

混合粒径砂の横断方向流砂量

LATERAL SEDIMENT TRANSPORT OF HETEROGENEOUS BED MATERIALS

山坂昌成*・池田駿介**・木崎 茂***

By Masashige YAMASAKA, Syunsuke IKEDA and Shigeru KIZAKI

Longitudinal and lateral transport rates of uniform sediment and heterogeneous mixtures are measured experimentally with a laterally inclinable wind tunnel, and the sediment transport rates are formulated in terms of Shields stress, critical Shields stress and lateral inclination angle. The critical Shields stress of uniform and heterogeneous materials in air flow are observed to be much smaller than those in water flow. The critical shear velocity for each fraction size of heterogeneous mixtures does not depend on the size, which indicates that the incipient motion of sediment in air flow is the impact threshold. The amount of sediment transport in air flow increases at very large rate against Shields stress in the vicinity of the critical Shields stress. The ratio of lateral sediment transport to longitudinal one for heterogeneous mixtures is found to depend on the sediment size, because larger sizes feel the lateral gravitational force more than the finer ones.

Keywords : lateral sediment transport, heterogeneous mixtures, wind tunnel test, sorting

1. 序 論

河床材料が混合粒径砂で構成される河道湾曲部や交互砂州河床上では、各粒径ごとの砂の横断方向への輸送量が異なるため、粒度の横断方向へのふるい分けが生じ、これが局所洗掘深を抑制することが知られている。池田ら¹⁾が解析した一樣湾曲流路の場合については、動的平衡状態において理論上は横断方向に完全なふるい分けが生じるため、平衡形状の算定には一樣砂の場合の横断流砂量式の適用が可能であった。しかし、混合砂の粒径別横断流砂量が明らかにされていないため、平衡に至る過程は解析できず、また蛇行流路のように不完全なふるい分けが生じる場合²⁾を取り扱うことはできなかった。粒度の横断的ふるい分けの機構とこれによる局所洗掘の抑制効果をさらに明らかにし、これらの定量的な見積りを行うためには、混合砂の粒径別横断方向流砂量式を確立する必要がある。

混合粒径砂の流砂量に関する研究は、流下方向流砂量を対象として数多く行われ、粒径別限界掃流力³⁾、流砂

量式、armor coat および pavement の形式による粒度のふるい分け機構等^{4)~7)}が定量的に明らかにされてきた。

一方、横断方向流砂量に関する研究の多くは、一樣粒径砂についての理論的考察にとどまり^{8)~11)}、測定の困難さから、一樣粒径砂についてさえ、横断方向流砂量の直接測定がなされた研究はきわめて少ない^{12),13)}。混合粒径砂の横断方向流砂量式は、Parker・Andrews²⁾により提案されているが、一樣粒径砂における流砂量式からの類推で求められたものであり、粒径別横断方向流砂量の実測値がないために、式の適合性が検証されていない。そこで、本研究では、せん断力の推定精度が比較的高く、かつ横断方向流砂量の測定が容易な横断可傾斜型風洞¹²⁾を用いた混合粒径砂の流砂量実験を行い、粒径別横断方向流砂量式について検討を加える。

2. 実験装置および実験概要

開水路では、横断斜面上のせん断力が場所的に変化するため、ある地点で測定された流砂量をどの地点のせん断力と関連づければよいか不明である。また、せん断力分布の推定に誤差を伴い、横断方向流砂量の直接測定も困難である。このため、ほぼ一樣なせん断力分布が得られる、横断可傾斜型風洞を用いて実験を行った。一樣風路部は10 cm×30 cmの断面と4 mの長さを有し、横断

* 正会員 工博 埼玉大学助手 工学部建設基礎工学科
(〒338 浦和市下大久保 255)

** 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設基礎工学科
(同上)

*** 学生会員 埼玉大学大学院工学研究科 (同上)

方向傾斜角を 0° から 45° まで連続的に変化させることが可能である。この風路を図一1に示すような幅 24.5 cm の通風部と幅 5 cm の密閉部とに仕切り、密閉部の一部に横断方向流砂量採取用の開口部が設けてある。開口部は流下方向に連続して2つ設けてあり、上流側の開口部 (Hole B) は上流域から仕切り板に沿って流下する流砂量排除用であり、これの存在により、直下流の開口部 (Hole A) では横断成分をもつ流砂のみを採取することが可能となる。また Hole A には扉を設け、採取時間を精度よく測定できるようにした。流下方向流砂量は、下流端より流出する飛砂を多重スクリーンを用いて下方のパケツに採取することにより求めた。

実験に用いた砂は比重 2.65 の珪砂であり、図一2に示す粒度分布をもつほぼ一様な砂と混合砂の2種類で、中央粒径 d_{50} は両者とも 0.70 mm である。また混合砂

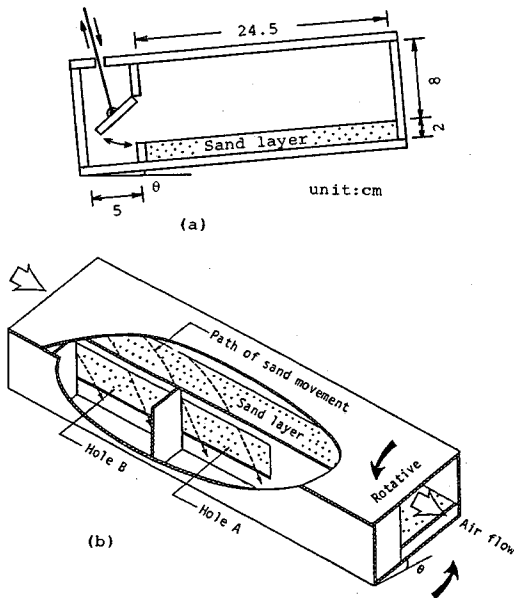
の平均粒径 d_m は粒径加積曲線より 0.80 mm と求まる。流砂量測定時の平均底面せん断力は、縦断方向の圧力勾配を測定し、足立¹⁴⁾の断面分割法を用いて算定することとしたが、流砂量測定時に流速分布を測定して底面せん断力が受け持つ部分の分割面積を求めることが困難であるため、それぞれの砂を底面 (流砂量測定時の砂面位置) に貼りつけた固定床実験で流速分布を測定することにより、圧力勾配と分割面積の関係をあらかじめ求めた。これにより、流砂量測定時には、圧力勾配のみを測定すれば平均底面せん断力が算定できるようにした。なお、流速の測定にはプラントル型ピトー管とアスカニア型微差圧計を用い、圧力勾配の測定にも同微差圧計を用いた。この方法の詳細は文献15) に記述されている。

3. 限界掃流力および縦断方向流砂量

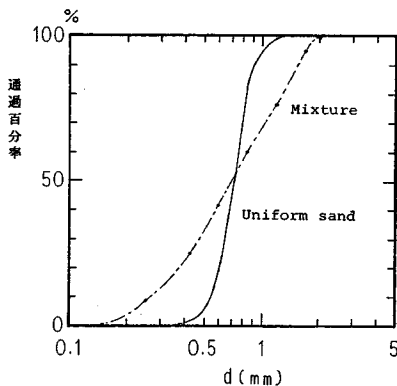
後述するように、横断方向流砂量に関しては横断・縦断流砂量比に関する理論的考察に基づいて推定式を導出するため、まず、風路実験に適合する縦断方向流砂量式について検討する。

空気流における砂移動は水流の場合と異なり、移動限界付近の流れであっても saltation 運動形態をとるため、限界掃流力が水流の場合よりもかなり小さくなることが知られている^{12), 16), 17)}。これは、空気流では最も移動しやすい砂粒子がひとたび移動を開始すると saltation により上方に浮き上がり、上方の速い空気流から大きな運動量を受けた後、砂面に衝突することにより、砂移動に寄与する平均的な有効掃流力を増大させているためであると考えられる¹⁷⁾。Chepil¹⁶⁾ はこのような移動限界状態を転動・滑動に対する fluid threshold と区別し、impact threshold と名付けている。また、Bagnold¹⁸⁾ は空気流において上流端で給砂がある場合には、給砂がない場合の限界掃流力より小さな掃流力でも下流域の砂移動を誘発することを実験的に見出しており、この状態は Chepil が名付けた impact threshold に相当すると考えられる。impact threshold では、1つの砂粒子が移動し始めると、浮上→加速→衝突により下流側の砂移動を次々と誘発するため、移動時には全面的に移動、静止時には全面的に静止といった、非定常の間欠の移動形態を示す。このため、どのような状態をもって移動限界とするかは、fluid threshold の場合とは一般に異なる。

Ikeda¹⁵⁾ と同様に、砂が全面的に移動し始めて停止し、次の砂移動が開始するまでの平均的時間間隔が 20 秒となる状態を移動限界状態と定義したとき、本実験で用いた一様砂の無次元限界掃流力および限界粒子レイノルズ数はそれぞれ、0.0173、24.3 と測定され、水流の場合に比べ無次元限界掃流力がかなり小さいことが確認された。混合砂においては一般に粒径ごとに限界掃流力が異



図一1 実験装置



図一2 使用砂の粒度分布

なるが、上記により限界状態を定義すれば、限界掃流力はどの粒径に対しても同じ値をとることになり不都合が生じる。別の限界掃流力の定義としては、十分に小さい流砂量となる掃流力をもって限界掃流力とすることが考えられる。平野⁵⁾は佐藤・吉川・芦田公式における限界掃流力時の流砂量の関係式を用い、掃流力が十分大きいときに適用される流砂量式

$$q_{*x} = K_1 \tau_*^{3/2} \dots \dots \dots (1)$$

に対する実測流砂量の割合が5%となる掃流力を限界掃流力と定義している。ここに、 q_{*x} は無次元流砂量($q_x/\sqrt{R_s g d^3}$)、 τ_* は無次元掃流力($\tau/(\rho R_s g d)$)、 K_1 は比例定数であり、 q_x 、 τ 、 ρ 、 R_s 、 g 、 d はそれぞれ、単位幅縦断流砂量、底面せん断力、流体の密度、砂の流体に対する相対比重($\rho_s/\rho-1$)、重力加速度、砂の粒径を表す。本研究においては、後述するように芦田・道上式¹⁹⁾と同様に限界掃流力における流砂量がゼロとなる流砂量式を採用するため、限界掃流力は、掃流力を徐々に下げていき、流砂量がちょうどゼロとなる掃流力で定義しなければならないが、これには測定の困難を伴う。そこで、図-3に示すように限界掃流力付近の流砂量の立ち上がりが急激であることを考慮して、近似的にきわめて微小な流砂を生じる掃流力で限界掃流力を定義する。本研究では、この微小流砂量を平野⁵⁾が用いた規準よりさらに小さな、掃流力が十分大きい場合に適用できる流砂量式、式(1)、に対する割合が1%となる流砂量にとることになると、図-3に示した中央粒径 $d_{50}=0.7\text{ mm}$ の一様砂に対する無次元限界掃流力 τ_{*c} は0.0155となる。こ

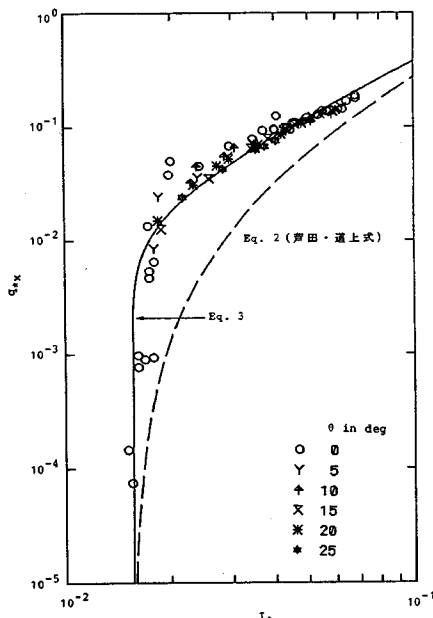


図-3 一様砂の縦断方向流砂量

の値はさきの Ikeda⁵⁾の定義による値より小さくなるが、さきの定義による限界状態においては間欠的に比較的大きな流砂量が存在すること、および本研究では限界掃流力で流砂量がゼロとなる流砂量式を採用することから、流砂量式の検討には後者の限界掃流力を用いることとする。

水路内流砂に関する芦田・道上の流砂量式¹⁹⁾は

$$q_{*x} = 17 \tau_*^{3/2} \left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}\right) \left(1 - \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_*}}\right) \dots \dots \dots (2)$$

と表わされる。図-3の破線は $\tau_{*c}=0.0155$ とした場合の芦田・道上の流砂量式を示す。池田¹²⁾も指摘しているように、空気流においては限界掃流力付近の流砂量の立ち上がりが水流の場合よりも急激であり、この付近の流砂量は式(2)ではうまく表現できない。流砂量の立ち上がりが水流の場合よりも急激になる理由は、空気流では移動限界付近でも流砂形態が saltation となり、砂粒子の移動速度が不連続的に急増するためであると考えられる。芦田・道上式を導くにあたっては、粒径程度の高さを移動する掃流運動を想定しているため、特に流砂速度について飛砂への適用が困難であり、結果的に、(流砂面積濃度)×(流砂速度)で表わされる流砂量式が空気流にうまく適合しないものと思われる。式(2)を若干修正し、実測流砂量によく適合する流砂量式を見出すと、

$$q_{*x} = K \tau_*^{3/2} \sqrt{1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_*}} \dots \dots \dots (3)$$

となる。図-3の実線は $K=13$ 、 $\tau_{*c}=0.0155$ とした場合の式(3)を表わす。また図-4は縦軸に q_{*x} 、横軸に $\tau_*^{3/2}(1-\tau_{*c}/\tau_*)^{1/2}$ をとり式(3)の適合性を検討したものである。同図の実線は $K=13$ を表わす。両図より、横断勾配角 θ が $0^\circ \sim 25^\circ$ の範囲においては、一様砂の縦断方向流砂量は横断勾配角によらず式(3)でよく表現

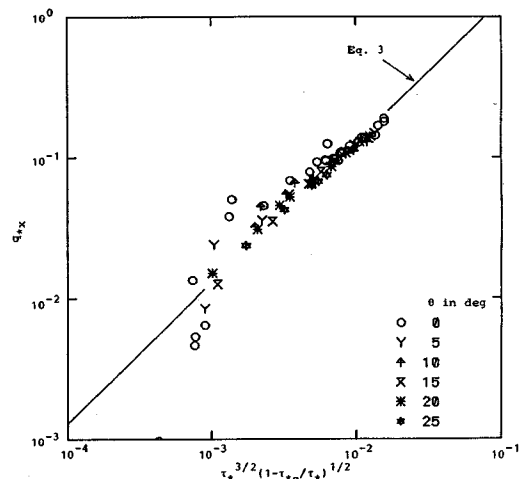


図-4 一様砂の縦断方向流砂量

できることがわかる。

次に、混合砂の粒径別限界掃流力および粒径別縦断方向流砂量式について考察する。一様砂の縦断方向流砂量式が式(2)または式(3)の一般的な形、

$$q_{*x} = f_n(\tau_{*i}, \tau_{*cl}) \dots \dots \dots (4)$$

で表わされるとき、混合砂の粒径別縦断方向流砂量については、全河床砂に占めるその粒径階層砂の河床での存在体積確率を P_i とし、一般に次式が成り立つと考えられる^{4),5)}。

$$q_{*xi} = P_i \cdot f_n(\tau_{*i}, \tau_{*cl}) \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 q_{*xi} は代表粒径 d_i の階層の無次元流砂量 ($q_{xi}/\sqrt{R_s g d_i^3}$)、 τ_{*i} は粒径 d_i で無次元化された無次元掃流力 ($\tau/(\rho R_s g d_i) = u_*^2/(R_s g d_i)$)、 τ_{*cl} は混合砂における粒径 d_i の砂の無次元限界掃流力 ($\tau_{cl}/(\rho R_s g d_i)$) である。図-5は、混合砂の粒径階層を7段階に分けた場合の水平床における q_{*xi}/P_i と τ_{*i} の関係を示す。同図より、粒径別流砂量の立ち上がり位置の無次元掃流力が粒径階層ごとに異なり、粒径別無次元限界掃流力は粒径が小さいものほど大きくなるのがわかる。一様砂の場合と同様に、 τ_{*i} が大きくなるに従って漸近する流砂量式(後述するように本実験結果に対しては $q_{*xi}/P_i = 10 \tau_{*i}^2$) に対する実測流砂量が1%となる τ_{*i} をその粒径階層の無次元限界掃流力 τ_{*cl} と定義すると、粒径別無次元限界掃流力は、粒径の大きい階層から順に、0.0104, 0.0132, 0.0180, 0.0253, 0.0366, 0.0515, 0.0891となる。

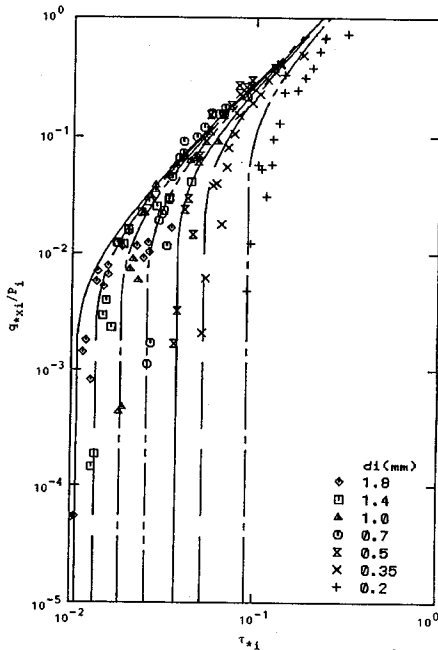


図-5 混合砂の粒径別縦断方向流砂量 (水平床、曲線群は各粒径に対応する式(9))

混合砂の粒径別限界掃流力に関する理論式としては、Egiazaroffの式³⁾が著名であり、

$$\tau_{*cl} = \frac{0.1}{\left(\log 19 \frac{d_i}{d_m}\right)^2} \dots \dots \dots (6)$$

で表わされる。先にも述べたように空気流では限界掃流力が水流の場合よりも低下するため、上式の絶対値を議論せず、上式を

$$\frac{\tau_{*cl}}{\tau_{*c50}} = \left(\frac{\log 19 \frac{d_{50}}{d_m}}{\log 19 \frac{d_{50}}{d_m} \frac{d_i}{d_{50}}} \right)^2 \dots \dots \dots (7)$$

と変形し、粒径別の限界掃流力を相対値で評価する。ここに、 τ_{*c50} は中央粒径に対する混合砂の無次元限界掃流力である。図-6に、実測された混合砂の粒径別無次元限界掃流力の粒径による変化(○印)と式(7)(実線)との関係を示す。実験結果は式(7)より、むしろ破線で示される

$$\frac{\tau_{*cl}}{\tau_{*c50}} = \left(\frac{d_i}{d_{50}} \right)^{-1} \dots \dots \dots (8)$$

に従う傾向を示す。上式を無次元化されない限界掃流力で表わすと、 $\tau_{cl}/\tau_{c50} = 1$ となり、どの粒径の砂もほぼ同じ掃流力で移動を開始することがわかる。空気流における粒径別限界掃流力がEgiazaroffによる式(7)に従わず、式(8)に従う理由は、前にも述べたように空気流における移動限界状態が impact threshold であることによる。すなわち、ある砂が移動を開始すれば、それが上方に飛び上がり、大きな運動量を得た後に砂面に衝突することにより、他のすべての粒径の砂の移動を誘発するためであると考えられる。しかし、粒度の分布幅が極端に広い場合に同様の現象がみられるかどうかは検討の余地がある。

粒径別限界掃流力が得られたので、式(3)から式(5)への変換を行い、粒径別流砂量式の適合性を検討する。式(3)から式(5)への変換を行うと、

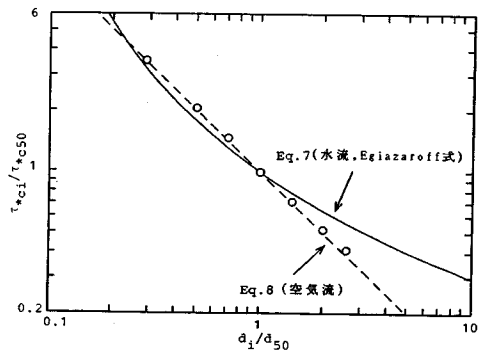


図-6 混合砂の粒径別無次元限界掃流力

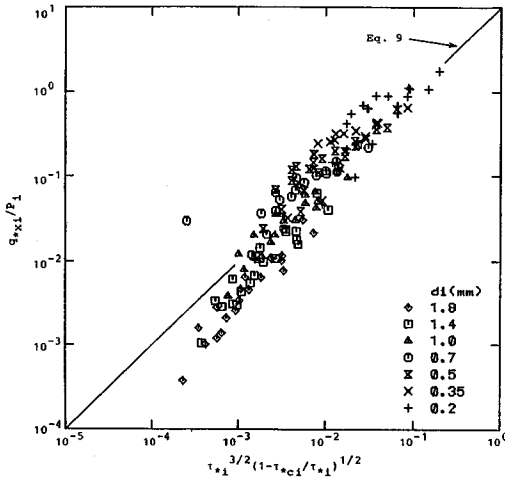


図-7 混合砂の粒径別縦断方向流砂量 ($\theta=5^\circ\sim 25^\circ$)

$$\frac{q_{*xl}}{P_i} = K \tau_{*i}^{3/2} \sqrt{1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}} \dots\dots\dots (9)$$

を得る。図-5の曲線群は、一様砂の場合と若干異なる比例定数 $K=10$ を用いた式 (9) を表わし、それぞれの粒径に対応した曲線が描かれている。最大粒径砂 (◇印) に対する適合度はやや悪いが、全体的には $K=10$ とした式 (9) により粒径別縦断方向流砂量をよく表現できる。図-7は横断勾配角 θ が $5^\circ, 10^\circ, 15^\circ, 20^\circ$ および 25° のデータに対して、 q_{*xl}/P_i と $\tau_{*i}^{3/2}(1-\tau_{*ci}/\tau_{*i})^{1/2}$ の関係を示す。一様砂の場合と同様に、 θ が $0^\circ\sim 25^\circ$ の範囲においては縦断方向流砂量に横断勾配の影響はほとんど現われず、図-7の実線が示すように式 (9) の比例定数は水平床の場合と同じ $K=10$ となる。また、掃流力が十分大きい領域では、粒径別限界掃流力によらず、すべての粒径の砂に対して、

$$\frac{q_{*xl}}{P_i} = 10 \tau_{*i}^{3/2} \dots\dots\dots (10)$$

が成り立つことが推定される。

4. 横断斜面上の横断方向流砂量

(1) 一様砂の横断方向流砂量

河床が横断勾配をもつ場合、あるいは底面せん断力が横断成分をもつ場合には、砂粒子は重力あるいは流体力の影響を受けて横断方向に移動する。吉川ら⁹⁾、Parker・Andrews²⁾、池田ら¹⁾は流水中を定常掃流運動する一様砂に作用する縦断方向、横断方向の力のつり合い式および移動限界状態における力のつり合い式から、砂粒子の移動方向角 β を以下のように理論的に求めている。

$$\tan \beta = \frac{q_{*y}}{q_{*x}} = \tan \delta + \frac{\lambda_c(1+\alpha\mu)}{\lambda\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*}}} \tan \theta \dots\dots\dots (11)$$

ただし、Parker・Andrews は $\lambda=\lambda_c=1$ 、池田らは $\lambda_c=1$ としている。ここに、 q_{*x}, q_{*y} はそれぞれ無次元縦、横断流砂量、 δ は底面流向角、 θ は底面の横断勾配角、 α, μ, λ はそれぞれ、揚力-抗力比、砂の動摩擦係数、砂の遮蔽係数であり、添字 c は移動限界時の諸量であることを示す。一様風路を用いた本実験では、二次流は微弱であると考えられるため、池田らの式に従うと式 (11) で $\delta=0, \lambda_c=1$ とした次式が適用される。

$$q_{*y} = q_{*x} \frac{1+\alpha\mu}{\lambda\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*c}}{\tau_{*}}} \tan \theta \dots\dots\dots (12)$$

縦断方向流砂量式として、前節で実験的に求めた式 (3) を用いると式 (12) は次のように変形される。

$$\frac{q_{*y}}{\tan \theta} = 13 \frac{1+\alpha\mu}{\lambda\mu} \tau_{*c}^{3/2} \sqrt{\left(1 - \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*}}\right) \frac{\tau_{*c}}{\tau_{*}}} \dots\dots\dots (13)$$

図-8は、横断勾配角が $5^\circ\sim 25^\circ$ のデータについて、式 (13) の関係が成り立つかどうかを検討したものであり、掃流力がきわめて小さい領域を除いて、同図の実線が示すように $(1+\alpha\mu)/(\lambda\mu)=1$ で式 (13) がほぼ成立する。また、比例定数を除いて、式 (13) の関数形は、Ikeda²⁰⁾ が実験的に求めた

$$\frac{q_{*y}}{\tan \theta} = 0.0085 \left[\frac{\tau_{*}}{\tau_{*c}} \left(\frac{\tau_{*}}{\tau_{*c}} - 1 \right) \right]^{1/2} \dots\dots\dots (14)$$

の関数形に一致する。式 (14) の係数 0.0085 は、式 (13) で実測値 $\tau_{*c}=0.0114$ を与え、 $(1+\alpha\mu)/(\lambda\mu)=0.54$ とおくことにより得られる。図-4、図-8より、縦断・横断流砂量の関係式は、水路流の場合と同様に式 (12) により表現できることが明らかであるが、砂の移動形態が異なるため、係数 $(1+\alpha\mu)/(\lambda\mu)$ の物理的意味とその値は空気流と水路流の場合¹⁾とで若干異なっていると考えられる。

(2) 混合砂の横断方向流砂量

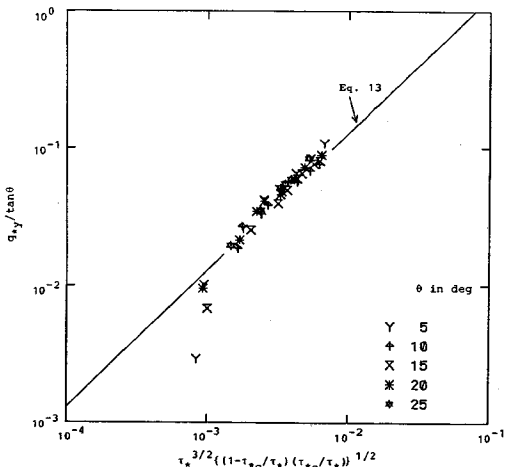


図-8 一様砂の横断方向流砂量

混合砂の粒径別横断流砂量を測定し、これを定式化した研究は著者らの知る限り皆無であるが、理論的考察に基づき、水路流の場合には式 (11) の τ_{*c} 、 τ_* をそれぞれ τ_{*ci} 、 τ_{*i} に置き換えて混合砂の粒径別横断・縦断流砂量比を算定することが Parker・Andrews²⁾ により提案されている。この方法によると、式 (12) は

$$\frac{q_{*yi}}{q_{*xi} \tan \theta} = \frac{1 + \alpha\mu}{\lambda\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}} \dots\dots\dots (15)$$

と変形される。図-9 は、式 (15) の適合性を調べるために、縦軸に $q_{*yi}/(q_{*xi} \tan \theta)$ 、横軸に τ_{*i}/τ_{*ci} をとり実験データをプロットしたものであるが、両者の相関は悪い。また、ある実験条件において (たとえば識別しやすい図-9 の τ_{*i}/τ_{*ci} が 4 付近の縦一列のデータ)、大粒径砂ほど横断・縦断流砂量比が大きいため、横断方向の sorting が生じることが明らかであるが、粒径別限界掃流力が粒径に依存しない空気流の場合には、式 (15) ではこの現象を説明できない。すなわち、粒径別限界掃流力が式 (8) に従う場合には、

$$\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}} = \frac{\tau_{ci}}{\tau} = \frac{\tau_{c50}}{\tau} \dots\dots\dots (16)$$

が成り立つため、式 (15) による限り、流砂の移動方向角はどの粒径に対しても同一となり、混合砂の横断方向の sorting は生じないことになる。空気流の混合砂に対して式 (15) が成り立たない理由は、先に述べたように空気流では流砂形態が saltation であり、砂粒子が受ける流体力が水路流における掃流運動の場合と異なるためであると考えられる。そこで、砂粒子が受ける流体力に砂粒子の飛び上がりの効果をも取り入れて、力のつ

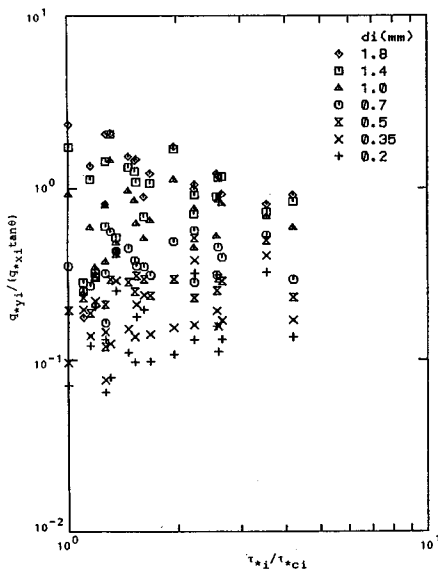


図-9 混合砂の横断・縦断流砂量比 (式 (15) による)

り合い式より砂の移動方向角を算定することを試みる。

図-10 に示すように、粒径 d_i の砂粒子の平均速度ベクトルを $\vec{V}_{pi} = (u_{pi}, v_{pi})$ 、砂粒子が跳躍する代表高さ z_i における流速ベクトルを $\vec{V}_{ei} = (u_{ei}, v_{ei})$ で表わし、それぞれの方向角を β_i 、 δ_i 、流体抗力の作用角を γ_i とすると、粒径 d_i の砂粒子に作用する縦断方向、横断方向の力のつり合い式は、それぞれ、

$$F_{Di} \cos \gamma_i - F_{ri} \cos \beta_i = 0 \dots\dots\dots (17)$$

$$F_{Di} \sin \gamma_i + F_{gi} \sin \theta - F_{ri} \sin \beta_i = 0 \dots\dots\dots (18)$$

となる⁹⁾。ここに、

$$F_{Di} = \Lambda_i \frac{\rho}{2} C_{Di} \frac{\pi}{4} d_i^2 (u_{ei} - u_{pi})^2 (1 + \tan^2 \gamma_i) \dots\dots\dots (19)$$

$$F_{Li} = \alpha F_{Di} \dots\dots\dots (20)$$

$$F_{gi} = \frac{\pi}{6} d_i^3 (\rho_s - \rho) g \dots\dots\dots (21)$$

$$F_{ri} = \mu (F_{gi} \cos \theta - F_{Li}) \dots\dots\dots (22)$$

$$\tan \beta_i = \frac{v_{pi}}{u_{pi}} \dots\dots\dots (23)$$

$$\tan \gamma_i = \frac{v_{ei} - v_{pi}}{u_{ei} - u_{pi}} \dots\dots\dots (24)$$

である。本研究では簡単化のために、saltation 運動をしている砂粒子に作用する底面との摩擦力 F_{ri} については、衝突による抵抗力の時間平均値を動摩擦力のように表わした式 (22) が成立するものと考えている (水中においては摩擦係数 $\approx 0.6^{21)}$ 。 $\tan \theta$ 、 $\tan \beta_i$ 、 $\tan \gamma_i \ll 1$ のもとでは、式 (19)~(24) を用いて、式 (17)、(18) はそれぞれ、

$$u_{ei} - u_{pi} = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\mu}{1 + \alpha\mu} \frac{R_s g d_i}{\Lambda_i C_{Di}}} \dots\dots\dots (25)$$

$$\tan \beta_i = \tan \delta_i + \frac{u_{ei} - u_{pi}}{u_{ei}} \frac{1 + \alpha\mu}{\mu} \tan \theta \dots\dots\dots (26)$$

と変形される。

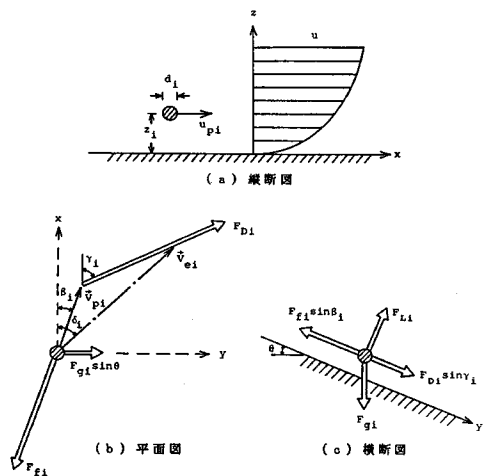


図-10 砂粒子に作用する力のつり合い図

ここで、粒径 d_i の一様砂の移動限界状態のつり合い式を考慮し、式 (25)、(26) の $u_{ei} - u_{pi}$ を限界摩擦速度を用いて表わす。一様砂上の流速分布が粗面の対数則に従い、相当粗度が粒径 d_i に等しいと仮定すると、移動限界にある静止砂粒子に作用する流体力を支配する代表流速は、

$$u_{eci} = u_{*ci} \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{ad_i}{d_i} + A_r \right) \dots\dots\dots (27)$$

で表わされる。ここに、 u_{*ci} は粒径 d_i の一様砂の移動限界摩擦速度、 κ はカルマン定数 (0.4)、 A_r は粗面対数分布式の定数 (8.5)、 u_{eci} は一様砂の移動限界状態における、底面から粒径 d_i の a 倍上方の点における流速である (Egiazaroff³⁾ によれば $a=0.63$)。移動限界状態における力のつり合い式は、式 (25) において、 $u_{pi}=0$ 、 $u_{ei}=u_{eci}$ 、 $\Lambda_i=\Lambda_{icu}$ 、 $C_{Di}=C_{Dicu}$ とおくことにより、

$$u_{eci} = u_{*ci} \left(\frac{1}{\kappa} \ln a + A_r \right) = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\mu}{1+\alpha\mu} \frac{R_s g d_i}{\Lambda_{icu} C_{Dicu}}} \dots\dots\dots (28)$$

となる。したがって、式 (25) は u_{*ci} を用いて

$$u_{ei} - u_{pi} = u_{*ci} \left(\frac{1}{\kappa} \ln a + A_r \right) \frac{\lambda_{icu}}{\lambda_i} \sqrt{\frac{C_{Dicu}}{C_{Di}}} \dots\dots (29)$$

と表わされる。ここに、 $\lambda_{icu} = \sqrt{\Lambda_{icu}}$ 、 $\lambda_i = \sqrt{\Lambda_i}$ である。水路流における掃流砂の遮蔽係数 λ_i は 0.59 程度であるが⁹⁾、saltation 運動をする飛砂の場合には、他の粒子による遮蔽の影響は小さく、 $\lambda_i \approx 1$ が成り立つと考えられる。

次に、混合砂が saltation 運動をするとき、各粒径の砂に作用する流体力に関する代表流速 u_{ei} を対数則を用いて見積る。Egiazaroff³⁾ と同様に、混合砂面の相当粗度が平均粒径 d_m に等しいと仮定すると、粗面の対数流速分布式は、

$$u = u_* \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{z}{d_m} + A_r \right) \dots\dots\dots (30)$$

となる。したがって、粒径 d_i の砂粒子が移動する平均高さを z_i とすると、流体力に関する代表流速 u_{ei} は、

$$u_{ei} = u_* \left(\frac{1}{\kappa} \ln \frac{z_i}{d_m} + A_r \right) \dots\dots\dots (31)$$

と表わされる。混合砂の各粒径粒子の平均移動高さ z_i は本研究では測定されていないが、土屋・河田²²⁾ は一様砂を用いて飛砂の実験を行い、同一の u_* に対する saltation 飛高が粒径にほとんど依存しないことを見出している。本研究では底面に垂直方向の運動方程式を考慮していないため、平均移動高さ z_i を見積ることができない。そこで、混合砂においても同様な条件、

$$z_i = b d_m \dots\dots\dots (32)$$

が成り立つと仮定する。このとき、式 (31) は

$$u_{ei} = u_* \left(\frac{1}{\kappa} \ln b + A_r \right) \dots\dots\dots (33)$$

となる。ここに、 b はある定数である。

式 (29)、(33) を式 (26) に代入し、 $C_{Di} = C_{Dicu}$ を仮定すると、砂粒子の移動方向角が、摩擦速度を用いて、

$$\tan \beta_i = \tan \delta_i + c \frac{u_{*ci}}{u_*} \tan \theta \dots\dots\dots (34)$$

$$c = \frac{(\ln a)/\kappa + A_r}{(\ln b)/\kappa + A_r} \frac{\lambda_{icu}(1+\alpha\mu)}{\lambda_i\mu} \dots\dots\dots (35)$$

と表わされる。さらに、 $\tan \beta_i$ が横断方向・縦断方向の粒径別流砂量比 q_{yi}/q_{xi} に等しいことを考慮すると、 $\tan \delta_i=0$ のとき、式 (34) は、

$$\frac{q_{yi}}{q_{xi}} = c \sqrt{\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}} \tan \theta \dots\dots\dots (36)$$

と変形される。ここに、 q_{yi} および q_{xi} は粒径階層 i の横断方向流砂量 q_{yi} および縦断方向流砂量 q_{xi} を粒径 d_i を用いて無次元化した無次元流砂量、 τ_{*ci} は粒径 d_i の一様砂の限界掃流力を粒径 d_i を用いて無次元化した無次元限界掃流力、 τ_{*i} は同様に d_i で無次元化した無次元掃流力である。式 (32)、(35) の b は掃流力の大きさによって変化すると予想されるが、 b の変化に対する c の変化はきわめて小さいことから、 c はほぼ一定と考えることができる。

本研究で用いた一様砂は、粒径が 0.7 mm のもの一種類であるため、各粒径階層の砂に対する一様砂の無次元限界掃流力 τ_{*ci} が不明であるが、図-11 に示すように池田・宮下¹²⁾ の結果も用いて補間推定し、これを用いた式 (36) と実験データの対応を図-12 に示す。同図中の実線は、 $c=0.75$ とした場合の式 (36) を表わす。これより、実験データのばらつきは大きいものの、式 (36) は実験結果をほぼ説明できることがわかる。式 (36) の q_{xi} に混合砂の粒径別縦断方向流砂量式、式 (9) を代入すると、粒径別横断方向流砂量式は、

$$\frac{q_{yi}}{P_i \tan \theta} = K \cdot c \cdot \tau_{*i}^{3/2} \left\{ \left(1 - \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}} \right) \frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}} \right\}^{1/2} \dots\dots (37)$$

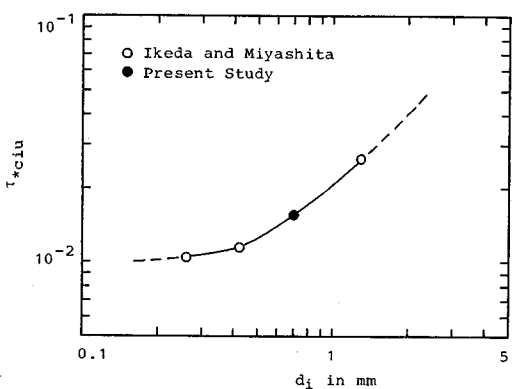


図-11 一様砂の無次元限界掃流力 (空気流)

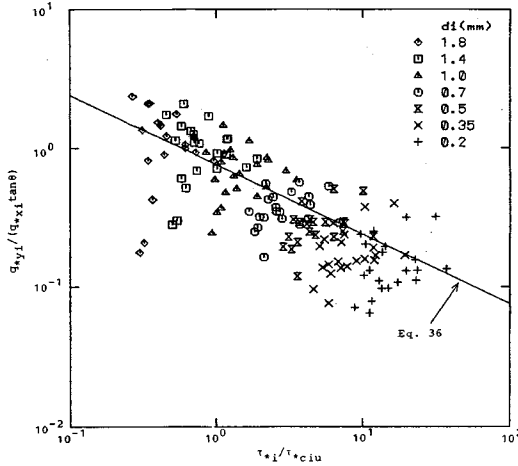


図-12 混合砂の粒径別横断・縦断流砂量比 (式 (36) による)

となる。図-13に、先に求めた $K=10$, $c=0.75$ を用いた式 (37) (実線) と実験結果の対応を示す。これより、掃流力がきわめて小さい場合の大粒径砂を除いて、式 (37) はよい精度で実験結果と適合することがわかる。

(3) 水路流における混合砂の横断方向流砂量

砂粒子の運動が河床近傍で掃流運動する、水路流の混合砂粒子に作用する流体力は、底面からそれぞれの粒径程度の高さの流速に支配されると考えられる。このような考え方をもとに、Egiazaroff⁽³⁾ は混合砂の粒径別限界掃流力の説明に成功している。これに基づいて、水路流の掃流砂に対して式 (31) は、

$$u_{ei} = u_* \left(\frac{1}{\chi} \ln \frac{ad_i}{d_m} + A_r \right) \dots \dots \dots (38)$$

と修正される。また、粒径別の移動限界流速は、

$$u_{eci} = u_{*ci} \left(\frac{1}{\chi} \ln \frac{ad_i}{d_m} + A_r \right) = \sqrt{\frac{4}{3} \frac{\mu}{1+\alpha\mu} \frac{R_s g d_i}{\lambda_{ic} C_{Dic}}} \dots \dots \dots (39)$$

となる。式 (25), (39) より、相対速度差 $u_{ei} - u_{pi}$ は

$$u_{ei} - u_{pi} = u_{*ci} \left(\frac{1}{\chi} \ln \frac{ad_i}{d_m} + A_r \right) \frac{\lambda_{ic}}{\lambda_i} \sqrt{\frac{C_{Dic}}{C_{Di}}} \dots \dots \dots (40)$$

と表わされる。移動限界時と掃流運動時とで混合砂の粒子配列が変わらないと考えると $\lambda_{ic} = \lambda_i$ が成り立ち、移動限界状態と移動時とで抗力係数はほとんど変化しないと考えられるため、 $C_{Dic} = C_{Di}$ が成り立つと考えられる。このとき、式 (40) は近似的に

$$u_{ei} - u_{pi} = u_{*ci} \left(\frac{1}{\chi} \ln \frac{ad_i}{d_m} + A_r \right) \dots \dots \dots (41)$$

となる。

式 (38), (41) を式 (26) に代入すると、

$$\tan \beta_i = \tan \delta_i + c' \frac{u_{*ci}}{u_*} \tan \theta \dots \dots \dots (42)$$

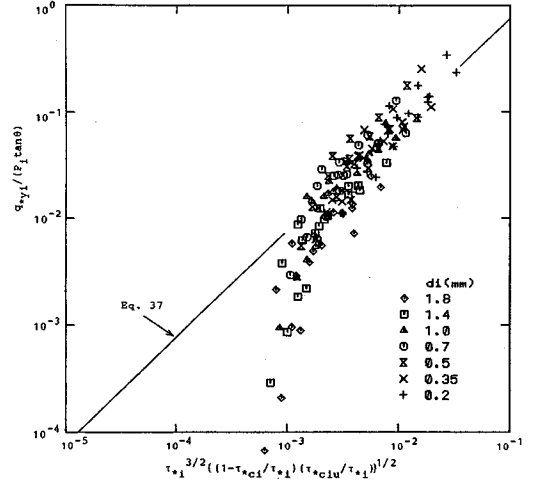


図-13 混合砂の粒径別横断方向流砂量

$$c' = \frac{1+\alpha\mu}{\mu} \dots \dots \dots (43)$$

が得られ、無次元掃流力を用いて流砂量比の形で表わすと、

$$\frac{q_{*yi}}{q_{*xi}} = \tan \delta_i + \frac{1+\alpha\mu}{\mu} \sqrt{\frac{\tau_{*ci}}{\tau_{*i}}} \tan \theta \dots \dots \dots (44)$$

となる。式 (44) は Parker・Andrews⁽²⁾ が一様砂の横断流砂量式を混合砂の場合に準用した式に一致する。式 (44) の適合性は、実験が困難であることから検証されてはいないが、同様の考え方のもとで導かれた一様砂に対する横断方向流砂量式、式 (12) を水路実験データと比較することにより、式 (44) の適合度を間接的に評価する。図-14は Ikeda⁽²⁰⁾ により測定された水路流の横

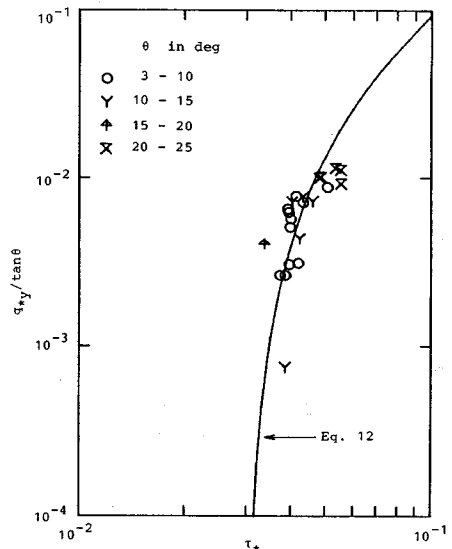


図-14 水路における一様砂の横断方向流砂量

断方向流砂量と実験で示される式(12)との関係を示す。ただし、縦断方向流砂量が測定されていないため、式(12)の q_{*x} には、芦田・道上式、式(2)を用い、Shields curve から大まかに $\tau_{*c}=0.03$ ($d=1.3$ mm)とした。また実線は空気流の一樣砂の場合と同様に $(1+\alpha\mu)/(\lambda\mu)=1$ として描かれている。用いた縦断方向流砂量式の精度にもよるが、式(12)は実測横断方向流砂量をよく表現していると考えられ、この結果およびここでの理論展開、空気流での実験を通して、式(44)の適合度は高いものと推定される。

式(34)、(35)と式(42)、(43)あるいは、式(36)と式(44)の差は、空気流の場合の飛砂が粒径によらずほぼ同一の流速による流体力を受けるのに対して、水路流の掃流砂は粒径が大きいものほど速い流速による流体力を受けることから生じている。この差により、粒度の横断的ふるい分けの度合が空気流の場合と水路流の場合と異なる。二次流が存在しない場合の混合砂の粒径別移動方向角は、空気流については、式(34)より、

$$\frac{\tan \beta_i}{\tan \beta_m} = \frac{u_{*ciu}}{u_{*cmu}} = \sqrt{\frac{\tau_{*ciu} d_i}{\tau_{*cmu} d_m}} \dots\dots\dots (45)$$

となる。一樣砂の無次元限界掃流力が粒径によらずほぼ一定の領域を考えると ($\tau_{*ciu} = \tau_{*cmu}$)、式(45)は

$$\frac{\tan \beta_i}{\tan \beta_m} = \sqrt{\frac{d_i}{d_m}} \dots\dots\dots (46)$$

となり、移動方向角が粒径の平方根に比例することがわかる。一方、水路流の場合には、式(42)より、

$$\frac{\tan \beta_i}{\tan \beta_m} = \frac{u_{*ci}}{u_{*cm}} = \sqrt{\frac{\tau_{*ci} d_i}{\tau_{*cm} d_m}} \dots\dots\dots (47)$$

と表わされ、芦田・道上⁴⁾により修正された Egiazaroff の粒径別限界掃流力

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tau_{ci}}{\tau_{cm}} &= \left\{ \frac{\log 19}{\log (19 d_i/d_m)} \right\}^2 \frac{d_i}{d_m} && ; \frac{d_i}{d_m} > 0.4 \\ \frac{\tau_{ci}}{\tau_{cm}} &= 0.85 && ; \frac{d_i}{d_m} \leq 0.4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (48)$$

を用いると、

$$\left. \begin{aligned} \frac{\tan \beta_i}{\tan \beta_m} &= \frac{\log 19}{\log (19 d_i/d_m)} \sqrt{\frac{d_i}{d_m}} && ; \frac{d_i}{d_m} > 0.4 \\ \frac{\tan \beta_i}{\tan \beta_m} &= 0.92 && ; \frac{d_i}{d_m} \leq 0.4 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (49)$$

となる。式(46)と比較すると、図-15に示すように、水路流の方が、粒径による移動方向角の変化は小さくなるのがわかる。空気流の場合ほど粒径による差が大きくなる原因は、式(25)、(26)において、 $u_{ei} - u_{pi}$ は空気流の場合と同様に粒径の平方根に比例するが、 u_{ei} が大粒径砂ほど大きく、 $\log 19(d_i/d_m)$ に比

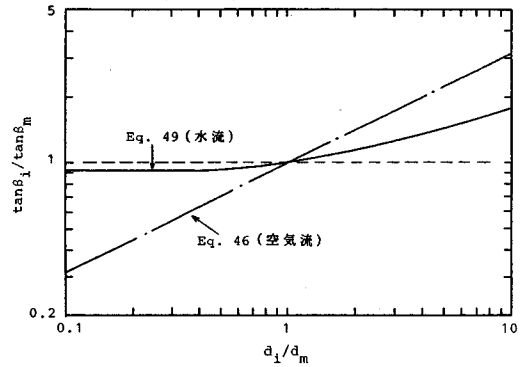


図-15 混合砂の移動方向角の粒径による変化

例することによる。このような機構により、粒径別に砂の移動方向が異なり、横断方向へのふるい分けが生じるが、水路流では式(47)が示すように、見掛け上、粒径別限界掃流力の差だけに起因して横断方向へのふるい分けが生じるかのように表現される。

ここで導かれた流砂量式はすべて平衡流砂量式であり、混合砂のふるい分けは本質的に非平衡状態で生じるものであるが、一樣砂の場合と同様に非平衡性の度合は流砂量を規定する境界付近、水理条件の急変点付近を除けばそれほど強くはなく²³⁾、このような領域では近似的に平衡流砂量式を用いてふるい分け現象を定量化することが可能であると考えられる。

5. 結 論

本研究では、混合砂の横断的ふるい分け機構を明らかにするために、ほぼ一樣な掃流力分布が得られる風洞実験により混合砂の粒径別縦・横断流砂量を測定し、若干の理論的考察を加えた。この結果、以下のことが明らかとなった。

(1) 空気流における無次元限界掃流力は水流の場合に比べて小さく、限界掃流力付近の掃流力の変化に対する流砂量変化の割合は水流の場合より大きくなる。

(2) 水流における混合砂の粒径別限界掃流力は Egiazaroff が示したように粒径ごとに異なるが、空気流では移動限界状態が impact threshold となるため、限界掃流力は粒径によらずほぼ一定となる。

(3) 混合砂の粒径別縦断方向流砂量式は、一樣砂の流砂量式の τ_* を τ_{*i} に、 τ_{*c} を τ_{*ci} に置き換えることにより得られ、実験値との対応は良好である。

(4) 空気流における混合砂の粒径別横断・縦断流砂量比は、 $\sqrt{\tau_{*ci}/\tau_{*i}}$ に比例せず、 $\sqrt{\tau_{*ciu}/\tau_{*i}}$ に比例する。これは、空気流における砂の移動形態が saltation 運動であり、平均移動高さが粒径に依存しないためであると考えられる。一方、平均移動高さがおのおのの粒径程度

である水流の場合には、混合砂の粒径別横断・縦断流砂量比は $\sqrt{\tau_{*ci}/\tau_{*c}}$ に比例することが理論的に説明される。

謝 辞：本研究は文部省科学研究費 試験研究（研究代表者：吉川秀夫 早大教授，課題番号：60850102）の補助を受けて行った。また，実験には当時学部4年生の水野谷紀昭君（現在，前田道路）の協力を得た。ここに記して，感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) 池田駿介・山坂昌成・千代田将明：混合砂礫床一様湾曲流路の平衡横断形状と Sorting について，土木学会論文集，第 375 号/II-6，pp.151~160，1986.
- 2) Parker, G. and Andrews, E. D. : Sorting of Bed Load Sediment by Flow in Meander Bends, Water Resources Research, Vol. 21, No. 9, pp.1361~1373, 1985.
- 3) Egiazaroff, I. V. : Calculation of Nonuniform Sediment Concentrations, Proc. ASCE, Vol. 91, No. HY4, pp. 225~247, 1965.
- 4) 芦田和男・道上正規：混合砂礫の流砂量と河床変動に関する研究，京大防災研究所年報，第 14 号 B, pp. 259~273, 1971.
- 5) 平野宗夫：Armoring をともなう河床低下について，土木学会論文報告集，第 195 号，pp.55~65，1971.
- 6) 平野宗夫：混合砂れき河床の変動と平衡河床に関する研究，土木学会論文報告集，第 207 号，pp.51~60，1972.
- 7) Parker, G. and Klingeman, P. C. : On Why Gravel Bed Streams Are Paved, Water Resources Research, Vol. 18, No. 5, pp.1409~1423, 1982.
- 8) 平野宗夫：拡幅を伴う流路変動について，土木学会論文報告集，第 210 号，pp.13~20，1973.
- 9) 吉川秀夫・池田駿介・北川 明：湾曲水路の河床変化について，土木学会論文報告集，第 251 号，pp.65~75，1976.
- 10) 福岡捷二・山坂昌成：なめらかな横断面形状をもつ直線流路のせん断力分布と拡幅過程の解析，土木学会論文集，第 351 号/II-2，pp.87~96，1984.
- 11) 黒木幹男・岸 力：中規模河床形態の領域区分に関する理論的研究，土木学会論文報告集，第 342 号，pp.87~96，1984.
- 12) 池田駿介・宮下修一：斜面における砂の移動について，第 25 回水理講演会論文集，pp.55~60，1981.
- 13) 長谷川和義：非平衡性を考慮した側岸浸食量式に関する研究，土木学会論文報告集，第 316 号，pp.37~50，1981.
- 14) 足立昭平：長方形断面水路の側壁効果に関する研究，土木学会論文集，第 81 号，pp.17~24，1962.
- 15) Ikeda, S. : Incipient Motion of Sand Particles on Side Slopes, Proc. ASCE, Vol. 108, No. HY1, pp.95~115, 1982.
- 16) Chepil, W. S. : Dynamics of Wind Erosion II, Initiation of Soil Movement, Soil Science, Vol. 60, pp.397~411, 1945.
- 17) Ikeda, S. : Closure to "Incipient Motion of Sand Particles on Side Slopes", J. of Hydraulic Engrg., ASCE, Vol. 109, No. 5, pp.784~786, 1983.
- 18) Bagnold, R. A. : The Movement of Desert Sand, Proc. Royal Society of London, Vol. 157 A, pp.594~620, 1936.
- 19) 芦田和男・道上正規：移動床流れの抵抗と掃流砂に関する基礎的研究，土木学会論文報告集，第 206 号，pp.59~69，1972.
- 20) Ikeda, S. : Lateral Bed Load Transport on Side Slopes, Proc. ASCE, Vol. 108, No. HY11, pp.1369~1373, 1982.
- 21) Bagnold, R. A. : Sediment Transport by Wind and Water, Nordic Hydrology, Vol. 10, No. 5, pp.309~322, 1979.
- 22) 土屋義人・河田恵昭：飛砂における砂粒の saltation の特性について，第 18 回海岸工学講演会論文集，pp.359~364，1971.
- 23) 福岡捷二・山坂昌成・安陪和雄：強い非平衡流砂運動を伴う河床変動，第 28 回水理講演会論文集，pp.679~684，1984.

(1986.12.15・受付)