

限界状態確率に基づく設計荷重の組合せと荷重係数の一決定法

DETERMINATION OF DESIGN LOAD COMBINATION AND LOAD FACTORS ON THE BASIS OF LIMIT STATE PROBABILITIES

篠塚正宣*・久保雅邦**

By Masanobu SHINOZUKA and Masakuni KUBO

A rational procedure for determining design load combination and safety format is proposed, in which reliability-based structural design is developed on the basis of limit state probabilities. Load factors or safety factors associated with each design load combination in a safety format are optimized numerically through the objective function so that uniform level of structural reliabilities evaluated by limit state probability can be realized to the target, regardless of structural types and dimensions. Conceptual diagram of limit state probabilities is introduced to interpret the structural reliability, and the methodology to estimate the factors is showed with numerical examples using structural models and load combinations.

Keywords: reliability, load combination, load factors, probability

1. ま え が き

一般に、構造物の設計では死荷重や活荷重のみならず、風、温度、地震等の影響によるさまざまな組合せ荷重を考慮しなければならない¹⁾。しかも、諸元の異なる各種の構造物や着目する限界状態ごとに、それぞれ支配的な荷重の種類や荷重状態が異なる可能性がある。したがって、このような組合せ荷重を受ける種々の構造物に対して、その形式や諸元等にかかわらずできるだけ均一な信頼性をもたらす設計を行うには、異種荷重が同時に作用することによって起こる構造物の限界状態を、確率論的にみて均等に評価する必要がある。

荷重係数体系の設計照査式を用いる限界状態設計法は、この点に関して構造物の信頼性評価を取り入れることによって、従来の経験工学的な信頼性評価に基づく設計法に比べてより合理的な設計ができると考えられている^{2),3)}。すでに、欧米諸国ではこのような設計法が実用化されており^{4),5)}、わが国においてもコンクリート構造物や道路橋の設計規準がその様式に改訂されつつあ

る^{6),7)}。ところが、実際の設計照査に考慮すべき荷重組合せの種類を選定するとともに、それぞれに対して必要な設計安全率や荷重係数の値を算定するための基本的な考え方や手法が、必ずしも確立していない。これまで、線形化2次モーメント法⁸⁾や現行の設計にキャリブレーションする方法^{9),10)}があり、たとえばある構造物に作用する一組の組合せ荷重に着目し、各荷重の不確定性に応じた荷重係数を算定したり、あるいは現行の設計に整合させながら、いくつかの構造物に対して均一な信頼性をもたらすような一組の荷重係数を算定することができるようになってはいる。しかしながら、実際の構造物設計に対しては、考慮すべきさまざまな組合せ荷重の全体に対してこのような評価を行う必要があると思われる。

本研究では、構造物の安全性や使用性の大きさを限界状態確率によって表わし、これがある目標値のまわりに均等化するのが望ましいという考え方に基づいて、荷重組合せの種類と荷重係数を評価する手法を導入し、より合理的な荷重係数体系の設計法を確立するための基礎資料を求めた。この手法では、目的関数としてすでにこの種の規準策定に使われていると同様の関数を利用し、対象とする各種の構造物に作用する荷重の確率論的な組合せ解析に基づいて、必要な荷重係数を数値的に算定する。目的関数の値を最小化するという点で、基本的には

* 正会員 Ph.D. Columbia 大学教授 土木工学工業力学教室 (Columbia Univ., 610, New York, N.Y., 10027, U.S.A.)

** 正会員 工修 (株) 総合技術コンサルタント技術部課長 (〒533 大阪市東淀川区東中島 3-5-9)

上記したキャリブレーションによる方法と同様の考え方に基づいているが、対象とする構造物や部材の諸元、あるいは照査すべき限界状態の種類や目標とする信頼性の水準、さらにはこれを支配する荷重やその組合せの種類といった多種多様の項目に対して、実際の設計照査で行う手順を踏まえ、その中で目標とする構造物の安全性や使用性を確保するようにした。対象とする構造物や荷重の種類および個数にもよるが、比較的簡単な計算によって必要とする荷重係数さらには荷重組合せの種類を評価することができ、具体的な設計体系を策定するうえで有用な方法であると思われる。なお、構造物の安全性や使用性に影響を及ぼす不確定性は、荷重だけでなく部材強度のばらつきやその他の要因にも起因すると考えられるが、本研究ではそれらのうち主要なものとして荷重のばらつきのみを考えた。また、目標とする限界状態確率の大きさは、現行設計法の結果などを用いて仮定するものとした。

すでに、本研究の評価手法に沿った荷重組合せの解析例がいくつか報告されているが^{11)~14)}、本論文では基本的な考え方¹⁵⁾をあらためて整理し、より実用的な評価手法を検討するとともに、簡単な荷重と構造物のモデルを用いた計算例によってその妥当性を確認した結果を示す。

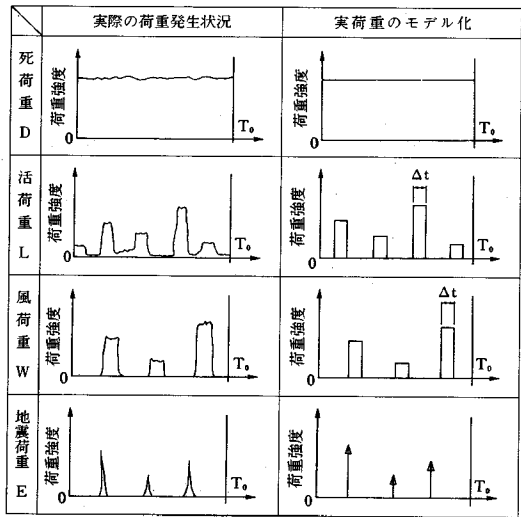
2. 組合せ荷重による限界状態確率

(1) 組合せ荷重の種類と設計照査式の定義

構造物の設計に考慮すべき荷重の大きさと荷重組合せの種類を設定するにあたっては、これを規定する設計規準が適用される構造物の種類や諸元等を想定し、そこに予測されるさまざまな荷重状態を考慮しなければならない。その際、対象とする各荷重について、構造物の限界状態にとって有意な荷重効果をもたらす荷重状態だけを考慮すればよく、荷重の発生特性および強度特性の中で明らかに有意でない状態を無視すると、相互に排反な荷重組合せの種類を限定することができる。

いま、構造物として一般的な道路橋の上部構造と下部構造とを念頭に置き、部材の使用限界状態や終局限界状態に対する設計照査において主要な荷重と考えられる、死荷重 (D)、活荷重 (L)、風荷重 (W) および地震荷重 (E) のみを代表的に取り上げる。もちろん、実際の設計例では、これらのほかに温度荷重や架設荷重等さまざまな荷重が問題になることもあり、必要に応じて対象とする荷重の種類を設定しなければならないが、ここでは上記した4つの荷重のみを対象にしてその荷重組合せについて議論する。

橋梁の供用期間 T_0 を考え、その間における各荷重の発生特性および強度特性について有意な荷重状態を考え



図—1 対象とする実荷重のモデル化

表—1 実荷重の組合せケース

荷重組合せ		荷重組合せ	
Load-0	D	Load-4	D+L+W
◇ -1	D+L	◇ -5	D+L+E
◇ -2	D+W	◇ -6	D+W+E
◇ -3	D+E	◇ -7	D+L+W+E

ると、実荷重のモデル化をたとえば図—1のように表わすことができる。死荷重は相対的に不確定性が小さく、供用期間を通して恒常的に作用し、その荷重強度は一定とする。他の荷重では、それぞれ有意な荷重強度となる状態が断続的に発生し、一回の発生について活荷重と風荷重では便宜的に同一の継続時間 Δt があり、地震荷重のそれは Δt に比べてさらに短いものとする。また、各荷重の強度は異種荷重間のみならず同一荷重間においても、確率的にすべて独立とする。その結果、構造物に作用する荷重状態は、表—1に示すように8種類の相互に排反な組合せ荷重となり、これを一般的に実荷重の組合せケース Load- i ($i=0, 1, 2, \dots, 7$) とおく。

一方、設計荷重の組合せケースを一般に Code- j ($j=1, 2, \dots$) とおき、これによる限界状態設計法の設計照査式を次式によって定義する。

$$R_n \geq \sum_m \alpha_m \cdot \gamma_{m,j} \cdot m^* \quad (m=D, L, W, E, j=1, 2, \dots) \dots (1)$$

ここに、 R_n は部材の限界状態を表わす公称強度、 α_m は荷重 m ($m=D, L, W, E$) の荷重効果への変換係数、 $\gamma_{m,j}$ は Code- j に含まれる荷重 m の荷重係数、 m^* は荷重 m の設計荷重強度をそれぞれ表わす。 R_n と m^* は確定値とし、それぞれ強度と荷重の特性値として与えられるものとする。また、 α_m は構造物の特性によって表わ

される変数で、その構造物を設計した段階では確定値として計算される。これに対して、 γ_{mj} はこれから求めようとする未知変数となる。

式(1)で明らかのように、荷重と荷重効果との間には線形関係があるものと仮定する。もし、非線形領域で議論しなければならない限界状態を対象にする場合には、式(1)に換えて別の定義を必要とするが、この点については今後の大きな課題と考えられる。また、荷重係数体系の設計照査式としては、式(1)の定義に加えて左辺に強度係数や右辺に全体係数を用いることもあるが¹⁶⁾、ここでは説明を簡単にするために上記の表現式を用いる。

式(1)の照査によれば、すべての設計荷重組合せ Code- j ($j=1, 2, \dots$) について、設計荷重を荷重係数倍して得られる荷重効果の和が、着目する限界状態の公称強度より等しいか小さくなることを要求している。つまり、各 Code- j について式(1)を満足するために必要な部材断面のうち、最も大きな断面を設計断面として採用し、その場合の荷重組合せケースがその部材の設計を支配する設計荷重組合せとなる。このように、ここでは式(1)の形によって照査することができる荷重状態と限界状態のみを対象にする。具体的には、表-1に示した実荷重の組合せのもとで、荷重効果の最大値が問題となる使用限界状態を超えるような変形や引張破壊などの終局限界状態を考えることにする。なお、各 Code- j ごとに γ_{mj} の値を同じにして左辺に移せば、式(1)は現行の許容応力度設計法による設計照査式と形式的にも原理的にも同じ意味をもつことになる。さらに、荷重係数だけでなく強度係数や全体係数を考える場合には、その分の未知変数を増やすことによって、式(1)に関するここでの議論を容易に拡張することができる。

ところで、Code- j に含まれる荷重の種類は、当然ながらこれに対応する実荷重の組合せ Load- i (ただし、 $j=i$ について) に含まれる荷重の種類に関係するが、Load- i のすべてについてそれぞれ対応する Code- j が必要となるわけではない。明らかに設計照査で断面決定に寄与することがないような組合せ荷重、たとえば表-1に示した Load-0に対応するものなどは、設計照査式として考える必要がない。また、現行の設計規準¹⁾では、同じく Load-7のような組合せ荷重は発生する確率が非常に小さいという理由から、それに対応する設計荷重の組合せを規定していない。

そこで、必要とする設計荷重の組合せケースを選定するために、表-1に示した8種類から Load-0を除く7種類の荷重組合せに対応する設計荷重の組合せを考え、表-2に示すような設計照査式の中から考慮すべき Code- j ($j=1, 2, \dots$) を検討する。

表-2 設計照査式の定義

	設計照査式
Code-1	$R_n \geq \alpha_D R_{D1} D^* + \alpha_L R_{L1} L^*$
Code-2	$R_n \geq \alpha_D R_{D2} D^* + \alpha_W R_{W2} W^*$
Code-3	$R_n \geq \alpha_D R_{D3} D^* + \alpha_E R_{E3} E^*$
Code-4	$R_n \geq \alpha_D R_{D4} D^* + \alpha_L R_{L4} L^* + \alpha_W R_{W4} W^*$
Code-5	$R_n \geq \alpha_D R_{D5} D^* + \alpha_L R_{L5} L^* + \alpha_E R_{E5} E^*$
Code-6	$R_n \geq \alpha_D R_{D6} D^* + \alpha_W R_{W6} W^* + \alpha_E R_{E6} E^*$
Code-7	$R_n \geq \alpha_D R_{D7} D^* + \alpha_L R_{L7} L^* + \alpha_W R_{W7} W^* + \alpha_E R_{E7} E^*$

(2) 限界状態確率の算定

実荷重が作用する構造物のある部材に着目し、その供用期間中に作用するすべての実荷重組合せによって生ずる荷重効果の最大値を確率変数 X で表わす。この変数 X は荷重 m ($m=D, L, W, E$) と、構造物の特性によって表わされる一般的な関数 $G(\cdot)$ を用いて表わすことができる。

$$X = G(D, L, W, E) \dots \dots \dots (2)$$

前記したように、いま荷重と荷重効果の間には線形関数を仮定しており、かつ各荷重 m の設計荷重 m^* とその実荷重との作用位置および作用方向がともに同じであれば、式(1)の定義を用いてこの関数 $G = G(\cdot)$ を次のように考えることができる。

$$G = \max \text{ of } [\sum_m \alpha_m \cdot m] \quad (m=D, L, W, E) \dots \dots \dots (3)$$

したがって、このような荷重効果の最大値が、部材の限界状態を表わす状態変数 x を超えるとき、すなわち

$$x - G(D, L, W, E) \leq 0 \dots \dots \dots (4)$$

は、部材が限界状態に入ったことを示し、式(4)の状態が発生する確率を、ここでは限界状態 x に対する限界状態確率 (Limit State Probability) $P(x)$ とよぶことにする。

限界状態確率の大きさは、構造物の安全性や使用性の大きさを定量的に表わす尺度となり¹⁷⁾、設計された構造物の諸元や部材強度と荷重の確率特性とを用いて求めることができる。ここでは、図-1に示したようなモデルに基づき、WenのLoad Coincidence Method¹⁸⁾による次式によってこれを求めることにする。

$$P(x) \doteq 1 - \exp\left\{-\sum_{i=1}^7 n_i \cdot Q_i(x)\right\} \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 n_i は実荷重の組合せ Load- i が供用期間中に発生する期待回数、 $Q_i(x)$ は Load- i の組合せ荷重が一回発生したとして、そのときの荷重効果の和が状態変数 x を超過する確率をそれぞれ表わす。

式(5)による方法は、時間的に変動する荷重の組合せ解析において実用的な近似解を与えるが¹⁹⁾、各荷重の強度分布特性から $Q_i(x)$ を求めるにあたって確率変数の和を計算する必要があり、一般には多重のたたみ込

み積分あるいはモンテカルロシミュレーションによる計算が必要となる。これに対して本研究では、各荷重の強度分布として正規分布を仮定し、正規分布の再現性を利用して $Q_i(x)$ を理論的に求める。その結果を式 (5) へ代入して $P(x)$ を求める。このような正規分布の仮定が、実際の荷重特性を必ずしも正確に表わすとはいえないが、本研究の目的とする荷重組合せの種類と荷重係数を決定する手法の原理を明らかにするうえで、1つの計算例として有用なものと考えられる。

3. 荷重係数の評価法

(1) 最適な荷重係数の考え方

設計されたある部材の限界状態確率 $P(x)$ を求めると、たとえば図-2の模式図に示すように単調減少する1つの曲線Bが得られる。同図の点線は、それぞれ実荷重組合せ Load- i のみが作用したときの限界状態確率を表わし、これらを式 (5) によって合計したものが曲線Bとなるが、状態変数 x の存在範囲に応じて、それぞれ限界状態確率が最も大きくなる実荷重組合せの種類が異なる可能性を示している。ただし、ここでは簡単のために Load-1~Load-3 のみを用いている。同様にして、他の構造物あるいは部材についてこれを求めると、構造諸元や支配的な荷重効果の違いによって、上記の曲線Bとは少し異なる別の曲線が得られる。

一方、構造物の設計にあたって必要な信頼性の概念は、このような曲線Bの集まりに対して1つの目標を示す曲線Aがあり、考慮すべきすべての構造物あるいは部材に対して曲線Bを曲線Aにできるだけ近づけることによって表わされる。曲線Aは、目標とする信頼性の大きさを限界状態確率によって表わしたものであり、設計照査式を求めるにあたって構造物の経済性、社会性、その他の要因を加味しながら設定しておくものとする。その際、対象とする構造物あるいは部材の種類や、上記したように限界状態確率が最も大きくなる実荷重組合せの種類に応じて、目標とする曲線Aを変えることもできる。つまり、構造物の重要度やその信頼性を支配する

荷重の違いに対して異なる目標値を与えるもので、一般には設計規準の中にこのような配慮が暗黙のうちに認められている。しかしながら、この点は式 (1) に関して言及したように全体係数の問題と考えられ、ここでは荷重係数のみに着目する意味で、対象とする構造物と荷重のすべてに対して目標とする曲線Aをただ1つ与えることにする。

理想的には、状態変数 x の全範囲において曲線Bを曲線Aに近づけることがより均一な信頼性を与えるが、構造物の実際面や設計照査の実用性からすると、状態変数の中で各種の限界状態を表わす特定の値、たとえば図-2の x_i^* や x_{ii}^* などの点においてのみ所定の信頼性を保持すればよいものと考えられる。ここで、 x_i^* や x_{ii}^* はそれぞれ使用限界状態や終局限界状態などを表わす特性値とし、物理的な意味をもつ公称値として設定する。たとえば、状態変数が部材の引張応力度を表わすとすれば、弾性限界や降伏強度などの公称強度がそれぞれ x_i^* や x_{ii}^* に相当し、式 (1) の R_n はこれを一般的に表わしたものにほかならない。

ところで、考慮すべき限界状態の数とその特性値とは、着目する状態変数に応じて設定する必要があり、通常は1つの状態変数について1~3個の限界状態を特定すればよいと思われる。その際、1つの状態変数について2つ以上の限界状態を考慮する場合には、それぞれに対して式 (1) の設計照査を行うものとする。つまり、限界状態 x_i^* について一組の Code- j_i ($j_i=1, 2, \dots$) があり、同じく x_{ii}^* についてこれとは別の Code- j_{ii} ($j_{ii}=1, 2, \dots$) があって、それらのすべてを用いて式 (1) の設計照査を行い、その結果必要な部材断面のうち最大となる設計照査式によって設計断面を決定する。たとえば、ある構造物では x_i^* の設計照査において断面が決定し、これが x_{ii}^* に対しては十分に余裕をもつような断面となることがある。この場合の設計断面が、2つの限界状態について不必要な余裕をもたないことが経済性からみて望ましいが、式 (1) のようなレベルIの方法によって設計照査を行う限りにおいては、この点を設計規準の中で規定することはできない。それは、構造物に必要な諸元と設計者の判断とによって決定される。したがって、2つ以上の限界状態を考慮する場合の荷重係数を評価す

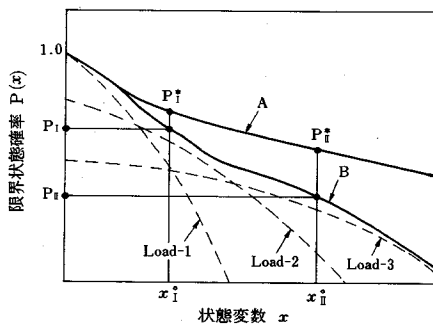


図-2 限界状態確率とその目標

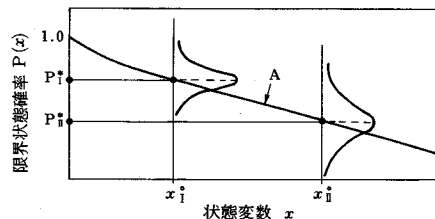


図-3 限界状態確率のばらつき

るにあたっては、それらを独立に扱うものとする。このことは、異なる2つの状態変数 x, y における限界状態 x^0, y^0 についても同様である。

そこで、対象とする各種の構造物について、 x_i^0 や x_{ii}^0 における限界状態確率 P_i や P_{ii} が、その目標値 P^* や P_{ii}^* のまわりにばらつく様子を同一平面上で概念的に示すと、たとえば図-3 のようになる。多くは目標値の周辺に集まるが、一部の構造物では目標値よりも大きくあるいは小さくなる。したがって、構造物の信頼性を均一にするには、たとえば x_i^0 において、 P_i のばらつきが P^* のまわりに最小化するように一組の設計荷重組合せケース Code- j ($j=1, 2, \dots$) の荷重係数を算定すればよいことになる。

(2) 最適化のアルゴリズム

以上の考え方に基づいて、考慮すべきいくつかの設計荷重組合せケース Code- j ($j=1, 2, \dots$) の最適な荷重係数を算定する手法を以下に示す。ただし、この段階では Code- j の種類は与えられているものとする。

① 設計照査式を適用する範囲の構造物の中から、代表的な構造諸元を有するものをその使用頻度等に応じて選定する。これを構造物 S_k ($k=1, 2, \dots, N$) とおく。

② 照査すべき構造物の限界状態として、特性値 x^0 および目標とする限界状態確率 P^* を設定する。

③ 考慮すべき荷重 m の設計荷重強度 m^* ($m=D, L, W, E$) を設定する。

④ 各構造物 S_k をすべての設計照査式を用いて設計する。その際、各荷重係数にはある値が設定されているものとする。Code- j を用いて S_k を設計したときに、ちょうど式 (1) の等号が成り立つような部材断面の大きさを Z_{kj} とすると、次式によって求められる。

$$Z_{kj} = \sqrt{\sum_m \beta_{km} \cdot \gamma_{mj} \cdot m^* / x^0} \dots \dots \dots (6)$$

ここに、

$$\beta_{km} = \alpha_{km} \cdot Z_{kj} \dots \dots \dots (7)$$

ただし、 α_{km} は式 (1) の α_m に相当するが、構造物 S_k の変換係数であることを示す。したがって、各構造物の設計断面 Z_k は、その値を最大にする設計照査式によって決定される。

$$Z_k = \max \text{ of } [Z_{kj}] \quad (j=1, 2, \dots) \dots \dots \dots (8)$$

⑤ 設計された構造物 S_k が、すべての実荷重組合せ Load- i ($i=0, 1, \dots, 7$) を受ける場合の限界状態確率 $P^{(i)}=P(x^0)$ を算出し、これを用いて目標値 P^* との間に次式で定義される目的関数 Ω の値を求める。

$$\Omega = \sum_{i=1}^N \left[\frac{\log P^{(i)} - \log P^*}{\log P^*} \right]^2 \dots \dots \dots (9)$$

⑥ 目的関数 Ω は対数変換した $P^{(i)}$ と P^* の差のばらつきの程度を表わし、すべての構造物 S_k ($k=1, 2,$

\dots, N) とすべての荷重組合せケース Code- j ($j=1, 2, \dots$) とに対してただ1つ定義される。したがって、この Ω にはすべての荷重係数 γ_{mj} を未知変数として含み、次式を用いてこれを算定する。

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \gamma_{mj}} = 0 \quad \left(\begin{matrix} m=D, L, W, E, \\ j=1, 2, \dots \end{matrix} \right) \dots \dots \dots (10)$$

以上の算定手法において、一般に式 (10) は非常に複雑な非線形連立方程式となり、その解を求めるのは容易でない。閉じた形で解くことはもちろんのこと、数値計算による場合でも未知変数の数が多くなると加速度的に困難さを増す。従来解析ではこの点を解決するために、 Ω の等高線図を利用し、試行錯誤的方法によって未知変数 γ_{mj} の値を求めた^{11)~14)}。つまり、ステップ④で各荷重係数 γ_{mj} の値をいくつか仮定し、これを用いてステップ⑤で Ω を算出する。その結果 Ω の等高線図を作成して、その値が最小となるようにステップ④へ戻って γ_{mj} の値を試行錯誤的に変える。

ところが、表-2 に示した設計照査式のすべてに含まれる未知変数の数は合計19個にもなり、あるいは現行の設計規準に規定されているのと同じ種類の荷重組合せケース Code-1, -3, -4 のみを考慮する場合でも、それらの中に含まれる未知変数の数は合計7個と多い。したがって、これだけ多くの未知変数を同時に独立変数とみなして Ω の値を最小化するためには、膨大な計算が必要になるとともに各変数の最適値をとらえにくい。そこで、より実用的にステップ④~⑥の収束計算を行うために、次のように算定手法を改善する。

求めようとするすべての荷重係数 γ_{mj} にそれぞれある値が設定されているとして、式 (6) によって各構造物の Z_{kj} を求める。簡単のために、Code-1~Code-3 および構造物 $S_1 \sim S_{10}$ のみを用いる場合を模式的に示すと、一例として図-4 のようになる。これを各構造物 S_k ごとにとみると、その設計断面 Z_k は3つの Z_{kj} のうちその最大値にほかならず、これ以外の Z_{kj} は上記した限界状

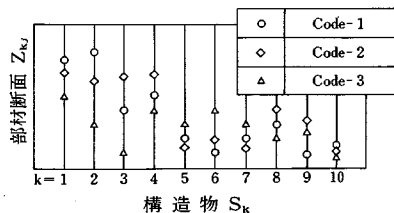


図-4 部材断面 Z_{kj} の一例

表-3 各設計荷重組合せが支配的な構造物

Code-1 が支配的な構造物	S_1, S_2, S_{10}
Code-2 が支配的な構造物	S_3, S_4, S_8, S_9
Code-3 が支配的な構造物	S_5, S_6, S_7

態確率 $P^{(j)}$ を算定するうえで必要としない。言い換えれば、各 Code- j ごとにそれが支配的となる構造物だけを抽出し、その構造物を Code- j のみを用いて設計した場合の限界状態確率 $P^{(j)}$ を用いて式 (9) の Ω を求めることができる。図-4 に示した結果では、各 Code- j ($j=1, 2, 3$) が支配的となる構造物を抽出すると表-3 のようになる。

もし、表-3 に示した結果が、式 (10) のすべてを満足するような荷重係数 γ_{mj} を用いて得られた結果と同じものであれば、これを用いて比較的容易に荷重係数の最適値を求めることができる。つまり、各 Code- j ごとに含まれる荷重係数のみを未知変数として式 (10) の連立方程式を解けばよい。表-2 の場合では、たかだか 2~4 個の未知変数に対して収束計算を行えばよいことになり、上記したような 7~19 個の未知変数を同時に扱う場合に比べて、大幅に試行錯誤による計算過程を減らすことができる。

そこで、構造物 S_k ($k=1, 2, \dots, N$) を各設計荷重組合せケースごとに振り分ける。そのための 1 つの方法としては、全く試行錯誤的にその振り分けを設定する方法が考えられるが、対象とする構造物の数が比較的多い場合には、漸近的な方法によって効率よく振り分けることが望ましい。実際の構造物に対する現行の設計例、あるいはこれまでの荷重組合せについての試算例⁽⁴⁾ をみると、構造物の設計を支配する設計荷重組合せの種類は許容応力度設計法や限界状態設計法にかかわらず、目標とする設計安全率や荷重係数の近傍では大きく変わるものではない。このことは構造物の安全性や使用性を支配する実荷重の組合せケースが、構造物ごとにほぼ特定していることから推察することができよう。したがって、構造物ごとに支配的でない設計荷重組合せの種類を次々と除去することによって、必要な設計荷重組合せのケースを特定すればよい。ステップ④~⑥について、そのための算定手法をまとめると次のようになる。

④-1 各 Code- j に含まれる荷重係数 γ_{mj} の値を設定し、これを用いて対象とする構造物 S_k に対して Z_{kj} を求める。その際、最初は各 Code- j についてすべての構造物を用いて行い、次からは除去されて残った構造物のみを用いて行う。

⑤-1 上記の Z_{kj} を用いて、すべての実荷重組合せ Load- i による限界状態確率 $P^{(j)}$ を算出する。

⑤-2 各 Code- j ごとに、 Z_{kj} の値が比較的小さく設計を支配する可能性がない構造物 S_k を除去し、関係する $P_j^{(j)}$ のみを用いて、目標値との間に目的関数 $\Omega_j^{(j)}$ を求める。

$$\Omega_j^{(j)} = \sum_k \left\{ \frac{\log P_j^{(j)} - \log P^*}{\log P^*} \right\}^2 \dots\dots\dots (11)$$

$$(j=1, 2, \dots)$$

ここに、 \sum_k は Code- j に関して残った構造物 S_k のみについて合計することを表す。したがって、各 $\Omega_j^{(j)}$ の合計を Ω' と置き、これと式 (9) の Ω との関係は次式となる。

$$\Omega \leq \Omega' = \sum_j \Omega_j^{(j)} \dots\dots\dots (12)$$

⑥-1 各 Code- j ごとに、 $\Omega_j^{(j)}$ の値が最小となる荷重係数 γ_{mj} の値を求め、その結果を用いてすべての構造物 S_k を設計する。

⑥-2 各構造物 S_k ごとに、支配的な設計荷重組合せ Code- j が、ステップ⑤-2 でこれまでに除去したものになっていないことを確認する。

以上のステップ④-1~⑥-2 を、各構造物 S_k についてただ 1 つの設計荷重組合せケース Code- j が特定するまで繰り返す。ただし、繰り返し計算の途中では式 (12) の不等号が成り立つ。というのは、式 (11) の段階で構造物 S_k がただ 1 つの Code- j に特定していない場合には、式 (12) による $\Omega_j^{(j)}$ の方がその分だけ大きくなる。しかし、各 $\Omega_j^{(j)}$ の値を最小化する段階では式 (12) の等号が成り立つ必要はなく、最終的に各構造物にただ 1 つの Code- j が特定した段階で式 (12) の等号が成り立つ。

なお、構造物の重要度や荷重の地域特性を考慮する場合には、式 (9) や式 (11) に示した目的関数を修正することによって、本研究の手法をそのまま拡張することができると考えているが、詳細な点については今後の課題として研究する必要がある。

(3) 設計荷重組合せの種類について

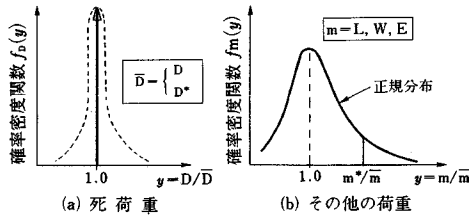
上記の算定手法では設計荷重組合せ Code- j ($j=1, 2, \dots$) の種類を限定しなかったが、最適荷重係数を算定するにあたって、表-2 に示した 7 種類の設計荷重組合せケースの中から、設計照査に考慮すべき荷重組合せの種類を選定する必要がある。そのための考え方としては、まず表-1 に示した実荷重組合せケースの中で着目する限界状態に対して支配的となるもの、次にそれに対応する設計荷重組合せケースを用いて設計照査を行う場合、式 (9) の目的関数 Ω の値を小さくするうえで必要となるものを選定すべきと考えられる。言い換えれば、どの構造物の設計断面をも支配することがないか、あるいは支配的となっても他の設計荷重組合せケースと同程度の影響しかもたない組合せケースを除去する。前記したように、表-2 のたとえば Code-7 が現行の設計規準に規定されていないのはこのような見地に基づくものと思われるが、これを除去するための判断が主として経験則に基づいているため、その結果が妥当かどうかは必ずしも明確ではない。ここでは、そのための数値的な判断を下す必要があり、上記した荷重係数の評価手法を用いて計算例で具体的に検討する。

4. 計算例と考察

(1) 荷重と構造物のモデル

前記した荷重係数の算定手法をより具体的に示すとともに、求める荷重係数体系の設計法と許容応力度設計法とを比較するために、簡単な荷重と構造物のモデルによる計算例を示す。

荷重のモデルとして、図—1に示したような死荷重 (D)、活荷重 (L)、風荷重 (W) および地震荷重 (E) を考え、その発生頻度と荷重強度の確率分布を図—5と表—4のように仮定する。図—5の横軸は荷重強度 m をその平均値 \bar{m} で規準化した結果を表わし、縦軸は各荷重が一回発生したときの荷重強度の分布を確率密度関数 $f_m(y)$ によって表わしている。死荷重の不確定性は相対的に小さく、その設計荷重強度 D^* と実荷重 D とはともに平均値 \bar{D} に等しいものとし、したがっていずれも確定値とする。他の荷重では、確率変数 m/\bar{m} ($m=L, W, E$) が前記したようにすべて正規分布に従うものとする。それらの変動係数および設計荷重の大きさ、さらに各荷重の再現期間 T_m ($m=L, W, E$) および活荷重と風荷重の一回の継続時間 Δt を表—4に示したとおりとし、橋梁の供用期間 $T_0=50$ 年を考える。これらの値は非常に大まかな近似ではあるが、荷重の実態調査結果²⁰⁾などを参考にして仮定したものである。しかし、定量的には必ずしも現実の荷重および現行の設計規準を表わすものではなく、各種の荷重組合せあるいは設計法の相対的な比較をするうえでのみ有用と考えられる。



図—5 荷重の強度分布のモデル

表—4 荷重モデルの設定値

	実荷重 m/\bar{m}	m/\bar{m}	発生頻度
死荷重	1.00	—	—
活荷重	正規分布 $\mu=1.00$ $\sigma=0.20$	1.40	$T_L=1.00$ 月 $\Delta t=3.00$ 時間
風荷重	正規分布 $\mu=1.00$ $\sigma=0.30$	1.90	$T_W=1.00$ 年 $\Delta t=3.00$ 時間
地震荷重	正規分布 $\mu=1.00$ $\sigma=0.50$	2.50	$T_E=2.00$ 年

(注) μ, σ は m/\bar{m} の平均値と変動係数を表わす。

表—5 構造物モデルの設定値

構造物	d_{kD}	d_{kL}	d_{kW}	d_{kE}
S_1	25	25	25	25
S_2	10	20	30	40
S_3	10	20	40	30
S_4	10	30	20	40
S_5	10	30	40	20
S_6	10	40	20	30
S_7	10	40	30	20
S_8	20	10	30	40
S_9	20	10	40	30
S_{10}	20	30	10	40
S_{11}	20	30	40	10
S_{12}	20	40	10	30
S_{13}	20	40	30	10
S_{14}	30	10	20	40
S_{15}	30	10	40	20
S_{16}	30	20	10	40
S_{17}	30	20	40	10
S_{18}	30	40	10	20
S_{19}	30	40	20	10
S_{20}	40	10	20	30
S_{21}	40	10	30	20
S_{22}	40	20	10	30
S_{23}	40	20	30	10
S_{24}	40	30	10	20
S_{25}	40	30	20	10

次に、構造物のモデルとして次式で表わされるパラメーター d_{km} を各荷重と構造物ごとに仮定し、表—5に示す 25 個の構造物を考える。

$$d_{km} = \alpha_{km} \cdot \bar{m} \quad \left(\begin{matrix} m = D, L, W, E \\ k = 1, 2, \dots, 25 \end{matrix} \right) \dots\dots\dots(13)$$

各構造物 S_k ($k=1, 2, \dots, N$) におけるこのパラメーター d_{km} は、各荷重の平均値 \bar{m} による荷重効果を表わし、表—5に示したようにその大きさをそれぞれ 10~40 として、その合計が 100 になるようにする。つまり、各構造物ごとに荷重の平均値による占有率 (%) を表わしており、荷重効果の比率がこのような範囲にある構造物あるいは部材に相当する。さらに、部材の材料として鋼材 (SM 50 Y) を考え、現行の設計規準における基本の許容応力度 $\sigma_a=2100$ kg/cm²、および終局限界状態を表わす公称強度として降伏強度 $\sigma_v=3600$ kg/cm² を設定する。

(2) 許容応力度設計法と荷重係数法との比較

許容応力度設計法と求める荷重係数体系の設計法とを比較するために、表—2に示した設計照査式の中から現行の規定に相当するのと同じ種類の Code-1, -3, -4 の3つのみを取り出し、これに含まれる荷重係数あるいは設計安全率の最適値を求める。ただし、最適値の収束精度を 0.05 までとする。

まず、現行の設計規準におけるこれらの設計荷重組合せケースの設計安全率と許容応力度の割増し率を引用し、式(1)に示した限界状態 $\sigma_y = 3600 \text{ kg/cm}^2$ の照査に対する荷重係数に換算すると、一例として表-6の左側に示すようになっている(これを計算ケース①とする)。ただし、ここでは現行の設計規準について定量的な検討を試みるものではなく、あくまで経験的な判断に基づいて定めた設計安全率や設計荷重組合せの例題としてこれらの値を引用する。

そこで、表-6の左側に示した結果を用いて構造物 $S_k (k=1, 2, \dots, 25)$ を設計し、部材断面の大きさ Z_{kj} と限界状態確率 $P^{(k)}$ を求めると、それぞれ図-6と図-7のようになる。図-7に示す点線 \bar{P} は求めた25個の限界状態確率 $P^{(k)}$ を相乗平均したもので、ここでは荷重係数を求めるための目標値 P^* としてこの値を用いる。

次に、同じく Code-1, -3, -4 のみに着目してこれに

表-6 設計安全率の検討

	計算ケース①		計算ケース③ 計算値
	設計荷重組合せ	荷重係数への換算値	
Code-1	D*+L*	$\frac{3600}{2100 \times 1.00} = 1.714$	1.65
Code-3	D*+E*	$\frac{3600}{2100 \times 1.70} = 1.008$	1.55
Code-4	D*+L*+W*	$\frac{3600}{2100 \times 1.25} = 1.371$	1.15

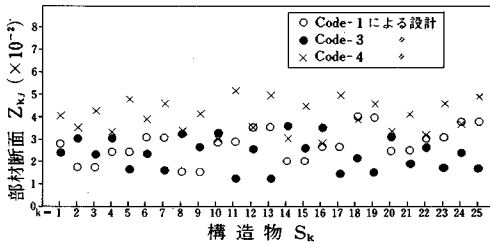


図-6 部材断面 Z_{kj} (計算ケース①)

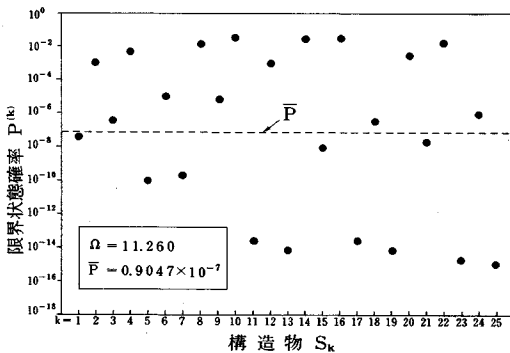
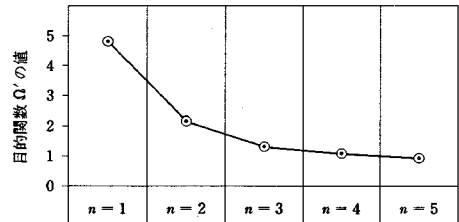


図-7 限界状態確率 $P^{(k)}$ (計算ケース①)

含まれる荷重係数を求めるにあたり、ステップ④-1~⑥-2までの繰り返し回数 n と式(12)の Q' の変化および各 Code- j に関係する構造物の数を図-8に示す。ここで、 $n=1$ では各 Code- j に対してそれぞれ25個の構造物すべてを用いて設計し、 $n=2, 3, \dots$ において次々と関係する構造物の数を減らし、最終の $n=5$ では各構造物 S_k と各 Code- j とは一対一に対応している。また、得られた荷重係数を表-7にまとめて示す。さらに、表-7の結果(これを計算ケース②とする)を用いて各構造物 S_k の部材断面の大きさ Z_{kj} と限界状態確率 $P^{(k)}$ とを求め、それぞれ図-9と図-10に示す。



	$n=1$	$n=2$	$n=3$	$n=4$	$n=5$
Code-1	25	9	6	4	4
Code-3	25	19	16	15	13
Code-4	25	18	14	10	8
合計	75	46	36	29	25

図-8 収束計算による Q' と用いる構造物数の変化

表-7 得られた荷重係数の最適値

	計算ケース②			
	γ_{Dj}	γ_{Lj}	γ_{Wj}	γ_{Ej}
Code-1	1.70	1.65	---	---
Code-3	1.05	---	---	1.70
Code-4	0.80	0.85	1.45	---

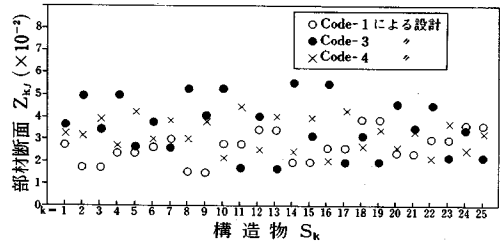


図-9 部材断面 Z_{kj} (計算ケース②)

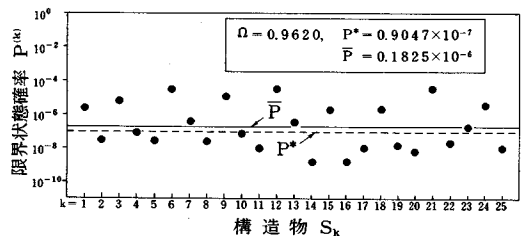


図-10 限界状態確率 $P^{(k)}$ (計算ケース②)

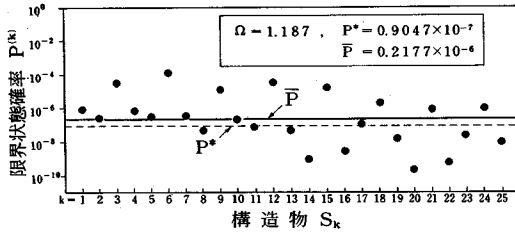


図-11 限界状態確率 $P^{(k)}$ (計算ケース③)

図-7と図-10の結果を比較すると、明らかに荷重係数を用いた場合の方が限界状態確率の均等化がみられる。しかしながら、このことは単に荷重係数体系の設計照査式を用いることによるものではなく、各荷重係数を信頼性評価に基づいて最適化したことによる。というのは、現行設計法と同じく各設計荷重組合せに対して単一の設計安全率を用いる場合(これを計算ケース③とする)、つまり式(1)の γ_{mj} を各Code-jごとに同じにした場合の最適値を求め、これを表-6の右側に示すとともに、これを用いて各構造物 S_k ($k=1, 2, \dots, 25$)を設計したときの限界状態確率 $P^{(k)}$ を図-11に示す。この結果を図-7および図-10と比較すると、よく均等化しているといえよう。ただし、図-10と図-11の結果を Ω の値で比較した場合、単一の設計安全率を用いる場合よりも荷重係数を用いる場合の方が、多少ながらより適切な設計をもたらすことはいうまでもない。

一方、図-6と図-9の結果に基づいて各構造物の設計断面を支配する荷重組合せについてみると、図-6の結果では多くがCode-4で断面が決まっているのに対して、図-9の結果ではCode-1, -3, -4が比較的均等に出現している。また、表-1に示したLoad-0~Load-7の実荷重組合せが、図-7, 10, 11に示した各構造物の各限界状態確率を支配している個数を表-8に示す。これによると、Load-0~Load-2は各構造物の信頼性に与える影響が小さく、Load-3~Load-7の荷重組合せが重要なことを示している。これは、風荷重や地震荷重の影響が相対的に大きいことによるものであり、この計算例では現行の設計規準では考慮していない風荷重と地震荷重の組合せ、さらには活荷重との組合せなどが支配的な組合せ荷重として出現している。ただし、これらの点は終局限界状態 $\sigma_y=3600 \text{ kg/cm}^2$ に対する結果であり、使用限界状態のようにもっと低い応力度レベルにおいてはLoad-1やLoad-2なども重要になると考えられる。

(3) 設計荷重組合せの種類の検討

前項ではCode-1, -3, -4のみを用いて最適な設計照査式を検討したが、より合理的な照査をするには、他の設計荷重組合せをも考慮するのが望ましいと思われる。図-10と図-11の比較で示したように、荷重係数では

表-8 各実荷重組合せが支配的な構造物の個数

	計算ケース				計算ケース		
	①	②	③		①	②	③
Load-0	0	0	0	Load-4	1	6	5
Load-1	0	0	0	Load-5	4	9	8
Load-2	0	0	0	Load-6	4	7	7
Load-3	8	1	1	Load-7	8	2	4

表-9 得られた設計安全率の比較

		計算 ケース					
		③	④	⑤	⑥	⑦	⑧
得られた設計安全率	Code-1	1.65	/	1.60	/	/	1.60
	Code-2	/	/	1.45	/	/	1.45
	Code-3	1.55	1.50	1.45	1.45	1.45	1.45
	Code-4	1.15	1.15	1.10	1.10	1.10	1.10
	Code-5	/	1.15	1.15	1.15	1.15	1.15
	Code-6	/	/	/	1.00	1.00	1.00
	Code-7	/	/	/	/	0.85	0.85
Ω の 値		1.187	0.688	0.509	0.175	0.135	0.120

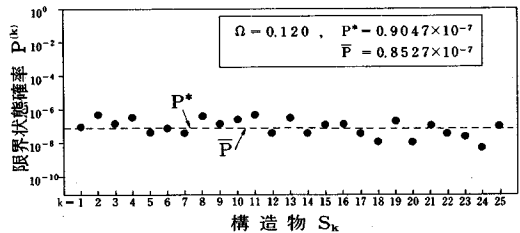


図-12 限界状態確率 $P^{(k)}$ (計算ケース⑧)

なく設計安全率を用いても十分に構造物の信頼性を均等化することが可能と考えられるため、ここでは最適な設計安全率を評価することによって、表-2に示したCode-1~Code-7のうち考慮すべき設計荷重組合せの種類について検討する。

Code-1~Code-7のうち、考慮するものに対してそれぞれ最適な設計安全率を求め、それらの値とこれを用いて設計した構造物の限界状態確率から得られる Ω の値を表-9にまとめて示す。それぞれ計算ケース④~⑧とし、前記した計算ケース③の結果をもあわせて示す。表中の斜線は、設計照査式として考慮しないことを表わす。これによると、当然ながら計算ケース⑧の Ω が最も小さく、その場合の各構造物 S_k の限界状態確率 $P^{(k)}$ は図-12のようになり、非常によく均等化している。

しかしながら、設計法としての実用性からするとCode-1~Code-7のすべてを使用するのではなく、できるだけ考慮する設計荷重組合せの種類を減らす方が望ましい。この点に関しては、最終的に設計規準を策定する委員会の判断によらねばならないが、そのための判断基準として表-9のような結果が必要になるものと思われる。

る。

ここでの計算例に限ってみると、終局限界状態 $\sigma_s = 3600 \text{ kg/cm}^2$ に対して Code-1 や Code-2 はあまり有意でない。さらに、Code-6 と Code-7 のどちらか1つは考慮する必要がある。Code-6 と Code-7 の荷重組合せは現行の設計規準にはなく、今後このような設計荷重の組合せケースを検討するうえで、本研究の評価手法が有用になるものと思われる。このように、この手法では荷重係数だけでなく、単一の設計安全率やさらには許容応力度の割増し率の検討にも用いることができる。

5. ま と め

本研究では、組合せ荷重を受ける構造物の信頼性評価に基づき、設計照査に必要な設計荷重組合せの種類と荷重係数を評価する手法を検討した。得られた成果と今後の課題とをまとめる。

(1) 構造物の限界状態確率を目標値のまわりに均等化するという考え方にに基づき、設計荷重の組合せと最適な荷重係数を評価する手法を示した。

(2) 本手法は荷重係数だけでなく、単一の設計安全率や現行の設計法にみられる許容応力度の割増し率を検討する場合にも有用なことを示した。

(3) これにより、限界状態設計法の導入にあたって、従来より経験工学的に評価している設計安全率や必要な荷重組合せの種類を設定するうえで、荷重のばらつきを考慮して数値的に評価することが可能となった。

(4) しかしながら、本研究の考え方では目標とする限界状態確率を超える構造物が出現するため、より確実に構造物の信頼性を保証するという点からすると、限界状態確率の上限値を設けることによりこの点を改善する必要がある。

(5) さらに、本研究では非常に単純化した荷重と構造物のモデルを仮定して計算したが、今後はより実的なモデルを用いての検証が必要かと思われる。特に、荷重のモデルを正確に設定する必要があるとともに、荷重以外の不確定要因についても配慮することが今後の課題である。

謝 辞：本論文は、数年来より橋梁の信頼性評価を目的として、著者らが本州四国連絡橋公団より委託を受けた一連の研究成果の一部をとりまとめたものである。研究にあたって多大なご指導をいただいた小西一郎京都大学名誉教授、ならびに本州四国連絡橋公団の村上永一氏（現・石川島播磨重工業）、吉田 敏氏、松村 存氏（現・日本橋梁）、今中靖雄氏（現・神戸製鋼所）、佐伯彰一氏、田中淳之氏、松本弘輝氏、北川 信氏、加島

聰氏、その他ご協力いただいた関係各位に謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，丸善，昭和55年2月。
- 2) 高岡宣善：構造物の限界状態設計法，土木学会誌，第61巻5号，1976年5月。
- 3) 土木学会構造工学委員会・構造物安全性研究小委員会：構造物の安全性・信頼性，1976年10月。
- 4) BSI : Steel, Concrete and Composite Bridges, BS 5400, London, 1978.
- 5) MTC : Ontario Highway Bridge Design Code, Ontario, 1983.
- 6) 土木学会コンクリート委員会：昭和61年制定コンクリート標準示方書，土木学会，昭和61年10月。
- 7) 日本道路協会橋梁委員会：限界状態設計法分科会荷重検討班第一次報告書，昭和61年11月。
- 8) Lind, N.C. : Consistent Partial Safety Factors, ASCE, ST 6, June 1971.
- 9) CIRIA Report 63 : Rationalisation of Safety and Serviceability Factors in Structural Codes, London, July 1977.
- 10) Ellingwood, B., Galambos, T.V., MacGregor, J.G. and Cornell, C.A. : Development of Probability Based Load Criterion for American National Standard A 58, NBS, June 1980.
- 11) Emi, S. and Aketa, O. : Probabilistic Load and Resistance Factor Design, Proc. of ICOSSAR 85, Kobe, May 1985.
- 12) 川谷充郎・篠塚正宣：限界状態超過確率に基づく荷重係数，I-163，土木学会第41回年次学術講演会，昭和61年11月。
- 13) 若林慎司・北浦 勝・池本敏和：橋梁下部構造への荷重係数設計法の適用に関する一考察，土木学会第41回年次学術講演会，I-144，昭和61年11月。
- 14) 北沢正彦・久保雅邦・白木 渡・亀田弘行：鋼製橋脚における荷重組合せの解析と荷重係数の試算，構造工学論文集，Vol. 33 A, 1987年3月。
- 15) Shinozuka, M. : Load Combination and Load Resistance Factor Design, Proc. of IABSE Symposium, Tokyo, Sept. 1986.
- 16) 大橋昭光：荷重係数設計法について，道路，1979年6月。
- 17) 藤野陽三：確率論に基づく安全性照査法と構造設計，土木学会誌，第63巻2号，1978年2月。
- 18) Wen, Y.K. : Statistical Combination of Extreme Loads, ASCE, ST 5, May 1977.
- 19) 久保雅邦・明田 修・渡辺光弘・北沢正彦：時間的に変動する荷重の組合せモデルについて，土木学会関西支部年次学術講演会，I-28，昭和61年5月。
- 20) 阪神高速道路公団・阪神高速道路管理技術センター：阪神高速道路の設計荷重体系に関する調査研究，昭和61年12月。

(1987. 3. 11・受付)