

曲線 I 形桁におけるフランジの局部座屈と幅厚比制限

LOCAL BUCKLING AND WIDTH-THICKNESS RATIO IN FLANGE OF CURVED I-GIRDERS

藤井 堅*・大村 裕**

By *Katashi FUJII and Hiroshi OHMURA*

The finite strip analysis was performed for flange local buckling of curved I-girders with warping stress as well as bending stress, using the total flange model supported simply along the flange-web connection.

It was shown that the correct buckling load cannot be obtained from the half flange model separated along flange-web connection, because of curvature and warping normal stress. The formulae were obtained for width-thickness ratio of curved girder flange, by a slight change of the current specification for straight girders of highway bridge, introducing the parameters considered the effect of warping normal stress.

Keywords: curved girder, flange local buckling, warping stress, width-thickness ratio of flange

1. ま え が き

プレートガーダーの曲げ崩壊形式の1つに圧縮フランジのねじれ座屈に起因する崩壊がある。これは、曲げに伴うフランジ圧縮力によって、フランジが鉛直補剛材間で局所的なねじれ座屈を起こす崩壊で、過去に行われた多くの曲げ耐荷力実験結果^{1),2)}でも、横倒れ座屈とともに代表的な崩壊形式として観察されている。Nishino・Tall・Okumura³⁾、小西・福本・伊東^{4),5)}は、プレートガーダーの圧縮フランジの局部座屈を十字柱のねじれ座屈問題としてとらえ、フランジ幅厚比の実験的検討を行っている。また、これらの研究でははり理論を用いたねじれ座屈の定式化と解析もなされているが、フランジ局部座屈に関するいままでの解析的資料は板理論を用いたもの⁶⁾も多いようである。また、小松・北田⁷⁾は、自由突出圧縮鋼板の座屈に関する過去の研究成果を紹介するとともに、有限変位解析を行ってその強度特性を明らかにした。

板理論に基づくプレートガーダーのフランジ局部座屈解析は、鉛直補剛材と腹板両者の接合辺で切り取られた

フランジを、三辺単純支持残り一辺自由の矩形板の座屈問題として扱ったものである。この考え方を曲線桁のフランジにそのまま拡張して、その局部座屈解析を行ったものに、Culverら^{8),9)}、川村・大塚・彦坂¹⁰⁾、藤井・大村・河野¹¹⁾の研究がある。しかし曲線桁フランジの局部座屈解析においてこの解析モデルを適用することには大きな問題点がある。

それは曲線桁のフランジを腹板との接合辺で内側と外側の2つの部分に分離して座屈解析を行うといったモデル化に起因する。

曲線桁の最も大きな特徴は、曲げに伴って反りモーメントが連成するために、フランジには面内の曲げ応力(反り応力)が発生することであろう。これが直線桁あるいは曲線桁フランジの局部座屈に大きく影響することはすでに指摘されているところであるが^{7)-9),12)}、上記のようなフランジを2つの部分に分離した半幅の座屈解析モデルでは反り応力の正確な評価が不可能となる。

ただし腹板の曲げ剛性がきわめて大きく、腹板との接合辺上で固定支持が成立する場合には、フランジを2つに分離して取り扱うことができるが、実際の曲線桁腹板はフランジに比べて曲げ剛性が小さく、フランジのねじれに対して固定支持を満足するほどの抵抗力があるとは考えられない。

* 正会員 工修 広島大学助手 工学部第四類
(〒724 広島市西条町大字下見)

** 正会員 工修 広島大学教授 工学部第四類(同上)

このような問題点があるにもかかわらず、曲線桁圧縮フランジ全幅を対象とした局部座屈解析例は見当たらないようである。

本研究では、以上の議論から、まず腹板接合辺上で分離されたフランジ半幅の解析モデルと全幅に注目した解析モデルとの比較を行い、曲線桁ではフランジ全幅を考慮した局部座屈解析が必要であることを示す。そして曲げとともに連成する曲線桁特有のフランジ反り応力が局部座屈に及ぼす影響について解明を試みる。

また、Culver, Nasir⁹⁾は3種類の桁製作過程で生じる残留応力タイプを考慮して曲線桁フランジの弾塑性局部座屈解析を行い、フランジ面内の曲げモーメントとフランジの全塑性モーメントの比をパラメーターとして座屈曲げモーメント曲線を与えた。その中で、反り応力がある場合には桁の座屈曲げモーメントが大きく低下することを指摘し、許容応力度設計に際して反り応力と曲げ応力を加えた最大応力が許容応力を越えないこととした。

しかし、桁の全塑性状態を考えた場合に、反り応力がある場合には、それが無い場合の全塑性曲げモーメントを期待すること自体不可能であると同様に、反り応力を伴う桁の座屈曲げモーメントが反り応力のない場合の座屈モーメントよりも小さくなるのは、むしろ当然とも思われる。上記研究における座屈曲げモーメント曲線は反り応力がない場合の全塑性モーメントを基準としているが、この点において、基準とすべき曲げモーメント(フランジ軸力)は反り応力を考慮したものを用いるのが妥当であろう。さらに、種々のパラメーターの選択にも改良すべき問題点が残されていると考えられる。そこで本研究では、直桁は曲線桁の特別な場合であるといった考え方に立脚し、直桁に関するパラメーターを曲線桁も含めて表現可能な形に拡張することによって、現行の自由突出脚幅厚比規定を大幅に変更することなく、曲線桁に適用することを試みた。

2. 有限帯板法による曲線桁フランジの弾塑性局部座屈解析

曲線桁のフランジは扇形板とみなすことができる。

本解析では有限帯板法を用いて扇形板の弾塑性座屈解析を行った。扇形板を対象とする場合、円筒座標を用いる方が収束性の面で有利であると考えて、Pardoen¹⁵⁾らが採用した変位関数、

$$w = \sum [\eta^n \eta^{-n} \eta^{n+2} \eta^{-n+2}] \cdot \sin(n\pi\theta/\alpha) \cdot |u_n| \dots\dots\dots (1)$$

を使用した。ここに、 $\eta = r/r_1$ (r_1 は帯板要素を代表する半径)、 α は扇形板の開角を示す。また、上式右辺の行ベクトルは軸対称問題における円板のたわみ方程式の一般解である。

材料は完全弾塑性体を仮定し、塑性後の応力-ひずみ関係式はBijlaardの塑性変形理論を適用した。

仮想仕事の原理に基づく座屈問題への定式化はすでになされているので、ここでは簡単な説明を行う程度にとどめる。扇形板要素を用いた板の座屈問題を仮想仕事式によって表わせば、

$$\delta U - \delta W^0 = 0 \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 δU 、 δW^0 は、板の曲げひずみエネルギーの変分、初期応力ポテンシャルの変分で、それぞれ次のようになる。

$$\delta U = \iint \{\delta\chi\}^T \{M\} r dr d\theta \dots\dots\dots (3)$$

$$\delta W^0 = \iint \sigma_0 \dot{t}_r \left\{ (1 - r^*/r) w_{,r} \delta_{w,r} + \frac{w_{,\theta}}{r} \frac{\delta_{w,\theta}}{r} \right\} r dr d\theta \dots\dots\dots (4)$$

式中、

$$\{\chi\} = \begin{Bmatrix} w_{,rr} \\ w_{,r}/r + w_{,\theta\theta}/r^2 \\ 2(w_{,r\theta}/r - w_{,\theta}/r^2) \end{Bmatrix}$$

$$\{M\} = [m_r \ m_\theta \ m_{r\theta}]^T$$

で、 t_r はフランジの板厚、 w はたわみ、 m_r 、 m_θ 、 $m_{r\theta}$ はそれぞれ θ 軸、 r 軸まわりの曲げモーメントとねじりモーメントである。また、 $w_{,r\theta}$ は $\partial^2 w / \partial r \partial \theta$ などを表わす。

式(1)を式(2)に代入してマトリックス表示を行うと、各座屈モード n に対して固有方程式

$$|K_{on} - K_{cn}| = 0 \dots\dots\dots (5)$$

を得る。ここに、 K_o 、 K_c はそれぞれ剛性マトリックス、初期応力マトリックスである。

境界条件は、Fig.1に示すように、鉛直補剛材間の全幅の圧縮フランジ(斜線部分)に対し、フランジと腹板の接合辺および鉛直補剛材で支持された端辺ではたわみに対して単純支持とした。

フランジの応力状態については、桁の曲げモーメントに対応する曲げ応力と反りねじりに伴う反り応力が同時に作用する場合を考えた。このフランジの軸応力 σ_0 は、実際には周方向に変化するが、鉛直補剛材で挟まれた曲線桁の一区画に注目する場合、この変化量は小さいと考えて周方向の変化はないものとした。また、せん断応力 $\sigma_{r\theta}$ は小さいので無視した。この条件下では、円筒座標系で表わされた膜応力に関するつり合い条件式から、 r 方向応力 σ_r は式(4)右辺第1項のように σ_0 を用いて導出される。式中、 r^* は、 σ_r の境界条件すなわち“フランジ縁で $\sigma_r=0$ ”の条件から、帯板要素に対して式(4)の積分を行う場合に、その要素が腹板を境界として曲率中心側(内側)にあれば R_i 、外側にある場合には R_o である。

解析では、曲げ応力に対応する等分布軸圧縮ひずみと、反り応力に対応する半径方向直線変化のフランジ面内曲げひずみを同時に与えて、そのひずみに対応する応力状態が所定のフランジ面内の曲げモーメント M_f とフランジ軸力 P とフランジ半幅 b の積との比 M_f/Pb を満たし、なおかつ固有方程式 (5) を満足するまで修正反復計算を行った。許容誤差は、 M_f/Pb の値が所定値の 0.1% 未満、また座屈ひずみは式 (5) の収束計算過程において前回とのひずみの誤差が 0.1% 以内とした。

また、塑性域および残留応力をできるだけ正確に考慮するために、帯板要素の内部をさらに細かく分割してこれに対処した。

3. 解析パラメーター

プレートガーダーのフランジ局部座屈を支配するパラメーターは、Fig. 1 を参照して、フランジ突出脚幅厚比 b/t_f 、あるいは降伏応力をも考慮した幅厚比パラメーター $R = \{b/t_f \sqrt{12(1-\nu^2)(\sigma_y/E)/\pi^2 k}\}$ とフランジ縦横比 $\alpha R_w/b$ であろう。ここに k は座屈係数である。

曲線桁では、これらのパラメーターのほかには曲率パラメーター b/R_w が加わる。実際の曲線桁では、 b/R_w は大きくとも 0.05 を越えることはないであろう。たとえば $b/R_w=0.05$ のとき、曲率半径 $R_w=10$ m とするとフランジ幅 $2b=1$ m となるが、実際にはこのような幅広フランジが採用されることはないと考えられる。したがって本研究では、実用上の上限とも思える $b/R_w \leq 0.05$ を主な検討対象とした。

一方、前でも述べたように、曲げねじりに伴ってフランジ面内の曲げモーメントが発生するという曲線桁特有の問題がある。これを表わすパラメーターとして、反り応力 σ_w と曲げ応力 σ_b の比 σ_w/σ_b 、あるいは両縁の応力の比 σ_o/σ_i (Fig. 2 参照) などが考えられる。弾性座屈問題では、これらのパラメーターは十分に活用できるが、弾塑性座屈に関しては、曲げと反りの組合せ状態を、応力を用いて表現するのは困難となる。そこで本解析では、パラメーター $\lambda = M_f/Pb$ を採用した。このフランジ面内の曲げモーメント M_f と、桁の曲げに伴うフランジ軸力 P とフランジ半幅 b との積の比 M_f/Pb は、荷重状態あるいは格子桁の横桁配置間隔などによって種々の値となることが予想される。この解析範囲は過去の報告¹²⁾などを考慮して、主に $-0.2 \leq M_f/Pb \leq 0.2$ とした。

ところで全塑性状態におけるフランジ応力分布は、反り応力の存在によって Fig. 2(b) のようになる。残留応力を考慮しない場合、反り応力によって引張降伏応力となる無次元化幅 ξ は、

$$\xi = 1 + |\lambda| - \sqrt{1 + \lambda^2}, \quad \lambda = M_f/Pb \dots \dots \dots (6)$$

と導かれる。ここにフランジ軸力 $P (\geq 0)$ は常に圧縮力

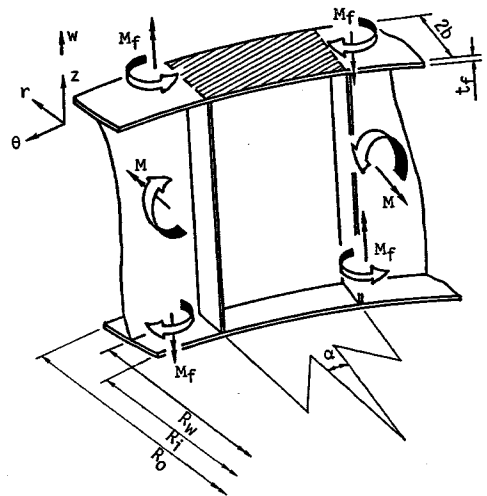


Fig. 1 Analyzed flange panel of curved I-girder.

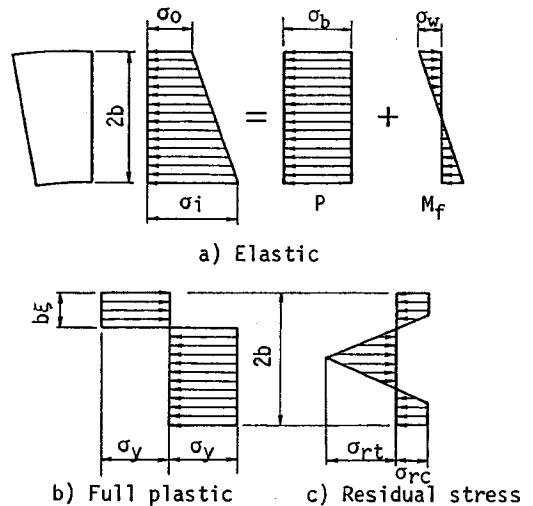


Fig. 2 Stress state of curved girder flange.

を考え、 M_f は曲率中心側のフランジが圧縮となるような曲げモーメントを正とする。

したがって、反り応力を考慮した降伏軸力は、

$$P_y^* = 2(1-\xi) b t_f \sigma_y \dots \dots \dots (7)$$

となり、以下では、反り応力を考慮しない場合 ($\xi=0$) のフランジ降伏軸力

$$P_y = 2b t_f \sigma_y \dots \dots \dots (8)$$

とは区別して表わす。

また反り応力を考慮した座屈時のフランジ軸力は P_{cr} で表わす。

座屈係数については、Fig. 2(a) に示すように、座屈時の曲率中心側のフランジ縁応力 σ_i とそれと反対側の縁応力 σ_o のうち圧縮応力が大きい方を基準とした座屈係数 k_{max} と、座屈時の平均応力 σ_a を基準とする k_{mean}

の2つを用いる。これらの座屈係数は、それぞれ

$$(\sigma_t, \sigma_o)_{\max} = k_{\max} \pi^2 E (t_f/b)^2 / 12(1-\nu^2) \dots\dots\dots(9)$$

$$\sigma_t = P_{cr} / (t_f \cdot 2b)$$

$$= k_{\text{mean}} \pi^2 E (t_f/b)^2 / 12(1-\nu^2) \dots\dots\dots(10)$$

のように表わされる。

曲線桁の曲げ耐荷力といった観点からフランジの局部座屈問題を考えるとき、上下のフランジ軸力がなす偶力によって桁の曲げモーメントが形成されるのは明らかで、フランジ軸力を用いて座屈係数を表わすと桁の曲げモーメントの把握が容易であると考えられる。そこで本研究では式(10)の座屈係数 k_{mean} を採用することを試みた。また同様の考えから、座屈曲線における無次元化された座屈軸力には、直桁の場合とは異なったパラメーター P_{cr}/P_{cr}^* の適用を試みた。したがって、Euler curve ($1/R^2$) に意味をもたせるために、幅厚比パラメーター R は、

$$R = b / t_f \sqrt{12(1-\nu^2)(1-\xi)(\sigma_y/E) / \pi^2 k_{\text{mean}}} \dots\dots\dots(11)$$

で表わした。

残留応力は Fig. 2(c) に示すような応力分布を仮定した。

4. 解析結果と考察

(1) 要素分割と精度

$b/R_w=0.1$, $\alpha R_w/b=20$ の曲線桁フランジに、等分布圧縮応力と反り応力が同時に作用する場合 (M_f/Pb

Table 1 Buckling coefficient k_{mean} of curved girder flange ($b/R_w=0.1$, $M_f/Pb=0.2$).

m \ N	2	4	6	8	20
5	0.2610	0.2509	0.2520	0.2530	
10	0.2510	0.2531	0.2519	0.2517	0.2517
16	0.2519	0.2517	0.2524	0.2519	
20	0.2532	0.2518	0.2520	0.2522	0.2519

N: Number of elements

n: Number of sub-elements in an element

$$k_{\text{mean}} = \frac{P_{cr}}{2bt_f} \frac{12(1-\nu^2)}{\pi^2 E} \frac{b^2}{t_f^2}$$

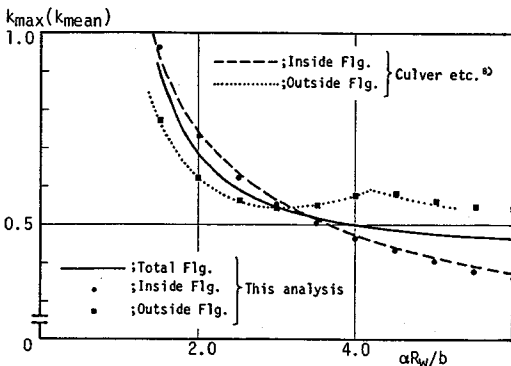


Fig. 3 Buckling curve for $b/R_w=0.1$, $M_f/Pb=0.0$.

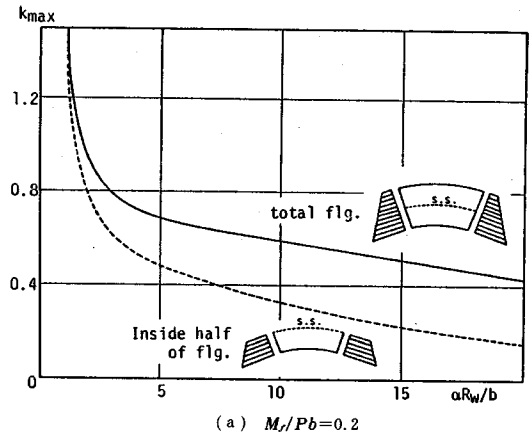
$=0.2$) の弾塑性座屈係数 k_{mean} を、要素数 N と要素内の分割数 m について示せば Table 1 を得る。表から $N=4$, $m=20$ とすると、要素数 20, 要素内分割数 20 の値に対して 0.04% の誤差であり、この程度の要素分割で実用上十分であると思われる。以下では、要素数 4, 要素内分割数 20 を用いて解析する。

また、Culver ら⁸⁾ が得たフランジ半幅モデルに対する座屈曲線と本解析結果を比較した一例を示せば Fig. 3 のようになる。この場合、 $M_f/Pb=0$ であるから $k_{\text{max}}=k_{\text{mean}}$ となる。図で、Culver らの曲線は文献から読み取ったもので、曲線自体はいくらも正確性に欠けるが、フランジの応力状態は σ_o のみならず他の応力 σ_r , τ_{ro} も正確に考慮したものである。

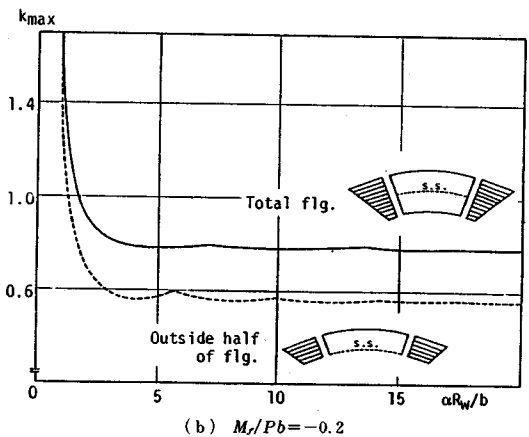
図から、本解析結果はフランジの応力状態を正確に考慮していないけれども、Culver らの曲線とほとんど一致しているのがわかる。

(2) 解析モデルに対する考察

従来、曲線桁フランジの局部座屈解析には、直桁のそれと同じモデル化を行って、フランジを腹板との接合辺



(a) $M_f/Pb=0.2$



(b) $M_f/Pb=-0.2$

Fig. 4 Buckling coefficient in comparison between half flange and total flange model ($b/R_w=0.05$).

上で分離した半幅のフランジを解析対象としていた。このフランジ半幅モデルを用いた場合と、フランジ全幅を対象とした場合の座屈応力を比較するために、Fig. 3 ($b/R_w=0.1$) には、曲げ応力のみが作用する場合のフランジ全幅の弾性座屈曲線を実線で示した。

また、反り応力がある場合に対して、 $b/R_w=0.05$ の弾性座屈曲線を示したものが Fig. 4(a), (b) である。Fig. 4(a) および (b) はそれぞれ $M_f/Pb=0.2, -0.2$ で、半幅フランジの解析は外側と内側に分離してそれぞれに解かれた座屈係数 k_{max} のうち小さい方だけを示した。

Fig. 3 では、外側と内側に分離して解かれた座屈係数 k_{max} は、 $\alpha R_w/b=5$ のとき、それぞれ 0.563, 0.404 であり、内側フランジが小さい座屈応力を与える。一方、全幅を対象とした場合には半幅の解析結果の中間的な値 ($k_{max}=0.479$) で、半幅の解析結果とはそれぞれ $\pm 16\%$ 程度もの差がある。

また反り応力がある場合にも、たとえば Fig. 4(a) では、 $\alpha R_w/b=10$ のとき、全幅の座屈係数 $k_{max}=0.588$ に対して内側半幅のそれは 0.327, また、Fig. 4(b) では、全幅 $k_{max}=0.781$, 半幅 $k_{max}=0.569$ と大きな差異が認められる。そして、図には示さなかったが、曲率パラメータ b/R_w が大きいほど、また反り応力 (M_f/Pb) が大きいほど、半幅の解析と全幅の解析との差は顕著となる。

半幅の解析結果のうち小さい方の座屈応力を設計基準とすると一応は安全側になる。しかし上述のように全幅の場合とはきわめて大きな差異があり、その座屈係数の値から考えてあまりにも安全側すぎる設計を行うことになると判断される。したがって曲線桁では、特に曲げねじりに伴う反り応力が存在するために、圧縮フランジ全幅に注目した局部座屈解析が是非とも必要である。

なお、フランジ半幅の解析モデルでは、実際の反りモーメントに対応するフランジ面内曲げモーメントを考慮することは不可能である。すなわち半幅解析においては、解析しない側のフランジ応力が、腹板との接合辺に関して解析する側と対称な分布形状の場合について解析することにほかならず、フランジ面内の曲げ応力分布を表わすものではない。

(3) 弾性座屈曲線

$b/R_w=0.05$ の曲線桁フランジについて、種々の M_f/Pb に対する座屈曲線を k_{mean} を用いて示したものが Fig. 5 である。図から、 M_f/Pb が大きいほど座屈係数は小さくなり、反り応力が座屈荷重に与える影響は大きいことがわかる。そして反り応力の影響は、特に $M_f/Pb > 0$ の場合に顕著である。

また Fig. 5 から、 $M_f/Pb < 0$ の場合には高次の座屈モードが現われ、座屈係数に最小値が存在するのがわか

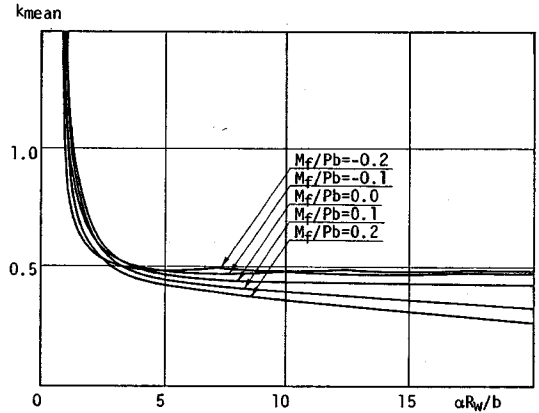


Fig. 5 Buckling curve for $b/R_w=0.05$.

る。これに対して $M_f/Pb > 0$ の場合には、Culver らがフランジ半幅の解析で指摘した⁸⁾と同様に、フランジ全幅の解析結果でも縦横比 $\alpha R_w/b$ が増加するにつれて座屈係数は単調減少となり、座屈係数の最小値が存在しない。そこでフランジ縦横比を $\alpha R_w/b=10$ に限定し、種々の b/R_w と M_f/Pb について座屈係数 k_{mean} を示せば Table 2 を得る。

Table 2 に示す解析結果から、最小二乗法によって座屈係数を b/R_w と M_f/Pb の関数として近似的に求め、次のような関数形を得た。

$$k_{mean} = k_0 \{1 - 16.3 (M_f/Pb)(b/R_w)\} \dots \dots \dots (12)$$

ここに k_0 は直桁の反り応力がない場合の座屈係数 (= 0.43) である。式 (10) によれば、4% 未満の誤差で座屈係数 k_{mean} が推定可能である。ただしこの式の適用限界は、

$$-0.2 \leq M_f/Pb \leq 0.2 \dots \dots \dots (13)$$

$$b/R_w \leq 0.05 \dots \dots \dots (14)$$

とした。

式 (13) および (14) は、曲線桁フランジの実用範囲を包含しており、式 (12) は曲線桁フランジ局部座屈応力の推定に有用であると思われる。

Table 2 および式 (12) に示すように、反り応力がない場合には、座屈応力に及ぼす曲率の影響は小さいことがわかる。

$b/R_w=0.05, \alpha R_w/b=10$ として、 M_f/Pb の変化に対応して各座屈モード (式 (1) の n を示す) ごとの座屈係数を示したものが Fig. 6 である。図にはフランジ両縁の応力 σ_i と σ_o の比もあわせて示した。図で、 $\sigma_i/\sigma_o = -1$ はフランジ面内の曲げモーメント (反り応力) のみの状態を示し、 $\sigma_i/\sigma_o = 1$ は等分布圧縮応力 (曲げ応力) 状態を表わす。実際に現われる座屈は各曲線群のうち k_{mean} の最小値を与える曲線で表わされ、その曲線のモード次数が座屈たわみ波形となる。また、図には直桁

Table 2 Buckling coefficient k_{mean} when $\alpha R_w/b=10$.

b/R_w	M_f/Pb					
	0.00	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05
-0.20	0.432	0.449	0.464	0.472	0.479	0.488
-0.16	0.433	0.447	0.462	0.473	0.479	0.486
-0.12	0.434	0.444	0.455	0.467	0.478	0.483
-0.08	0.435	0.442	0.449	0.456	0.464	0.472
-0.04	0.435	0.439	0.442	0.446	0.450	0.454
0.00	0.435	0.435	0.435	0.436	0.436	0.437
0.02	0.435	0.434	0.432	0.431	0.430	0.429
0.04	0.435	0.432	0.429	0.426	0.423	0.421
0.06	0.435	0.430	0.425	0.421	0.417	0.414
0.08	0.435	0.428	0.422	0.416	0.411	0.406
0.10	0.434	0.426	0.419	0.412	0.405	0.399
0.12	0.434	0.424	0.415	0.407	0.399	0.392
0.14	0.434	0.422	0.412	0.402	0.394	0.386
0.16	0.433	0.420	0.409	0.398	0.388	0.379
0.18	0.433	0.418	0.405	0.394	0.383	0.373
0.20	0.432	0.416	0.402	0.389	0.378	0.367

に関する各座屈モードごとの曲線で k_{mean} が最小となる包絡線を破線で示した。

直桁の場合には、座屈係数 k_{mean} は $M_f/Pb=0$ を軸として左右対称となり、また反り応力がない場合に最も大きくなる。また $-0.3 < M_f/Pb < 0.3$ の範囲では、 k_{mean} は $M_f/Pb=0$ の場合とほとんど差がなく、反り応力が座屈曲げモーメントに与える影響は小さいことがわかる。これは、わずかの反り応力があっても、フランジが局部座屈を起こしたときの桁の座屈曲げモーメントはあまり変化しないことを示す。ただし、Fig. 6 からわかるように、どちらかのフランジ縁に引張応力が現われるような大きな反り応力 ($0.3 < |M_f/Pb|$) がある場合には、座屈曲げモーメントは急激に低下する。

これに対して曲線桁の場合には、直桁に比べて反り応力の影響が顕著であり、特に $M_f/Pb > 0$ の場合には座

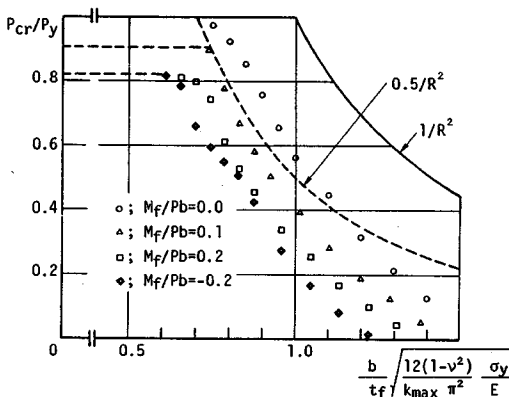


Fig. 7 Buckling strength curve for M_f/Pb ($b/R_w=0.05$).

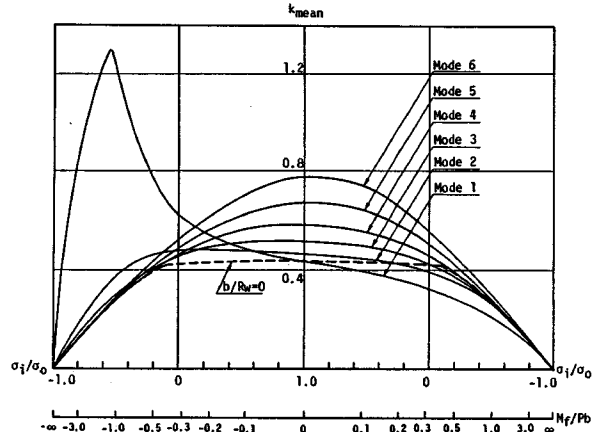


Fig. 6 Decrease of k_{mean} by in-plane bending moment of flange ($b/R_w=0.05$, $\alpha R_w/b=10$).

屈応力を大きく低下させるのがわかる。また $M_f/Pb < 0$ の場合には、座屈係数 k_{mean} は反り応力がない場合よりも大きくなっており、 k_{mean} が最大となる応力状態は、直桁とは異なって等分布圧縮応力状態ではないことには興味がある。

(4) 弾塑性座屈曲線

曲率パラメーター $b/R_w=0.05$ の曲線桁フランジに対して、種々の反り応力がある場合の弾塑性座屈曲線を、反り応力を考慮しない全塑性軸力 P_y を基準値として表わせば、Fig. 7 を得る。図では、幅厚比パラメーターの座屈係数には式 (9) に示す座屈係数 k_{max} を適用している。

一方、Fig. 8 は Fig. 7 と同じものを、反り応力を考慮した全塑性軸力 P_y^* を基準とし、さらに式 (11) で表わされる幅厚比パラメーター R を用いて表わしたものである。

それぞれの M_f/Pb に対して P_y^* は容易に計算され、

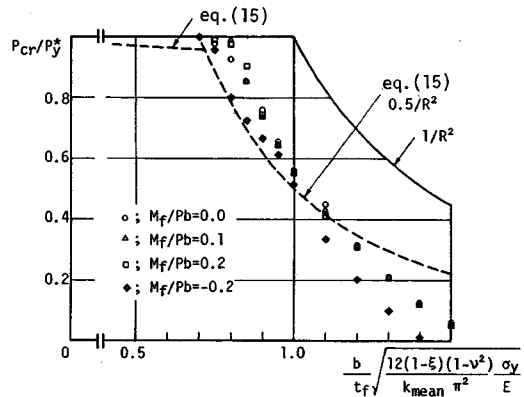


Fig. 8 Buckling strength curve for M_f/Pb ($b/R_w=0.05$).

$M_f/Pb=0, \pm 0.1, \pm 0.2$ に対しそれぞれ $P_y^*/P_y=1.0, 0.905, 0.820$ となる。なお、これらの図には道路橋示方書²³⁾の規定 ($0.5/R^2$) を破線で示した。また、残留応力分布は安全側を考慮して $\sigma_{rt}=\sigma_y, \sigma_{rc}=0.5\sigma_y$ とした。

反り応力を考慮しない場合の全塑性軸力 P_y を用いた Fig. 7 では、フランジ面内の曲げモーメントが大きくなるほど、 P_{cr}/P_y^* は低くなる。そして明らかに全塑性状態となるまで座屈しない厚い板厚であっても反り応力を考慮しない降伏軸力 P_y にはならないことがわかる。これはフランジ面内の曲げモーメントがある場合には、むしろ当然のことといえる。

これに対して本解析で採用したパラメーター P_{cr}/P_y^* で表わした Fig. 8 では、 $M_f/Pb=-0.2$ の場合には他の曲線と比較して幾分低めの値となつてはいるものの、各ケースともきわめてよく類似した曲線となっている。そして P_{cr}/P_y^* の値は、 $R < 1$ では、現行の道路橋示方書の規定 ($=0.5/R^2$) よりも大きい。このことは、本解析で採用したパラメーターを用いることによって、反り応力の影響を含む実用範囲の曲線桁フランジ局部座屈に対して、現行の幅厚比規定を大きく変更しなくても適用可能であることを示していると考えられる。ただしこの場合の基準となる全塑性降伏軸力 P_y^* は反り応力を考慮したものであるから考慮しない軸力 P_y よりも小さいことには注意する必要がある。

Fig. 9 および Fig. 10 に、種々の曲率パラメーター b/R_w に対して、それぞれ曲げ応力状態 ($M_f/Pb=0$)、反り応力がある場合 ($M_f/Pb=0.2$) の弾塑性座屈曲線を示す。これらの図でも残留応力は $\sigma_{rt}=\sigma_y, \sigma_{rc}=0.5\sigma_y$ とした。なお Fig. 9 では $M_f/Pb=0$ 、すなわち $\xi=0$ となるので、 $P_{cr}/P_y^*=P_{cr}/P_y$ である。

反り応力がない場合には、Table 2 でもわかるように、曲率が変化しても座屈応力はほとんど変化しないので、Fig. 9 ではほぼ同一の曲線が得られている。これに対して、反り応力がある場合には曲率によっていくらかばらつきがみられる。

しかし、これらの図でも、実用範囲と思われる $b/R_w < 0.05$ に限れば、 $R < 1$ では座屈軸力 P_{cr}/P_y^* は道路橋示方書の規定よりも大きく、現行の規定が適用可能であると考えられる。

Fig. 11 は $b/R_w=0.05, M_f/Pb=0.2$ の場合の弾塑性座屈曲線を、残留応力分布形状の差異について示したものである。残留応力がない場合、 $R > 1.15$ では弾性座屈を起こし、Euler curve ($1/R^2$) となるが、フランジ面内の曲げが存在するために $1.15 > R$ の幅厚比ではフランジの一部が降伏し、 P_{cr}/P_y^* は Euler curve よりも低くなる。そして $P_{cr}/P_y^*=1$ すなわち全塑性状態まで座屈しないことを保証する幅厚比パラメーター R

の上限値は、道路橋示方書の規定 $R=0.7$ よりも小さくなっているのがわかる。

また、 $R > 0.8$ の範囲では、残留応力がフランジ局部座屈に与える影響は大きく、 σ_{rc} が大きいほど小さい座

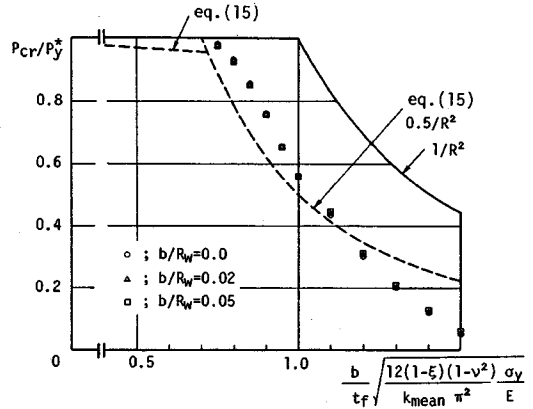


Fig. 9 Buckling strength curve for b/R_w ($M_f/Pb=0.0$).

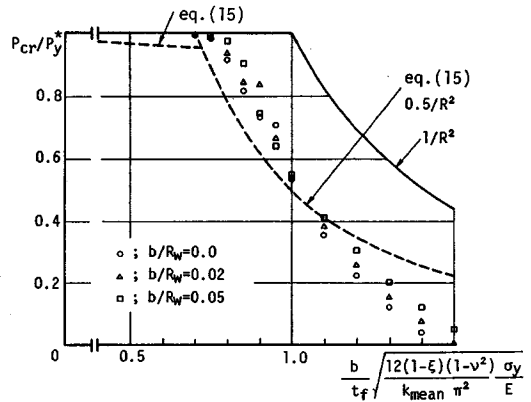


Fig. 10 Buckling strength curve for b/R_w ($M_f/Pb=0.2$).

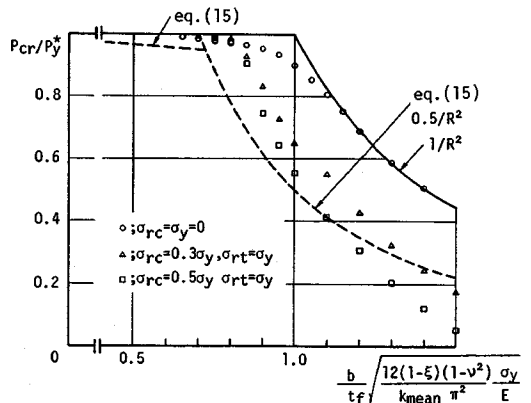


Fig. 11 Buckling strength curve for residual stresses ($b/R_w=0.05, M_f/Pb=0.2$).

屈軸力となる。しかし弾塑性座屈を起こす $P_{cr}/P_y^*=1$ 付近では、残留応力 σ_{rc} の大きさはあまり影響しないことがわかる。

5. 曲線 I 形桁フランジの幅厚比制限に関する提言

本研究では、曲線桁フランジの弾塑性局部座屈解析を行って、曲率および曲線桁特有のフランジ反り応力が局部座屈荷重に及ぼす影響を解明するとともに、反り応力を考慮した新しいパラメーターの導入をも試みてその適用性について検討した。

得られた曲線桁フランジの弾性および弾塑性座屈曲線について検討した結果をまとめれば次のようになる。

(1) 曲線桁では、曲げねじりに伴うフランジ面内の曲げモーメントが存在するために、そのフランジ局部座屈解析においては、フランジ全幅を対象とした解析が是非とも必要であり、直桁のようなフランジ半幅の座屈解析では正確な座屈荷重を得ることができない。

(2) 実用範囲と思われる曲率パラメーター $b/R_w \leq 0.05$ では、反り応力がない場合、フランジ局部座屈荷重に及ぼす曲率の影響はほとんどない。しかし反り応力がある場合には、曲率の影響が顕著となり、特に $M_f/Pb > 0$ では座屈係数 k_{mean} の減少が著しい。

(3) 式 (13) および (14) の範囲では、式 (12) を適用することによって座屈係数 k_{mean} を 4% 未満の誤差で推定可能である。

(4) 本研究で採用したパラメーターを適用して弾塑性座屈曲線を表わせば、現行のフランジ突出脚幅厚比規定を大幅に変更することなく使用することが可能である。すなわち $b/R_w \leq 0.05$ かつ $-0.2 \leq M_f/Pb \leq 0.2$ の範囲の曲線桁フランジ座屈軸力 P_{cr}/P_y^* は現行の規定 ($=0.5/R^2$) よりも大きい。

(5) ただし残留応力のない場合、 $P_{cr}/P_y^*=1$ とする幅厚比パラメーター R は 0.7 よりも小さくなる。

以上のことから、ここでは曲線 I 形フランジ局部座屈に関するフランジ幅厚比制限の提案を試みる。

まず上記 (5) を考慮して、 $R = 0.7$ において $P_{cr}/P_y^*=0.95$, $R=0$ で $P_{cr}/P_y^*=1$ なる直線式を用いる。さらに上記 (4) から $R \geq 0.72$ では、現行の道路橋示方書の基準曲線を適用する。また R における座屈係数には、式 (12) を用いる。

これらを表わせば次式のようになる。

$$P_{cr}/P_y^* = 1 - 0.07R \quad (R \leq 0.72) \dots\dots\dots (15 \cdot a)$$

$$P_{cr}/P_y^* = 0.5/R^2 \quad (0.72 \leq R \leq 1) \dots\dots\dots (15 \cdot b)$$

ただし、

$$b/R_w \leq 0.05 \dots\dots\dots (16)$$

$$-0.2 \leq \lambda \leq 0.2 \dots\dots\dots (17)$$

ここに、

b : 圧縮フランジの半幅

R_w : 腹板の曲率半径

$$\lambda = M_f/Pb$$

M_f : 曲げねじりに伴うフランジ面内の曲げモーメント

P : 桁の曲げによるフランジ軸圧縮力

P_{cr} : 座屈時フランジ軸圧縮力

$$P_y^* : M_f \text{ を考慮したフランジ全降伏軸力} \\ = 2(1 - \xi)b t_f \sigma_y$$

$$R = \frac{b}{t_f} \sqrt{\frac{12(1 - \xi)(1 - \nu^2) \sigma_y}{k\pi^2 E}}$$

$$k = 0.43[1 - 16.3(M_f/Pb)(b/R_w)]$$

$$\xi = 1 + |\lambda| - \sqrt{1 + \lambda^2}$$

上式の形は道路橋示方書の規定とほとんど変わるところはないが、ここで注意すべきことは、基準としたフランジ降伏軸力 P_y^* は、 ξ の関数、すなわち曲げねじりに伴うフランジ面内の曲げモーメント M_f を考慮したものであること、したがって $P_{cr}/P_y^*=1$ が保証される板厚でも、座屈時のフランジ軸力 P_{cr} は直桁の場合の降伏軸力 $P_y = 2 b t_f \sigma_y$ よりも小さくなる。

Table 3 は、式 (15) に従って、 $R = 0.7$ に対する直桁および曲線桁 ($b/R_w = 0.05$) のフランジ自由突出脚幅厚比を示したものである。表から、フランジ面内の曲げがある場合、直桁では幅厚比制限を緩和してよいことがわかる。ただし期待できるフランジ軸力 (許容応力) は、たとえば $\lambda = 0.2$ の場合 $P_y^*/P_y = 0.82$ であるから、反り応力がない場合の降伏軸力 P_y に対して 18% 減少する。これに対して曲線桁では、直桁のような幅厚比の緩和は行えないことを表はしている。

6. あとがき

本論文では、曲線桁フランジの局部座屈に関して、過去に行われた諸研究で採用された解析モデルの問題点を指摘し、フランジ全幅に注目した座屈解析が必要であることを示した。そして実用範囲の曲線桁に対し、反りねじりに伴うフランジ面内の曲げモーメントをも考慮した新たなパラメーターを導入して座屈曲線を与え、曲線桁

Table 3 Width-thickness ratio when $R = 0.7$.

$ \lambda $	P_y^*/P_y	b/t_f					
		$b/R_w = 0$			$b/R_w = 0.05$		
		SS41 SM41 SMA41	SM50Y SM53 SMA50	SM58 SMA58	SS41 SM41 SMA41	SM50Y SM53 SMA50	SM58 SMA58
0.00	1.000	12.9	10.5	9.3	12.9	10.5	9.3
0.05	0.951	13.2	10.8	9.6	13.0	10.6	9.4
0.10	0.905	13.6	11.1	9.8	13.0	10.6	9.4
0.15	0.861	13.9	11.4	10.0	13.0	10.6	9.4
0.20	0.820	14.3	11.6	10.3	13.0	10.6	9.4

のフランジ局部座屈に関する幅厚比制限について提案した。これは現在使用されている幅厚比規定を大幅に変更しないでも、パラメーターを曲線桁をも含む形に拡張することにより対処できる可能性を示したものである。

参 考 文 献

- 1) たとえば, Basler, K., Yen, B. T., Mueller, J. A. and Thurlimann, B. : Web Buckling Tests on Welded Plate Girders, WRC Bulletin, No. 64, USA, Sept., 1960.
- 2) 小西一郎編: プレートガーダーの耐荷力に関する理論と実験, 関西橋梁鉄骨溶接研究会, 昭和 40 年 6 月.
- 3) Nishino, F., Tall, L. and Okumura, T. : Residual Stress and Torsional Buckling Strength of H and Cruciform Columns, Trans. of JSCE, No. 160, pp. 75~87, Dec., 1968.
- 4) 福本嘯士・伊藤義則: フランジの局部座屈強度とフランジ幅厚比制限, 土木学会論文報告集, No. 160, pp. 27~38, Dec., 1968.
- 5) 小西一郎ほか: プレートガーダーの座屈に関する調査と研究, 関西橋梁鉄骨溶接研究会, 昭和 44 年 2 月.
- 6) たとえば, 小堀為雄・吉田 博: 鋼構造設計理論, 森北出版, 1977 年 12 月.
- 7) 小松定夫・北田俊行: 初期不整を含む自由突出圧縮鋼板の極限強度特性について, 土木学会論文報告集, No. 314, pp. 15~17, Oct., 1981.
- 8) Culver, C. G. and Frampton, R. E. : Local Instability of Horizontally Curved Members, Proc. of ASCE, Vol. 96, No. ST2, pp. 245~265, Feb., 1970.
- 9) Culver, C. G. and Nasir, G. : Inelastic Flange Buckling of Curved Plate Girders, Proc. of ASCE, Vol. 97, No. ST4, pp. 1239~1255, Apr., 1971.
- 10) 川村彰善・大塚久哲・彦坂 照: 有限帯板法による曲線 I 桁フランジの局部座屈強度解析, 土木学会第 34 回年次学術講演会講演概要集第 1 部, pp. 250~251, 昭和 54 年 10 月.
- 11) 藤井 堅・大村 裕・河野泰直: 有限帯板法による曲線桁フランジの局部座屈解析, 土木学会第 35 回年次学術講演会講演概要集 I-139, pp. 275~276, Sept., 1980.
- 12) The Task Committee on Curved Girder of the ASCE-AASHTO Committee on Flexural Members of the Committee of the Structural Division : Curved I-Girder Bridge Design Recommendations, Proc. of ASCE, Vol. 103, No. ST5, pp. 1137~1168, May, 1977.
- 13) Cheung, Y. K. : Finite Strip Method in Structural Analysis, Pergamon press, 1976.
- 14) 吉田宏一郎: 有限帯板法とその応用 (その 1), (その 2), 日本造船学会誌, 第 538 号, 第 539 号, pp. 182~189, 235~243, 昭和 49 年 4, 5 月.
- 15) Pardoen, G. C. and Marienthal, M. J. : Finite Strip Method in Polar Coordinates, Proc. of ASCE, Vol. 104, No. EM3, pp. 587~604, June, 1978.
- 16) Komatsu, S. and Kitada, T. : Statical Study on Compression Flange Plate, Jour. of Struct. Eng., ASCE, Vol. 109, No. 2, pp. 404~417, Feb., 1983.
- 17) Bradford, M. A. and Hancock, G. J. : Elastic Interaction of Local and Lateral Buckling in Beams, Thin-Walled Structures No. 2, pp. 1~25, 1984.
- 18) 深沢泰晴・杉原美好: I 形ばりの弾性横座屈に及ぼすウェブの変形の影響, 構造工学論文集, Vol. 31A, pp. 15~23, 1985 年 3 月.
- 19) 彦坂 照・高海克彦・丸山義一: 薄肉閉断面部材の断面変形を考慮した有限変位理論と弾性安定問題への応用, 構造工学論文集, Vol. 32A, pp. 265~275, 1986 年 3 月.
- 20) 小西一郎: 鋼橋・設計編 II, 丸善, pp. 1336~1485, 昭和 51 年.
- 21) Timoshenko, S. P. and Gere, J. M. : Theory of Elasticity, McGraw-Hill, 1961.
- 22) Bleich, H. : Buckling Strength of Metal Structures, McGraw-Hill, 1952.
- 23) 日本道路協会: 道路橋示方書・同解説 I 共通編, II 鋼橋編, 昭和 55 年 2 月.
- 24) 中井 博・北田俊行・江見 晋・北沢正彦・大南亮一: 曲線プレートガーダー橋の終局強度に基づく設計法の提案, 橋梁と基礎, Vol. 21, No. 6, pp. 33~39, 昭和 62 年 6 月.

(1987. 4. 25・受付)