \left( \frac{da}{dt} - U_a \right) - K (U_{\xi} + c_s)^2 (a - \xi) \dots (16)$$

さらに、式 (4) および (7) から次式が得られる。

$$\xi = -\sqrt{\frac{4h^3}{3H_b}} \cosh^{-1} \left[ \sqrt{\frac{H_b U_{\xi}}{h(U_{\xi} + c_s)}} \right] \dots (17)$$

$$H_{\xi} = -\frac{c_s h}{U_{\xi}} \dots (18)$$

$$H_a = h + H_b \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} a \right) \dots (19)$$

$$U_a = -\frac{c_s h}{h + H_b \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} a \right)} \dots (20)$$

結局、式 (17) から (20) を式 (16) に代入すれば、

$$\left[ h \left\{ a + \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b}} \cosh^{-1} \left( \sqrt{\frac{H_b U_{\xi}}{h(U_{\xi} + c_s)}} \right) \right\} + \sqrt{\frac{4}{3}} h^2 H_b \left\{ \tanh \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} a \right) + \sqrt{\frac{DU_{\xi} + hc_s}{H_b U_{\xi}}} \right\} \right] \frac{dU_{\xi}}{dt}$$

$$= \frac{g}{2} r^2 h^2 \left( \frac{c_s}{U_{\xi}} \right)^2 - \frac{g}{2} r^2 \left\{ h + H_b \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} a \right) \right\}^2$$

$$- \left[ \left\{ h + H_b \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} a \right) \right\} U_{\xi} \dot{a} + hc_s (U_{\xi} + \dot{a}) - \frac{h^2 c_s^2}{h + H_b \operatorname{sech}^2 \left( \sqrt{\frac{3H_b}{4h^3}} a \right)} \right]$$

$$- K (U_{\xi} + c_s)^2 \left[ a + \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b}} \cosh^{-1} \left[ \sqrt{\frac{H_b U_{\xi}}{h(U_{\xi} + c_s)}} \right] \right] \dots (21)$$

ここで、 $\dot{a} = da/dt$ 。

式 (21) には水粒子速度  $U_{\xi}$  と先端位置  $a$  の2つの未知数が含まれており、方程式は閉じていない。 $U_{\xi}$  と  $a$  の間に何らかの新たな関係式が必要である。そこで、本研究では  $U_{\xi}$  と先端移動速度  $\dot{a}$  との間に次の関係を導入して解くことにする。

$$\dot{a} \doteq U_a + r \sqrt{gH_a} \sqrt{\frac{1}{2} \frac{H_{\xi}}{H_a} \left( \frac{H_{\xi}}{H_a} + 1 \right)}$$

$$\doteq U_a + r \sqrt{gH_{\xi}} = U_a + r \sqrt{-\frac{ghc_s}{U_{\xi}}} \dots (22)$$

式 (22) は式 (10), (13) で非常数項と抵抗項を無視したのち、 $\dot{a} = \dot{\xi}$  として得られる理想段波モデル式の一部に  $H_{\xi} \doteq H_a$  の関係を用いて誘導した近似式である。しかし、式 (22) を式 (21) に代入して得られるものはそのままでは簡単に解けそうにない。本研究では砕波後のあまり長くない間を対象とすることでその解決が図られる。よって、水平床上での特徴である波の再生までは対象としていない。このとき、 $a$  と  $\xi$  は小さく、それらによる Taylor 展開式の第2項までを考慮する近似化を行えば、

$$H_a = h + H_b \left( 1 - \frac{3H_b}{4h^3} a^2 \right) \dots (23)$$

$$U_a = -\frac{hc_s}{h + H_b \left( 1 - \frac{3H_b}{4h^3} a^2 \right)} \dots (24)$$

$$\frac{M}{\rho} = D(a - \xi) - \frac{H_b^2}{4h^3} (a^3 - \xi^3) \dots (25)$$

よって、式 (18), 式 (23) から (25) を式 (14) に代入し、0 ( $a^2, \xi^2$ ) までを考慮すると

$$D^2 (a - \xi) U_{\xi}^2 \frac{dU_{\xi}}{dt}$$

$$= \frac{g}{2} r^2 h^2 \left( D - \frac{3H_b^2}{4h^3} a^2 \right) c_s^2 - \frac{r^2}{2} D \left( D - \frac{9H_b^2}{4h^3} a^2 \right) c_s^2 U_{\xi}^2$$

$$- \left[ D \left( D - \frac{3H_b^2}{2h^3} a^2 \right) U_{\xi} \dot{a} + hc_s \left( D - \frac{3H_b^2}{4h^3} a^2 \right) (U_{\xi} + \dot{a}) + h^2 c_s^2 \right] U_{\xi}^2 - KD(a - \xi)(U_{\xi} + c_s)^2 U_{\xi}^2 \dots (26)$$

また、 $\dot{a}$  と  $\xi$  の関係は式 (22) から近似的に次式のよりに置けよう。

$$\dot{a} \doteq U_a + r \sqrt{gH_{\xi}} \doteq U_a + rc_s \sqrt{1 - \frac{3H_b^2}{4h^3 D} \xi^2}$$

$$\doteq U_a + rc_s \left( 1 + \mu \sqrt{\frac{3H_b^2}{4h^3 D} \xi} \right) \dots (27)$$

ここで、 $\mu (> 0)$  は  $\dot{a}$  と  $\xi$  間に線形的関係を得たいが

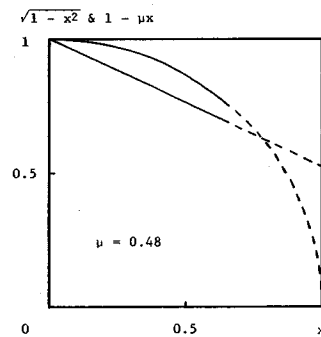


図-2 式 (27) での近似方法

ゆえに導入された係数で、不変定数として扱われる。本来は、 $r^2$ と同じく、 $K$ と $t$ （換言すれば、 $a$ または $\xi$ ）に関係するものである。式(27)の近似は、図-2に示すように、円弧を直線で近似したことに相当している。よって、式(22)および(27)を式(26)に代入すれば、

$$\begin{aligned} & \frac{2gr^2D^2hc_s}{(\dot{a}-U_a)^3} \left[ a + \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{4h^3D}{3H_b^2}} \left\{ 1 - \frac{1}{rc_s} (\dot{a}-U_a) \right\} \right] \\ & \cdot \left[ \ddot{a} + \frac{3H_b^2c_s a \dot{a}}{2h^2 \left( D - \frac{3H_b^2}{4h^3} a^2 \right)^2} \right] \\ = & \frac{D}{2gr^2} (\dot{a}-U_a)^4 \left( 1 - \frac{3H_b^2}{4h^3D} a^2 \right) \\ & - \frac{r^2}{2} c_s^2 D^2 \left( 1 - \frac{9H_b^2}{4h^3D} a^2 \right) \\ & - \left[ -gr^2D^2h \left( 1 - \frac{3H_b^2}{2h^3D} a^2 \right) \frac{c_s \dot{a}}{(\dot{a}-U_a)^2} \right. \\ & \left. + c_s h D \left( 1 - \frac{3H_b^2}{4h^3D} a^2 \right) \left\{ \dot{a} - \frac{gr^2hc_s}{(\dot{a}-U_a)^2} \right\} + c_s^2 h^2 \right] \\ & - KD \left[ a + \frac{1}{\mu} \sqrt{\frac{4h^3D}{3H_b^2}} \left\{ 1 - \frac{1}{rc_s} (\dot{a}-U_a) \right\} \right] \\ & \cdot \left[ c_s - \frac{gr^2hc_s}{(\dot{a}-U_a)^2} \right] \dots\dots\dots(28) \end{aligned}$$

式(28)が本研究の基本式である。

3. 基本式の解

砕波段波先端の初期移動速度 $\dot{a}_0$ は式(7)、(22)より

$$\dot{a}_0 = \left( r - \frac{h}{D} \right) c_s \dots\dots\dots(29)$$

そこで、式(28)を解くにあたって次の無次元変数を新たに導入することにする。

$$\alpha = (\dot{a}_0 t - a) \frac{K}{D} \dots\dots\dots(30)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{g}{D}} K t \dots\dots\dots(31)$$

ここで、 $\alpha$ は初期先端移動速度のまま砕波始点から継続的に移動する点に対する実際の砕波段波先端の無次元遅れ距離を示し、 $\tau$ はその遅れが生じ始めてからの無次元経過時間を示す。式(30)および(31)を用いて式(28)を書き直すと、

$$\begin{aligned} & -2r^2h \left[ (\dot{a}_0\tau - c_s\alpha) + \frac{Kc_s}{r\mu} \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^2D}} \dot{a} - \frac{c_s}{Kg\mu} \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^2D}} \right. \\ & \cdot \left( 3\frac{H_b^2}{rh^3} \dot{a} + \frac{3H_b^2}{4rh^2D} \right) (\dot{a}_0\tau - c_s\alpha)^2 \left. \right] \left[ D(r-\dot{a}) \ddot{a} \right. \\ & \left. - \frac{3H_b^2}{2gh^2K^2} (r-\dot{a}) (\dot{a}_0\tau - c_s\alpha) (\dot{a}_0 - c_s\dot{a}) \right] \\ = & \frac{1}{2r^2} \left[ D^2c_s(r-\dot{a})^4 - \frac{6H_b^2}{gh^3K^2} D^2(r-\dot{a})^7 \right. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \left. \cdot (\dot{a}_0\tau - c_s\alpha)^2 (\dot{a}_0 - c_s\dot{a}) \right] \\ & - \frac{r^2}{2} \left[ D^2c_s(r-\dot{a})^4 \right. \\ & - \frac{9H_b^2}{2gh^3K^2} D^2c_s(r-\dot{a})^4 (\dot{a}_0\tau - c_s\alpha)^2 \\ & - \frac{3H_b^2}{gh^3K^2} D^2(r-\dot{a})^3 (\dot{a}_0\tau - c_s\alpha)^2 (\dot{a}_0 - c_s\dot{a}) \left. \right] \\ & - [(r-\dot{a})^3 \{ hD(r-\dot{a}) (\dot{a}_0 - c_s\dot{a}) + h^2c_s(r-\dot{a}) \\ & - r^2hDc_s \} + \frac{3H_b^2}{4gh^3K^2} (r-\dot{a})^2 \{ 6r^2hD(\dot{a}_0 - c_s\dot{a}) \\ & - 4\frac{hD}{c_s} (r-\dot{a}) (\dot{a}_0 - c_s\dot{a})^2 + 3r^2h^2c_s \\ & - 4hD(r-\dot{a})^2 (\dot{a}_0 - c_s\dot{a}) - 4h^2(r-\dot{a}) (\dot{a}_0 - c_s\dot{a}) \\ & - 3h^2c_s(r-\dot{a})^2 + 3r^2hDc_s(r-\dot{a}) \} (\dot{a}_0\tau - c_s\alpha)^2] \\ & - r^2 \left[ (\dot{a}_0\tau - c_s\alpha) + \frac{Kc_s}{r\mu} \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^2D}} \dot{a} - \frac{c_s}{Kg\mu} \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^2D}} \right. \\ & \cdot \left( 3\frac{H_b^2}{rh^3} \dot{a} + \frac{3H_b^2}{4rh^2D} \right) (\dot{a}_0\tau - c_s\alpha)^2 \left. \right] (rH_b - 2D\dot{a})^2 \\ & \dots\dots\dots(32) \end{aligned}$$

ここで、 $\dot{a} = da/d\tau$ 、 $\ddot{a} = d^2a/d\tau^2$ 。さらに、次の変数を新たに導入する。

$$p = \dot{a} \dots\dots\dots(33)$$

$$\tau = \frac{df}{dp} = f'(p) \dots\dots\dots(34)$$

これにより、独立変数の変域は半無限領域から有限領域、 $0 \leq p \leq r-h/D$ となり、 $\alpha = pf' - f$ 、 $\ddot{a} = 1/f''$ となる。よって、式(32)は

$$\begin{aligned} & -2r^2h \left[ (\dot{a}_0f' - c_spf' + c_s f) \right. \\ & \left. + \frac{Kc_s}{r\mu} \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^2D}} p - \frac{c_s}{Kg\mu} \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^2D}} \right. \\ & \cdot \left( 3\frac{H_b^2}{rh^3} p + \frac{3H_b^2}{4rh^2D} \right) (\dot{a}_0f' - c_spf' + c_s f)^2 \left. \right] \left[ D(r-p) \right. \\ & \left. - \frac{3H_b^2}{2gh^2K^2} (r-p) (\dot{a}_0f' - c_spf' + c_s f) (\dot{a}_0 - c_s p) f'' \right] \\ = & \frac{1}{2r^2} \left[ D^2c_s(r-p)^4 - \frac{6H_b^2}{gh^3K^2} D^2(r-p)^7 \right. \\ & \cdot (\dot{a}_0f' - c_spf' + c_s f)^2 (\dot{a}_0 - c_s p) \left. \right] f'' \\ & - \frac{r^2}{2} \left[ D^2c_s(r-p)^4 \right. \\ & - \frac{9H_b^2}{2gh^3K^2} D^2c_s(r-p)^4 (\dot{a}_0f' - c_spf' \\ & + c_s f)^2 - \frac{3H_b^2}{gh^3K^2} D^2(r-p)^3 (\dot{a}_0f' - c_spf' \\ & + c_s f)^2 (\dot{a}_0 - c_s p) \left. \right] f'' \\ & - [(r-p)^3 \{ hD(r-p) (\dot{a}_0 - c_s p) \\ & + h^2c_s(r-p) - r^2hDc_s \} \\ & + \frac{3H_b^2}{4gh^3K^2} (r-p)^2 \{ 6r^2hD(\dot{a}_0 - c_s p) - 4\frac{hD}{c_s} (r-p) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \cdot (\dot{a}_0 - c_s p)^2 + 3r^2 h^2 c_s - 4hD(r-p)^2 (\dot{a}_0 - c_s p) \\ & - 4h^2 (r-p) (\dot{a}_0 - c_s p) - 3h^2 c_s (r-p)^2 \\ & + 3r^2 h D c_s (r-p) \Big\} (\dot{a}_0 f' - c_s p f' + c_s f^2) f'' \\ & - r^2 \left[ (\dot{a}_0 f' - c_s p f' + c_s f^2) + \frac{K c_s}{r \mu} \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^3 D}} p \right. \\ & \left. - \frac{c_s}{K g \mu} \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^3 D}} \left( \frac{3H_b^2}{r h^2} p + \frac{3H_b^2}{4r h^2 D} \right) (\dot{a}_0 f' - c_s p f' \right. \\ & \left. + c_s f^2) \right] (r H_b - 2D p)^2 \dots \dots \dots (35) \end{aligned}$$

式(35)は  $f(p)$  に関する二階の常微分方程式である。その解として  $p$  の級数解

$$f(p) = b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3 + \dots \dots \dots (36)$$

を仮定し、初期条件 ( $\tau=0$  のとき,  $\alpha = \dot{\alpha} = 0$ ) のもとで解くことにする。式(36)を式(35)に代入し、 $p$  に関して恒等的に成立するように各係数を決めると、たとえば級数解の第一近似として次式が得られる。

$$\begin{aligned} b_2 = & \left[ - \left\{ \frac{D}{r} (rD - h)^2 + \frac{K}{2r\mu} H_b^3 D \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^3 D}} \right\} \right. \\ & + \sqrt{\frac{D^2}{r^2} (rD - h)^4 + \frac{K^2}{3r^2 \mu^2} H_b^2 h^3 D + \frac{K}{r^2 \mu} H_b^2 D^2} \\ & \left. \cdot (r^2 D^2 - h^2) \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^3 D}} \right] / 2H_b^2 (rD - h) \dots \dots \dots (37) \end{aligned}$$

ただし、初期条件より  $b_0 = b_1 = 0$  となる。したがって、式(30)、(31)、(33)、(34)および(37)より、先端軌跡と先端移動速度に関する第一近似解として次式が得られる。

$$\begin{aligned} a = & \left( r - \frac{h}{D} \right) c_s t - g K H_b^2 (rD - h) t^2 / 2 \\ & \cdot \left[ - \left\{ \frac{D}{r} (rD - h)^2 + \frac{K}{2r\mu} H_b^3 D \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^3 D}} \right\} \right. \\ & + \sqrt{\frac{D^2}{r^2} (rD - h)^4 + \frac{K^2}{3r^2 \mu^2} H_b^2 h^3 D} \\ & \left. + \frac{K}{r^2 \mu} H_b^3 D^2 (r^2 D^2 - h^2) \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^3 D}} \right] \dots \dots \dots (38) \\ \dot{a} = & \left( r - \frac{h}{D} \right) c_s - g K H_b^2 (rD - h) t / \left[ - \left\{ \frac{D}{r} (rD - h)^2 \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{K}{2r\mu} H_b^3 D \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^3 D}} \right\} \right. \\ & \left. + \sqrt{\frac{D^2}{r^2} (rD - h)^4 + \frac{K^2}{3r^2 \mu^2} H_b^2 h^3 D} \right. \\ & \left. + \frac{K}{r^2 \mu} H_b^3 D^2 (r^2 D^2 - h^2) \sqrt{\frac{4h^3}{3H_b^3 D}} \right] \dots \dots \dots (39) \end{aligned}$$

また、波高減衰は、式(22)の第1行目の関係式、すなわち理想段波モデルの関係式を  $H_\epsilon (= h + \eta_b)$  について解いて整理すれば得られ、近似的に

$$\begin{aligned} \frac{\eta_b}{h} = & \frac{1}{2} \left[ \sqrt{\frac{H_a^2}{h^2} + \frac{8}{g r^2 h} \left( \dot{a} + \frac{h}{H_a} c_s \right)^2 \frac{H_a}{h} - \frac{H_a}{h}} - 1 \right] \\ \frac{X'}{h} = & (a + c_s t) / h \dots \dots \dots (40) \end{aligned}$$

ここで、 $\eta_b$ ：砕波後の波の静水面からの最大水位で、本モデルでは  $H_\epsilon - h$ 、 $X'$ ：固定座標系での段波先端位置。

4. 解の性質と適用性

前章で得られた結果の性質と実際問題への適用性について、具体的計算例と実験結果との比較を通して検討することにする。

(1) 解の性質

図-3は第一近似と第二近似の固定座標系での先端軌跡を示したものである。図中の( )内の数値がその近似度を示している。この図によると、第一近似解と第二近似解は広い範囲にわたってほぼ同じ結果を示しており、第一近似解はかなりの範囲まで適用可能であることが伺われる。よって、以下の理論計算例ではすべて第一近似解を用いることにする。

図-4と5は抵抗係数を種々と変化させた場合の先端軌跡と波高減衰を示したものである。図-5には  $K = 0.01$  と  $0.002$  の場合の段波先端での静水面からの水位(破線)も示されている。図-4によると、本研究で対

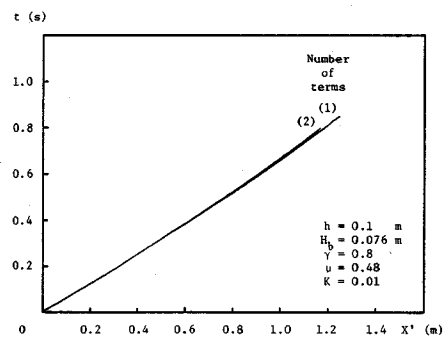


図-3 段波先端軌跡に関する級数解の収束例

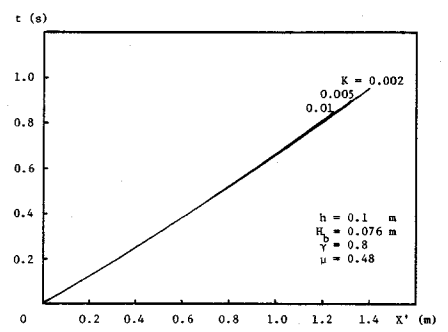
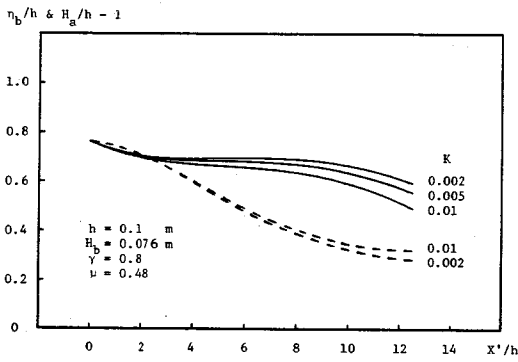


図-4 段波先端軌跡の抵抗係数による変化



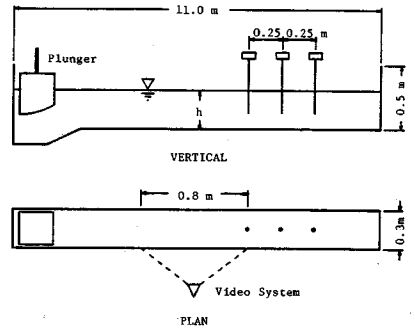
図—5 波高減衰の抵抗係数による変化

象とした段波の先端軌跡は抵抗にあまり影響されないことがわかる。このことは図—5からも伺うことができる。段波先端での水位の抵抗係数による変化は比較的小さい。しかし、同じく図—5からわかるように、波高減衰は抵抗係数の値によりかなり大きく変化する。このことは、前章の結果を実際問題へ適用する際に、抵抗係数の選択が重要因子となることを示唆している。また、図—5は抵抗係数が大きくなると段波波高が小さくなることを示している。ただし、これは  $H_b$ ,  $r$  や  $\mu$  が同じとしてのことである。後に示される図—8と図—10の実験結果を比較すれば、抵抗係数（底面粗度）が変化すると、両者の段波波高はほぼ同じであるが、砕波波高は少し異なってきた。よって、この理論結果の妥当性は本実験ケースのみでは確認できず、今後のより正確な実験を必要とする。さらに、本モデル結果には砕波形成直後の短い間、段波波頂での水位（図—5での実線）が段波先端での水位（同図中の破線）よりも小さいという実際には起こり得ない不合理が生じている。これは、 $\mu$  が定数とされ、 $r$  として本モデルの適用範囲での平均的な値が採用されており、しかも非定常項と抵抗項の影響を無視した式 (22) の理想段波式から誘導される式 (40) を用いて段波波頂水位が評価されていることによる。

## (2) 解の適用性

実験に使用した水路は高さ 0.5 m、幅 0.3 m、長さ 11.0 m の水平に設置された鋼製矩形水路で、水路下流側の 10 m 部分が両面ガラス張りのものである。この水路上流端にはプランジャー型造波機が据え付けられており、孤立波はそれを一度だけ押し下げることにより造波された。また、ガラスの片面には孤立波の波高減衰、段波の先端軌跡、先端水位と空間波形 (5. で議論する) の読み取りのため、5 cm 間隔のメッシュが刻まれている。実験装置の概要を図—6 に示す。

実験ケースは静水深を 0.1 m に固定し、底面粗度 ( $5 \times 5 \times 300$  mm の角柱木製棧を水路縦断方向に 5 cm



図—6 実験装置

間隔で設置) 有無とした 2 ケースである。測定項目とその方法は空間波形についてはモーター・ドライブ・カメラ (約 5 コマ/秒)、波高減衰と段波の先端軌跡、先端水位はビデオ・システムと 3 台の容量式波高計である。ここで、ビデオの撮影範囲は砕波点より約 0.1 m 手前から 0.8 m 先までとし、その終点付近に 0.25 m 間隔で設置された第一本目の波高計が入るようにした。ビデオの解析には 1/60 秒まで読み取り可能なビデオ・モーション・アナライザーを、波高計の出力記録にはペン・レコーダーを用いた。

先端軌跡に関する第 1 近似解と実験値 (棧粗度なし) との比較を図—7 に示す。実験値は 5 波分で、実線が理論曲線である。この理論曲線は  $r=0.8$  と固定し、実験値によく適合するように  $\mu$  の値を調節して求められたものである。ただし、抵抗係数としては Manning の粗度係数を推定し (底面と側壁ともに  $n=0.013 \text{ m}^{-1/3} \text{ s}$ )、本モデルの適用範囲内での平均的水位から計算される径深  $R$  を用いて換算 ( $K=gn^2/R^{1/3}$ ) されたものが採用されている。合成補正係数  $r=0.8$  の値は Boussinesq 理論において、砕波限界の誘導の際と同じく、 $0(\eta^2/h^2)$  または  $0(H_b^2/h^2)$  の項まで考慮して議論すれば概略説明のつくものであり (補遺参照)、 $\mu=0.48$  は図—2 の円弧を図中の直線で近似したことを意味する。図—7 には孤立波の伝播速度で動く点の軌跡 (一点鎖線) と  $r=1$  としたときの段波初速度で動く点の軌跡 (破線) も示されている。

図—8 は孤立波の波高減衰 (実線) と段波先端での静水面からの水位 (破線) の理論値と実験値との比較を示したものである。実験値は図—7 で使用した波と同一の波から得られたもので、黒丸が波高減衰、白丸が段波先端での水位を示す。この図によると、砕波直後の短い間を除いて、波高減衰と段波先端での水位に関する本研究の結果は実用に供し得るものであると判断される。

図—9 と 10 は、底面条件を変化させた場合 (棧粗度あり) の段波先端軌跡および波高減衰と段波先端の静水

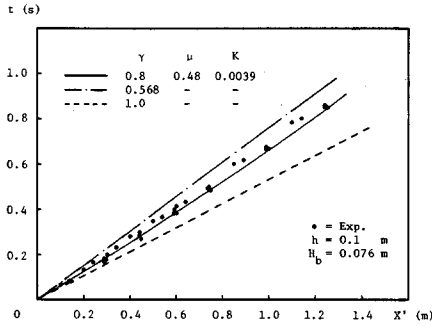


図-7 段波先端軌跡の実験値との比較

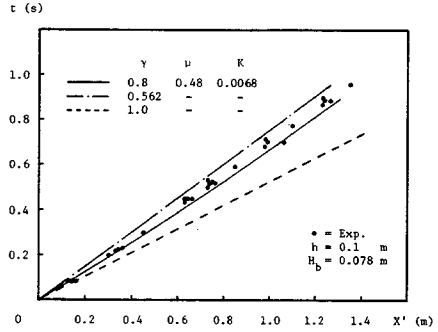


図-9 段波先端軌跡の実験値との比較

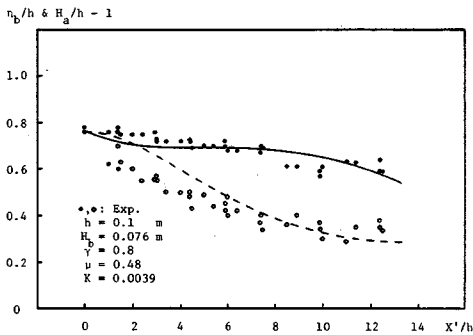


図-8 波高減衰の実験値との比較

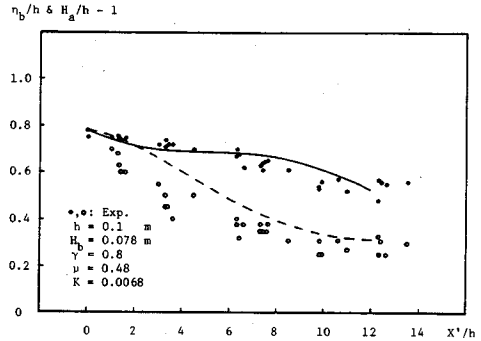


図-10 波高減衰の実験値との比較

面からの水位について、理論値と実験値との比較を示したものである。実験値は同じく5波分で、図中の各線の意味はおのおの図-7, 8と同じである。また、理論における抵抗係数は底面と側壁の  $n$  をおのおの0.022と0.013 ( $m^{-1/3} s$ ) として Einstein の方法<sup>11)</sup>により合成粗度係数を求め、あとは図-8でのときと同じようにして推定されている。これらの図より、底面条件に応じた抵抗係数を採用すれば、3.の結果は  $r=0.8$ ,  $\mu=0.48$  としてはば実用に供し得ることが判断される。

以上より、碎波直後の短い間を除いて、本モデルは波高減衰および段波の先端軌跡とその高さを同時に予測できるモデルであると判断される。

### 5. 換算ダム破壊流れ法による水面形の推定

定常跳水や碎波段波の流れの場に関する実験的研究が従来より数多く行われてきているが、その結論の1つはそれらの混合領域での流れの場が壁面噴流<sup>12)</sup>、自由せん断層<sup>13)</sup>や後流<sup>14)</sup>などと類似しているということである。これから推して、ダム破壊流れ先端部と孤立波の崩れ波型碎波の流れの場は同じ非定常な碎波段波として類似しているものと考えられる。そこで、本章では孤立波の碎波段波をダム破壊流れの碎波段波に換算し、著者の手法<sup>15)</sup>によりその換算された段波の水面形を求め、それが

孤立波の崩れ波型碎波の水面形の推定値として妥当なものであるかどうか検討することにする。

この水面形推定手法では段波波高・段波伝播速度と段波波長が与えられれば、ダム破壊流れの段波を初期のダム上・下流側水深比  $h_1/h_0$  をパラメーターとして特定できる。孤立波の崩れ波型碎波による段波の任意時刻での段波波高  $\Delta H$ 、段波伝播速度  $\dot{a}_e$  と段波波長  $L_e$  はおのおの

$$\Delta H = H_e - H_a \dots \dots \dots (41)$$

$$\dot{a}_e = \dot{a} - U_a \dots \dots \dots (42)$$

$$L_e = a - \xi \dots \dots \dots (43)$$

ここで、段波は速度  $U_a$  で動く移動座標系で表現されている。これは段波下流側の流速が零、すなわち、静水中を伝播する段波を想定していることにあたる。よって、換算ダム破壊流れの初期下流側水深  $h_0$  は、 $h_1/h_0$  をパラメーターとして、次式の Ritter 理論<sup>16)</sup>より求められる。

$$2\sqrt{\frac{h_1}{h_0}} = \frac{U_e}{c_0} + 2\sqrt{\frac{\Delta H}{h_0} + 1} \\ = \frac{\dot{a}_e}{c_0} + 2\sqrt{\frac{\Delta H}{h_0} + 1} \dots \dots \dots (44)$$

ここで、 $U_e$  : 換算水粒子速度、 $\varepsilon$  :  $U_e$  と  $\dot{a}_e$  の比で時間的に不変な値、 $c_0 = \sqrt{gh_0}$ 。すなわち、任意の  $h_1/h_0$  を仮定し(ただし、水面形推定手法の適用可能範囲内での

値), 次式のダム破壊問題での Stoker 理論<sup>17)</sup>より  $U_{e0}$  と  $\dot{a}_{e0}$  を求めて  $\varepsilon(=U_{e0}/\dot{a}_{e0})$  を決定すれば  $h_0$  が一義的に定まることになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_{e0}}{c_0} &= \frac{\dot{a}_{e0}}{c_0} - \frac{c_0}{4\dot{a}_{e0}} \left[ 1 + \sqrt{1 + 8 \left( \frac{\dot{a}_{e0}}{c_0} \right)^2} \right] \\ \frac{\sqrt{gH_0}}{c_0} &= \left[ \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + 8 \left( \frac{\dot{a}_{e0}}{c_0} \right)^2} - 1 \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \frac{U_{e0}}{c_0} + 2 \frac{\sqrt{gH_0}}{c_0} &= 2 \frac{c_1}{c_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(45)$$

ここで,  $U_{e0}$ : 換算初期水粒子速度,  $\dot{a}_{e0}$ : 換算初期先端移動速度,  $H_0$ : 換算初期段波水深,  $c_1 = \sqrt{gh_1}$ . 水面形推定手法の適用可能範囲は  $\dot{a}_{e0} > \dot{a}_e$  という条件より求められる。 $h_0$  が決まれば  $h_1$  も定まることになる。したがって, ダム破壊流れの先端移動速度と段波波長に関する第一近似解<sup>10), 15)</sup>

$$\dot{a}_e = \dot{a}_{e0} - \varepsilon g \frac{1 - \left( \frac{3}{2} \varepsilon - 1 \right) \dot{a}_{e0*}}{3 \frac{h_0}{h_1} \dot{a}_{e0*} + 2 \left( 1 - \frac{\varepsilon}{2} \dot{a}_{e0*} \right)^3} \dot{a}_{e0*}^2 K_e t_e \dots\dots\dots(46)$$

$$\begin{aligned} L_t &= a - \xi = a_e - \xi_e \\ &= \dot{a}_{e0} t_e - \varepsilon g \frac{1 - \left( \frac{3}{2} \varepsilon - 1 \right) \dot{a}_{e0*}}{6 \frac{h_0}{h_1} \dot{a}_{e0*} + 4 \left( 1 - \frac{\varepsilon}{2} \dot{a}_{e0*} \right)^3} \dot{a}_{e0*}^2 K_e t_e^2 \\ &\quad - \left( \frac{3}{2} U_e - c_1 \right) t_e \dots\dots\dots(47) \end{aligned}$$

に以上の諸換算結果を代入すれば換算抵抗係数  $K_e$  と換算時間  $t_e$  が求まり, 換算ダム破壊流れとその水面形決定に必要なとされる量がすべて求められることになる。ここで,  $\dot{a}_{e0*} = \dot{a}_{e0}/c_1$ ,  $a_e$ : 換算ダム破壊流れ先端位置,  $\xi_e$ : 換算ダム破壊流れ後端位置。そして, 以上の換算諸量を用いて水面形は次の手順で求められる<sup>15)</sup>。

i) 式(48)の関係を満たす  $v_{0e}$  と  $h_e$  の組 ( $v_{0e*}$ ,  $h_{e*}$ ) を式(49) および (50) より求める。

$$h_e = h_0 + \frac{1}{g} v_{0e} \dot{a}_e - \frac{1}{2g} v_{0e}^2 \dots\dots\dots(48)$$

$$v_{0e} = \dot{a}_e - (\dot{a}_e - U_e) \sqrt{\frac{a_e - \xi_e}{a_e - x_e}} \dots\dots\dots(49)$$

$$h_e = 2\sqrt{\theta} \cos \frac{\varphi}{3} + \frac{2}{3g} s_3 (\dot{a}_e - U_e)^2 \frac{a_e - \xi_e}{a_e - x_e} \dots\dots\dots(50)$$

$$\begin{aligned} \theta &= \sqrt{-\frac{m^3}{27}}, \quad \cos \varphi = -\frac{q}{2\theta}, \\ m &= -\left[ \frac{4}{3g^2} s_3^2 (\dot{a}_e - U_e)^4 \left( \frac{a_e - \xi_e}{a_e - x_e} \right)^2 - \frac{4}{g} s_3 \dot{a}_e \right. \\ &\quad \cdot (\dot{a}_e - U_e) h_0 \sqrt{\frac{a_e - \xi_e}{a_e - x_e}} + \frac{2}{g} \dot{a}_e^2 h_0 + h_0^2 \\ &\quad \left. + \frac{2}{g} K_e U_e^2 (a_e - x_e) \right], \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} q &= -\frac{2}{3g} s_3 (\dot{a}_e - U_e)^2 \frac{a_e - \xi_e}{a_e - x_e} \left[ \frac{8}{9g^2} s_3^2 \right. \\ &\quad \cdot (\dot{a}_e - U_e)^4 \left( \frac{a_e - \xi_e}{a_e - x_e} \right) \\ &\quad - \frac{4}{g} s_3 \dot{a}_e (\dot{a}_e - U_e) h_0 \sqrt{\frac{a_e - \xi_e}{a_e - x_e}} + \frac{2}{g} \dot{a}_e^2 h_0 \\ &\quad \left. + h_0^2 + \frac{2}{g} K_e U_e^2 (a_e - x_e) \right] + \frac{2}{g} \frac{s_2}{s_1^2} \dot{a}_e^2 h_0^2, \\ s_3 &= 1 - \frac{s_2}{s_1^2}, \quad s_1 = (4 + A)/12, \\ s_2 &= 1/5 + A/15 + A^2/105. \end{aligned}$$

ここで,  $h_e$ : 任意点での換算水位,  $v_{0e}$ : 任意点での換算底面流速,  $\xi_e \leq x_e \leq \xi_{e0}$ ,  $\xi_{e0}$ : 換算ダム破壊流れのコア領域終端位置で未知量,  $A$ : 定数で本研究では 2.0 を採用。

ii) i) で求めた  $h_{e*} (< h_e)$  まで式 (50) より水面形を求める。これはコア領域終端背後での水面形である。

iii) i) で求めた  $v_{0e*}$  を式 (49) に代入して  $\xi_{e0}$  を求める。

iv) i) で求めた  $h_{e*}$  より小さい  $h_e (> h_0)$  を適当に与え, 式 (48) よりそのときの  $v_{0e}$  を求める。

v) その  $h_e$  と  $v_{0e}$  を式 (51) に代入して, コア厚  $d_e$  を求める。

$$\begin{aligned} v_{0e} &= \left( 1 - \frac{h_0}{h_e} \right) \dot{a}_e - \left[ \frac{h_0^2}{h_e^2} \dot{a}_e^2 \right. \\ &\quad + \frac{h_e - d_e}{(s_3 h_e - d_e) h_e} \left\{ \frac{s_2}{s_1^2} \frac{\dot{a}_e^2 h_0^2}{h_e - d_e} + \frac{g}{2} h_e^2 \right. \\ &\quad \left. \left. - \dot{a}_e^2 h_0 - \frac{g}{2} h_0^2 - K_e U_e^2 \left( 1 - \frac{d_e}{h_0} \right) \right\} \right. \\ &\quad \left. \cdot (a_e - \xi_{e0}) \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots(51) \end{aligned}$$

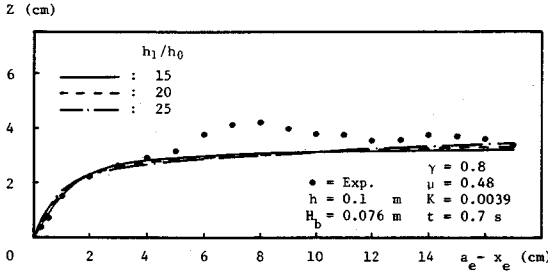
vi) iii) と v) で求めた  $\xi_{e0}$  と  $d_e$  を式 (52) に代入し, 適当に与えられた  $h_e$  の位置  $x_e$  を求める。

$$a_e - x_e = \left( 1 - \frac{d_e}{h_0} \right) (a_e - \xi_{e0}) \dots\dots\dots(52)$$

以上の iv) から vi) を繰り返せば,  $\xi_{e0} \leq x_e \leq a_e$  での水面形が得られる。

このようにして得られた水面形と孤立波の崩れ波型砕波による砕波段波の水面形に関する代表的実験値との比較例を図-11に示す。ただし, 3. での理論が適用可能と判断されるところでの比較であり, 実験値は瞬間値である。推定波形は  $h_1/h_0$  をパラメーターとしているため, 図中には  $h_1/h_0 = 15, 20$  と 25 の 3 ケースが示されている。この図によると, 全体的にこれらの推定波形間には大差がなく, 推定波形の  $h_1/h_0$  への依存性は小さいことがわかる。ただし, 最先端部ではその値の小さい方がより実験値に適合するようである。 $h_1/h_0$  が小さくなるということは結果として生ずる段波波高と段波下流側水深との比が小さくなるということで, それは孤立波





図—11 換算ダム破壊流れ法による水面形の実験値との比較

の崩れ波型砕波による段波の実状（この場合の段波波高と段波下流側水深との比はどの想定された  $h_1/h_0$  でのその比よりも小さい）により近づくということである。よって、このことは推察され得ることである。また、実験値は瞬間値であるため波打ち、推定値と大きくずれているところも一部分見受けられるが、段波先端部や後端部などの大部分で両者はよく一致しており、孤立波の崩れ波型砕波の水面形の推定に本章の方法がかなり有効であることが認められる。よって、砕波直後の短い間を除いて、本研究の結果は実際の孤立波の崩れ波型砕波による波高減衰や砕波段波の先端軌跡、高さ水面形を統一的に推定し得るものであると判断される。

6. む す び

1983年日本海中部地震津波の際、秋田県北部海岸でみられたように、津波は陸岸近くでソリトン波列や分裂には至らない孤立的な波を形成することがあり、これらの個々の波が孤立波とみなせるとすると、孤立波の砕波変形問題は津波においても重要な問題となる。しかるに、現在までに得られているこの問題についての知見は十分とはいえない。

本研究は波や流れの場の簡単なモデル化により孤立波の崩れ波型砕波による波高減衰や砕波段波の先端軌跡、高さ水面形の理論的推定を試みたものである。本モデルには砕波形成直後の短い間、段波背後の水位が段波先端での水位よりも小さくなるという不合理や適用範囲が狭いという改良すべき点などがあるが、その結果はおおよそ  $r=0.8$ 、 $\mu=0.48$  とすることで実際の孤立波の崩れ波型砕波による中間段階（工学的に最も重要な段階と思われる）の波高減衰および砕波段波の先端軌跡、高さ水面形の概略的推定に供することができる。

謝 辞：本研究を遂行するにあたり、東北大学工学部 首藤伸夫教授と秋田大学鉱山学部 浅田 宏教授より有益なるご教示、ご意見を賜った。ここに記して両先生に深甚なる感謝の意を表す。なお、本研究の一部は昭和61年度文部省科学研究費自然災害特別研究（1）

（研究代表者：東北大学工学部 首藤伸夫教授）により行われたことを付記する。

補遺 合成補正係数  $r$  の理論的評価

理論の一貫性を考えてここでも Keulegan and Patterson の Boussinesq 理論を採用することにする<sup>9)</sup>。

固定座標系における孤立波の任意点での水平方向水粒子速度  $u_x$  は

$$u_x = \sqrt{\frac{g}{h}} \eta \left[ 1 - \frac{\eta}{4h} + \left( h^2 - \frac{3}{2}(h+z)^2 \right) \left( \frac{H_b}{h^3} - \frac{3\eta}{2h^2} \right) \right] \dots\dots\dots (S-1)$$

よって、運動量補正係数  $\beta$  の定義式

$$\beta(h+\eta)u^2 = \int_{-h}^{\eta} u_x^2 dz \dots\dots\dots (S-2)$$

に式 (S-1) を代入し、Boussinesq 理論による砕波境界の誘導の際と同じく  $0(\eta^2/h^2)$  または  $0(H_b^3/h^2)$  の項まで考慮して  $\beta$  を評価することにすれば、 $\beta$  として次式を得る。

$$\beta = \left(1 + \frac{\eta}{h}\right)^2 \left(1 - 2\frac{\eta}{h} + \frac{H_b}{h} + \frac{89}{20} \frac{\eta^2}{h^2} - \frac{18}{5} \frac{H_b \eta}{h^2}\right) + \frac{9}{20} \frac{H_b^2}{h^2} \left(1 + \frac{H_b}{h}\right) \dots\dots\dots (S-3)$$

式 (S-3) は固定座標系でのものである。孤立波の伝播速度で動く移動座標系での運動量補正係数  $\beta'$  は次式から得られる。

$$\int_{-h}^{\eta} u_x^2 dz = \int_{-h}^{\eta} (U + c_s)^2 dz \dots\dots\dots (S-4)$$

その結果は

$$\beta' = \beta \frac{\eta^2}{h^2} - 2 \frac{\eta}{h} \left(1 + \frac{\eta}{h}\right) + \left(1 + \frac{\eta}{h}\right)^2 \dots\dots\dots (S-5)$$

一方、Boussinesq 理論による孤立波の任意点での圧力  $p$  は、式 (S-6) より求められる。圧力に関しては固定・移動座標系の別はない。

$$\begin{aligned} \frac{p}{\rho} &= \frac{\partial \phi}{\partial t} - gz - \frac{1}{2} \left[ \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z}\right)^2 \right] \\ &\doteq \frac{\partial \phi}{\partial t} - gz - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial x}\right)^2 \\ &\doteq \frac{\partial \phi_0}{\partial t} - gz - \frac{1}{2}(h+z)^2 \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial t}\right) \\ &\quad - \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \phi_0}{\partial x}\right)^2 + \frac{1}{2}(h+z)^2 \frac{\partial \phi_0}{\partial x} \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} \dots\dots\dots (S-6) \end{aligned}$$

ここで、 $\phi$  は速度ポテンシャルで、 $\phi$  と  $\phi_0$  との間には近似的に次式の関係がある。

$$\phi \doteq \phi_0 - \frac{1}{2}(h+z)^2 \frac{\partial^2 \phi_0}{\partial x^2} \dots\dots\dots (S-7)$$

そこで、運動量補正係数と同じ精度の表示を導くことにすれば、任意点での圧力は近似的に

$$\frac{p}{\rho} \doteq g\eta \left(1 + \frac{3}{2} \frac{H_b}{h} - \frac{7}{4} \frac{\eta}{h}\right) - \frac{g}{2} \frac{\eta^2}{h} \left(1 + \frac{H_b}{h} - \frac{7}{4} \frac{\eta}{h}\right)^2$$

$$\begin{aligned}
 & -gz - \frac{3}{2}g \left( \frac{H_b \eta}{h^3} - \frac{3}{2} \frac{\eta^2}{h^3} \right) (h+z)^2 \\
 & + \frac{3}{2}g \frac{\eta}{h} \left( \frac{H_b \eta}{h^3} - \frac{3}{2} \frac{\eta^2}{h^3} \right) \left( 1 + \frac{H_b}{h} - \frac{7}{4} \frac{\eta}{h} \right) (h+z)^2 \\
 & \dots\dots\dots (S-8)
 \end{aligned}$$

ただし、ここでは次の関係式が用いられている。

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial t} \doteq g\eta \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{H_b}{h} - \frac{7}{4} \frac{\eta}{h} \right) \dots\dots\dots (S-9)$$

$$\frac{\partial \phi_0}{\partial x} \doteq -\sqrt{\frac{g}{h}} \eta \left( 1 + \frac{H_b}{h} - \frac{7}{4} \frac{\eta}{h} \right) \dots\dots\dots (S-10)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( \frac{\partial \phi_0}{\partial t} \right) \doteq g \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = 3g \left( \frac{H_b \eta}{h^3} - \frac{3}{2} \frac{\eta^2}{h^3} \right) \dots\dots\dots (S-11)$$

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial^3 \phi_0}{\partial x^3} & \doteq -\sqrt{\frac{g}{h}} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} = -3\sqrt{\frac{g}{h}} \left( \frac{H_b \eta}{h^3} - \frac{3}{2} \frac{\eta^2}{h^3} \right) \\
 & \dots\dots\dots (S-12)
 \end{aligned}$$

任意地点での単位幅当たりの全圧力  $P$  は

$$\begin{aligned}
 \frac{P}{\rho} & = \int_{-h}^{\eta} \frac{p}{\rho} dz \\
 & \doteq \frac{g}{2} h^2 \left( 1 - \frac{\eta^2}{h^2} \right) + g h^2 \frac{\eta}{h} \left( 1 + \frac{3}{2} \frac{H_b}{h} - \frac{3}{4} \frac{\eta}{h} \right) \\
 & \quad - \frac{g}{2} \eta^2 - \frac{g}{2} h^2 \left( \frac{H_b \eta}{h^3} - \frac{3}{2} \frac{\eta^2}{h^3} \right) \dots\dots\dots (S-13)
 \end{aligned}$$

そして、 $r$  は以上の諸結果を用いて次式で評価されることになる。

$$\begin{aligned}
 \frac{g}{2} r^2 (H_\epsilon^2 - H_a^2) & = \frac{P_\epsilon}{\rho} - \frac{P_a}{\rho} + (\beta'_\epsilon - 1) H_\epsilon U_\epsilon^2 \\
 & \quad - (\beta'_a - 1) H_a U_a^2 \dots\dots\dots (S-14)
 \end{aligned}$$

ここで、添字はそれぞれの位置での値であることを表わす。

図-10 から判断されるように、この場合の本モデルの適用範囲での平均的な  $H_\epsilon$  と  $H_a$  はそれぞれおよそ 0.16 m と 0.13 m である。したがって、これらの値を考慮して式 (S-14) より  $r$  を評価すれば

$$r \doteq 0.838 \dots\dots\dots (S-15)$$

が得られることになる。これは実験値によく適合するようにして決められた  $r=0.8$  と類似の値である。その差は Boussinesq 理論そのものの適用度に帰着されるものと思われる。

参 考 文 献

1) 榎木 享：砕波特論，第9回水工学研修会講義集，土木学会，pp. B-2-1~B-2-38, 1973.

2) 堀川清司編：海岸環境工学，東京大学出版会，pp. 80~83, 1985.

3) たとえば，西村仁嗣：海浜循環流の数値シミュレーション，第29回海講論文集，pp. 333~337, 1982.

4) たとえば，松富英夫・浅田 宏・楢岡善治：砕波段波衝突による波力の一評価方法，第34回海講論文集，1987，(印刷中).

5) 首藤伸夫：秋田県北部海岸における日本海中部地震津波，第31回海講論文集，pp. 247~251, 1984.

6) Horikawa, K. and Kuo, C.T. : A study on wave transformation inside surf zone, Proc. of 10th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 217~233, 1966.

7) 榎木 享・岩田好一郎・松本 昇：砕波後の波の底面摩擦力に関する実験的研究，第21回海講論文集，pp. 33~38, 1974.

8) 泉宮尊司・堀川清司：砕波帯における波のエネルギー方程式のモデリング，第30回海講論文集，pp. 15~19, 1983.

9) Boussinesq, J. : Théorie de l'intumescence liquide appelée onde solitaire ou de translation se propageant dans un canal rectangulaire, Institut de France, Académie des Science, Comptes Rendus, p. 755, 1871.  
または，本間 仁・安芸校一編：物部水理学，岩波書店，pp. 493~495, 1972.

10) 松富英夫：下流側水深を有する場合のダム破壊流れについて，土木学会論文集，No. 363/II-4, pp. 79~86, 1985.

11) Chow, V.T. : Open-Channel Hydraulics, McGraw Hill, pp. 136~140, 1959.

12) たとえば，Rajaratnam, N. : The hydraulic jump as a wall jet, Proc. of ASCE, Vol. 91, No. HY5, pp. 107~132, 1965.

13) Peregrine, D.H. and Svendsen, I.A. : Spilling breakers, bores and jumps, Proc. of 16th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 540~550, 1978.

14) Battjes, J.A. and Sakai, T. : Velocity field in a steady breaker, Jour. of Fluid Mech., pp. 421~437, 1981.

15) 松富英夫：下流側水深を有するダム破壊流れ先端部の水面形，土木学会論文集，No. 375/II-6, pp. 161~170, 1986.

16) Ritter, A. : Die Fortpflanzung der Wasserwellen, Zeitschrift des Vereines deutscher Ingenieure (Berlin), Vol. 36, pt. 2, No. 33, pp. 947~954, 1982.

17) Stoker, J.J. : Water Waves, Interscience Publishers, Inc., New York, pp. 333~341, 1957.

(1987.1.7・受付)