

非線形構造系の地震時挙動特性の同定

IDENTIFICATION OF RESTORING FORCE CHARACTERISTICS OF NONLINEAR SYSTEMS DURING EARTHQUAKES

星谷 勝*・丸山 收**

By Masaru HOSHIYA and Osamu MARUYAMA

A method was developed to identify parameters on a hysteretic restoring system of non-degrading type by applying the Extended Kalman filter incorporated with a weighted global iteration. The method is based on a simplified versatile hysteretic model by Bouc and Wen. By this method a nonlinear model of non-degrading type equivalent to any hysteretic system may be identified in terms of the model's parameters at the stage of their stable convergency to optimal ones. Numerically simulated data were used for the verification of the method.

Keywords: extended Kalman filter, versatile hysteretic model, EK-WGI procedure, nonlinear restoring force, system identification

1. はじめに

本研究は、構造系に対して、地震入力波形と応答波形を観測データとして得たときに、その構造系の地震時非線形特性を同定する手法を開発し、数値シミュレーションによりその有効性を示したものである。ここでは、拡張カルマンフィルターにより、同定が可能となるように問題の定式化を行っている。

構造系の地震時非線形復元力特性の同定を、制御理論の同定手法または最適化手法により検討した研究には、構造系の未知の復元力特性がバイリニア型のモデルで表わされるとして最適化手法により構造同定を行った Distefano らの研究¹⁾、および著者の1人が提案した拡張カルマンフィルターアルゴリズムを基本とした構造同定手法（EK-WGI 法^{2)~4)}の研究などがある。さらに、Yao らは、RC 構造物の振動実験記録を用いて、基本運動方程式中の未知の非線形復元力を多項式に近似し、最適化手法により復元力特性の同定⁵⁾を行っている。そして、その結果から得られた情報を構造物の劣化検診シス

テムの判断基準の一部へとフィードバックして用いている⁶⁾。

本研究では、拡張カルマンフィルターアルゴリズム中の状態方程式を、Bouc⁷⁾およびWen ら^{8)~10)}の提案する多面型（Versatile 型）の復元力特性モデルを用いて定式化した。そして、この状態方程式に基づいて、構造系の地震時非線形挙動を同定するための一手法を示した。ここで、Bouc および Wen らの提案する Versatile 型の復元力特性モデルを修正し単純化したモデルを多面型モデルとした。したがって、本研究で定式化した多面型モデルは、強度と剛性の劣化には追従できないが、比較的多くの非線形性を表現できるモデルになっている。

本研究の目的は、未知の構造系の地震時復元力特性の同定である。その際、比較的多くの復元力特性を表現できる多面型モデルを用いて定式化した。これは、特定の数式に支配された系にあてはめることを避けるためである。また、本研究で行った定式化による同定結果を検証するために既知システムとその入出力波形が必要である。そこで、本研究では、既知の諸元を有するバイリニア型モデルを用いて入力とその応答である観測波形を作成した。

以下、本論では、①多面型モデルの特長について、②微小線形振動時の減衰定数および固有円振動数の同定、

* 正会員 Ph.D. 武藏工業大学教授 土木工学科
(〒158 世田谷区王堤1-28-1)

** 学生会員 工修 武藏工業大学大学院工学研究科博士課程
在学中（同上）

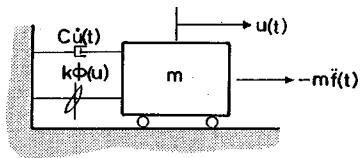


図-1 基本構造系

③地震入力による非線形構造系の履歴性状の同定および多面型復元力特性モデルの同定、④多面型復元力特性モデル同定の検証等について述べる。

2. 多面型モデルの特長

(1) 基本構造系

本研究で採用する多面型モデルの基本構造系(図-1)の運動方程式は、次式のように表わされる。

$$m\ddot{u}(t) + c\dot{u}(t) + k\phi(u(t)) = -m\ddot{f}(t) \quad (1)$$

あるいは、

$$\ddot{u}(t) + 2h_0\omega_0\dot{u}(t) + \omega_0^2\phi(u(t)) = -\ddot{f}(t) \quad (2)$$

ここで、 m ：質量、 c ：減衰定数、 k ：初期剛性、 $\phi(u(t))$ ：非線形復元力特性、 ω_0 ：微小線形振動時の固有円振動数、 h_0 ：微小線形振動時の減衰定数、 $\ddot{f}(t)$ ：入力加速度、 $u(t)$ ：相対変位応答、 $[\cdot]$ ：時間微分である。

さらに、非線形復元力特性 $\phi(u(t))$ は、時間微分の形で表現された Bouc⁷⁾ および Wen^{8)~10)} の提案する多面型復元力特性モデルを用いると次式⁸⁾のようになる。

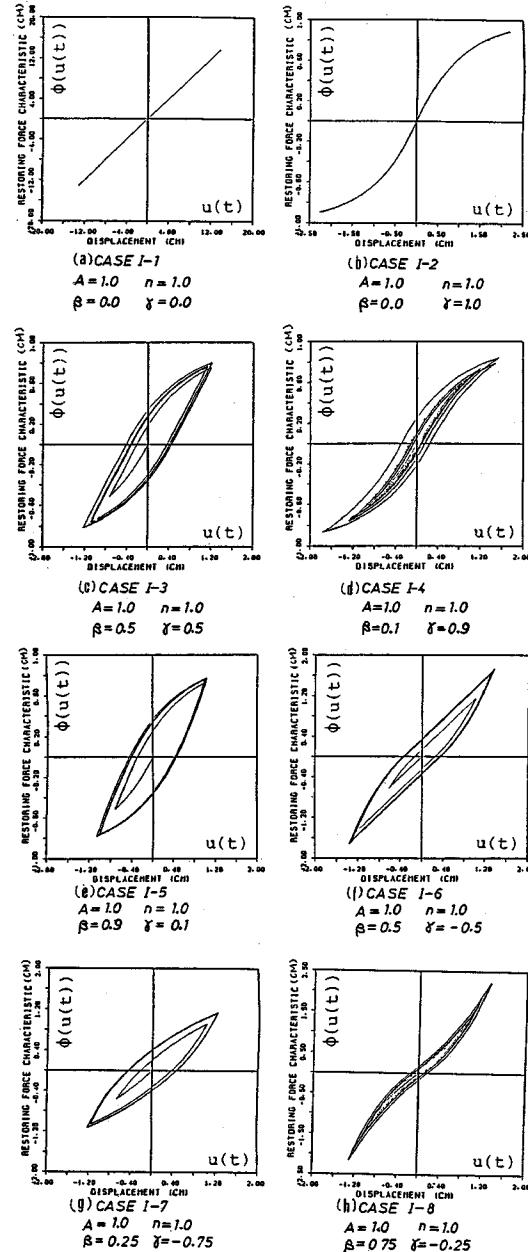
$$\begin{aligned} \dot{\phi}(u(t)) &= A\dot{u}(t) - \beta|\dot{u}(t)| |\phi(u(t))|^{n-1}\phi(u(t)) \\ &\quad - \gamma\dot{u}(t)|\phi(u(t))|^n \end{aligned} \quad (3)$$

ここで、 A 、 β 、 γ および n は多面型復元力特性モデルの形状を支配するパラメーターである。

(2) 多面型復元力特性モデルの特長

多面型復元力特性モデルを用いて応答解析を行い、各パラメーターの数値の与え方により、モデルの示す履歴性状の違いについて検討する。まず、運動方程式(2)で、 $h_0=0.0$ および $\omega_0=7.07$ (rad/s) として、調和的入力波形を作成させた場合の応答計算結果から得られる復元力特性を、各パラメーターの組合せごとに図-2に示した。なお、入力波形は、固有円振動数 7.07 (rad/s)、継続時間 5.0 (s)、サンプル間隔 0.01 (s) および最大加速度 40.0 (gal) の諸元をもつ正弦波とした。また、応答計算はルンゲクッタジル法により行った。

得られた復元力特性(図-2)において、(a) CASE I-1 は線形系の復元力特性、(b) CASE I-2 は軟化ばね系の復元力特性を示していることがわかる。なお、 A は履歴の傾きを表わすパラメーターであるが、ここでの議論では、 $A=1.0$ の場合について示してある。さらに、 $n=1.0$ および $A=1.0$ と固定して、 β および γ の値を変化させることにより、軟化型および硬化型など

図-2 多面型モデルの復元力特性 ($n=1.0$)

の特長を有する履歴特性を表現できることがわかる(図-2(c)~(h))。

次に、パラメーター n が復元力特性の形状に与える影響について調べる。ここでは、 $A=1.0$ 、 $\beta=0.9$ および $\gamma=0.1$ と共に値を用いて、 n の値を、1.0、3.0、5.0、10.0 および 20.0 さらに 30.0 と与えて 5 つのケースについて検討した(図-3)。ここで、構造系および入力波形の諸元は、先の計算例と同一のものを用いた。

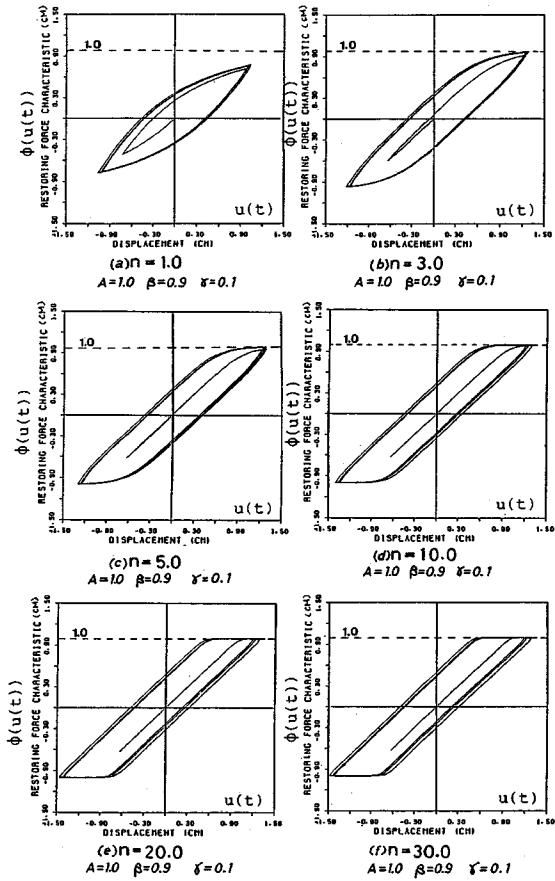
図-3 多面型モデルの復元力特性 (n の影響)

図-3より、パラメーター： n の値が $n \rightarrow \infty$ となると、多面型モデルの示す復元力特性は、完全弾塑性型モデルへと近づいていくことがわかる。

以上のように、式(3)はパラメーターの与え方により、多面的な履歴を示すことになる。これらの詳細については、Wen らの文献8)～10)に示されている。

次節以降では、この柔軟性をもつモデルを用いて、非線形特性の同定を行うこととする。

3. 拡張カルマンフィルターへの定式化

ここで用いる同定手法の EK-WGI 法に関する詳細な説明は、参考文献2)に委ねることにするが、これを適用するためには問題ごとに最も合理的な状態方程式および観測方程式の定式化を行なうことが肝要である。以下に示すが、同定すべき特性値を要素に含んだ状態ベクトル x_t に関する状態方程式と観測量を要素とした観測ベクトル y_{tk} に関する観測方程式が導ければ、EK-WGI 法のアルゴリズムにより自動的に最適推定値が求まる。

さて、拡張カルマンフィルターは、非線形連続型状態

方程式(4)と非線形離散型観測方程式(5)を基本としている。

$$dx_t/dt = f(x_t, t) \dots (4)$$

$$y_{tk} = h(x_{tk}, t) + v_k \dots (5)$$

ここで、 x_t, x_{tk} ：それぞれ連続型、離散型の状態推定ベクトル、 y_{tk} ：離散型観測ベクトル、 v_k ：ガウス白色雑音、 $E[v_k v_k^T] = R(k) \cdot \delta_{kk}$ 、 δ_{kk} ：クロネッカーデルタ関数、 $E[\cdot]$ ：期待値である。

次に、本研究に拡張カルマンフィルターを適用するには、基本構造系の運動方程式(2)および多面型復元力特性モデル(3)を状態方程式(4)に変換する必要がある。ここで、 $X_1 = u(t)$ 、 $X_2 = \dot{u}(t)$ 、 $X_3 = \phi(u(t))$ 、 $X_4 = h_0$ 、 $X_5 = \omega_0$ とおき、さらに $X_6 = \beta$ 、 $X_7 = \gamma$ および $X_8 = A$ とおくと式(6)のように状態方程式へと表現することができる。本研究では、パラメーター： n については既知の値とし、あらかじめ与えることとした。その理由は、 n の値が多面型復元力特性モデルに指数的に影響するために同定が困難であったので、予備計算(図-3)から判断して、あらかじめ設定した n の値を用いることとした。

$$\begin{bmatrix} \dot{X}_1 \\ \dot{X}_2 \\ \dot{X}_3 \\ \dot{X}_4 \\ \dot{X}_5 \\ \dot{X}_6 \\ \dot{X}_7 \\ \dot{X}_8 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X_2 \\ -2X_4X_5X_2 - X_5^2X_3 - f(t) \\ X_5X_2 - X_6|X_2| |X_3|^{n-1}X_3 - X_7X_2|X_3|^n \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \dots (6)$$

また、式(5)に対応する観測方程式は、履歴特性に変位および速度が最も影響を与えるであろうことを考慮して、変位応答波形および速度応答波形が観測されるものとして次式で与えた。

$$\begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \\ 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix} X_t + V_k \quad \dots (7)$$

4. 地震時非線形復元力特性の推定

(1) 観測データの作成

この研究で定式化した同定手法の適用性を調べるために、観測データは、あらかじめ設定した入力波形および既知の諸元を有するバイリニア型の復元力特性を用いて数値計算により作成した。入力波形は、1979年の Imperial Valley 記録で、時間刻み 0.01 (s)、継続時間 30 (s) および最大加速度 213.1 (gal) である。また、構造系は式(2)において微小線形振動時の減衰定数： $h_0 = 0.1$ 、固有円振動数： $\omega_0 = 7.07$ (rad/s) さらにバイリ

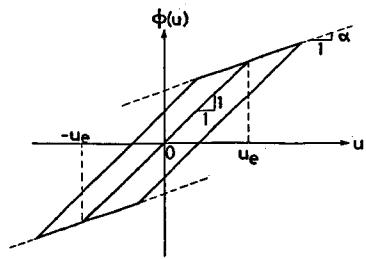


図-4 バイリニア型の復元力特性

ニア型の復元力特性(図-4)は、降伏変位： $U_e = 2.5$ (cm)、弾塑性傾斜率： $\alpha = 0.4$ とした。以上の諸元を用いて応答計算を行った。図-5には、入力波形、バイリニア系の復元力特性および本手法で観測データとして用いる変位応答波形および速度応答波形と、参考までに加速度応答波形を示した。

(2) 減衰定数および固有円振動数の同定

同定の手順として、パラメーターを($X_4 = h_0$, $X_5 = \omega_0$)と($X_6 = \beta$, $X_7 = \gamma$, $X_8 = A$)のグループに別け、2段階で同定することとした。前者は、線形系に関与するパラメーターであるので観測データの初期微小振動区間を用いることにより同定できるものと考えた。第1段階で、 X_4 および X_5 を同定し、その結果を固定することにより、第2段階で観測データの全継続時間を用いて履歴パラメーター(X_6 , X_7 , X_8)を同定する。ここで、パラメーターを固定するというのは、拡張カルマンフィルターアルゴリズム中で、そのパラメーターに対応する初期共分散値 $P(t_0/t_0)$ を0.0とすることである^{2)~4)}。

図-5に示した入力波形では、初期の入力は微小であるので構造系の応答性状も線形的であると考えられる。そこで、観測データを調べた結果、微小線形振動時の減衰定数および固有円振動数の同定には、線形挙動をする観測データとして0~4(s)の変位および速度応答波形、そして既知の入力波形を用いることとした。

まず、予備計算から得られた結果(図-2(a))に基づいて、式(6)の状態方程式における同定すべきパラメーターのうち $X_6 = 0.0(\beta)$, $X_7 = 0.0(\gamma)$ および $X_8 = 1.0(A)$ と固定すれば、対象とする基本運動方程式は、

$$\ddot{u}(t) + 2h_0\omega_0\dot{u}(t) + \omega_0^2u(t) = -\ddot{f}(t) \dots \dots \dots (8)$$

となり、式(6)は線形系に対する定式化²⁾と等しくなる。

パラメーターの同定に際しては、EK-WGI法を用いた。表-1には、同定に用いた初期条件および同定結果を示した。表-1における W は、EK-WGI法のグローバルな繰り返しに用いる重みである²⁾。また、 R は観測方程式に入るノイズの共分散値である²⁾。図-6には、EK-WGI法による同定の各グローバルな繰り返し時に

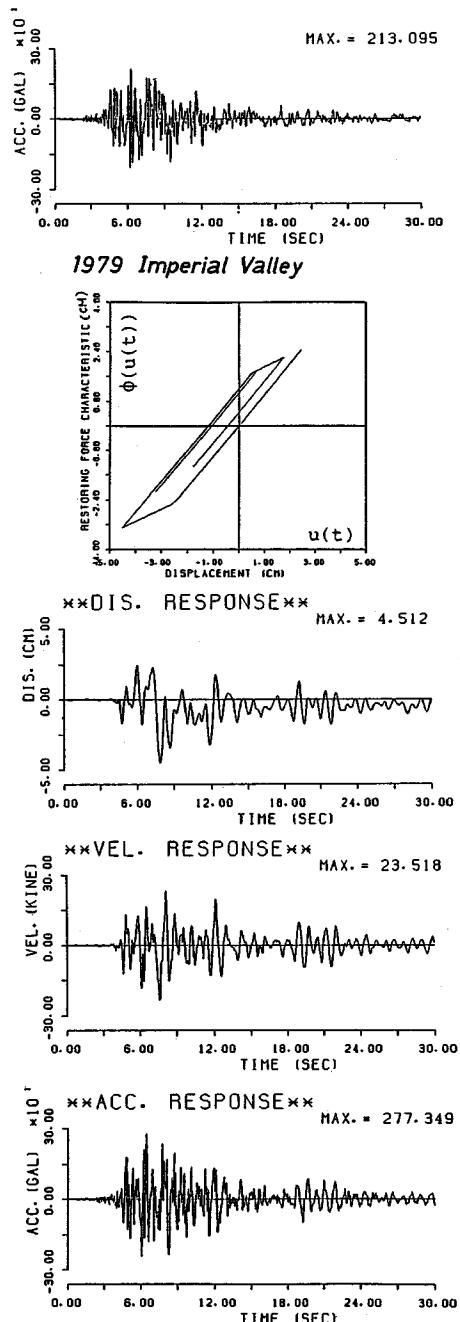


図-5 応答計算結果

得られた推定値の収斂過程を示す。さらに、1回目と5回目のグローバルな繰り返しにおける推定値の変動する過程を図-7に示した。

表-1より、同定結果は既知の正解値に対して非常によい対応を示していることがわかる。また、微小線形振動時における減衰定数および固有円振動数の同定は、拡

表-1 初期条件および同定結果

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5
Initial Conditions	$\hat{X}(t_0/t_0)$	0.0	0.0	0.0	0.5	5.0
	$P(t_0/t_0)$	1.0	1.0	1.0	100.0	100.0
Estimated Parameters	$N=1$				0.1	7.10
	$N=5$				0.1	7.067
Exact Values					0.1	7.07

$X(t_0/t_0)$: Initial Value, $P(t_0/t_0)$: Initial Error Covariance
 N : Number of Global Iteration, $W=100.0$, $R=10 \times 10^{-2}$

張カルマンフィルターアルゴリズムの1回だけの適用で精度のよい同定結果 ($\hat{h}_0=0.1$, $\hat{\omega}_0=7.10$ (rad/s)) が得られた(表-1)。また、2回目以降のグローバルな繰り返し時には、同定されたパラメーターの値は変化せず、同定された結果が安定なものであることがわかる(図-6および図-7)。

(3) 非線形復元力特性の同定

ここでは、多面型復元力特性モデルを用いて、構造系の非線形復元力特性の同定を行う。その際、微小線形振動時の減衰定数および固有円振動数は、微小線形振動時の観測データから同定した値(表-1)を固定して用いる。すなわち、式(6)の状態方程式において、 $X_4=0.1(h_0)$, $X_5=7.067(\omega_0)$ として固定する。したがって、同定するパラメーターは、多面型モデルの形状を支配する、 $X_6(\beta)$, $X_7(\gamma)$ および $X_8(A)$ である。表-2には、同定に用いた初期条件を示した。ここで、構造系の初期の挙動は、入力波形から判断して線形的であろうから、予備計算の結果(図-2(a))より初期条件として、 $\hat{X}_6(t_0/t_0)=0.0(\hat{\beta})$, $\hat{X}_7(t_0/t_0)=0.0(\hat{\gamma})$ および $\hat{X}_8(t_0/t_0)=1.0(\hat{A})$ とした。また、多面型復元力特性モデルを用いる場合に既知の値として与えることにしたnについては、著者らが行った数値実験の結果1~10の範囲で与えればよいものと思われる。ここでは、紙面の都合上n=5.0とした場合の結果についてのみ述べることとした。図-8には、EK-WGI法を用いた同定による各グローバルな繰り返し時に得られた推定値の収斂過程を示した。また、図-9は、1回目と10回目のグローバルな繰り返しにおける推定値の変動である。

図-8より、各グローバルな繰り返し時に同定された値のうち $\hat{X}_6(\hat{\beta})$ および $\hat{X}_7(\hat{\gamma})$ については、2回程度のグローバルな繰り返しで安定した同定結果 $\hat{X}_6=0.1 \times 10^{-2}$ および $\hat{X}_7=0.98 \times 10^{-3}$ が得られ、 $\hat{X}_8(\hat{A})$ については、与えた初期値1.0からほとんど変動しなかった。また、図-9より、推定値 $\hat{X}_8(\hat{A})$ 以外の推定値 $\hat{X}_6(\hat{\beta})$ および $\hat{X}_7(\hat{\gamma})$ の値は、各グローバルな繰り返し時の入力波形の主要動付近の時刻において変動していることがわ

かる。したがって、入力波形の主要動付近の時刻では、構造系の示す非線形挙動が複雑になっていることが予想される。

次に、1回目と10回目のグローバルな繰り返し時に

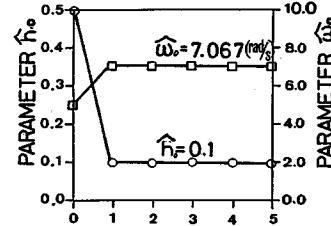


図-6 推定値の収斂過程

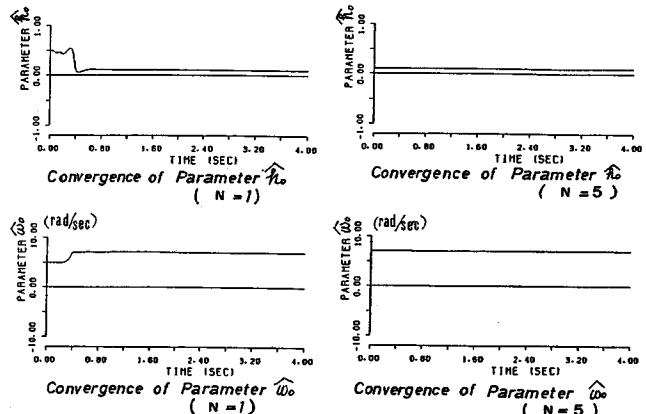


図-7 グローバルな繰り返し中の推定値の変動

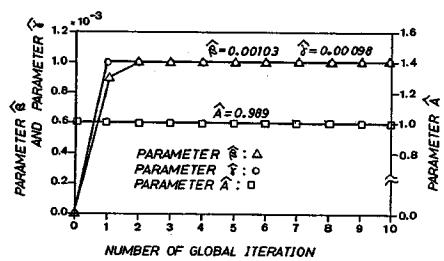


図-8 推定値の収斂過程

表-2 初期条件および同定結果

		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8
Initial Conditions	$\hat{X}(t_0/t_0)$	0.0	0.0	0.0	0.1	7.067	0.0	0.0	1.0
	$P(t_0/t_0)$	1.0	1.0	1.0	0.0	0.0	100.0	100.0	100.0
Estimated Parameters	$N=1$				0.1	7.067	0.00098	0.001	0.98
	$N=10$				0.1	7.067	0.0010	0.00098	0.98
Exact Values					0.1	2.07			

$X(t_0/t_0)$: Initial Value, $P(t_0/t_0)$: Initial Error Covariance
 N : Number of Global Iteration, $W=100.0$, $R=10 \times 10^{-2}$

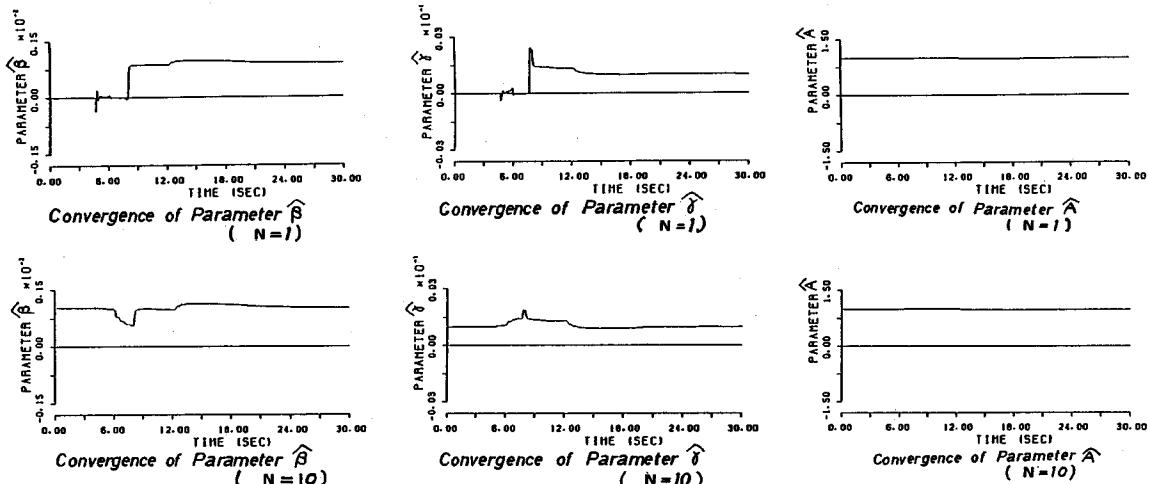


図-9 グローバルな繰り返し中の推定値の変動

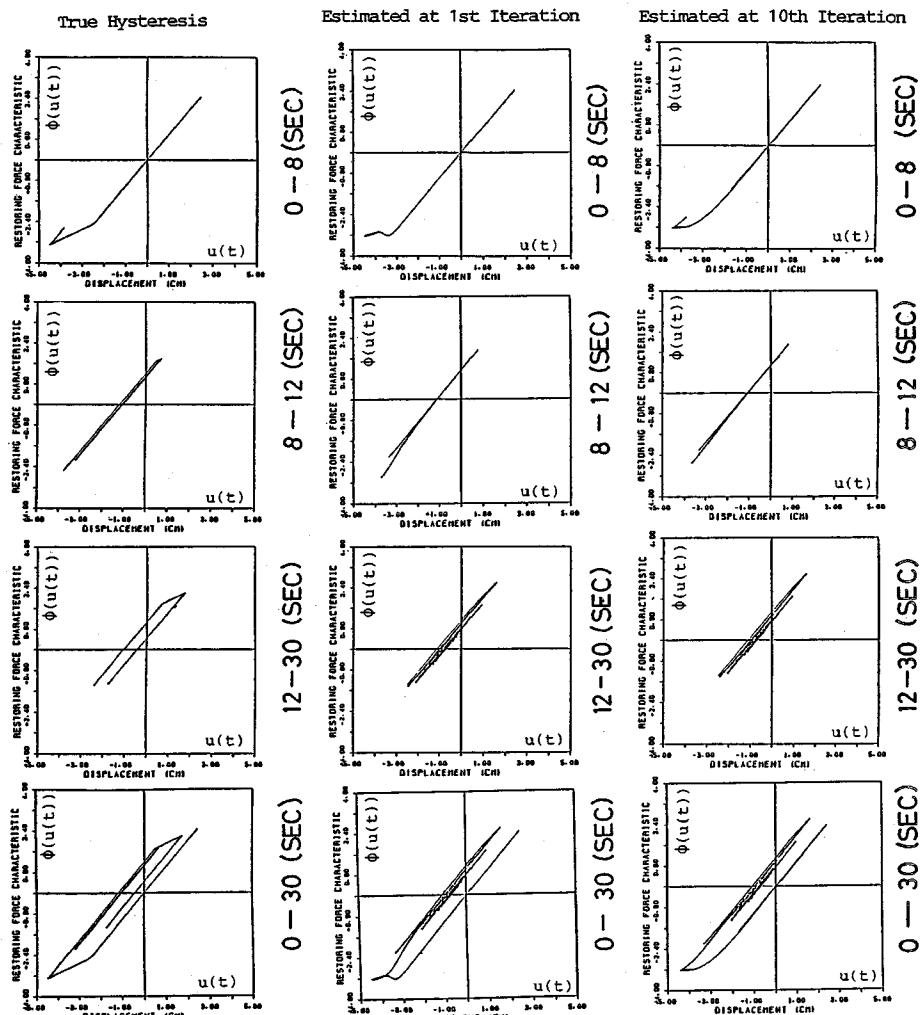


図-10 非線形復元力特性の同定結果

おいて同定された復元力特性 $\hat{X}_3 (= \hat{\phi}(u(t)))$ を図-10に示した。なお、比較のために観測データを作成する際に得られた真の復元力特性の経時変化を示した。

図-10により、1回目のグローバルな繰り返し時には、応答が塑性領域に移行するとき0~8(s)の復元力特性の同定結果が不安定であるのに対して、10回目のグローバルな繰り返し時には、その時刻付近の非線形挙動は真の挙動に対してよい対応を示しており、グローバルな繰り返しによって同定結果の精度が向上することがわかる。また、観測データの変位応答波形(図-5)では、入力波形の6(s)付近の主要動により永久変位が生じているが、対応する時刻(0~8(s))の同定結果は、永久変位が生じることを忠実に表わしている。さらに、その後の挙動も精度よく同定していることがわかる。ここで、図-10に示したのは、あらかじめ $n=5.0$ として与えた場合の同定結果であるので、これらの結果は n を仮定した範囲内での同定結果であることを付け加えておく。

5. 同定された多面型復元力特性モデルの検証

(1) 同定された多面型復元力特性モデルの応答計算
ここでは、 $n=5.0$ および同定した $\hat{h}_0=0.1$, $\hat{\omega}_0=7.067$, $\hat{\beta}=0.1 \times 10^{-2}$, $\hat{\gamma}=0.98 \times 10^{-3}$ および $\hat{A}=0.98$ を用いて構造系を確定し、Imperial Valley 記録を入力波形とする応答計算を行う。このような計算を行うことにより、同定結果が、全継続時間にわたる非線形挙動をどの程度平均化して表現しているかという点について検討することができる。

図-11は、Imperial Valley 記録を入力波形とした既知のバイリニア型モデルおよび同定された多面型モデルの応答計算結果である。ここで、多面型の復元力特性モデルにより得られた変位、速度および加速度応答波形は、真の復元力特性およびその応答波形と非常によく一致していることがわかる。また、多面型モデルを用いた場合の変位応答波形においては、永久変位が既知のバイリニア型モデルの場合より大きめとなっている。そのことは、両者の復元力特性の比較によってもわかる。

(2) 入力波形の振幅レベルによる影響

まず、バイリニア型の復元力特性モデルおよび同定した多面型復元力特性モデルに対して、Imperial Valley 記録の振幅レベルを1/2倍および2倍としたものを入力波形として応答計算を行う。ここで、図-12は、Imperial Valley 記録の振幅レベルを1/2倍とした場合、図-13は振幅レベルを2倍とした場合の応答計算結果であり、比較のために、それぞれの入力レベルに対するバイリニア型の復元力特性モデルの応答計算結果を示した。

入力レベルが小さな場合(図-12)は、線形的な挙動を示すことがわかり、バイリニア型の復元力特性の応答計算結果とよい対応を示していることがわかる。また、入力レベルを2倍(図-13)とすると、バイリニア型の復元力特性モデルと多面型復元力特性モデルの示す履歴性状に明らかな違いがみられる。さらに応答波形を調べると、両者の速度および加速度応答波形はよい対応を示しているが、変位応答波形では、多面型復元力特性モデルを用いた応答計算結果が永久変位を負の方向に大きめに求めていることがわかる。

以上より、多面型モデルを同定する際の入力波形の振幅レベルを越えた議論は、同定された多面型モデルに対して、外挿的な考察を求めていることになると思われる。

6. まとめ

本研究は、地震入力波形とその応答波形を観測データとして、構造系の地震時非線形挙動を同定したものであ

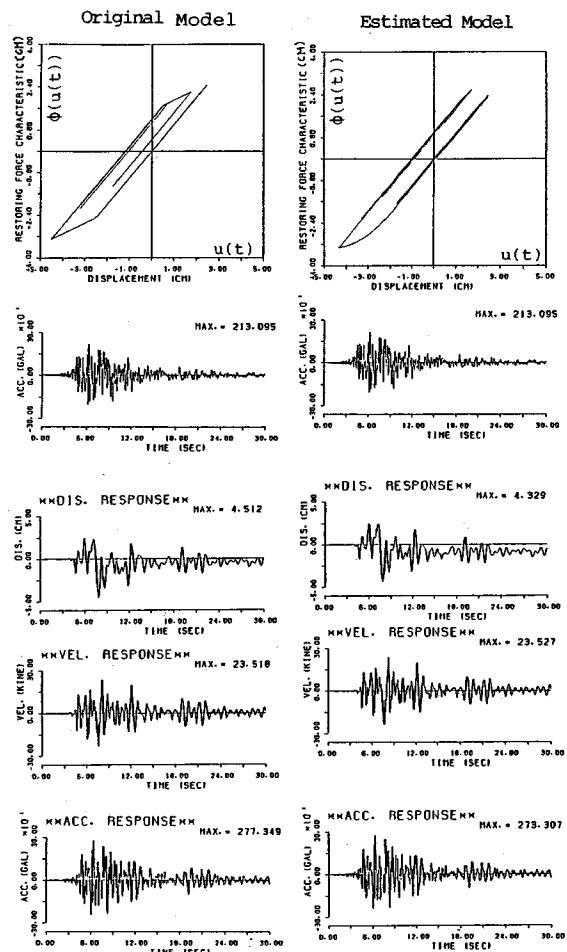


図-11 応答計算結果

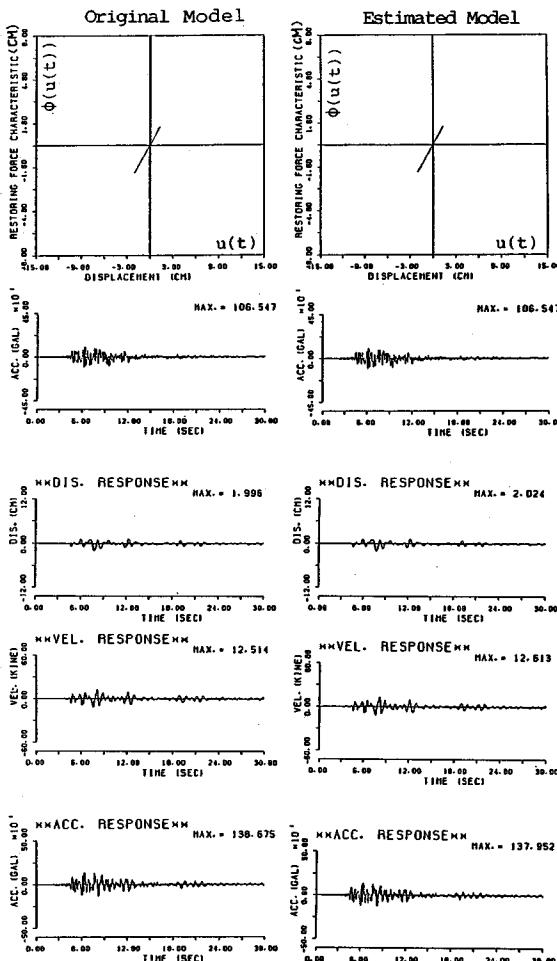


図-12 応答計算結果（入力レベル1/2倍）

る。解析手法は、拡張カルマンフィルターアルゴリズムに重み付きグローバルな繰り返しを併用したEK-WGI法を用い、状態方程式および観測方程式は、構造系の基本運動方程式にBoucおよびWenの提案する多面型復元力特性モデルを組み込んで定式化した。

その結果、多面型復元力特性モデルを用いた定式化によれば、時々刻々移り変わる構造系の履歴性状の全体的な傾向を同定することができた。また、入力波形の振幅レベルを限定した範囲内での、構造系に対する多面型復元力特性モデルを同定することができた。

さらに、強度および剛性の劣化を伴う構造系¹¹⁾、実地震記録の解析¹²⁾などについても解析を行い、同定精度を確認している。今後の問題は、多自由度系への拡張および地盤の液状化過程における復元力特性の解明などである。

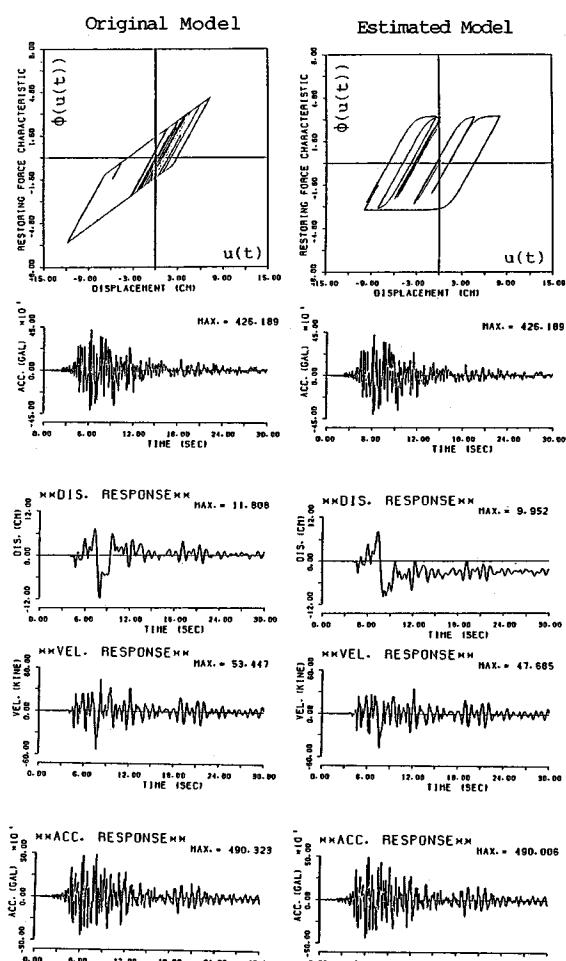


図-13 応答計算結果（入力レベル2倍）

参考文献

- 1) Distefano, N. and Rath, A.: Sequential Identification Hysteretic and Viscous Models in Structural Seismic Dynamics, Computer Mechanics and Engineering, Vol. 6, pp. 219~232, 1975.
- 2) Hoshiya, M. and Saito, E.: Structural Identification by Extended Kalman Filter, Jour. of Eng. Mech., ASCE, Vol. 110, No. 12, December, 1984.
- 3) Hoshiya, M. and Saito, E.: Linearized Liquefaction Process by Kalman Filter, Jour. of Geotech. Eng., Vol. 112, ASCE, Feb, 1986.
- 4) Hoshiya, M. and Maruyama, O.: Identification of a Running Load and Beam System, Jour. of Eng. Mech., ASCE, Vol. 113, No. 6, ASCE, June, 1987.
- 5) Toussi, S. and Yao, J. T. P.: Hysteresis Identification of Existing Structures, Jour. of Eng. Mech., Vol. 109, No. 5, ASCE, May, 1983.
- 6) Toussi, S. and Yao, J. T. P.: Assessment of Structural Damage using the Theory of Evidence, Structural Safety, 1 (1982/1983), pp. 107~121, 1983.

- 7) Bouc, R. : Forced Vibration of Mechanical Systems with Hysteresis, Proceedings of the Fourth Conference on Nonlinear Oscillation (Abstract), Prague, Czechoslovakia, 1967.
- 8) Wen, Y. K. : Method for Random Vibration of Hysteretic Systems, Jour. of Eng. Mech., ASCE, Vol. 102, No. EM2, pp. 249~243, April, 1976.
- 9) Baber, T. T. and Wen, Y. K. : Stochastic Equivalent Linearization of Hysteretic Degrading, Multistory Structures, Civil Engineering Studies, SRS No. 471, Dept. of Civil Engineering, University of Illinois, Urbana, IL, 1980.
- 10) Baber, T. T. and Wen, Y. K. : Random Vibration of Hysteretic Degrading System, ASCE, Jour. of Eng. Mech., Vol. 107, No. EM6, pp. 1069~1087, December, 1981.
- 11) Hoshiya, M. and Maruyama, O. : Identification of a Restoring Force Model by EK-WGI Procedure, The 3rd International Conference on Soil Dynamics and Engineering, Princeton, U. S. A., June, 1987.
- 12) 星谷・丸山：地盤の地震時復元力特性の同定，第19回地震工学研究発表会，pp.153~156, 1987.
(1987.1.20・受付)