【土木学会論文集　第383号／Ⅳ-7　1987年7月】

OD需要の変動を内生化した最適道路網計画モデル

AN OPTIMAL ROAD NETWORK DESIGN MODEL WITH VARIABLE OD TRAVEL DEMAND

佐佐木　綱*・朝倉康夫**

By Tsuna SASAKI and Yasuo ASAKURA

Previous studies on the optimal transportation network design assume that the travel demand between origin and destination is given and fixed. However, travel demand will usually shift according to the improvement of the network. This study proposes a model that includes the variable travel demand in the optimal road network design. The model is formulated as a system optimizing model that is constrained by the lower optimizing model; a user equilibrium network flow model with variable demand. The model can give the link capacity and the UE network flow simultaneously. The exact solution method and heuristic iterative one are discussed and a numerical example of small size is executed to test the validity of the solution method. The model is applied to the large scale of the actual network and the feasibility for the road planning is discussed.

Keywords: *network design, variable demand, 2 level planning*

1. 序　　論

従来の最適交通ネットワーク計画問題は，与えられた交通需要の下での最適な交通網を求める問題がほとんどであったといってよい．ここでいう交通需要とは，一般にOD分布レベルの交通需要である．したがって従来の問題は，所与のOD分布交通量に対して，ある最適性の基準を最大あるいは最小にする交通ネットワークの形状あるいは容量を決定する問題であるといえる（たとえば，Magnanti & Wong, 1984[1]あるいは森津，1984[2]）．

さて，OD交通量が与えられているということは，交通網の計画時点における将来のOD交通量が何らかの方法により知られており，交通網の整備，改良が実行されても，あらかじめ与えられたOD分布パターンは変化しないと仮定していることにほかならない．一般に，将来のOD分布交通量の予測値を得るためには，土地利用指標などの関数として得られる各ゾーンの発生・集中交通量と将来のゾーン間の交通サービスの水準（最も単純にいえば，ゾーン間所要時間）の予測値が必要である．

将来の交通網が与えられているという条件でも，ゾーン間所要時間を設定することは容易ではないのに，交通網形成問題ではネットワークが与えられていない状態で将来のサービスレベルの値を設定しなければならない．OD分布交通量を推定するために，将来ネットワークを仮想的に与えてサービスレベルを設定したとしても，その値と結果的に得られた交通網上でのネットワーク均衡流が与えるサービスレベルは異なっているであろうから，その相違をどのように解釈すればよいかという問題も残る．さらに，交通網の改良を実施すれば，それに応じて交通需要はシフトすると考えられるから，交通網形成問題においてあらかじめ与えられたOD分布交通量を固定的に扱うことにも問題があろう．

OD分布レベルでの交通需要の弾力性を，交通網形成問題に取り込むためには，OD分布交通量の決定を内生化する方法をとればよい．つまり，発生および集中交通量のみをモデルへのインプット変数とするように，従来の方法を改良すればよい．

さて，最適交通網形成問題においてOD分布交通量を内生的に決定しようとする方法は，著者ら（1984）[3]によって試みられている．その方法は，システム最適交通流を仮定するDantzigらによるモデル（1979）[4]とOD

* 正会員　工博　京都大学教授　工学部交通土木工学科
（〒606　京都市左京区吉田本町）
** 正会員　工修　京都大学助手　工学部交通土木工学科
（同上）

分布パターンを決定するための重力モデル的エントロピー法の結合による方法である．しかし，この方法では，最適ネットワーク問題からアウトプットされるネットワーク配分フローと，重力モデル的エントロピー法によって決定されるODフローの整合性に問題が残った．すなわち与えられたODに対するネットワークフロー（配分フロー）は，システム最適フローであるのに対し，ODフローは現象を記述するフローであるという点である．

また，Lundqvist(1973)[5]やLos(1979)[6]による交通網と土地利用の同時最適化モデルにおいても，ODフローの内生化が試みられている．これらのモデルでは，サービスレベルの変化が，発生・集中量の変化を通してODフローを変化させる構造になっている．しかし，OD分布パターンそのものは，外生的に扱われている．

一方，交通サービスの供給者はネットワークの形状や容量を決定することはできても，交通ネットワークフローを直接コントロールすることはできないという前提の下で，最近いくつかの最適ネットワーク計画問題が研究されている．その中で，著者ら（1985)[7]はOD分布交通量が所与の場合の最適道路網計画問題を2レベル計画問題として考察した．この問題では，ネットワークフローを記述するための等時間配分問題が最適道路網計画問題の制約条件（下位問題）として組み込まれており，問題全体としては，最適化問題を制約条件とするシステム最適化問題のフレームをもっている．

この方法において提案された2レベル計画問題の枠組みを用いて，OD分布交通量を内生的に決定する問題へとネットワーク計画問題を拡張するための1つの魅力的な方法は，ネットワーク均衡条件を満足するようなOD分布交通量と配分交通量を同時に決定する問題，いわゆる分布・配分同時決定問題を下位問題とする方法である．

本研究では，いくつかの前提の下に，分布・配分同時決定問題を制約条件とする最適道路網形成問題を定式化し，問題の特徴について考察する．さらに，この問題を解くためのいくつかの方法を紹介する．その中で，特に，実用的な視点からヒューリスティックな方法について検討を加える．最後に実際の道路網，および道路センサスのデータなどを用いて，ある程度規模の大きいネットワークを対象とした数値計算を実行した結果を取りまとめる．

2. 問題の定式化

ここでは，まずOD需要が所与である場合の最適道路網形成問題の定式化について述べる．さらに，それに基づいて，OD需要が与えられていない場合の問題を定式化する．以下では，交通サービス供給者の意志決定変数が連続変数であることを前提にしておく．連続変数を用いることの主な利点は，問題の数学的取り扱いを簡単にすることにある．また，離散変数の場合は，制約条件などが小さく変化したときに解が大きく変化してしまう可能性があるが，連続変数の場合は，解の安定性が比較的高いものと思われる．最適道路網形成問題の解は，道路網計画代替案の1つを与えるものである．実際の計画において離散的決定変数が必要である場合は，連続変数を用いて得られた解の近傍で，代替案を作成すればよいと考えられる．

（1） OD需要固定型の場合

OD需要が固定的であり，フローがネットワーク均衡流であるという条件を満足する最適道路網形成問題は，2レベル計画問題（志水，1982)[8]の枠組みを用いて定式化できることが知られている．この問題は，『交通サービス供給者は，ネットワークの形状や容量を決定することはできるが，ネットワークフローそのものを直接決定できず，ネットワークフローはネットワーク利用者の選択行動の結果決まってくる.』という現実的な仮定に基づいている．

たとえば，①計画者の目的が，リンクフローとリンク容量の関数として定義されるリンク費用をネットワーク全体で最小化するように各リンクの容量を決定することにあり，②そのときの制約条件が，総建設費用の制約および意志決定変数であるリンク容量の非負条件である場合の問題は，次のように定式化できる．

（P 1）

$$\min \sum_a F_a(V_a, Z_a) \quad \cdots\cdots (1\cdot a)$$

s. t.

$$\sum_a G_a(Z_a) \leqq G \quad \cdots\cdots (1\cdot b)$$

$$Z_a \geqq 0 \quad \cdots\cdots (1\cdot c)$$

$$\min \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x, Z_a)\,dx \quad \cdots\cdots (1\cdot d)$$

s. t.

$$\sum_m h_{mij} = T_{ij} \quad \cdots\cdots (1\cdot e)$$

$$V_a = \sum_m \sum_i \sum_j d_{amij} h_{mij} \quad \cdots\cdots (1\cdot f)$$

$$h_{mij} \geqq 0 \quad \cdots\cdots (1\cdot g)$$

ここに，変数の意味は，次のとおりである．

V_a：リンク a のフロー

Z_a：リンク a の容量

h_{mij}：ODペア i, j 間のパス m のフロー

T_{ij}：ODペア i, j 間のODフロー

d_{amij}：ODペア i, j 間のパス m がリンク a を通るとき1，そうでなければ0

$F_a(V_a, Z_a)$：リンクフローとリンク容量により定義さ

れるリンク a の費用関数

$G_a(Z_a)$：リンク a の建設費用関数

G：ネットワーク全体の建設費用の上限値

$S_a(x, Z_a)$：リンク a の走行時間関数

式（1･a)～(1･c）は，交通サービス供給者の行動基準を示している．この問題を上位問題とよぶ．式（1･d)～(1･g）は，等時間配分問題（需要固定型のネットワーク均衡問題）であり，ネットワーク利用者の行動を記述している．この問題を下位問題とよぶ．したがって，問題の全体は，1つの最適化問題（下位問題）を制約条件とする最適化問題の構造をもっている．

（2） OD 需要が変動型の場合

2レベル計画問題のフレームを用いて，OD 需要が固定的でない場合の問題を定式化する場合においても，下位問題はネットワーク利用者の行動を記述する問題でなければならない．ところで，ネットワーク均衡条件は，OD 需要が固定的でない場合であっても，ネットワーク利用者の行動を記述するための有効な条件である．交通サービス供給者の意志決定変数と行動仮説は，需要を固定的に扱う場合と変わらないと仮定すれば，OD フローの決定を内生化したネットワーク形成問題は，(P1) の下位問題である等時間配分問題をネットワーク均衡問題としての分布・配分同時決定問題により，置き換えた問題として定式化することができる．すなわち，

(P2)

$$\min \sum_a F_a(V_a, Z_a) \cdots\cdots (2\cdot a)$$

s. t.

$$\sum_a G_a(Z_a) \leqq G \cdots\cdots (2\cdot b)$$

$$Z_a \geqq 0 \cdots\cdots (2\cdot c)$$

$$\min \sum_a \int_0^{V_a} S_a(x, Z_a)\,dx - \sum_i \sum_j \int_0^{T_{ij}} W_{ij}(y)\,dy \cdots\cdots (2\cdot d)$$

s. t.

$$\sum_m h_{mij} = T_{ij} \cdots\cdots (2\cdot e)$$

$$V_a = \sum_m \sum_i \sum_j d_{amij} h_{mij} \cdots\cdots (2\cdot f)$$

$$\sum_j T_{ij} = O_i \cdots\cdots (2\cdot g)$$

$$\sum_i T_{ij} = D_j \cdots\cdots (2\cdot h)$$

$$h_{mij} \geqq 0 \cdots\cdots (2\cdot i)$$

$$T_{ij} \geqq 0 \cdots\cdots (2\cdot j)$$

ここに，

$W_{ij}(y)$：OD ペア i,j の需要関数の逆関数

O_i：セントロイド i からの発生交通量

D_j：セントロイド j への集中交通量

である．

なお，ここでは，容量 Z_a に関する制約は，非負制約としたが，Z_a の上限値と下限値が制約条件である場合についても問題の本質的な部分は変わらない．

（3） 問題の解釈

この問題が，2レベル計画問題のうち，交通サービスの供給者を leader, 利用者を follower とする Stackelberg 問題であることは，先の OD 需要固定型の場合と同様である．需要固定型の問題と比較したとき，leader の意志決定変数，目的関数，制約条件は変わらない．しかし下位問題が，配分問題から分布・配分同時決定問題へと変更されたので，follower に関する条件はそれぞれ拡大されている．すなわち，follower の意志決定変数は OD フローとパスフローであり，それらに関する制約条件は式（2･e)～(2･j）によって与えられている．この問題の解が，ネットワーク均衡条件を満足することは，たとえば，Sheffi(1984)[9]に詳しい．

なお，follower の行動を規定する目的関数についてはそのものがもつ意味を積極的に解釈するよりもむしろ目的関数をこのように設定すれば，ネットワーク均衡条件を満足するネットワークフローの記述ができるという点が重要であろう．交通混雑を考慮しない場合は，式(2･d) は負の消費者余剰を意味することが知られている．

また，問題（P2）の定式化の段階においては，関数 $F_a(V_a, Z_a)$, $S_a(V_a, Z_a)$, $G_a(Z_a)$ および $W_{ij}(y)$ の関数形を必ずしも特定化する必要はない．

ここに定式化した問題の特徴は，次の点である．

① 交通サービス供給者の意志決定変数であるネットワークの各リンクの容量をアウトプットするだけでなく，そのネットワーク上における利用者の行動結果であるネットワークフロー(OD フロー，配分フロー）を同時にアウトプットできる．

② 将来の OD 交通需要を内生的に決定できるので，需要固定型の場合の問題点であったサービスレベルのずれ（OD の予測プロセスで仮定したサービスレベルとネットワーク整備後のサービスレベルのずれ）が生じない．

③ 解法の制約を受けない限り，交通サービス供給者の目的関数，建設費用関数，走行時間関数，OD 需要関数をオプショナルに選ぶことができる．

④ 土地利用指標から直接導出されることの多い発生・集中交通量を与えるということは，将来の土地利用条件を与件であると読み変えることもできる．したがって，土地利用計画のフレームから得られる土地利用のパターンが与えられたとき，ある評価視点からみて，その土地利用に最も整合したネットワークを求めることができる．

3. 問題の解法

定式化した問題（P 2）は，Stackelberg 問題の構造をもっており，通常の非線形計画問題の解法がそのまま使えない．また，ネットワーク計画問題に共通する変数の多さも問題の解法を複雑にする．ここではまず，定式化に忠実な解法の考え方を紹介する．次に，実用性の観点から，解の厳密性を犠牲にしたヒューリスティックな方法について述べる．さらに，この方法の妥当性を検討するための簡単な数値計算の結果について述べる．

（1） 厳密解法の考え方

需要固定型の場合（P1）と同様に，需要変動型の問題（P2）でも，Stackelberg 問題を解くためのいくつかの解法を適用することができる．

基本的な考え方は，与えられた上位問題の解に対して下位問題を解くというステップと，下位問題の最適性条件を用いて上位問題の勾配を計算し，これより適当な最適化手法を用いて，上位問題を解くというステップの繰返し計算法である．この方法は，志水（1982）により，Stackelberg 問題の一般的解法として提案された方法であり，高速道路の最適流入制御において適用した例が報告されている（井上，1983）[10]．

最適バスネットワーク問題の解法として，河上・溝上（1985）[11]が提案した方法もこの考え方によるものである．そこでは，下位問題をその必要十分条件により置き換えて，元の問題を非線形制約付きの最適化問題に変換しさらにそれを制約なしの最適化問題に変換して解かれている．

他の１つの方法は，ネットワーク問題の特徴を利用した方法である．すなわち，下位問題を変分不等式（たとえば Florian, 1984[12]，宮城・加藤，1985[13]）によって記述し，さらに，上位問題との組合せによる鞍点問題に帰着させる方法である．この方法は Fisk(1984)[14]により，最適信号ネットワークのパラメーター決定問題（ただし需要固定）の解法として提案されている．需要固定の場合の変分不等式を需要変動の場合の変分不等式に置き換えることは容易であるから，Fisk の方法はそのまま需要変動の問題に拡張できる．

これらの解法は，理論的には（P 2）の解法として適用できると考えられる．しかし，解のアルゴリズムの複雑さと計算時間などを考慮すれば，変数と制約条件の数がきわめて多い実用的な場合には必ずしも有効な方法ではないかもしれない．むしろ，厳密な解を与えることは必ずしも保証できないが，解法の単純さを考慮すれば，次に述べるヒューリスティックな解法が現実的であると考えられる．

（2） ヒューリスティックな繰返し解法

この解法は上位問題と下位問題を切り離し，それぞれの解を相互に交換することにより，元の問題の解を得ようとする方法である．したがって，下位問題が全体を強く制約しているとはいえず，必ずしも問題の定式化に忠実な解法とはなっていない．以下にその手順を述べる．

交通サービス供給者の意志決定がなされた後は，つまり，各リンクの容量 $\{Z_a^*\}$ が与えられれば，下位問題である分布・配分同時決定問題を解くことは容易である．下位問題を上位問題との関連において眺めたとき，下位問題のアウトプットとして必要であるのは，リンクフローのみであって，パスフローは必要ではない．下位問題はリンクフローおよび OD フローに関して一意に解けるから，たとえば，Evans(1976)[15]の方法によりこの問題を解けばよい．

一方，与えられたリンクフロー $\{V_a^*\}$ に対して上位問題を解くための１つの方法は，次のような変換と分解による方法である．まず，乗数を用いて，建設費制約を目的関数に取り込み，上位問題を個々のリンクの容量に関する非負制約のみをもつ問題に変換する．次に，変換された問題を個々のリンクごとの最適化問題に分解し，各リンクの容量を求める．一般に，この容量から計算される総建設費用が建設費の上限に十分近いとき，目的関数は最小となるから，そうであれば，終了する．そうでなければ最初に設定した乗数の値を修正して，この条件が満足されるまで，この手順を繰り返す．

上位問題を解くためのこの方法はきわめて容易であるが，個々のリンクに分解したときの解が一意に決定できない場合は有効な方法ではない．したがって，この方法を用いるために関数 $F_a(V_a, Z_a)$ および $G_a(Z_a)$ の関数形に制約が生じることは避けられない．

以上をまとめると，需要変動の場合の最適ネットワークデザイン問題を解くときのアルゴリズムは，次のように書くことができる．

step. 1　$\{Z_a\}$ の初期値 $\{Z_a^1\}$ を与える．ただし，$\{Z_a^1\}$ は，制約条件を満足していなければならない．繰返し回数 $n=1$ とおく．

step. 2　$\{Z_a^n\}$ に対し下位問題を解き，リンクフロー $\{V_a^n\}$ を得る．

step. 3　建設費制約を目的関数に組み入れるための乗数 ξ の値を設定し，各リンクごとに

$$\min \quad F_a(V_a^n, Z_a)+\xi\, G_a(Z_a) \cdots\cdots\cdots (3\cdot a)$$

s. t.

$$Z_a \geqq 0 \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (3\cdot b)$$

を解く．解を $\{Z_a^{n+1}\}$ とする．この問題は，Z_a に関する１変数の最適化問題であるから，変分法などにより最適解を求めることができる．

step. 4

$$0 \leqq \{G-\sum_a G_a(Z_a^{n+1})\} \leqq \varepsilon \cdots\cdots (4)$$

であるならば，step. 5 へ．そうでなければ，ξ の値を修正して，step. 3 へ．

step. 5

$$\sum_a |Z_a^{n+1}-Z_a^n| \leqq \varepsilon' \cdots\cdots (5)$$

であるならば終了．そうでなければ，

$Z_a^n = Z_a^{n+1}, n=n+1$

とおいて，step. 2 へ．

ここに $\varepsilon, \varepsilon'$ は十分小さい適当な正数である．

step. 4 において ξ を修正する方法としては，ξ を小さくするにつれて $\sum_a G_a(Z_a)$ が大きくなる特性を利用し，十分大きな値をもつ ξ からスタートし，順次それを小さくする方法をとればよいであろう．すなわち，建設費用制約内から $\sum_a G_a(Z_a)$ を G に近づけていくのである．

(3) 数値計算例

前節において提案したヒューリスティックな解法の妥当性を数値的な面から確認するために，簡単なネットワークを用いて数値計算を実行した．この例では，解法の収束性およびヒューリスティック解と厳密解との相違を調べた．用いた例は，Fisk(1984) が信号の最適化において用いた例題を，需要変動型の場合に変更したものである．ここでは，各方向への信号の青時間をリンク容量に読み変えている．ネットワークの形状は **Fig. 1** であり，各リンクの走行時間関数は式 (6·a)～(6·c), 需要関数（ノード AB 間のみ）は式 (6·d), リンク容量の制約（費用制約）は式 (6·e)，フローの保存則は式 (6·f), (6·g) で与えられている．

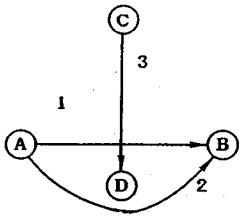

Fig. 1 Test Network.

$$S_1 = V_1/Z_1 + 2 \cdots\cdots (6\cdot a)$$
$$S_2 = 2\ V_2 \cdots\cdots (6\cdot b)$$
$$S_3 = 2\ V_3/Z_3 \cdots\cdots (6\cdot c)$$
$$D_{AB} = 20 - S_{AB}/2 \cdots\cdots (6\cdot d)$$
$$Z_1 + Z_3 = 20 \cdots\cdots (6\cdot e)$$
$$V_1 + V_2 = D_{AB} \cdots\cdots (6\cdot f)$$
$$V_3 = 10 \cdots\cdots (6\cdot g)$$

計画目標を総走行時間の最小化とするとき，この例では，最適リンク容量を解析的に求めることができる．

一方，上位問題と下位問題の解を相互に交換するヒューリスティックな解法は次のようになる．まず，与えられた容量に対して，均衡条件（$S_1 = S_2 = S_{AB}$），需要関数，フローの保存条件式を連立させてリンク 1，2 のフローを求めると（リンク 3 のフローは固定）

$$V_1 = 18\ Z_1/(Z_1+1) \cdots\cdots (7\cdot a)$$
$$V_2 = (Z_1+10)/(Z_1+1) \cdots\cdots (7\cdot b)$$

である．また，与えられたリンクフローに対して総走行時間 $\sum S_a(V_a, Z_a)V_a$ を最小にするリンク容量は，式 (6·a)，(6·c)，(6·e)，(6·g) を用いて解析的に求めることができ，

$$Z_1 = (-20\ V_1^2 + 20\sqrt{200\ V_1})/(200 - V_1^2) \cdots\cdots (8\cdot a)$$
$$Z_3 = 20 - Z_1 \cdots\cdots (8\cdot b)$$

である．これらを繰返し操作することにより，問題を解くのである．

まず，ヒューリスティックな方法の収束性を調べる．繰返しの初期値が異なっても同じ解に収束するかどうかを確認するために，初期値の異なる 2 ケースについて計算を行ったところ，どちらも，4 回の繰返しで同じ値に収束した．また，解析的に求めた厳密解との相違（**Table 1**）をみると，ヒューリスティック法により求めたリンク容量，均衡フローともに厳密解と大きく異なってはいない．

Table 1 Comparison of Solutions.

	exact	heuristic
Z_1	10.35	10.76
Z_2	9.65	9.24
V_1	16.41	16.47
V_2	1.79	1.77
D_{AB}	18.20	18.24
$S_{AB}=S_1=S_2$	3.59	3.53
S_3	2.07	2.17
$\Sigma S_a(V_a, Z_a)V_a$	86.01	86.03

目的関数（総走行時間）の値をみると，厳密解による場合よりも，繰返し法によるものの値のほうがやや大きい．Harker and Friesz (1984)[16] によれば，需要固定型の場合，ヒューリスティック解による目的関数の値は，厳密解による値よりも常に大きいことが理論的に証明されている．この数値例からみるかぎり，需要変動型の場合にも同様な結論が導かれると考えられる．

以上のように，簡単な数値例ではあるが，ヒューリスティックな解法の収束性と厳密解とのずれの大きさを確かめることができた．なお，分布・配分同時決定問題を制約条件とする場合の最適道路網形成問題の簡単な数値計算例においても，目的関数の収束性などが確認されている（朝倉，1986)[17]，ヒューリスティックな方法では解の厳密性を犠牲にせざるを得ないが，その解がもつ特

徴を理解したうえで結果の解釈を行うよう注意すれば，繰返しによる方法が実用面では有効であろう．

4. 実際規模のネットワークにおける計算例[18]

定式化した最適道路網計画問題が実際規模のネットワークを対象としたときに計算可能であるかどうかを確かめるために，ある程度規模の大きなネットワークにおいて数値計算を実行した．具体的な対象地域は，京都府南部地域を中心とする京阪奈地域である．

まず，最適ネットワーク形成問題の数値計算を実行する前に，用意されたネットワークを用いて，利用者均衡問題の計算を行った．その目的は，リンクデータを修正することと，需要関数のパラメーターを求めることにある．さらに，需要変動型の利用者均衡問題の現況再現性をチェックしておくことも目的の1つである．

次に，総建設費用の上限値と発生・集中交通量の組合せによるケースをいくつか与えて，最適ネットワーク形成問題の数値計算を実行した．

(1) 利用者均衡問題によるフローの再現

a) 前提条件

まず，昭和55年の道路交通センサスのゾーン区分（Bゾーン）に従って，対象地域をゾーニングし，33個の発生・集中ノードを設定した．同時に，対象地域の主要な道路を抽出し，数値計算用のネットワークを作成した．ネットワークの規模は，ノード数92個（うちセントロイド33個を含む），リンク数153本（往復で306本）である．このネットワークを **Fig. 2** に示す．

リンクの走行時間関数としては，BPR関数

$$S_a(V_a, Z_a) = t_a\{1 + r(V_a/(C_a + Z_a))^k\} \cdots\cdots\cdots\cdots (9)$$

を用いるものとした．

ここに，　t_a：自由走行速度によるリンク a の走行時間

C_a：リンクの既存交通容量

Z_a：建設により増加する交通容量（既存値＝0）

k, r：パラメーター

である．t_a は，（リンク長／自由走行速度：一定値）によって与えた．C_a の値は，55センサスの一般交通量調査をもとに作成した値を，後に述べる方法により修正した．パラメーター k, r の値は，修正BPR関数のパラメーター（$k=5$，$r=2.62$）をそのまま用いた．

発生・集中量およびODフローの実測値を求めるために，まず，道路センサスの自動車OD調査結果に基づいて，対象地域のゾーニングに整合したOD表を作成した．対象地域内を通過しないと考えられるODペアのODフローと，ゾーン内々ODフローをもとのOD表から除外した．また，実測リンクフローとの整合性を保つために，すべてのODフローを昼夜率1.3で割って，12時間の値に修正した．なお，大型車は係数2.0を乗じて乗用車換算した．

b) 等時間配分問題によるリンクデータの修正

ネットワークのリンクデータのうち，リンク容量および自由走行時間の値を修正するために，OD固定の利用者均衡問題（等時間配分）の数値計算を実行した．リンクフローの計算値と実測リンクフローの値が大きく異なることのないように，試行錯誤的に容量 C_a の値の修正と配分計算を繰り返した．

最終的に決定されたリンク容量と自由走行時間を与えたときの，配分問題の解として得られたリンクフローと実測リンクフローの相関係数は0.9519（サンプル数は実測フローの得られているリンク数120）であり，実測値との相関は高い．しかし，実測フローを x，推計フローを y で表わし，回帰直線を求めると，直線の勾配は0.68であった．つまり，実測フローの多いリンクのフローは過小に推計され，実測フローの少ないリンクのフローは過大に推計されていることがわかる．

この理由は，次のように考えることができる．走行時間関数としてBPR関数を用いた場合は，交通量が容量を超過すると急激に所要時間が増大するので，ネットワーク全体の混雑がかなり厳しくない限り，モデルのアウトプットとして容量を大きく超過するような交通量が得られることはない．しかし，センサスのデータでは，実測フローの多い一部のリンクでは，実測交通量が交通容量を大きく上回っている．したがって，このようなリンクでは，推計リンクフローが実測値を下回ったと考え

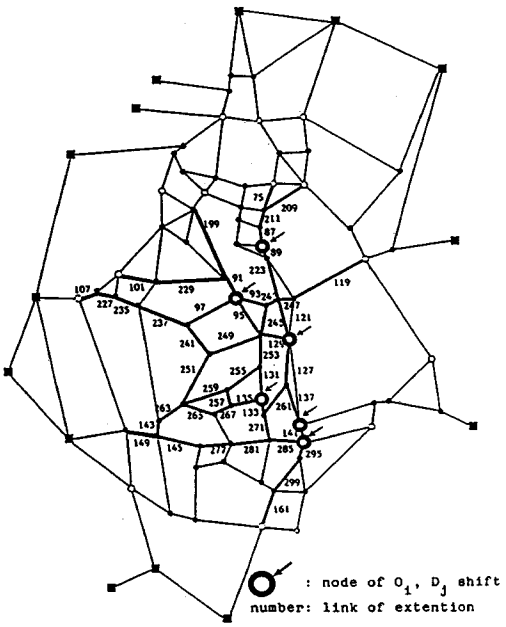

Fig. 2 Existing Network.

られる．もちろん，このほかにも，ネットワークデータを作成する際にリンクを集約・削除したこと，内々交通を除外したこと，発生・集中ノードを限定していること，実測データであってもODデータとリンクデータが整合していないこと，などさまざまな原因が影響しているものと考えられる．

c）OD分布推計モデルによるパラメーターγの決定

分布・配分同時決定問題の計算を具体的に行うためには，需要関数を特定化する必要がある．ここでは，需要関数を次の関数で与えるものとした．

$$D_{ij}=A_{ij}\exp(-\gamma t_{ij}) \cdots\cdots(10)$$

ここに，$A_{ij}=0$　内々ODおよび対象地域を通過しないODペア

$=1$　それ以外のODペア

γ：パラメーター

である．

この関数を用いるためには，所要時間に関するパラメーターγの値を求める必要がある．そこで，所要時間を固定して，OD分布推計モデルの数値計算を実行した．まず，先に実行した等時間配分の結果を用いて，ODペアi, j間の最短経路の所要時間t_{ij}を求めておく．次に，それを用いて，OD分布推計問題（エントロピー法）を解く．このとき，パラメーターγの値を漸次変化させ，実績ODフローと推計ODフローが最も合致するときのγの値を求めるのである．

パラメーターγを変化させたときの，推計ODフローと実測ODフローの相関係数および差の二乗和を調べたところ，相関係数は$\gamma=0.038$のとき最大値0.8104となり，差の二乗和は$\gamma=0.040$のとき最小値0.852×10^5であった．よって，γの値は，0.040とした．

このとき，ODフローの推計値を実績値により回帰した回帰直線の勾配は0.64であった．リンクフローの場合と同様に，実績ODフローの多いODペアのODフローは過少に推計し，実績ODフローの少ないODペアのODフローは過大に推計していた．大きなODフローをもつODペア間の最短経路に含まれる道路区間の混雑が厳しいため，ODフローが過少に推計されたものとも考えられるが，明確な理由は見出せない．

d）分布，配分同時決定問題の数値計算

設定されたリンクデータ，発生・集中量，およびパラメーターγの値を用いて分布・配分同時決定問題によるネットワークフローの現況再現を行った．

Evansのアルゴリズムを用いて，均衡フローを計算した．目的関数は，30回の繰返し計算によりほぼ収束した．リンクフローおよびODフローのそれぞれについて，実績値と計算値との誤差の分布図をFig. 3(a), (b)に示す．図によると，リンクフローに比べてODフローの推計精度がやや悪いことがわかる．

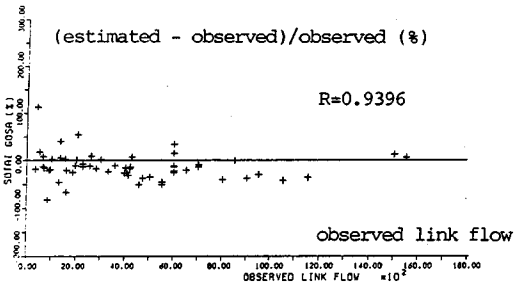

Fig. 3(a)　Estimation Error for Link Flow.

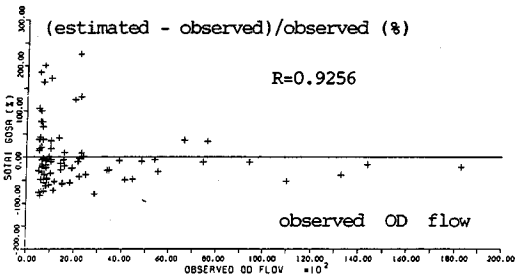

Fig. 3(b)　Estimation Error for OD Flow.

リンクフローについて，ODフローを固定して等時間配分を行ったときの結果と比較すると，推計リンクフローと実測リンクフローとの相関係数はやや低下しているが（0.9519から0.9396）回帰直線は，$y=x$により近くなった．

一方，ODフローについて，所要時間を固定してOD分布を求めたときの結果と比較すると，相関係数は，0.8101から0.9256へと向上している．回帰直線も，$y=x$により近づいており，実測ODフローと推計ODフローの差の二乗和も，0.8523×10^5から0.3651×10^5へと減少した．

所要時間を固定してOD分布問題を解く手順と，ODを固定して等時間配分問題を解く手順を交互に繰り返すような数値計算と比較していないので，この結果のみから，分布・配分同時決定問題の再現性のほうが良好であると結論づけることは早急かもしれない．しかし，少なくとも同時決定問題の精度が低いことはないようである．

また，計算時間を比較すると，配分計算に必要な計算時間と同時決定問題の計算時間はほとんど変わらない．分布・配分段階を切り離して繰返し計算するより，同時決定したほうが，かなりの時間節約となろう．これらの点を考慮すると，ネットワークフローの記述において分布・配分同時決定の考え方は実用性のあるものと考えられる．

(2) 最適道路網形成問題の適用計算

a) 前提条件

分布・配分同時決定問題の数値計算を行ったネットワークと同じネットワークを用いて，需要変動型の利用者均衡問題を制約条件とする最適道路網形成問題の数値計算を実行した．道路網計画者のもつ評価関数は，ネットワーク全体の総走行時間

$$\sum_a F_a(V_a, Z_a) = \sum_a S_a(V_a, Z_a) V_a \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

とする．そして，与えられた総建設・改良費用の制約の範囲内で，総走行時間を最小にするようなリンク容量を求めるものとする．ただし，リンクの新設は行わず，既存リンクの拡幅を道路網改良の対象としている．求められたリンク容量が，既存リンクの容量を大きく上回るときは，新しいリンクを建設すると読み変えることもできる．リンクの走行時間関数は BPR 関数，需要関数は所要時間に対して負の指数関数，建設費用関数は拡幅容量に対する線形関数

$$G_a(Z_a) = g_a Z_a \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (12)$$

ここに，g_a は単位拡幅費用

とした．

建設費用関数に含まれる単位容量当たりの拡幅費用を設定するために，拡幅対象リンクを，国道クラス，主要地方道クラス，その他に3分類し，それぞれのクラスごとに単位延長，容量当たりの拡幅費用が一定とし，その値にリンク長を乗じて，容量を1単位増加させるのに要する費用 g_a とした．また，拡幅のための総建設費用 G は3ケースを設定した．

発生・集中量は次の2通りの場合を設定した．①すべてのセントロイドの発生・集中量が現況のままの場合，②将来的に開発が進み，発生・集中交通量が増加すると考えられるノード（Fig. 2 参照）の発生・集中量のみを現況の3倍とした場合．

総建設費用（3段階）と発生・集中量（2通り）との組合せにより，計6ケースの数値計算を行った．ケース設定を Table 2 に示す．

各ケースについて，上位問題と下位問題の繰返しは15回とし，計算時間を節約するために繰返し回数を重ねるごとに下位問題の収束計算の回数を減らした．

b) 計算結果

各ケースごとに，総走行時間と拡幅容量の収束状況を Table 3(a), (b) に示す．これらの結果をみると総走行時間と拡幅容量は，繰返し回数ごとにほぼ収束の傾向にあることがわかる．また，総建設費用を増加させることにより総走行時間を短縮できることがわかる．

発生・集中量が現況のままのケース（ケース1～3）では，道路網への投資を行っても，拡幅しない場合の総走行時間（28 483×10³ min）に対する改良効果が必ずしも高いとはいえない結果となっている．これは，拡幅対象リンクがネットワークの一部であることによるものと考えられる．拡幅対象区間の混雑を個別にみると，混雑はかなり緩和されていることがわかる．

発生・集中量を増加させたとき，道路の拡幅がなければ，現況に比べ総走行時間の値（199 390×10³ min）はきわめて大きくなる．これは，発生・集中量を増加させたノードの近傍のリンクの負担が極度に大きくなるためである．その結果，拡幅したとき（ケース4～6）の改良効果を総走行時間の短縮率で評価すると，拡幅しない場合に比べて 1/5～1/7 となり，短縮効果が見掛け上かなり大きくなった．しかし，短縮された値でも，現況の総走行時間よりも大きな値である．したがって，仮定した値にまで発生・集中量が増加する場合は，改良費用が不十分であり，道路網への投資を行っても将来の混雑状

Table 2 Case Setting.

O_i, D_j	total investment G ($\times 10^9$ yen)		
	small(10)	medium(50)	large(100)
same as actual	case 1	case 2	case 3
3 times as actual	case 4	case 5	case 6

Table 3(a) Convergence of Total Travel Time.

($\times 10^3$ min)

iteration	case 1	case 2	case 3	case 4	case 5	case 6
1	28,483	—	—	199,390	—	—
3	27,344	26,966	26,714	39,919	32,131	30,950
5	27,236	26,848	26,630	38,550	31,542	30,527
7	27,217	26,817	26,576	38,319	31,442	30,372
9	27,210	26,799	26,560	38,271	31,445	30,261
11	27,205	26,786	26,538	38,270	31,436	30,221
13	27,203	26,792	26,553	38,270	31,427	30,207
15	27,211	26,763	26,536	38,269	31,424	30,191

Table 3(b) Convergence of Link Capacity.

iteration	case 1	case 2	case 3	case 4	case 5	case 6
2	2,387,400 (1.0000)	18,934,000 (1.0000)	70,163,000 (1.0000)	698,560 (1.0000)	8,203,600 (1.0000)	24,059,000 (1.0000)
3	592,380 (0.2061)	2,358,100 (0.1245)	4,083,200 (0.0582)	455,740 (0.6524)	3,060,500 (0.3731)	4,890,500 (0.2033)
5	87,141 (0.0303)	325,440 (0.0172)	433,190 (0.0062)	115,910 (0.1659)	722,870 (0.0881)	921,820 (0.0383)
7	44,403 (0.0154)	116,950 (0.0062)	158,330 (0.0023)	68,121 (0.0975)	149,110 (0.0182)	662,600 (0.0275)
9	31,153 (0.0108)	64,951 (0.0034)	105,210 (0.0015)	7,699 (0.0110)	77,557 (0.0095)	310,270 (0.0129)
11	30,812 (0.0107)	47,702 (0.0025)	104,550 (0.0015)	5,132 (0.0073)	40,732 (0.0050)	178,390 (0.0074)
13	20,113 (0.0070)	44,880 (0.0024)	28,309 (0.0004)	1,251 (0.0018)	34,356 (0.0042)	93,714 (0.0039)
15	16,433 (0.0057)	33,387 (0.0018)	69,964 (0.0010)	1,796 (0.0026)	21,947 (0.0027)	52,619 (0.0022)

upper: $\sum_a (z_a^n - z_a^{n-1})^2$

lower: the ratio to the value of iteration 2

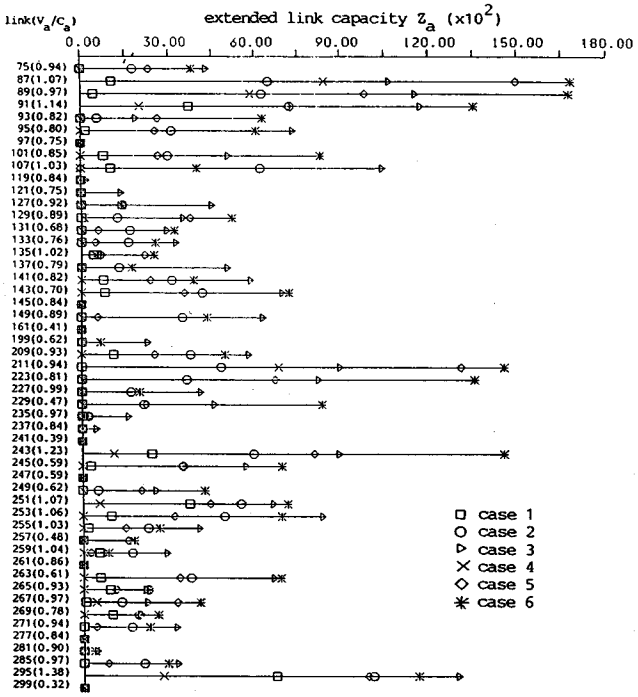

Fig. 4　Extended Link Capacity.

況が現況の混雑状況より厳しくなることが予想される．

Fig. 4 に，各ケースごとの拡幅対象リンクの拡幅容量の値（Z_a）と，現況の混雑率（V_a/C_a）を示す．図中のリンク番号は，**Fig. 2** のリンク番号と対応している．

ケース1は，現況の発生・集中量に対して最も少ない費用でネットワークの改良を行うケースである．このケースでは現況において最も早急に拡幅の必要なリンクが拡幅されているとみることができる．計算結果と実際の道路混雑状況が厳しい道路区間は対応しており，モデルのアウトプットは，ほぼ妥当な結果であると考えられる．ケース3は，現況の発生・集中量に対して，最も多い費用で拡幅を計画するケースである．ケース1が部分的な投資であったのに対し，ケース3ではネットワーク全体に投資されていることがわかる．このことが，ケース3では長距離の OD フローがやや増加し，改良費用を増加させても総走行時間の短縮が少ない原因であるかもしれない．

ケース4は，発生・集中量が将来において増加するが改良費用はケース1と同じ場合であり，ケース1よりさらに厳しい条件で拡幅するケースである．拡幅容量をみると，ケース1に比べてより少ない本数のリンクに対して多くの投資をしていることがわかる．建設費用制約が厳しい場合，多くのリンクを少しずつ拡幅するよりも，少数のリンクへ集中的に投資するのが効率的であることを示している．

建設費用が多い場合の2ケース(ケース3と6)を比較すると，発生・集中量の違いによって，拡幅されるリンクが異なっていることがわかる．ケース3では拡幅しないリンクと接しているリンクへの投資が多いが，ケース6では発生・集中量を増加させたノード付近のリンクを拡幅している．

これらの計算を実行するための計算時間は，交通量配分計算に必要な計算時間に比べると長くならざるを得ないが，実行不可能な時間ではない(京都大学計算機センターの FACOM-M 200 で約30秒)．また，出力結果は，直感的に予想される結果と大きく異なるものではない．したがって，実際規模のネットワークに対しても，このような分布・配分同時決定問題を制約条件とする最適道路網計画問題の数値計算は可能であり，アウトプットされる数値も，ほぼ妥当な傾向を示すものと判断できる．

5. 結　　論

従来の最適ネットワーク計画モデルの多くは，OD レベルの交通需要を所与とする最適化問題であった．本研究では，OD 分布交通量が与えられていない場合や，それを固定的に取り扱えない場合における最適ネットワーク計画モデルを提案した．**2.** において定式化した問題は，分布・配分同時決定問題を制約条件としてもつ最適道路網計画問題である．この問題では，ネットワークフローが利用者均衡条件を満足し，OD 分布交通量がリンク交通量と同時に，内生的に決定されるという特徴をもっている．

3. では，問題を解くための基本的な考え方を紹介し，さらに実用的な観点からヒューリスティックな繰返しによる方法を示した．簡単な数値例によって，この方法の収束性と厳密解からの解のずれを確かめることができた．

4. では，実際の道路網計画問題への適用可能性を探るために，ある程度，規模の大きな実際の道路ネットワーク（京都府南部地域）を用いて，数値計算を実行した．その結果，分布・配分同時決定問題によるネットワークフローの再現性は良好であること，最適道路網計画問題の解の挙動はほぼ妥当であること，がわかった．

しかしながら，ここに示した最適化問題に関して，議論すべき課題も多く残されている．まず，需要の変動を OD 分布レベル以前のレベルにおいて考慮することができないか，という点である．すなわち，本研究では外生的に与えていた発生・集中量を内生化することである．需要変動型のネットワーク均衡問題では，発生・集中量

をも内生化することができるから，本研究において提案した2レベル計画問題のフレームをそのまま用いて，この問題に対応することができると考えられる．

他の1つの課題は，解法の改良にある．本研究で示した方法は，厳密な意味では定式化した問題の忠実な解法とはなっていない．問題を忠実に解くための1つの方法は，下位問題である分布・配分同時決定問題を変分不等式により再記述し，それを上位問題に組み込む方法である．この方法も，計算量の面からみると必ずしも優れているとはいえないが，今後検討すべき方法であると考えられる．

最後に本研究を進めるうえで，京都大学大学院 井上陽一君には，数値計算をはじめご協力いただいた部分が多い．ここに記して感謝の意を表します．

参考文献

1) Magnanti, T. L. and Wong, R. T. : Network Design and Transportation Planning : Models and Algorithms, Transp. Sci., Vol. 18, pp. 1～55, 1984.
2) 森津：最適交通網構成手法に関する基礎的研究，京都大学学位論文，1984.
3) 朝倉：交通混雑を考慮した最適ネットワーク形成に関する2，3の考察，土木計画学研究講演集，No. 6, pp. 231～238, 1984.
4) Dantzig, G. B. et al. :Formulating and Solving the Network Design Problem by Decomposition, Transp. Res., Vol. 13B, pp. 5～17, 1979.
5) Lundqvist, L. : Integrated Location Transportation Analysis : A Decomposition Approach, Reg. Sci. & Urban Eco., Vol. 3, No. 3, pp. 233～262, 1973.
6) Los, M. :A Discrete Convex Programming Approach to the Simultaneous Optimization of Land Use and Transportation, Transp. Res., Vol. 13B, pp. 33～48, 1979.
7) 朝倉：交通混雑を考慮した最適道路網計画モデルとその適用，土木計画学研究論文集，No. 2, pp. 157～164, 1985.
8) 志水：多目的と競争の理論，共立出版, pp. 210～215, 1982.
9) Sheffi, Y. :Urban Transportation Networks, Prentice-Hall, 1984.
10) 井上：高速道路と一般道路の最適交通分担，土木計画学研究講演集，No. 5, pp. 233～237, 1983.
11) 河上・溝上：分担・配分過程結合交通需要予測モデルとそれを用いた最適バス輸送計画策定手法の開発，土木学会論文集，No. 353/IV-2, pp. 101～109, 1985.
12) Florian, M. : An Introduction to Network Models used in Transportation Planning, in Transportation Planning Models (Florian ed.) North-Holland, pp. 137～152, 1984.
13) 宮城・加藤：需要・パフォーマンス均衡モデル実用化に関する一手法の提案：理論，交通工学，Vol. 20, No. 1, pp. 21～30, 1985.
14) Fisk, C. S. : Optimal Signal Controls on Congested Networks, Proc. of 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory in Delft, VNU Science Press, pp. 197～216, 1984.
15) Evans, S. P. : Derivation and Analysis of Some Models for Combining Trip Distribution and Assignment, Transp. Res., Vol. 10, pp. 37～57, 1976.
16) Harker, P. T. and Friesz, T. L. : Bounding the Solution of the Continuous Equilibrium Network Design Problem, Proc. of the 9th International Symposium on Transportation and Traffic Theory in Delft, VNU Science Press, pp. 233～252, 1984.
17) 朝倉：分布・配分同時決定問題を制約条件としてもつ最適道路網形成問題，土木計画学研究講演集，No. 8, pp. 315～317, 1986.
18) 佐佐木・朝倉・井上：実際規模の道路網におけるOD需要変動型最適道路網形成問題の数値計算，第41回JSCE年次学術講演会概要集，IV部門，pp. 11～12, 1986.

(1986. 9. 4・受付)