

柱を通して集中荷重を受ける RC スラブの 曲げモーメントの一算定法

A METHOD OF ESTIMATION FOR THE DESIGN MOMENTS OF RC SLAB SUBJECTED TO CONCENTRATED LOADS THROUGH A COLUMN

園田恵一郎*・堀川都志雄**・近藤哲也***・鬼頭宏明****

By Keiichiro SONODA, Toshio HORIKAWA, Tetsuya KONDOH and Hiroaki KITOH

Elastic bending analyses of slabs subjected to a vertical load or a moment through a rigid column, as seen in a flat slab or footing, are carried out using a 3D-isoparametric FEM. Numerical results for various slab-depths, column-sizes and loading conditions are rearranged to propose an effective width available for design of these slabs. Comparison of the proposed effective width and that by the JSCE standard specifications for concrete is also discussed.

Keywords : slab, effective width, FEM, 3D-analysis

1. まえがき

鉄筋コンクリート床板（以下、RCスラブと略称する）が柱を通して大きな集中荷重を受ける場合がある。たとえば、フラットスラブ、フーチングや図-1に示すような地下鉄トンネルの上床板の上に高速道路の橋脚がのる場合にみられる。柱のような剛域を通して集中荷重を受けるRCスラブにおいて、柱からスラブへの伝達力の分布形が複雑であるので、スラブに作用する断面力（曲げモーメントやせん断力）の最大値を正確に算定することは困難である。伝達力を柱断面内で一様に分布とした仮定は実用設計ではよく用いられると思われるが、もしこのような仮定を採用すれば、曲げモーメントの最大値は柱の中心点で起こり、スラブのスパンに比して柱の断面が十分に小さくなければ、スラブに過大な曲げモーメントを与え、不経済な設計を招く結果になることが予想される。

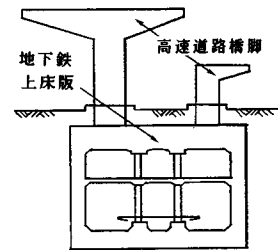


図-1 地下鉄トンネル断面の一例

コンクリート標準示方書（昭和61年版）¹⁾においては集中荷重を受ける一方スラブの断面力の算定に対して有効幅の規定が設けられているが、この規定はスラブ上面の集中荷重がスラブ中央面に向け45°方向に一様に分散し、長方形面上に等分布する荷重に対して薄板の曲げ理論による解を基礎に誘導されている。一般に、図-1に示した構造では、スパンに対するスラブ厚比は必ずしも小さくなく、薄板理論の適用範囲を越える場合も多く、また、荷重分布の45°方向の分散も三次元理論からみれば合理性に欠けるという指摘²⁾もある。したがって、柱を通して荷重を受けるスラブの設計に対して、柱断面部を剛域と考え、剛域がスラブに押込まれるとして三次元理論によりスラブの最大断面力を評価する必要があると

* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科
(〒558 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

** 正会員 工博 大阪工業大学講師 工学部土木工学科
(〒535 大阪市旭区大宮 5-16-1)

*** 正会員 中央復建コンサルタンツ(株)第2設計部
(〒532 大阪市淀川区東三国 3-5-26)

**** 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部土木工学科
(〒558 大阪市住吉区杉本 3-3-138)

思われる。

本論文は、柱部を剛域とみなし、剛域を通して集中荷重または集中モーメントを受ける RC スラブの最大曲げモーメントを三次元アイソパラメトリック有限要素法によって計算し、種々のアスペクト比に対する計算結果を整理し、設計に利用しやすい有効幅の形にまとめている。したがって、本論文は、コンクリート標準示方書に規定された集中荷重を受ける一方向スラブの有効幅の適用が実用設計の立場から合理的であると思われる問題において、柱のような剛域を通して荷重を受ける場合の有効幅の算定を行ったもので、あわせて二方向スラブの有効幅の算定も試みている。

2. 有効幅の定義

(1) 集中荷重を受ける一方向スラブの有効幅

図-2 に示すような相対 2 辺単純支持、他の 2 辺が自由の一方向スラブを対象とし、図に示した座標系を用いる。有効幅 b_e はスラブの曲げモーメントの最大値が同じ集中荷重を受けるはりと考えたときの曲げモーメントの最大値に等しくなるようなはりの幅と定義する。すなわち、

$$b_e = \frac{\int_{-l_y/2}^{l_y/2} M_x dy}{\max M_x} \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 M_x ：スラブのスパン方向の曲げモーメント
 $\max M_x$ ： $x = \text{const}$ の断面でのスラブの最大曲げモーメント

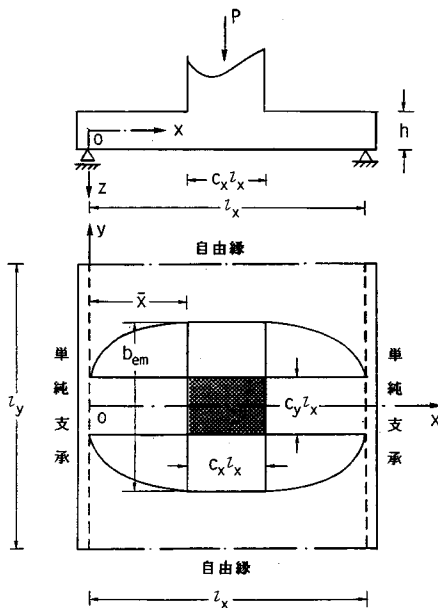


図-2 一方向スラブの有効幅

式 (1) において、右辺の積分値はつり合い条件によりスパン l_x の単純ばりの曲げモーメントと同じであるから、式 (1) は次のように書き換えられる。

$$b_e = \frac{M_{be}}{\max M_x} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 M_{be} ：単純ばりの曲げモーメント

コンクリート標準示方書では、単純支持帯板の最大曲げモーメントに対する有効幅 b_{em} はスラブ中央から支承線に放物線状に変化すると規定されている。すなわち、

$$b_{em} = c_y l_x + 2.4 x \left(1 - \frac{x}{l_x}\right) \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 l_x ：スパン (m)

x ：曲げモーメントの最大値を与える点から最も近い支承までの距離 (m)

$c_y l_x$ ：荷重面のスパン直角方向の幅 (m)

式 (3) は集中荷重が長方形面 ($c_x l_x \times c_y l_x$) に等分布する場合のもので、曲げモーメントの最大値は荷重面の中心で起こり、 x は荷重の中心から最も近い支承までの距離になっている。なお、 b_{em} はスラブの幅 l_y より小さいときのみ成立する。

さて、式 (3) は $l_y \gg l_x$ の帯状スラブに対する弾性解析の結果から提案されたものと思われるが、設計式としての安全側の配慮から右辺の係数 (=2.4) は少し大きめに取られているように思われる。表-1 は式 (3) の有効幅 $b_{eo} = b_{em} [x = l_x/2]$ をもつ単純ばりの最大曲げモーメント ($\max M_{xb}$) と薄板弾性理論による最大曲げモーメント ($\max M_{xp}$) との比較を示している。 c_y が小さくなるにつれて両者の差が大きくなっており、 $c_x = c_y$ の場合で、式 (3) の b_{em} は約 11~15% だけ安全側 (小さい方) に見積られていることがわかる。

(2) 剛域を通して集中荷重を受ける場合の有効幅

柱のような剛域を通して集中荷重を受ける場合は、最大曲げモーメントは剛域の中心で起こるとは限らない

表-1 有効幅 b_{em} による最大曲げモーメント ($\max M_{xb}$)* と薄板弾性理論値 ($\max M_{xp}$)** との比較

c_y	c_x			
	0.2	0.3	0.5	
0.2	$\max M_{xb}$	0.2813	0.2656	0.2344
	$\max M_{xp}$	0.2388	0.2100	0.1686
0.3	$\max M_{xb}$	0.2500	0.2361	0.2083
	$\max M_{xp}$	0.2252	0.2067	0.1632
0.5	$\max M_{xb}$	0.2045	0.1932	0.1705
	$\max M_{xp}$	0.2009	0.1826	0.1518

注)各曲げモーメントの値は単位荷重および単位幅当り

* $b_{eo} = c_y l_x + 0.6 l_x$,

$$\max M_{xb} = \frac{1}{4} \cdot \frac{1 - 0.5 c_x}{c_y + 0.6}$$

** $\nu = 1/6$, 文献2)による

が、式 (3) に類似した式を以下のように仮定する。

$$b_{em} = c_y l_x + 4 \frac{\lambda_{e0} - c_y}{1 - c_x^2} \bar{x} \left(1 - \frac{\bar{x}}{l_x}\right) \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 \bar{x} : 曲げモーメントの最大値を与える点から最も近い支承までの距離 (m)

λ_{e0} : $\bar{x} = l_x(1 - c_x)/2$ としたときの有効幅 b_{e0} の l_x に対する比 ($\lambda_{e0} = b_{e0}/l_x$)

($c_x l_x \times c_y l_x$): 柱断面の寸法

最大曲げモーメントの発生位置は事前にわからないので、後の解析結果より \bar{x} を定めることにする。

3. 剛域を通して荷重を受けるスラブの曲げモーメント

(1) 解析モデル

図-2 のスラブを解析対象とし、柱部は十分に剛であると考え、柱断面と同じ大きさの剛域を通して荷重がスラブに作用すると仮定する。一般に柱からスラブに作用する荷重は鉛直力、水平力およびモーメントの3種類であるが、水平力によるスラブ面内力が設計上重要になることはあまりないと思われるので、ここでは鉛直およびモーメント荷重のみを対象とする。

また、この種のスラブでは、版厚のスパンに対する比は必ずしも小さくなく、しかも剛域近傍では三次元的な応力特性が顕著になるので、スラブの曲げモーメント解析には、三次元弾性理論を適用する。

(2) 解析手法

三次元アイソパラメトリック有限要素法⁴⁾を用いる。各要素は図-3 に示すような 6 面体 20 節点から成り

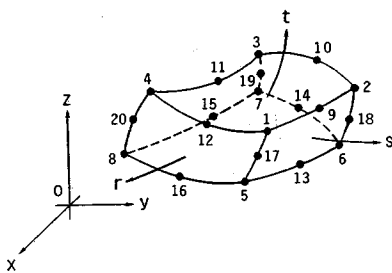


図-3 20 節点三次元要素

表-2 max M_x についての有限要素解と級数解の比較

要素分割 (節点数) $m \times n \times l$	$M_x / P [x=l_x/2, y=0]$	誤差 (%)
2×2×1 (51)	0.1512	20.5
2×2×2 (81)	0.1634	14.1
3×3×1 (96)	0.1927	1.3
3×3×2 (152)	0.1926	1.2
フーリエ級数解	0.1903	—

注) ホアソン比 $\nu = 0.2$, 分割数は 1/4 領域に対する

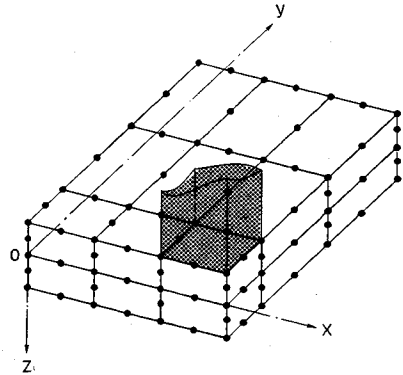


図-4 要素分割 (1/4 領域)

立っている。ここでの解析は、版厚比 h/l_x 、柱断面寸法比 ($c_x/l_x, c_y/l_x$) を変化させたときの式 (4) における λ_{e0} の値の決定を目的とするので、柱がスラブの中心にある場合を考え、問題の対称性を利用して 1/4 領域 ($0 \leq x \leq l_x/2, 0 \leq y \leq l_y/2$) のみを解析対象とする。

最初に適切な要素分割数を決定するために、 $l_y/l_x = 2$ 、 $c_x/l_x = c_y/l_x = 1/3$ 、 $h/l_x = 0.1$ の部分等分布荷重を受ける周辺単純支持スラブの 1/4 領域に対して、分割数 $m(x \text{ 方向}) \times n(y \text{ 方向}) \times l(z \text{ 方向})$ による有限要素解と解析的な正確解 (フーリエ級数解) との比較を行った結果が表-2 である。周辺単純支持板が部分等分布荷重を受ける場合の三次元解は文献の方法^{5),6)} によって厳密に求められるが、自由辺をもつ場合や剛域を通して荷重を受ける場合には、もはや解析的な方法で解を求めることができないので、このような単純支持板での比較を試みた。表-2 の結果をみれば、スラブの 1/4 領域に対して分割数 $3 \times 3 \times 2$ (節点数 152, 自由度 456) を用いれば、十分な精度の解が得られると判断して、以後の剛域を通して荷重を受けるスラブの解析に対しては、図-4 に示すような要素分割 ($3 \times 3 \times 2$) を用いることにした。 $x = 0$ 、 l_x に沿った単純支持の境界条件は、この支承線上の節点の鉛直変位および支承線方向の水平変位を零にすることによって与えている。剛域を介しての載荷条件は、剛域 (柱部) において一定の鉛直変位または一定の回転角を与えたときの解を求め、剛域での接触圧の合力の大きさを荷重の値と考えた。なお、スラブの曲げモーメントは次の積分

$$M_x = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x z dz$$

ここに、 h は版厚、によって求め、積分にはガウスの数値積分法 (積分次数は 1 要素 1 方向に対して 4) を用いた。

(3) 一方向スラブの曲げモーメント特性

辺長 (l_y/l_x) を 2.5 以上にすれば、自由辺上の曲げモー

メントは非常に小さく、柱直下の曲げモーメントに与える自由辺の影響はほとんどないと考えられる。たとえば、表-3は $l_y/l_x=2.5$, $c_x=c_y=0.3$, $h/l_x=0.1$ のスラブが鉛直等分布荷重を受けたときの有限要素解と帯板 ($l_y/l_x=\infty$) の解との比較を示すが、誤差はわずかである。

いま、スパン $l_x=a$, 幅 $l_y=b$ で、 $b=2.5a$ のとき、柱断面 $0.3a \times 0.3a$ ($c_x=c_y=0.3$) を通して鉛直荷重 P がスラブに作用したときのスラブ内のスパン方向の曲げモーメントの値を計算し、分布形を図示したものが図-5~10である。すなわち、図-5~7は支承が単純支持である場合の結果で、版厚のスパンに対する比 (h/a) をそれぞれ 0.1, 0.2, 0.4 にとっており、図-8~10は支承が固定である場合の結果で、 h/a を同じく 0.1, 0.2, 0.4 にとっている。いずれもポアソン比は RC スラブを想定して $1/6$ にとっている。これらの図から明らかなように、 h/a が小さい場合には、曲げモーメントの最大

表-3 $l_y/l_x=2.5$ の有限要素解と帯板の級数解との比較

	max M_x/P	誤差(%)
有限要素解	0.1963	2.2
帯板の級数解 ²⁾	0.2007	—

注) $c_x=c_y=0.3$, $h/l_x=0.1$, $\nu=1/6$

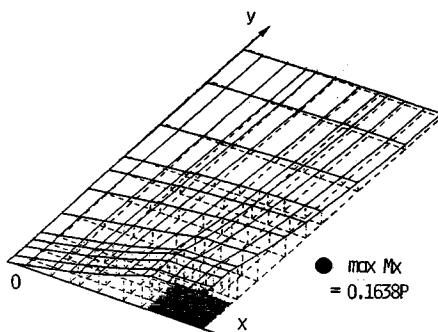


図-7 鉛直荷重を受ける単純支持スラブ ($h/a=0.4$) の M_x の分布

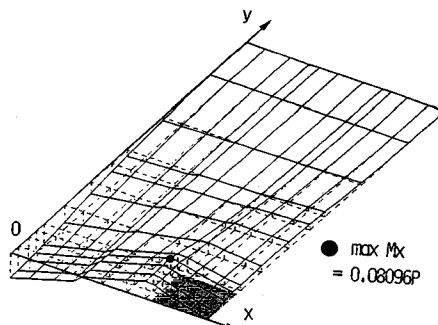


図-8 鉛直荷重を受ける固定スラブ ($h/a=0.1$) の M_x の分布

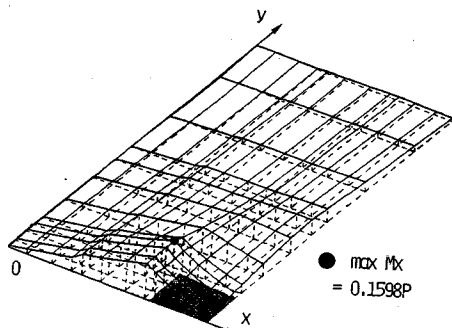


図-5 鉛直荷重を受ける単純支持スラブ ($h/a=0.1$) の M_x の分布

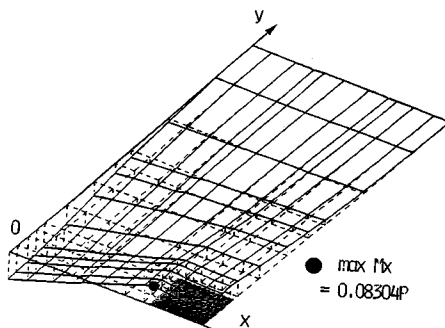


図-9 鉛直荷重を受ける固定スラブ ($h/a=0.2$) の M_x の分布

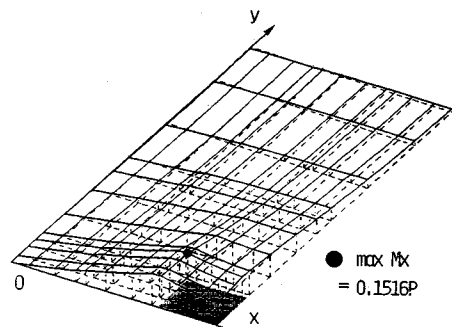


図-6 鉛直荷重を受ける単純支持スラブ ($h/a=0.2$) の M_x の分布

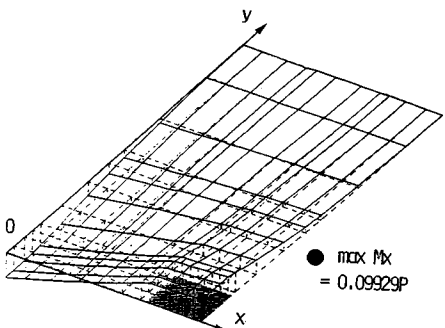


図-10 鉛直荷重を受ける固定スラブ ($h/a=0.4$) の M_x の分布

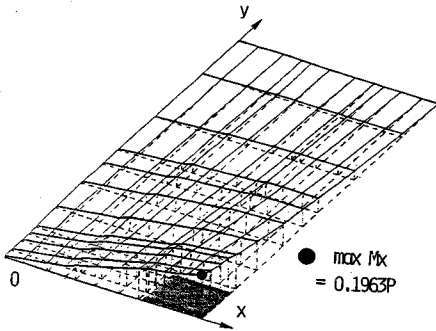


図-11 鉛直等分布荷重 $q=P/(0.3a)^2$ を受ける単純支持スラブ ($h/a=0.1$) の M_x の分布

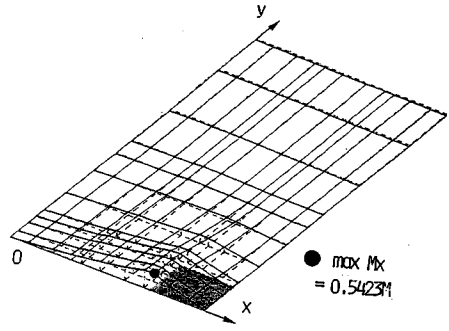


図-13 モーメント荷重を受ける単純支持スラブ ($h/a=0.2$) の M_x の分布

値は柱断面の周上で起こり、柱断面内に入るにつれて曲げモーメントは急速に減少しているが、 h/a が大きくなると、柱断面内の曲げモーメントが上昇し、 $h/a=0.4$ では、柱断面の中心部の方が周上よりわずかに大きくなっている。なお、図-11 には、剛域をもたない場合で図-5 と同じ諸元をもつスラブが柱断面と同じ大きさの正方形面上に等分布荷重 ($q=P/(0.3a)^2$) を受けたときのスラブ方向の曲げモーメント分布を示すが、この場合は、荷重の中心点で最大曲げモーメントが発生し、その値は図-5 の値より、約 23% も大きくなっていることがわかる。さらに単純支持スラブと固定スラブの比較では、固定スラブの方が最大曲げモーメントの値が小さくなっているが、これは変曲点間距離を単純支持スラブへの等価スパンと考えれば、スパンが小さくなっていることより当然の結果といえる。

最後に、モーメント荷重を受ける場合のスパン方向の曲げモーメント分布を図-12~14 に示す。この場合は逆対称問題になるので、柱断面の中央ではスパン方向の曲げモーメントは零であり、曲げモーメントの最大値は必ず柱断面の周上で起こっている。 h/a の変化に対する最大曲げモーメントの変化は鉛直荷重の場合と同じ傾

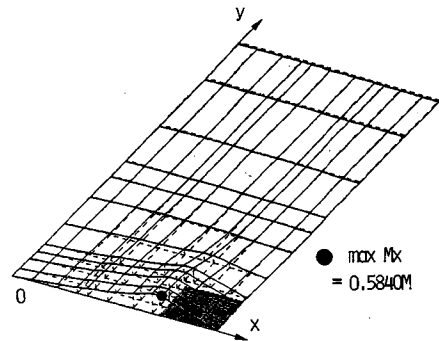


図-14 モーメント荷重を受ける単純支持スラブ ($h/a=0.4$) の M_x の分布

向を示している。

4. 鉛直荷重に対する一方向スラブの有効幅 b_{eo}

前節で示したように、剛域を通して集中荷重を受ける

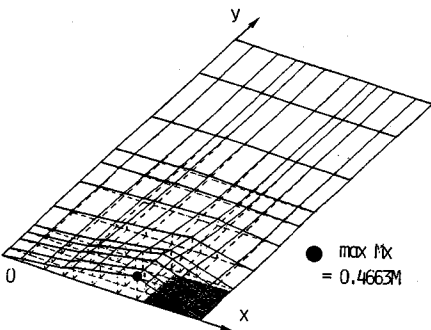


図-12 モーメント荷重を受ける単純支持スラブ ($h/a=0.1$) の M_x の分布

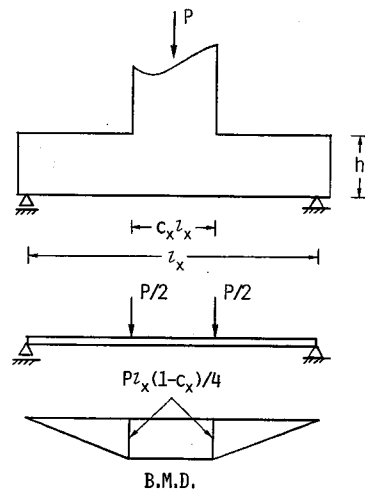


図-15 鉛直荷重に対する有効幅

スラブの最大曲げモーメントの発生位置はスパンに対する厚さの比 (h/l_x) によって異なるが、実用上の限界値と思われる $h/l_x=0.4$ より小さい範囲では、その位置は剛域の周上かまたは内部にあるが、内部にある場合でも、最大曲げモーメントの値は周上の曲げモーメントの値と大きく変わらないことがわかった。それゆえ、スラブを有効幅をもつはりとして取り扱う場合には荷重を図一15に示すような2点集中荷重とみなし、剛域内の曲げモーメントを一定とすることは実用設計では合理的と思われる（通常の設計では最大曲げモーメントに着目して配筋されるので、剛域内の配筋は一樣とする場合が多いと推察される）。

(1) 単純支持スラブ

前節で示した一方向スラブに対する有限要素解析によって得た単位鉛直荷重による最大曲げモーメントを $\max \bar{M}_x (= \max M_x/P)$ とすれば、有効幅 b_{e0} は次式で与えられる。

$$b_{e0} = \frac{l_x(1-c_x)}{4 \max \bar{M}_x} \dots\dots\dots (5)$$

または、

$$\lambda_{e0} = \frac{b_{e0}}{l_x} = \frac{1-c_x}{4 \max \bar{M}_x} \dots\dots\dots (6)$$

表一4は前節のアイソパラメトリック有限要素法による計算結果を示したもので、版厚比 (h/l_x) および柱断面寸法比 ($c_x=c_y$) は実用設計の対象となる構造物をほぼ網羅していると思われる。表一4の $\max \bar{M}_x$ の値を式(6)に代入し、有効幅比 λ_{e0} を求めたものが表一5である。この表からわかるように、 λ_{e0} はほぼ一定であり、平均値である $\lambda_{e0}=1.103$ を用いれば、 $0.2 \leq c_x \leq 0.5$ 、 $0.1 \leq h/l_x \leq 0.4$ の領域で誤差 (+0.5%、-12%) 以内の精度の有効幅が求められる。

(2) 固定スラブ

表一4 $\max \bar{M}_x$

		h/l_x		
		0.1	0.2	0.4
c_x	0.2	0.1750	0.1884	0.2052
	0.3	0.1598	0.1516	0.1638
	0.5	0.1149	0.1087	0.1052

表一5 λ_{e0}

		h/l_x		
		0.1	0.2	0.4
c_x	0.2	1.143	1.061	0.975
	0.3	1.095	1.155	1.068
	0.5	1.088	1.150	1.188
平均値		1.103		

表一6 $\max \bar{M}_x$

		h/l_x		
		0.1	0.2	0.4
c_x	0.2	0.1077	0.1181	0.1352
	0.3	0.0810	0.0830	0.0993
	0.5	0.0500	0.0418	0.0526

表一7 $\lambda_{e0} (\bar{l}_x=0.6 l_x)$

		h/l_x		
		0.1	0.2	0.4
c_x	0.2	1.547	1.412	1.233
	0.3	1.544	1.505	1.259
	0.5	0.834	0.993	0.793

表一8 $\lambda_{e0} (\bar{l}_x=0.7 l_x)$

		h/l_x		
		0.1	0.2	0.4
c_x	0.2	1.658	1.512	1.321
	0.3	1.765	1.720	1.439
	0.5	1.429	1.703	1.359
平均値		1.545		

前節で示した辺長比 (l_y/l_x) が2.5で長辺に沿って固定、短辺に沿って自由である長方形スラブに対するアイソパラメトリック有限要素解析の結果より、単位鉛直荷重のもとでの最大曲げモーメントの値を示したものが表一6である。コンクリート標準示方書¹⁾の一方向スラブの有効幅の規定に対する解説によれば、連続スラブの中間スパン部に相当する固定スラブの有効幅に対しては、スパンの6割 ($0.6 l_x$) を相当スパンと考え、単純スラブの有効幅の式より計算してよく、また端スパン部については、相当スパンを $0.8 l_x$ としてよいとある。それゆえ、ここでも $0.6 l_x$ を相当スパンとして式(6)による有効幅比 $\lambda_{e0} (= b_{e0}/\bar{l}_x, \bar{l}_x=0.6 l_x)$ を計算すると表一7の結果を得る。しかしながら、表一7の λ_{e0} の値は c_x の値にかなり大きく影響して変化している。 c_x の影響はスパンの影響を意味するので、若干の試行錯誤の後、 $\bar{l}_x=0.7 l_x$ と仮定して計算をやり直すと表一8の結果を得、この表の平均値 $\lambda_{e0}=1.545$ を採れば、 $0.2 \leq c_x \leq 0.5$ 、 $0.1 \leq h/l_x \leq 0.4$ の領域で誤差 (+14%、-16%) 以内で λ_{e0} が評価できることがわかった。

5. モーメント荷重に対する一方向スラブの有効幅 b_{e0}

柱を通してスラブが受ける荷重は、鉛直荷重のほかに水平荷重およびモーメント荷重がある。このうち、水平荷重がスラブの中央面から偏心して作用するときはモーメント荷重を伴う面内力を発生させ、中央面内に作用す

るときはスラブに面内力のみを発生させるが、この面内力は設計上重要になることはほとんどないと考えられる。したがって、ここでは柱断面に等しい大きさの剛域を中央にもつスラブが剛域を通してモーメント荷重を受けるときのスラブの曲げモーメントの評価について考える。

前節のアイソパラメトリック有限要素解析において、剛域の回転変位による単純スラブの曲げモーメント分布は図-12~14に示されている。これらの図より、スパン方向の曲げモーメントの最大値は剛域の端（すなわち柱断面の周上中央）で発生することがわかる。

したがって、モーメント荷重 (M) を受ける単純支持スラブの有効幅は、図-16に示すように単純ばりが中央に偶力 M を受けるときに発生する最大曲げモーメントがスラブの最大曲げモーメントに等しくなるようなはりの幅と定義することができる。すなわち、

$$b_{eo} = \frac{1 - c_x}{2 \max \bar{M}_x} \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $\max \bar{M}_x$ は $M=1$ によるスラブの最大曲げモーメントであり、 $1/m$ の単位をもっている。

さて、単位モーメントの有限要素解析結果をまとめたのが表-9である。この表の値を用いて式 (7) による有効幅 b_{eo} を計算したものが表-10である。表-10の b_{eo} は $c_x (=c_y)$ と h/l_x の値に大きく影響しているの

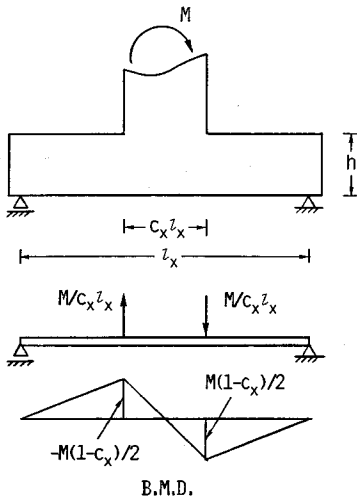


図-16 モーメント荷重に対する有効幅

表-9 $\max \bar{M}_x$

		h / l_x		
		0.1	0.2	0.4
c_x	0.2	0.6775	0.8008	0.8515
	0.3	0.4663	0.5423	0.5840
	0.5	0.2223	0.2789	0.3867

表-10 b_{eo} (単位: m)

		h / l_x		
		0.1	0.2	0.4
c_x	0.2	0.5904	0.4995	0.4697
	0.3	0.7507	0.6455	0.5993
	0.5	1.1245	0.8963	0.6465

表-11 \bar{b}_{eo} (単位: m)

		h / l_x		
		0.1	0.2	0.4
c_x	0.2	0.5108	0.4745	0.5402
	0.3	0.4504	0.4518	0.5394
	0.5	0.4498	0.4481	0.4526
平均値		0.4787		

で、適当な補間式を見出し、次式で整理すれば、

$$\bar{b}_{eo} = \frac{b_{eo}}{c_x} \left(0.15 + \frac{c_x h}{l_x} \right) \dots \dots \dots (8)$$

表-11の結果を得る。 \bar{b}_{eo} の値はほぼ一定値であり、その平均値の0.4787を採れば、誤差(+13%、-7%)の範囲内で有効幅 b_{eo} を求めることができる。

6. 二方向スラブに対する検討

辺長比 $l_x/l_y < 2.5$ で周辺が支持された二方向スラブが剛域を通して鉛直集中荷重を受ける場合について検討を行う。ここでいう二方向スラブの有効幅とは、全荷重 P の1/2がそれぞれの支間をもつ単純ばりに作用すると仮定して、はりの単位幅当たりの最大曲げモーメント

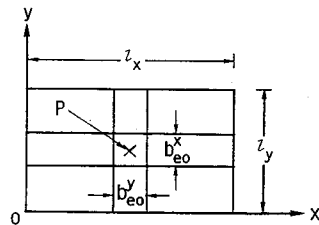


図-17 二方向単純支持スラブ

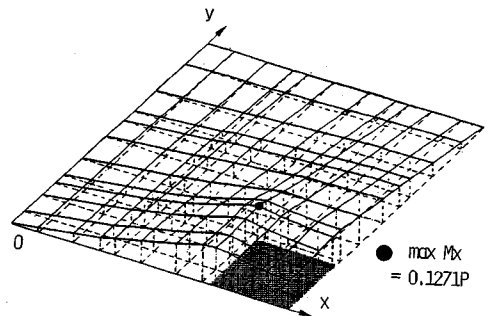
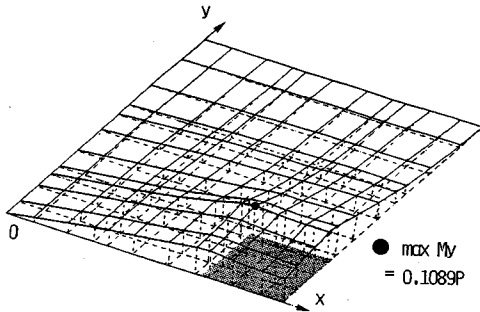


図-18 辺長比 ($l_y/l_x=1.2$) の単純支持スラブの M_x 分布 ($h/l_x=0.2$, $c_x=c_y=0.3$)



図一19 辺長比 ($l_y/l_x=1.2$) の単純支持スラブの M_x 分布 ($h/l_x=0.2, c_x=c_y=0.3$)

表一12 単純支持二方向スラブの最大曲げモーメント

l_y / l_x	c_x	h / l_x	$\max \bar{M}_x$	$\max \bar{M}_y$
1.0	0.2	0.2	0.1474	0.1474
	0.3	0.2	0.1112	0.1112
	0.5	0.2	0.0676	0.0676
1.2	0.3	0.2	0.1271	0.1089
1.5	0.3	0.2	0.1418	0.1046
2.0	0.3	0.2	0.1467	0.0990

注) $c_x = c_y, \max \bar{M}_{x,y} = \max M_{x,y} / P$

表一13 $\lambda_{eo}^x = b_{eo}^x / l_x, \lambda_{eo}^y = b_{eo}^y / l_y$

l_y / l_x	λ_{eo}^x	λ_{eo}^y
1.0	0.7872	0.7872
1.2	0.6887	0.8033
1.5	0.6171	0.8369
2.0	0.5965	0.8841

がスラブの最大曲げモーメントに等しくなるはりの幅と定義する (図一17 参照)。

最初に、二方向スラブの曲げモーメント分布の一例を図一18 および図一19 に示す。分布形は一方方向スラブと大きく異なっているようには思われませんが、二方向への荷重の分配とねじりモーメントの影響を受け、最大曲げモーメントの値は一方方向スラブより小さくなっている。次に、表一12 は、各種の $l_x/l_y, c_x (=c_y)$ の値と最大曲げモーメントの値の関係を示したものである。 c_x と h/l_x の影響は一方方向スラブの場合と同様であると仮定し、表一12 の値を式 (6)、ただしはりの荷重はスラブの荷重の 1/2、に代入し、有効幅比を計算すれば、表一13 を得る。表一13 の結果と $l_y/l_x=2.5$ で一方方向スラブの値と一致させ、回帰解析により次式を得る。

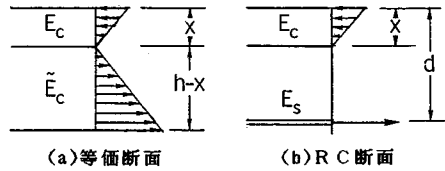
$$\lambda_{eo}^x = 1.209 - 0.575 \frac{l_y}{l_x} + 0.118 \left(\frac{l_y}{l_x} \right)^2$$

$$\lambda_{eo}^y = 0.687 + 0.099 \frac{l_y}{l_x} - 0.0004 \left(\frac{l_y}{l_x} \right)^2 \dots\dots\dots (9 \cdot a, b)$$

ただし、 $1 \leq l_y/l_x < 2.5$

7. 曲げひびわれの影響についての一考察

スラブの三次元応力解析において、ひびわれの影響を厳密に考慮するのは大変に困難である。そのうえ、設計荷重は柱からの伝達力のほかに死荷重や活荷重等もあるので、ひびわれ状態を固定して考えることもできない。それゆえ、ここでは終局限界状態を対象として十分に大きな荷重が作用した場合に、スラブ全域に曲げひびわれが発生した状態を仮想し、その状態と初期の完全弾性状態での最大曲げモーメントの差を調べることにする。用いた有限要素法は弾性解析法であるので、図一20 に示すように、ひびわれ断面と等価な曲げ剛性の有限要素断面をもつスラブの解析を行った。計算したのは、 $l_y/l_x=1.0, c_x=0.3, h/l_x=0.1, \nu=1/6$ 、鉄筋比が 1.0% の鉛直集中荷重を受ける単純スラブで、全断面が有効の場合とひびわれ断面の場合の最大曲げモーメントの差を表一14 に示す。このような解析法では、ひびわれの影響は版厚の減少と同じ効果になり、最大曲げモーメントでひびわれ断面の方が 17% 減少していることがわかる。



図一20 有限要素等価断面

表一14 最大曲げモーメントの差

	全断面有効	ひびわれ断面	差(%)
$\max M_x / P$	0.1092	0.0904	17

8. ま と め

柱を通して鉛直集中荷重またはモーメント荷重を受ける RC スラブに対して、三次元アインパラメトリック有限要素解析を行い、曲げモーメント分布特性と最大曲げモーメントに着目した有効幅を算定した。得られた結果を以下に要約する。

(1) 一方方向スラブの最大曲げモーメントは柱断面の周上または内部で発生する。すなわち、最大曲げモーメントの位置はスパンに比してスラブ厚が大きくなるにつれて柱の周上から内部に移動する。

(2) 柱がスラブの中央にある場合、鉛直集中荷重による一方方向単純支持スラブの曲げ有効幅として次式 $b_{eo} = \lambda_{eo} l_x, \lambda_{eo} = 1.103$ を採れば、最大曲げモーメントの近似値が柱断面端で 2

点集中荷重を受ける単純ばりとして求められる。

(3) (2) で固定スラブの場合は、換算スパン \bar{l}_x とし、 $\bar{l}_x=0.7 l_x$ を用い、単純支持スラブの有効幅が準用できる。

(4) 柱がスラブ中央にない場合は、コンクリート標準示方書の規定に準じた式 (4) を適用し、式中の \bar{x} は柱の側面から最も近い支承までの距離に採ればよい。

(5) 柱を通してモーメントを受ける一方方向スラブの曲げ有効幅は近似的に次式で求められる。

$$b_{eo} = \frac{0.4787 c_x}{0.15 + c_x h / l_x}$$

(6) 二方向単純支持スラブの有効幅は近似的に次式で求められる。

$$\frac{b_{eo}^x}{l_x} = 1.209 - 0.575 \frac{l_y}{l_x} + 0.118 \left(\frac{l_y}{l_x} \right)^2$$

$$\frac{b_{eo}^y}{l_x} = 0.687 + 0.099 \frac{l_y}{l_x} - 0.0004 \left(\frac{l_y}{l_x} \right)^2$$

ただし、 $1 \leq l_y / l_x < 2.5$

以上に得られた有効幅の式は、限られた形状 ($0.2 \leq c_x (=c_y) \leq 0.5$, $0.1 \leq h / l_x \leq 0.4$) のスラブに対する有限要素解析結果を適当な補間によって求めたもので、有効幅を平均的にとらえたものである。一方、表一で示したように、コンクリート標準示方書の有効幅の提案式 (3) は $c_x = c_y$ の場合で約 15 % の安全側に見積られていた。したがって、柱断面がほぼ正方形である場合で

同じ程度の安全率を確保するためには、前述の平均的な有効幅を 3 割程度低減したものを設計のための有効幅として採用すべきであろう。また、柱断面が $c_y > c_x$ の長方形である場合には、表一の結果より、式 (4) の有効幅は少し危険側 (小さい方) になることも予想される。本論文では、 $c_x = c_y$ の場合しか解析していないので、 c_x / c_y が 1 よりかなり大きい場合はさらに検討を必要とするであろう。

参考文献

- 1) コンクリート標準示方書 (昭和 61 年度版), 土木学会, 1986.
- 2) 構造力学公式集, 土木学会, 1986.
- 3) 園田恵一郎・堀川都志雄: 道路橋床板の輪荷重直下の応力の算定について, 土木学会論文報告集, No. 343, pp. 15~22, 1978.
- 4) Bathe, K. J. : Finite Element Procedures in Engineering Analysis, Prentice Hall Inc., 1982.
- 5) Sonoda, K. and Horikawa, T. : Displacement Functions for an Orthotropic Elastic Body and Their Applications to Thick Plate Problems, Theoretical and Applied Mechanics, Vol. 29, University of Tokyo Press, pp. 117~126, 1979.
- 6) 園田恵一郎・堀川都志雄: コンクリートディープスラブの曲げ引張応力とひびわれ発生荷重の算定, 土木学会論文報告集, No. 343, pp. 291~293, 1984.

(1986.9.5・受付)