

# 台形断面開水路流の三次元乱流構造に関する実験的研究

## AN EXPERIMENTAL STUDY ON THREE-DIMENSIONAL TURBULENT STRUCTURE IN A TRAPEZOIDAL OPEN CHANNEL FLOW

富永晃宏\*・江崎一博\*\*・祢津家久\*\*\*

By Akihiro TOMINAGA, Kazuhiro EZAKI and Iehisa NEZU

In a prismatic open channel flow, the side-walls create three-dimensional shear stress distribution and then secondary currents are induced by turbulence. This study attempted to make clear three-dimensional turbulent structure in a trapezoidal open channel flow, which was common in actual river, in relating with secondary current structure. Furthermore, the effects of side-wall slope were investigated. As the results, secondary current structure in a trapezoidal channel was changed obviously from that in a rectangular channel. As the side-wall slope became small, new vortex was generated above the side-wall. The free-surface longitudinal vortex was decayed, while bed-wall longitudinal vortex was developed to extend to free-surface. Corresponding with this secondary current structure, primary mean velocity, turbulent structure and the wall shear stress distribution indicated the noticeable patterns particular to trapezoidal channel.

*Keywords: three-dimensional turbulence, secondary current, trapezoidal open channel*

### 1. 序 論

プリズマティックな開水路流では、側壁の存在によって三次元のせん断応力場が形成され、また乱れの非等方非一様性に起因する二次流が発生して流れの三次元構造を決定する重要な因子となる。このような三次元性の存在は、少なくとも局所的には流砂や拡散といった輸送現象に大きな影響を及ぼすと考えられる。著者らはこれまでに長方形断面の滑面および粗面の開水路流において、二次流構造、三次元乱流構造および壁面のせん断応力分布等を実験によって明らかにしてきた<sup>1),2)</sup>。しかし、河川の断面形としては台形断面のものがより一般的であり、堤防の洗掘の問題や護岸や根固めなどの設計上の観点からより重要と思われるが、台形断面の流れの三次元構造に関する系統的なデータは少ない。Ippen & Drinker<sup>3)</sup>は台形断面の湾曲流において流速分布と壁面せん断応力分布を計測している。この直線部分の主流速の等値線やその他の計測例をみると、長方形の場合に特徴的であった側壁近くの水面での減速、そして最大流速点

の水面よりの降下という現象がみられないことに気付く。長方形の場合の水面での減速は、二次流（水面縦渦）が原因であることから、側壁の傾斜が二次流の構造を変化させている可能性がある。Ghosh & Roy<sup>4)</sup>は、長方形および台形断面開水路流の壁面せん断応力分布を、直接法、プレストン管法および対数則法から求め比較している。この結果から長方形と台形では側壁上のせん断応力分布がかなり異なることがわかる。また、池田<sup>5)</sup>は移動床における側岸浸食に関する実験を行っている。砂で台形断面の水路を作り、通水後の断面の変化過程を調べ、平衡状態の断面形が相似になることを示した。その際、縦方向に縞状の砂の盛り上がった ridge が形成されることを示し、これから二次流の存在を推測している。

二次流の発生原因は、鉛直方向の垂直応力 $-\overline{w^2}$ と横断方向の垂直応力 $-\overline{w^2}$ の非等方性と非一様性にあり、これらの分布は側壁の傾斜によって影響を受けると考えられる。そこで本研究は、滑面の台形断面開水路流における二次流構造および三次元乱流構造と壁面せん断応力の分布を実験的に明らかにし、これらの相互関係について検討しようとするものである。また、側壁の傾斜角を3通りに変化させて、これらの三次元構造に及ぼす傾斜角の影響を調べた。長方形断面は台形の特例と考えられることから、この結果<sup>1)</sup>も含めて側壁傾斜角の影響を検

\* 正会員 工修 群馬大学助手 工学部建設工学科  
(〒376 桐生市天神町1-5-1)

\*\* 正会員 工博 群馬大学教授 工学部建設工学科(同上)

\*\*\* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科  
(〒606 京都市左京区吉田本町)

討する。

2. 実験装置および方法

実験水路は、長さ 12.5 cm、幅 40 cm、高さ 40 cm の勾配可変型水路で、底面はペンキ塗装鉄板、側面はガラス張である。台形断面とするために、塩化ビニール製の傾斜側壁を製作し、水路両側面に全水路長にわたって設置した。この傾斜側壁は、底面とのなす角が約 60°、44° および 32° となる 3 種類を用いた。上流端の整流槽では整流板およびハニカムによって一様な流れが得られるようにし、浮遊物除去のためのガーゼを挿入している。計測断面は水路流入口より 7.5 m 下流に設け、所定の流量で等流状態が得られるように、水路勾配および下流端の堰を調節した。用いた座標系および記号の説明を Fig.1 に示す。また、傾斜角が 60°、44° および 32° の場合をそれぞれ TS1, TS0, TS2 シリーズとし、TS1, TS0 では水深を 3 通り、TS2 では 2 通り変化させ、平均流速が 35 cm 前後になるように流量を設定した。この実験条件表を長方形の 3 ケースとともに Table 1 に示す。

流速計は、2 チャンネルのホットフィルム流速計システム（カノマックス社製）に X 型エンドフロブプローブ（TSI 社製 1241-60 w）を使用した。ホットフィルム流速計による二次流の計測精度については、プローブへのごみや気泡の付着に十分注意し、適切な補正を施すことによって十分計測が可能であることが長方形断面の実験によって示されている<sup>1)</sup>。ここでは二次流速の空間的変動が明確に認められたことから<sup>1)</sup>、まず長方形断面の

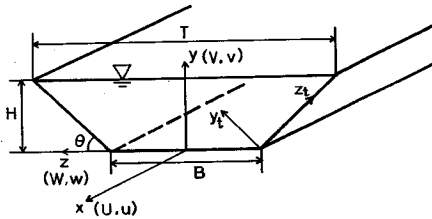


Fig.1 Coordinate system.

場合と同様に二次流の境界条件をほぼ満足させ、次に流れの収支を満足させるように実験値から流れに直角な断面の平均値を差し引くことによって補正を行った<sup>2)</sup>。計測は  $(U+u, V+v)$  の計測と  $(U+u, W+w)$  の計測の 2 回に分けて同一測点で行われ、この結果得られた 2 つの  $U$  および  $u'(\equiv\sqrt{u^2})$  の平均値を実験値とし、これを基準にしてすべての統計量の補正が行われた<sup>1)</sup>。計測点は水路中央軸に関する流れの対称性が確認されたため<sup>3)</sup>、半断面のみとし、計測位置は後出の Fig.3 の二次流ベクトルの始点の位置で示される。流速計の出力電圧はデータレコーダに記録された後、サンプリング周波数 50 Hz (TS 01, TS 02) および 75 Hz (TS 03~TS 23) で AD 変換を行い一測点につき 2 048 個のデータを得てパーソナルコンピュータで統計処理された。

3. 実験結果とその考察

(1) 二次流構造

長方形の場合を  $\theta=90^\circ$  と考えて、側壁の傾斜角を徐々に小さくしたときの二次流構造の変化過程について検討する。長方形のアスペクト比 4 の場合の二次流ベクトルと流れ関数の等値線を Fig.2 に、台形の場合の TS 01 と TS 11 を除いた各ケースの二次流ベクトル図を Fig.3 ~ Fig.5 に示す。データにはかなりのばらつきがあるが、二次流の渦パターンがよく把握でき、この渦に対して A, B, C, D と記号を付し図中に示した。

$\theta=90^\circ$  では、 $y/H=0.6$  で水平に分割された水面縦渦と底面縦渦が存在し、前者は水深の 2 倍程度、後者は水深程度の幅を有し、横方向に偏平な渦構造をなしている。一方、 $\theta=60^\circ$  では、側壁と水面にはさまれた領域に水面縦渦と逆方向の渦 (B 渦) が新たに発生する。コーナーより中央寄りのところに水面縦渦に相当する渦 (C 渦) が存在しているが、その規模は  $\theta=90^\circ$  に比べて小さく支配的な渦ではなくなる。また底面縦渦は  $\theta=90^\circ$  とほぼ同様に存在しているが (A 渦)、側壁近くではコーナーに向かって流れ込むようになる。TS 12 では中央付近に半水深規模の D 渦の存在が認められる。

Table 1 Experimental conditions.

CASE	Discharge $Q$ (l/s)	Flow depth $H$ (cm)	Bottom width $B$ (cm)	Surface width $T$ (cm)	Aspect ratio		Hydraulic radius $R$ (cm)	Side angle ( $^\circ$ )	Mean velocity $U_m$ (cm/s)	Maximum velocity $U_{max}$ (cm/s)	Reynolds number $Re$ ( $=4RQ/\nu$ )	Froude number $Fr$	Energy gradient $I_0$ ( $\times 10^{-3}$ )	Kinematic viscosity $\nu$ ( $cm^2/s$ )
					T/H	B/H								
S1	7946	5.00	40.0	-	-	8.0	4.00	90	39.73	46.31	$6.37 \times 10^4$	0.57	0.937	0.01050
S2	7584	10.15	40.0	-	-	3.9	6.73	90	18.68	23.50	$5.07 \times 10^4$	0.19	0.138	0.01047
S3	15139	19.90	40.0	-	-	2.0	9.97	90	19.24	24.36	$7.91 \times 10^4$	0.18	-	0.01072
TS11	2680	3.13	24.8	28.4	9.1	7.9	2.60	60	32.17	40.90	$3.00 \times 10^4$	0.69	-	0.01117
TS12	6325	6.36	24.8	32.2	5.1	3.9	4.59	60	34.90	45.16	$5.74 \times 10^4$	0.47	0.670	0.01117
TS13	10551	11.00	24.8	39.8	3.6	2.2	6.92	60	30.09	39.36	$6.84 \times 10^4$	0.32	0.389	0.01217
TS01	2720	3.36	20.0	27.0	8.0	6.0	2.66	44	35.21	42.72	$3.59 \times 10^4$	0.61	1.381	0.01045
TS02	4590	5.01	20.0	30.4	6.1	4.0	3.67	44	36.92	44.36	$5.59 \times 10^4$	0.53	1.000	0.00975
TS03	9945	9.05	20.0	38.9	4.3	2.2	5.77	44	37.33	45.63	$8.76 \times 10^4$	0.40	0.594	0.00983
TS22	3225	4.00	15.2	28.1	7.0	3.8	2.85	32	37.26	43.86	$3.62 \times 10^4$	0.68	-	0.01172
TS23	6223	7.12	15.2	39.8	5.6	2.1	4.81	32	32.98	38.01	$5.34 \times 10^4$	0.47	0.594	0.01188

$\theta=44^\circ$ では、B渦がさらに発達し、C渦が急激に減衰している。そのため $\theta=90^\circ$ では水面縦渦に押さえられていた底面縦渦が、水面にまで達する水深規模の渦(A渦)に発達する。またA渦はコーナーに向かって流れ込む特性が顕著になる。渦構造が扁平なものから円形に近いものに変化したため、鉛直方向の流速 $V$ が大きくなっている。TS02では $-1 < Z/H < 0$ に水深規模の渦が明確に認められるが、 $\theta=90^\circ$ ではほとんど認められなかったものである。これは台形では側壁近傍の渦構造の変化

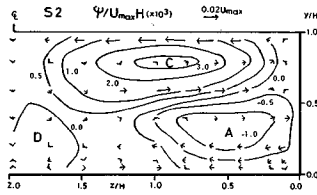


Fig. 2 Secondary flow vectors and isolines of stream function  $\phi$  (rectangular).

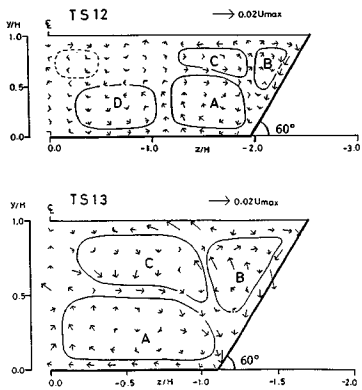


Fig. 3 Secondary flow vectors ( $\theta=60^\circ$ ).

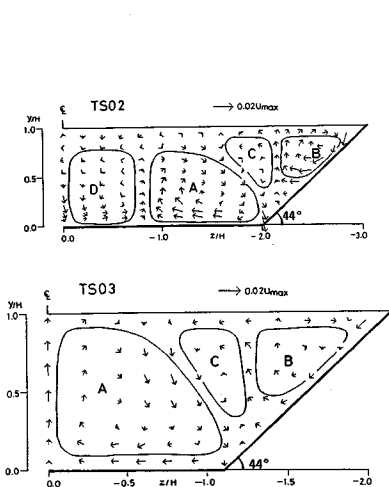


Fig. 4 Secondary flow vectors ( $\theta=44^\circ$ ).

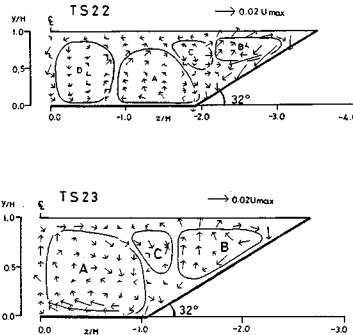


Fig. 5 Secondary flow vectors ( $\theta=32^\circ$ ).

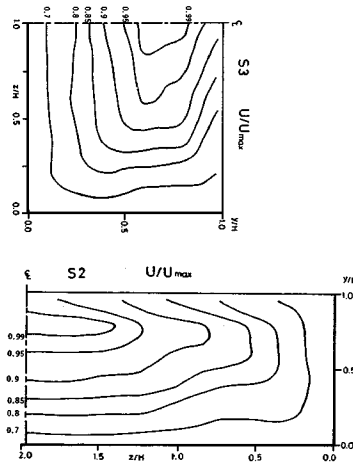


Fig. 6 Isolines of primary mean velocity (rectangular).

によって中央領域に及ぶ並列せん流が発生しやすくなったものと推測される。

$\theta=32^\circ$ では、基本的なパターンは $\theta=44^\circ$ の場合とほとんど同じであるが、側壁上のB渦はさらに発達する。特に側壁に沿って下降する流れが非常に大きくなる。以上より、一般的に側壁傾斜角が $90^\circ$ より小さくなると、B渦(台形側壁渦)が発生し、水面縦渦が減衰して弱いものとなり(C渦)、これによって底面縦渦が発達して水深規模の渦(A渦)となり、幅が広い場合には中央領域に並列せん流が誘起されやすいということがいえる。

(2) 平均主流速分布

長方形断面のアスペクト比2および4の平均主流速 $U$ の等値線を Fig. 6 に示す。台形の場合、底面幅と水深の比 $B/H$ を基準とすると、 $B/H \approx 2$ の全傾斜角と $B/H \approx 4$ の $\theta=44^\circ$ について Fig. 7 に示す。平均主流速は、二次流の影響を顕著に受けて、一般に二次流が壁に

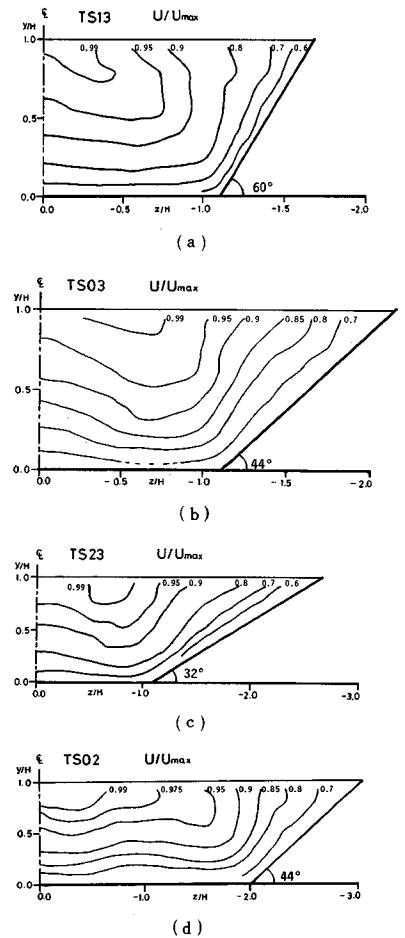


Fig. 7 Isolines of primary mean velocity.

向かうところで加速され、壁から離れるところで減速されることがすでに知られている<sup>7)</sup>。 $\theta=90^\circ$ では、水面縦渦によって水面付近が減速され、最大流速点が水面より降下することが大きな特徴である。

一方、 $\theta=60^\circ$  (Fig. 7(a))では、水面付近での減速特性がみられなくなり、これは水面縦渦 (C 渦) が減衰したためと考えられる。底面近くの構造は  $\theta=90^\circ$  の長方形断面の場合とよく似ており A 渦が依然存在することがわかる。

$\theta=44^\circ$  (Fig. 7(b))では、C 渦が非常に弱くなったために、水面近傍での減速特性が認められない。A 渦の発達に伴って等値線がコーナー近くの底面に向かって突出した形状となり、この領域が加速されていることを示す。また水路中央部では A 渦による上昇流のため主流速は減速され、横断方向に大きく波状に変動し、最大流速点の位置は水路中央でなく  $Z/H \approx -0.6$  付近に現われる点が大きな特徴である。B 渦の影響は等値線の形状からはあまり明確でなく、側壁のほぼ中央付近で垂直上方に若干凸形状を示す程度である。

次に  $\theta=32^\circ$  (Fig. 7(c))では、 $\theta=44^\circ$  の場合とほとんど同じ特徴を示す。これは二次流構造が両者で同じためである。特に B 渦の発達の影響というものは認められず、この領域の平均流構造もほぼ相似と考えられる。

以上より、 $\theta=60^\circ$ ではまだ長方形断面で得られる特性が残っているが、 $\theta \leq 45^\circ$ では乱流構造が急変し、台

形断面特有の構造に安定するものと考えられる。

### (3) 乱れ強度分布

乱れ強度  $u'$  の等値線を Fig. 8 に示す。無次元化に用いた  $\bar{U}_*$  は後に述べる対数則より求めた全潤辺平均の摩擦速度である。乱れ強度は二次流と関係し、一般に二次流が壁に向かうところで減少し、壁から離れるところで増大する<sup>7)</sup>。この特性はすべてのケースについて認められ、等値線形状は側壁近くを除いて主流速  $U$  のコンター特性とよく対応づけられる。しかし、側壁上では、側壁に垂直上方に凸形の形状が顕著になる。また側壁近くの水面で  $U$  の等値線は水面に直角に交わる傾向にあるのに対し、乱れ強度  $u'$  の等値線は水面に平行になる傾向にある。これは自由水面と傾斜側壁の2つに強く拘束された B 渦の影響と考えられ、乱れ強さの方が  $U$  に比べて二次流の影響を強く受けると考えられる。

次に  $v'$ 、 $w'$  の等値線を Fig. 9 および Fig. 10 に示す。壁面および水面に垂直な乱れ成分は水平成分より小さくなるため  $v'$  と  $w'$  とは異方性を示す。 $v'$  と  $w'$  とともに  $u'$  と同様な二次流の影響が認められるが、 $v' \neq w'$  のため等値線形状は異なってくる。側壁傾斜角  $\theta$  の変化によって側壁近傍の乱れ強度が変化し、傾斜角  $\theta$  が小さくなるにつれて、 $v'$  は小さくなり、逆に  $w'$  は大きくなると考えられる。実験結果からもこの特性が確認され、側壁に最も近い計測点で  $v'/w'$  の平均値を求めると、 $\theta=90^\circ$  で約 1.15、 $\theta=60^\circ$  で約 1.0、 $\theta=44^\circ$  で約 0.95、 $\theta=$

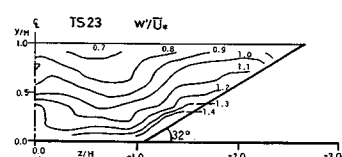
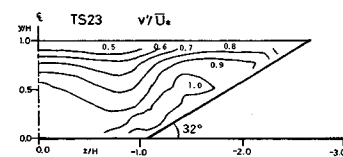
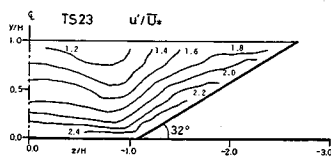
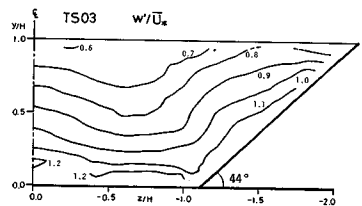
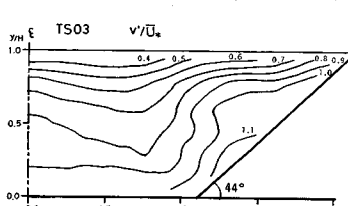
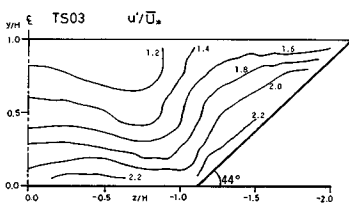
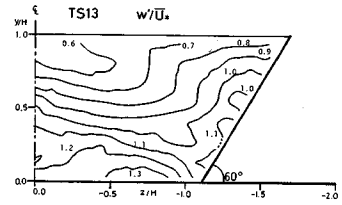
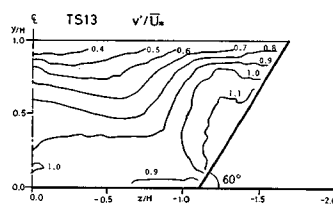
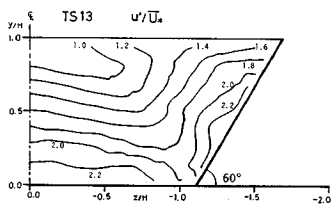


Fig. 8 Isolines of turbulent intensity  $u'/\bar{U}_*$ .

Fig. 9 Isolines of turbulent intensity  $v'/\bar{U}_*$ .

Fig. 10 Isolines of turbulent intensity  $w'/\bar{U}_*$ .

32°で約0.85となった。また  $v'$  は底面側で鉛直方向の変化が小さいが、水面近くになると急激に減少し、等値線間隔が密になっている。

(4) レイノルズ応力分布

レイノルズ応力  $-\overline{uv}$  の等値線を Fig. 11 に示す。底面近くの値は水路中央から側壁に近づくにつれて減少する傾向にあるが、傾斜角が大きいほどコーナー付近の値は小さくなる。 $\theta=60^\circ$  では水面付近に負の領域が存在するが、これは水面縦渦がまだ強いためであり、 $\partial U/\partial y < 0$  の領域が存在していることによっている。これより小さい傾斜角ではC渦が減衰するため負の領域が現われない。側壁近くをみると、 $\theta=60^\circ$  では  $y/H > 0.5$  に極大となる領域が存在し、傾斜角が減少するにつれてこの領域がコーナー側に移る点が特徴的である。

次に  $-\overline{uw}$  の等値線を Fig. 12 に示す。 $-\overline{uw}$  は側壁近くで正の値をとり、水路中央部へ行くにつれて減少し負の値をとる。傾斜角による影響は顕著ではなく、 $-\overline{uw}$  の等値線はほぼ  $y$  軸に平行になり、鉛直方向の変化は小さいことがわかる。 $-\overline{uw}$  の正負は、 $\partial u/\partial z$  の正負とよく一致し、全体的に  $\partial U/\partial z$  と  $-\overline{uw}$  の分布はかなり相関が高いと考えられる。

(5) 壁面せん断応力分布

水工学的には壁面せん断応力が最も重要な特性値であるが、これを求める方法として長方形の場合と同様に、底面近傍の平均流速  $U$  の分布を対数則に一致させるよ

うに摩擦速度  $U_*$  を求め、これからせん断応力  $\tau$  を計算した。滑面での対数分布則は次のようである。

$$\frac{U}{U_*} = \frac{1}{\kappa} \ln \left( \frac{U_* \cdot (y \text{ or } y_t)}{\nu} \right) + A \dots \dots \dots (1)$$

ここにカルマン定数  $\kappa=0.4$  とし、 $A=5.5$  とした。側壁については側壁に垂直な方向 ( $y_t$  座標) について対数則を適用した。この  $y_t$  に対応する  $U$  の値は実験値からの内挿によって求めた。この底面および側壁に対する対数則分布の一例を  $\theta=44^\circ$  の場合について Fig. 13, 14 に示す。最近、Nezu & Rodi は<sup>8)</sup>、開水路乱流の平均流速は  $y/H > 0.2$  の外部領域で対数則から上方にずれて Log-wake 則を適用すべきことを指摘した。底面上および側壁上の流速分布は、外部領域では対数則から上方にずれ、Log-wake 則を適用しなければならないが、 $y/H < 0.2$  の内部領域では式 (1) の対数則によく一致し、 $U_*$  の評価が妥当であることがわかる。これより得られた  $U_*$  から底面および側壁のせん断応力の平均値  $\bar{\tau}_b$ ,  $\bar{\tau}_w$  を求め、これから次の諸量を計算した。

$$\bar{\tau} = \frac{B\bar{\tau}_b + 2L\bar{\tau}_w}{(B+2L)} \quad (L \text{ は側壁長さ}) : \text{平均せん断応力} \dots \dots \dots (2)$$

$$f' = 8(\bar{\tau}/\rho U_m^2) : \text{摩擦損失係数} \dots \dots \dots (3)$$

$$n' = \sqrt{f' R^{1/3}/8g} : \text{Manning の粗度係数} \dots \dots \dots (4)$$

$$\bar{\tau}_w/\bar{\tau}_b : \text{側壁と底面の平均せん断応力の比}$$

これらの結果とエネルギー勾配より求めた  $\tau_0 (= \rho g R I_c)$

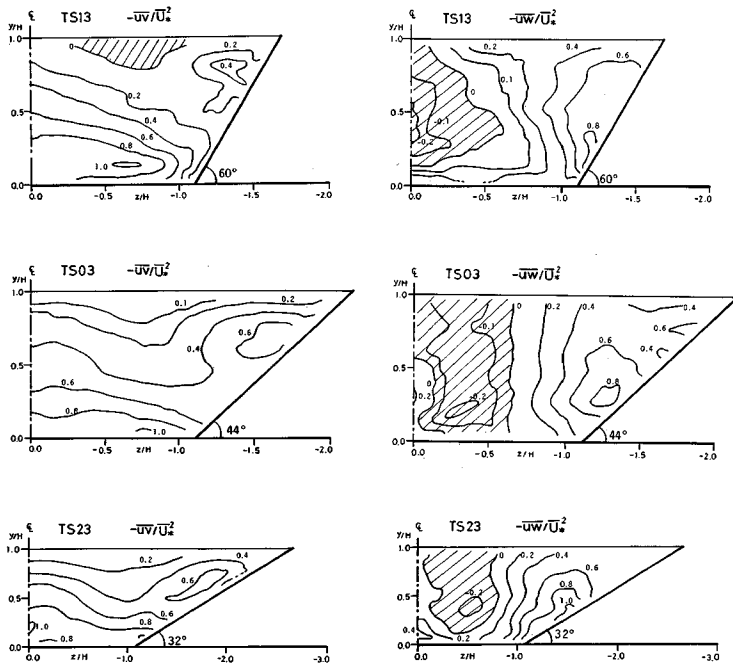


Fig. 11 Isolines of Reynolds stress  $-\overline{uv}/U_*^2$ .

Fig. 12 Isolines of Reynolds stress  $-\overline{uw}/U_*^2$ .

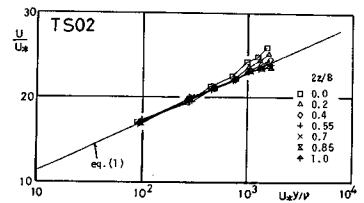


Fig. 13 Log-log distribution for bed wall.

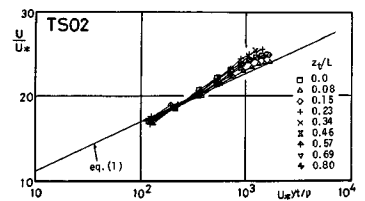


Fig. 14 Log-log distribution for side wall.

を Table 2 に示す。ただし TS 11 と TS 22 は  $I_e$  が計測されなかった。対数則から評価されたせん断応力  $\bar{\tau}$  はエネルギー勾配からの  $\tau_0$  とほぼ一致し、台形断面でも前述したように対数則によるせん断応力の評価が妥当であると考えられる。 $n'$  は傾斜角  $\theta$  が小さくなるほど小さくなる傾向にある点が注目される。これは、アスペクト比  $B/H$  が 2 以上のとき、 $\tau_w < \tau_0$  となることが報告され<sup>9), 10)</sup>、本研究にこれを適用すると側壁傾斜角  $\theta$  が小さいほど側壁長さ  $L$  は長くなるから式 (2), (4) より、 $n'$  が小さくなるためと考えられる。

実際に側岸浸食や堤防護岸の根の洗掘といった問題を扱うには、せん断応力の局所的な分布がより重要と考え

られる。このため、 $\tau/\bar{\tau}$  の底面および側壁に沿う分布を長方形水路について Fig. 15 に、台形水路について Fig. 16 に示す。図中の鉛直線は水路のコーナー位置を示し、これより左が底面、右が側壁に沿う分布である。まず、底面上に沿うせん断応力分布を考察する。長方形断面では、水路中央軸で  $\tau$  は最大になり、水路コーナー部に向かうに従って減少するが、底面縦渦の影響を受けて若干くびれた分布特性を示す。この結果の妥当性は、レーザ流速計を用いた高精度計測からも認められている<sup>10), 11)</sup>。一方、台形断面では傾斜角  $\theta$  が小さくなると、コーナー部で  $\tau$  は増大する特性がみられ、注目される。たとえば、アスペクト比  $B/H=2$  について考えると、せん断応力  $\tau$  は  $\theta=90^\circ$  のとき水路中央軸  $z=0$  で最大値を示すが<sup>11)</sup>、 $\theta$  が減少するとこのピーク位置はコーナーの方へ移動し、ピーク値も大きくなる。これは Fig. 3~5 で示したように、A 渦の発達によりコーナー部に向かう二次流が強くなり、運動量輸送が活発となり、せん断応力が増大したためと考えられる。 $B/H \geq 4$  の場合には、水路の中央領域に D 渦が発生するため、 $\tau$  は再び増加して水路横断方向に周期的な分布を示す。このように、台形断面では長方形に比べてコーナー近くのせん断応力は大きくなり、また横断方向の変動特性が大き

Table 2 Mean shear stress.

	$\tau_0$ ( $\times 10^3$ )	$\bar{\tau}$ ( $\times 10^3$ )	$\bar{\tau}_b$ ( $\times 10^3$ )	$\bar{\tau}_w$ ( $\times 10^3$ )	$\frac{\bar{\tau}_w}{\bar{\tau}_b}$	$f'$	$n'$
TS11	-	3.246	3.449	2.378	0.680	0.0245	0.0096
TS12	3.075	3.322	3.639	2.787	0.766	0.0213	0.0099
TS13	2.691	2.415	2.735	2.109	0.771	0.0208	0.0105
TS01	3.672	3.496	3.868	2.729	0.706	0.0220	0.0092
TS02	3.668	3.487	3.917	2.893	0.739	0.0200	0.0092
TS03	3.428	3.103	3.513	2.790	0.794	0.0174	0.0093
TS22	-	3.300	3.779	2.815	0.745	0.0185	0.0085
TS23	2.856	2.325	2.762	2.076	0.752	0.0167	0.0088

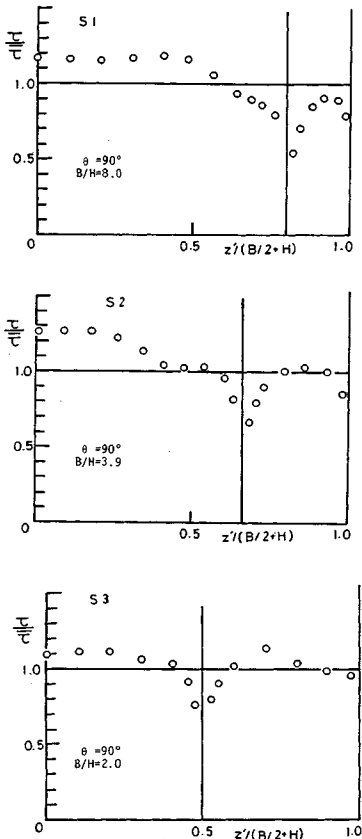


Fig. 15 Shear stress distribution (rectangular).

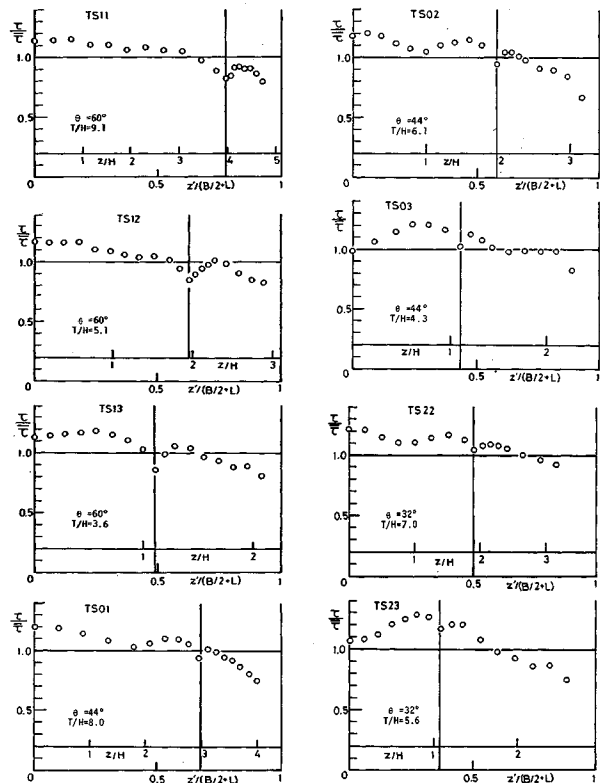


Fig. 16 Shear stress distribution (trapezoidal).

いから、河道設計にあたってはこれを考慮する必要がある。

次に側壁に沿う分布を考察する。長方形断面では  $\tau$  は底面近くで小さく、側壁中央  $y/H=0.5$  付近でピークをとり、水面側で再び減少する<sup>10)</sup>。一方、台形断面では底面近くにピークが現われ、傾斜角  $\theta$  が小さくなるほど底面側へ寄る。水面に近づくにつれて始めはゆるやかに減少し、水面近くで急激に減少する。このような側岸上のせん断応力の変化は、Fig.3~5のB渦が関与していると考えられ側岸浸食を論ずるとき重要になると思われる。

4. 台形断面水路における二次流の発生機構

以上の台形断面水路で実験的に得られた二次流構造を理論的に考察してみる。直線流路の二次流の発生は、流下方向の渦度方程式によって説明される。これは、定常状態において粘性項を無視し、さらに中川、祿津<sup>12)</sup>に従い移流項が無視できるとすると、次式が得られる。

$$\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{v^2} - \overline{w^2}) + \left( \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \overline{vw} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

これは、従来多くの研究者によって二次流の基礎式として用いられているものである<sup>12),13)</sup>。レイノルズ応力  $-\overline{vw}$  に渦動粘性モデルを用い、

$$-\overline{vw} = \epsilon_{yz} \left( \frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \dots\dots\dots (6)$$

と表わし、さらに  $v, w$  に流れ関数  $\psi$  を導入して、

$$v = \frac{\partial \psi}{\partial z}, w = -\frac{\partial \psi}{\partial y} \dots\dots\dots (7)$$

と表わすと、式(5)は次式となる。

$$\left( \frac{\partial^2 \epsilon_{yz}}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \epsilon_{yz}}{\partial z^2} \right) \left( \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right) + \epsilon_{yz} \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right)^2 \psi = \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{w^2} - \overline{v^2}) \dots\dots\dots (8)$$

式(8)の右辺が二次流の発生項であり、一方、左辺のレイノルズ応力項が二次流を抑制する効果をもっている。台形断面の場合、次に示すように  $\eta, \zeta$  座標に変換した方が有効である<sup>14)</sup>。ただし、 $\zeta$  は  $z$  と異なり、側壁上に原点をとるようにした。

$$\left. \begin{aligned} \eta &= y/H \\ \zeta &= (B/2 - z + my)/(B/2 + my) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (9)$$

ここに  $m$  は  $(1/\tan \theta)$  である。これを用いて式(8)を変換した結果を付録に示す。

次に式(8)の右辺の渦度発生項の被微分項  $(\overline{w^2} - \overline{v^2})$  の実験値の分布を Fig. 17 に示し、傾斜角による変化特性を検討する。台形断面の中央領域では底面近くで大きな値をとり、 $y/H \approx 0.7$  付近で最小値をとった後、水面で再び増大する特性を示し、この特性は長方形断面でも

同様である。側壁近傍では、 $\theta=90^\circ$  および  $60^\circ$  の場合、負の領域が側壁に接して存在している。 $\theta=44^\circ$  では負の領域が縮小し、側壁のごく近傍では正となる。 $\theta=32^\circ$  では負の領域が消滅し、側壁近くで値は増大し、最小値を示す領域が水路中央側へ移動している。このような傾斜角による  $(\overline{w^2} - \overline{v^2})$  の変化特性は、傾斜側壁、底面および水面の境界条件の違いによって生じたものであり、この乱れ強度の異方性により台形特有の二次流構造が生じたものと考えられる。さて、富永らが<sup>11)</sup>長方形断面水路で行った解析手法を台形断面の  $\eta-\zeta$  座標に適用してみる。

まず、上述の渦度発生項  $(\overline{w^2} - \overline{v^2})$  の実験特性を近似する関数を考え、次の基本分布を仮定する。

$$v'_1(\eta) = U_{*b}(A_{vy} - B_{vy}\eta^2) \dots\dots\dots (10)$$

$$v'_2(\zeta) = U_{*w} \cdot A_{wz} \cdot \exp(-B_{wz} \cdot \zeta) \cdot f \dots\dots\dots (11)$$

$$w'_1(\eta) = U_{*b} \cdot A_{wy} \cdot \exp(-B_{wy} \cdot \eta) \dots\dots\dots (12)$$

$$w'_2(\zeta) = U_{*w} \cdot A_{wz} \cdot \exp(-B_{wz} \cdot \zeta) \cdot f \dots\dots\dots (13)$$

ここに  $U_{*b}, U_{*w}$  はそれぞれ底面および側壁に沿って平均された摩擦速度であり、 $f$  は側壁に沿う  $U_{*w}$  の変化を表わし、

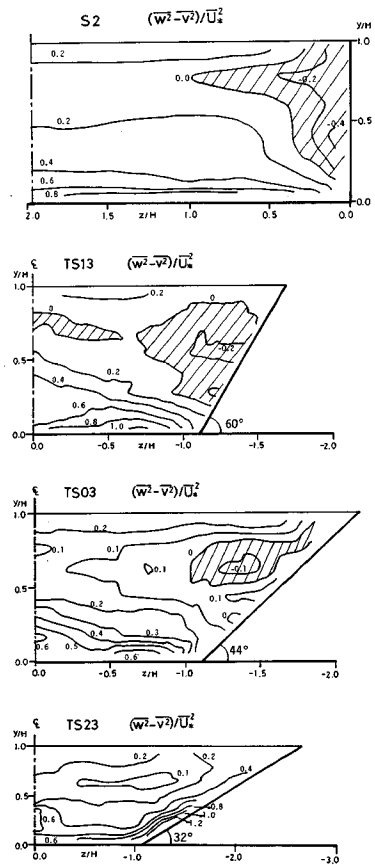


Fig. 17 Isolines of  $(\overline{w^2} - \overline{v^2}) / U_*^2$ .

$$\left. \begin{aligned} f &= 1 : \eta \leq 0.5 \\ &= 1 - a(\eta - 0.5)^2 : \eta \geq 0.5 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

で近似される。これは、TS 03 の摩擦速度分布を表わしたものである (Fig. 10 参照)。実験値との比較から、 $a = 0.5$ ,  $B_{vy} = 0.7$ ,  $B_{vz} = 0.6$ ,  $B_{wy} = 0.8$ ,  $B_{wz} = 0.9$  が適当であり、 $A_{vy}$ ,  $A_{vz}$ ,  $A_{wy}$ ,  $A_{wz}$  は傾斜角によって変化するものとした。次に、Gerard と同様に<sup>15)</sup>,  $\eta$  方向と  $\zeta$  方向の分布を壁からの距離によって次のように重み付け平均を行う。

$$v' = v_1^{pv}, v_2^{pz} \dots\dots\dots(15)$$

$$w' = w_1^{pw}, w_2^{pz} \dots\dots\dots(16)$$

ここに  $p_y = z^2/(y^2 + z^2)$ ,  $p_z = y^2/(y^2 + z^2)$  である。傾斜角  $\theta$  が  $45^\circ$  の場合について、 $A_{vy} = 0.9$ ,  $A_{vz} = 1.2$ ,  $A_{wy} = 1.25$ ,  $A_{wz} = 1.23$  と与えたときの  $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$  の分布を式 (15), (16) で計算し、その結果を Fig. 18 に示す。Fig. 18 は Fig. 17 の実験値をよく再現していると考えられる。ここで使用した  $f$  および  $A, B$  の各係数は、傾斜角によってある程度の普遍性をもつようであるが、これを明らかにするにはさらに多くの実験が必要であると思われる。

このように  $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$  の関数形が与えられると、式 (A-1) から流れ関数  $\psi$  を数値計算を行うことによって解くことができる。なお、渦動粘性係数  $\epsilon_{yz}$  は、式 (1) から得られる次のような放物線分布で与えられた。

$$\epsilon_{yz} = \epsilon_0 \cdot \eta(1 - \eta) \dots\dots\dots(17)$$

ここに  $\epsilon_0 = 0.1 U_* \cdot H$  としたが、これは二次元乱流の  $\epsilon_{xy}$  の場合の  $\epsilon_0 = 0.4 U_* \cdot H$  の 1/4 に相当し、長方形断面の場合と同オーダーの値である<sup>1)</sup>。境界条件は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} \psi &= 0, \partial\psi/\partial\eta = 0 \text{ at } \eta = 0 \\ \psi &= 0, \partial^2\psi/\partial\eta^2 = 0 \text{ at } \eta = 1 \\ \psi &= 0, \partial\psi/\partial\zeta = 0 \text{ at } \zeta = 0 \\ \psi &= 0, \partial^2\psi/\partial\zeta^2 = 0 \text{ at } \zeta = 1 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(18)$$

式 (A-1) を差分化して SOR 法によって計算した。その結果得られた  $\theta = 45^\circ$  の二次流ベクトル図を Fig. 19 に示す。Fig. 4 の実験値と比較して、側壁下部が実験値と若干異なるが、側壁上部の B 渦の発生がよく再現されており、またコーナーに向かう二次流や水路中央部の A 渦の存在が再現されている。このように渦度方程式を用

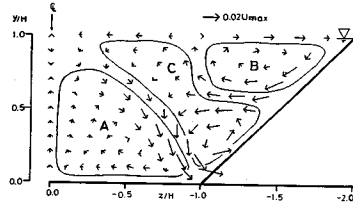


Fig. 19 Secondary flow vectors (calculated).

いることによって台形断面特有の二次流パターンが再現され、実験結果の妥当性が説明される。

### 5. 結 論

本研究は、台形断面開水路流れの三次元構造を解明するために、側壁の傾斜角を3種類変化させてその影響を実験的および理論的に検討したものである。その結果、長方形断面とは異なる台形断面特有の二次流構造が解明された。以下に主な結果を列挙する。

(1) 台形断面では、側壁と水面との間に長方形断面でみられる水面縦渦とは逆向きの渦が発生し、傾斜角の減少とともに発達する。これに伴い水面縦渦は減衰するが、底面縦渦は水面にまで達して水深規模の渦となる。その結果鉛直方向の流速が大きくなり、アスペクト比が大きい場合、水路中央部に並列せん流が誘起されやすい。

(2) 主流速の等値線は、側壁傾斜角が小さくなるにつれて、コーナーに向かう突出した形となり、発達した水深規模の渦の影響を顕著に受ける。

(3) 乱れ強度分布は、主流速と同様に二次流の影響を受ける。側壁近傍で  $w'/v'$  は傾斜角が小さくなるほど大きくなる。

(4) レイノルズ応力  $-\overline{uv}$  は、コーナー近くで減少するが、側壁近くに極大領域が存在し、傾斜角の減少とともに大きな値となる。

(5) 壁面せん断応力は壁面に垂直な方向の対数則から良好に評価される。底面では、傾斜角が小さくなるにつれて発達した水深規模の渦の影響を強く受け、波状の分布を示し、特にコーナー付近の値が増大する。側壁では、コーナー近くにピークが現われ、水面に向かってゆるやかに減少し、水面近くで急に減少する。

(6) 二次流の発生項  $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$  の分布を関数近似し、渦度方程式を数値計算することによって、台形断面特有の二次流構造を良好に再現できることが示された。

最後に、本研究を遂行するに際し、京都大学工学部中川博次教授に貴重なご助言を頂いたことを記して謝意を表します。

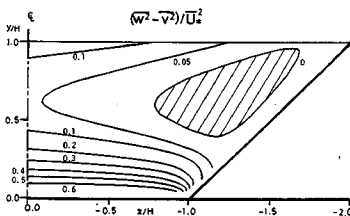


Fig. 18 Isolines of  $(\bar{w}^2 - \bar{v}^2)$  (calculated).



付録：渦度方程式の座標変換

式(8)を(9)によって  $\eta, \zeta$  座標に変換すると次式となる。

$$\begin{aligned}
 & C_0 \frac{\partial^4 \psi}{\partial \eta^4} + C_1 \frac{\partial^4 \psi}{\partial \eta^2 \partial \zeta} + C_2 \frac{\partial^4 \psi}{\partial \eta^2 \partial \zeta^2} + C_3 \frac{\partial^4 \psi}{\partial \eta \partial \zeta^3} \\
 & + C_4 \frac{\partial^4 \psi}{\partial \zeta^4} + C_5 \frac{\partial^3 \psi}{\partial \eta^2 \partial \zeta} + C_6 \frac{\partial^3 \psi}{\partial \eta \partial \zeta^2} + C_7 \frac{\partial^3 \psi}{\partial \zeta^3} \\
 & + C_8 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta^2} + C_9 \frac{\partial^2 \psi}{\partial \eta \partial \zeta} + C_{10} \frac{\partial^2 \psi}{\partial \zeta^2} + C_{11} \frac{\partial \psi}{\partial \zeta} + F = 0 \\
 & \dots\dots\dots (A.1)
 \end{aligned}$$

ここに、

$$\begin{aligned}
 C_0 &= \varepsilon_{yz} \\
 C_1 &= \frac{4m(1-\zeta)}{(B/2+m\eta)} \\
 C_2 &= \frac{6m^2(1-\zeta)^2-2}{(B/2+m\eta)^2} \\
 C_3 &= \frac{4m(1-\zeta)\{m^2(1-\zeta)-1\}}{(B/2+m\eta)} \\
 C_4 &= \frac{\{m^2(1-\zeta)-1\}^2}{(B/2+m\eta)^4} \\
 C_5 &= \frac{-12m^2(1-\zeta)}{(B/2+m\eta)^4} \\
 C_6 &= \frac{-8m\{3m^2(1-\zeta)-1\}}{(B/2+m\eta)^3} \\
 C_7 &= \frac{-12m^2(1-\zeta)\{m^2(1-\zeta)-1\}}{(B/2+m\eta)^4} \\
 C_8 &= E \\
 C_9 &= \frac{24m^3(1-\zeta)}{(B/2+m\eta)^3} + \frac{2m(1-\zeta)E}{(B/2+m\eta)} \\
 C_{10} &= \frac{12m\{3(1-\zeta)^2-m\}}{(B/2+m\eta)^4} + \frac{\{m^2(1-\zeta)^2-1\}E}{(B/2+m\eta)^2} \\
 C_{11} &= \frac{-24m^4(1-\zeta)}{(B/2+m\eta)^4} - \frac{2m^2(1-\zeta)E}{(B/2+m\eta)^2} \\
 F &= \frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\overline{w^2} - \overline{v^2}) \\
 E &= \left( \frac{\partial^2}{\partial y^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) \varepsilon_{yz}
 \end{aligned}$$

参考文献

1) 富永晃宏・江崎一博：長方形断面開水路流の三次元乱流

構造に関する実験的研究，土木学会論文集，第357号／II-3，pp.81～88，1985。

2) 富永晃宏・江崎一博：開水路流の三次元乱流構造に及ぼす側壁および粗度の効果，第29回水理講演会論文集，pp.827～832，1985。

3) Ippen, A. I. and Drinker, P. A. : Boundary Shear Stress in curved trapezoidal channels, ASCE, HY 5, pp.143～179, 1962.

4) Ghosh, S. N. and Roy, N. : Boundary Shear distribution in open channel flow, ASCE, HY 4, pp.967～994, 1970.

5) Ikeda, S. : Self-formed straight channel in sandy beds, ASCE, HY 4, pp.389～406, 1981.

6) 富永晃宏・江崎一博・中村悦由：台形断面開水路流の三次元乱流構造，第30回水理講演会論文集，pp.559～564，1986。

7) Nakagawa, H. and Nezu, I. : Cellular secondary Currents in straight conduit, ASCE, HY 2, pp.173～193, 1984.

8) Nezu, I. and Rodi, W. : Open-channel flow measurements with a Laser Doppler Anemometer, ASCE, HY 5, pp.335～355, 1986.

9) Knight, D. W. : Boundary shear in smooth and rough channels, ASCE, HY 7, pp.839～851, 1981.

10) 祢津家久・中川博次：開水路流れの三次元乱流構造（縦渦）とそれに及ぼす自由水面の影響に関する研究，京都大学防災研究所年報，第28号B-2，pp.499～522，1985。

11) 祢津家久・中川博次：一樣開水路および閉管路の三次元乱流構造に関する研究，土木学会論文集，第369号／II-5，pp.151～160，1986。

12) Ikeda, S. and Kikkawa, H. : Secondary circulation in straight channel, Depart. Engrg. Fac. Egrg. Saitama Univ., Vol.6, pp.1～13, 1976.

13) 林 泰造・山田 正：開水路における縦渦の形成に関する研究，第21回水理講演会論文集，pp.245～253，1979。

14) Nakayama, A., Chow, W. L. and Sharma, D. : Calculation of fully developed turbulent flows in ducts of arbitrary cross-section, JFM, Vol.128, pp.199～217, 1983.

15) Gerard, R. : Secondary flow in noncircular conduits, ASCE, HY 5, pp.755～773, 1978.

(1986.6.10・受付)