

任意波形を有する波動下での水粒子速度と底面せん断応力の 算定手法に関する研究

STUDIES ON WATER PARTICLE VELOCITY AND BOTTOM SHEAR STRESS UNDER NON-LINEAR WAVE WITH AN ARBITRARY PROFILE

田中 仁*

By Hitoshi TANAKA

The stream function theory proposed by Dean (1965) for a non-linear wave is extended to include the effect of bottom shear stress. The unknown parameters in the stream function expression are determined by means of a numerical perturbation procedure analogous to that adopted by Dean. The predicted hydraulic characteristics such as velocity profile and shear stress are compared with the experimental results measured in laboratory channel.

Keywords : non-linear wave, stream function theory, wave-current interaction, bottom shear stress

1. 序 論

近年、環境アセスメントの一環として、海浜の変形予測が盛んに行われているが、いかなる漂砂量則を用いるかが予測結果の精度を左右する大きな要因の1つとなる。従来、沿岸漂砂量は波浪エネルギーの沿岸方向成分と関連付けて定式化されているのに対し、岸沖漂砂は底面近傍の水理量（流速、せん断力等）を用いて表現される場合が多い¹⁾。底面せん断力の算定式としては、波動のみの場合には、Jonsson²⁾、Kajiura³⁾、Kamphuis⁴⁾の式、波と流れが共存する場に対しては著者⁵⁾により実用的な摩擦係数が提案されている。ただし、これらの摩擦係数算定式は、波動成分が完全な正弦運動を行う場合を対象として理論的あるいは実験的に得られたものである。上記の摩擦係数を用い、さらに瞬間の漂砂量がその時刻のせん断力のべき乗に比例すると仮定したとき、正弦波動のもとでは一周期間のnetの砂移動を生じないことになる。現実には、波の非線形性により正味の移動を生じるが、従来の研究では、上記の正弦波を対象とした摩擦係数を非正弦波に対しても準用して移動量を定式化している。しかし、実験データのばらつきは非常に大き

く、底面せん断力算定に伴う誤差がその原因の1つとして挙げられる。したがって、任意波形を有する波動場に対し、底面近傍の水理量をより精度よく推定することができれば、移動方向も含めて漂砂量のより精密な定式化が可能であると考えられる。

任意波形を有する波動のもとでの水粒子速度を推定する手法としては、Deanの流れ関数法⁶⁾（以下、Dean法と略す。）がある。この方法は、Laplaceの方程式、および底面・水面での運動学的条件を満足する流れ関数を高波数成分まで加え合わせ、水面での力学条件、および実測波形と予測波形とが最もよく合致するという条件のもとに、式に含まれる未定定数を最小二乗法により定めるものである。Deanの流れ関数はポテンシャル流れを対象としているので、当然のことながら、底面のせん断力に関する情報は得られない。そこで、岩垣・裏⁷⁾はDean法により得られる底面流速を振動流境界層の外縁流速として与え、境界層内の流速分布・せん断力を算定する手法を提案している。通常、波動境界層は水深に比べてきわめて薄いので、このような扱いが可能である。しかし、流れが重畳した場合には、流れの境界層は、通常、水表面まで十分に発達しているので、この手法を適用することはできない。また、岩垣・裏の理論は層流境界層を対象としたものであり、その点からも適用範囲は

* 正会員 工博 宇都宮大学助手 工学部土木工学科
(〒321 宇都宮市石井町 2753)

限定されたものといえる。

非線形波動下の乱流境界層に関する研究としては、Bakker and van Doorn⁸⁾、浅野・岩垣⁹⁾、Trowbridge and Madsen¹⁰⁾によるものがある。前二者はPrandtlの混合距離理論を波動境界層に適用し、Bakker and van Doornは差分により、浅野らは有限要素法により数値的に解を得ている。ただし、Bakker and van Doornは境界層外縁流速として、実測波形を必要としている点で実用的ではない。浅野らは上方境界条件としてストークス波の第2次近似解を用いている。Trowbridge and Madsenによる研究の特徴は、波動運動として浅野らと同様にストークスの第2次近似解を対象とし、さらに、解析的な取り扱いにより渦動粘性係数の時間変化までも表現し得た点にある。ただし、定常流れが共存する場合を扱うことはできない。

以上のように、従来の研究成果はいずれも、現実的問題への適用に際しては多くの制約を有しており、実用的な手法であるとはいいがたい。

本研究では、Dean法と著者の波・流れ共存時の乱流境界層理論¹¹⁾をもとにDean法のせん断流への拡張を行った。その結果、波の水面波形と定常流の断面平均流速が既知であれば、水粒子速度・底面せん断力の推定が可能となった。本手法による予測値とDean法によるそれとを比較すると、その相違点は底面の近くにのみ現われる。レーザー・ドップラー流速計を用いた砕波帯付近の流速測定によれば、Dean法は斜面上の砕波による流速についても、底面のごく近傍を除けば、比較的良好な予測値を与えることが知られている¹²⁾。したがって、本論文に示された手法を用いれば、水平床上の波のみならず、斜面上の砕波前後の波による底面せん断力の評価も可能であり、本手法は幅広い応用範囲を有するものと考えられる。

2. 水粒子速度・底面せん断力算定式

本研究ではDeanの流れ関数と同様に、多くの波数成分の足し合わせにより流関数を表現する。個々の波数成分(以下ではそれを基本解とよぶ。)はDeanの流れ関数と同様に、水表面および水底の境界条件を満たし、さらに、ここではせん断流れを考えているのでnon-slipの境界条件を満足する必要がある。そこで、以下ではまず、上記の境界条件を満足する基本解について検討を行う。なお、波の進行方向と定常流のなす角度は、0°または180°である。

(1) 波動成分の基本解

本研究では、著者の波・流れ共存時の乱流境界層理論¹¹⁾と同様に、摩擦速度の最大値 \hat{u}_{cw}^* を用いて表わされた渦動粘性モデルを用いる。すなわち、

$$K_z = \kappa \hat{u}_{cw}^* z \dots\dots\dots (1)$$

ここに、 K_z :渦動粘性係数、 κ :カルマン定数(=0.4)であり、 z 軸は底面を原点として上向きを正とする鉛直座標である。式(1)は、もともとKajiura³⁾が波動場に対し適用したモデルであり、その妥当性が堀川・渡辺¹³⁾により確認されている。その後、著者は、式(1)をもとにした波・流れ共存時の乱流境界層モデルを提案し¹¹⁾、さらに実験によりその妥当性・適用限界を明らかにしている¹⁴⁾。本研究では、正弦的な波動運動に対し用いられている式(1)を、非正弦波に準用することとする。

式(1)を線形化された境界層方程式に代入して解けば、流速分布として次式を得る。ただし、底面は粗面であるとする。

$$u_w = \hat{U}_w \text{Real} \left[\left\{ 1 - \frac{H_0^{(1)}(\xi)}{H_0^{(1)}(\xi_0)} \right\} e^{i(kx - \sigma t)} \right] \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 u_w :波動境界層内での水平方向流速、 U_w :波動成分の境界層外縁流速、 $H_0^{(1)}$:0次の第1種ハンケル関数、 $\xi = 2 e^{i\pi/4} \sqrt{cz}$ 、 $\xi_0 = 2 e^{i\pi/4} \sqrt{cz_0}$ 、 $c = \sigma / \kappa \hat{u}_{cw}^*$ 、 z_0 :粗度長さ、 k :波数(=2π/L、L:波長)、 σ :角振動数(=2π/T、T:周期)、 x :波の進行方向を正とする水平座標、 $i = \sqrt{-1}$ であり、 \hat{U}_w は振幅を表わし、またRealは[]内の関数の実部をとることを表わす。式(2)を導出する際の境界条件は① $z = z_0$ で $u_w = 0$ 、② $z \rightarrow \infty$ で $u_w \rightarrow U_w$ の2つである。以前、著者が提案した波・流れ共存時乱流境界層モデル¹¹⁾では、②の境界条件ではなく、 $z = h$ でshear freeの条件を課している。ここに、 h は水深である。本研究では波の有限振幅性を考慮しているため、前報のように $z = h$ で境界条件を与えることは適切ではない。一般に、波動境界層厚は水深に比べてきわめて小さいことから本論文では、上記の②の境界条件を用いた。

ここで、式(2)により与えられる速度分布を調べるために欠損速度 $H_0^{(1)}(\xi) / H_0^{(1)}(\xi_0)$ の絶対値を示した結果が図-1である。図より、波動運動の回転成分は底面のきわめて近傍にのみ存在していることがわかる。したがって、境界層厚 δ が $\cosh k\delta \approx 1$ の条件を満足する範囲に

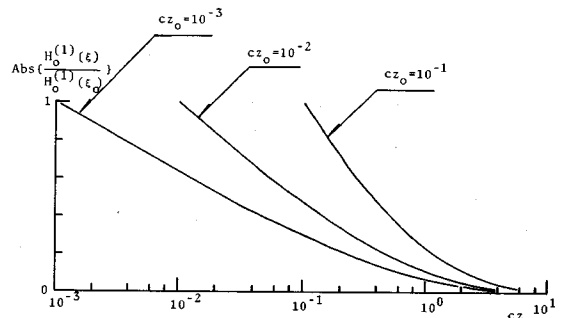


図-1 欠損速度の絶対値の鉛直分布

において、式(2)は全水深に対して適用可能な式として、式(3)のように書き換えられる。

$$u_w = \hat{U}_w \text{Real} \left[\left[\cosh k(z-z_0) - \frac{H_0^{(1)}(\xi)}{H_0^{(1)}(\xi_0)} \right] e^{i(kx - \omega t)} \right] \quad (3)$$

式(3)は、 $z < \delta$ では、境界層方程式を近似的に満足し、一方、 $z > \delta$ では非回転成分がほとんどゼロとなるために、完全流体としての基礎方程式を満足していることになる。式(3)を積分すれば、基本解の流れ関数が得られる。

(2) 流れ関数

本論文ではDean法と同様に、波速と同じ速さでx座標の正方向に移動する座標系を用いて運動を記述する。このとき、波と流れが共存する場の流れ関数 ϕ は、式(3)をもとに次式で表わされる。

$$\begin{aligned} \phi(x, z) = & \frac{L}{T} z - \frac{u_c^{*2}}{x \hat{u}_{cw}^*} \ln \left\{ (z/z_0) - 1 \right\} \\ & + \sum_{n=1,3,5,\dots}^N \sinh k_n(z-z_0) \{ X(n) \cos k_n x \\ & + X(n+1) \sin k_n x \} + \text{Real} \left[\sum_{n=1,3,5,\dots}^N \frac{ik_n \xi_n}{2 c_n} \frac{H_1^{(1)}(\xi_n)}{H_0^{(1)}(\xi_n)} \right. \\ & \left. \cdot \{ X(n) - iX(n+1) \} \exp(i k_n x) \right] \quad (4) \end{aligned}$$

ここに、 $H_0^{(1)}$: 1次の第1種ハンケル関数、 $k_n = (n+1)\pi/L$ 、 $\xi_n = 2 e^{n\pi/4} \sqrt{c_n z}$ 、 $\xi_{n0} = 2 e^{n\pi/4} \sqrt{c_n z_0}$ 、 $c_n = \sigma_n / x \hat{u}_{cw}^*$ 、 $\sigma_n = (n+1)\pi/T$ である。 $X(n)$ は未定定数であり、次節に示す手法により求める。なお、 T および L については、もし実測値があれば、既知量となるが、 $X(n)$ と同様に計算によって求めることも可能である。

式(4)中の右辺第1項は、波速で移動する座標系を採用したことにより現われる項である。右辺第2項は対数則に従う定常流成分を表わす。式中の定常流による摩擦速度 u_c^* は、水底から静水位までの平均流速 \bar{u}_c と次式のように関係付けられる。

$$u_c^{*2} = \frac{x \bar{u}_c \hat{u}_{cw}^*}{\ln(h/z_0) - 1} \quad (5)$$

右辺第3項および第4項は、それぞれ波動運動の非回転成分、および回転成分を表わしており、第4項は、式(3)の積分により得られる。式(4)が水表面および水底での運動学的条件を満足していることは容易に証明される。

(3) 計算法

式(4)中の未定係数 $X(n)$ を求める際にはDean法と同様にベルヌーイ定数

$$Q = \eta + \frac{1}{2g} \left\{ \left(u - \frac{L}{T} \right)^2 + w^2 \right\} \quad (6)$$

が一波長にわたって一定である条件、および実測波形 $\eta_{mj}(j=1, 2, \dots, J)$ と予測波形 η_{pj} との差の二乗和が最

小となる条件を課す。ただし、式(6)において、 η : 水位、 u 、 w : 水平流速、鉛直流速である。したがって、

$$E_1 = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (Q_j - \bar{Q})^2 \quad (7)$$

$$E_2 = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J (\eta_{mj} - \eta_{pj})^2 \quad (8)$$

とすると、

$$E_T = E_1 + \lambda E_2 \quad (9)$$

を最小にすればよい。ただし、

$$\bar{Q} = \frac{1}{J} \sum_{j=1}^J Q_j \quad (10)$$

であり、また λ はLagrangeの未定定数である。次節に示す計算においては $\lambda=1$ とした。

本研究では、Dean法と異なり、せん断流と考えているため、厳密にはベルヌーイ定数は一定値とはならず損失水頭が存在する。しかし、一波長の間でのhead lossは小さく、また、そのオーダーは一波長内でのベルヌーイ定数の変動のオーダーと同程度であるため、ここではDean法と同様に $Q = \text{const.}$ の条件を課すこととする。

さて、式(4)において $z = h + \eta$ とおけば、水表面の流れ関数 ϕ_η が得られ、Dean法と同様な計算を行えばよいが、式(4)右辺第4項には未知数 \hat{u}_{cw}^* が含まれ、その分だけ計算が煩雑である。そこで、以下のように計算法の簡素化を図る。式(4)右辺第4項のオーダーを検討するために、

$$\text{Abs} \left[\xi \frac{H_1^{(1)}(\xi)}{H_0^{(1)}(\xi_0)} \right] \quad (11)$$

の分布を調べた。ただし、Absは $\{ \}$ 内の関数の絶対値を表わす。 $c z_0$ をパラメーターとして図示した結果が図-2である。図より、波動運動の回転成分に対応する流れ関数は、壁面から離れるに従って、急速にゼロに近付き、水表面においてはその効果を無視しても差し支えないことがわかる。上記の結果を考慮して、表面波形は式(4)で $z = h + \eta$ として

$$\eta = \frac{\phi_\eta}{L/T} + \frac{1}{L/T} \frac{u_c^{*2}}{x \hat{u}_{cw}^*} (h + \eta) \left[\ln \frac{h + \eta}{z_0} - 1 \right]$$

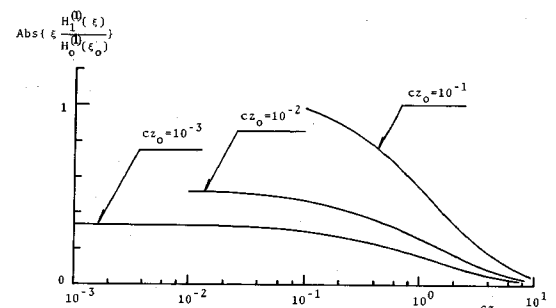


図-2 流れ関数の鉛直分布

$$-\frac{1}{L/T} \sum_{n=1,3,5,\dots}^N \sinh k_n(h+\eta-z_0) \cdot [X(n) \cos k_n x + X(n+1) \sin k_n x] \dots \dots \dots (12)$$

と表わされる。ここで、文献6)中の式(9)と上式とを比較すると、相違点は定常流の流関数の表示式が異なる点のみであり、未定定数 $X(n)$ の算出手法としては、Dean法のそれをそのまま用いればよいことがわかる。

次に、残されたもう一つの未知数 \hat{u}_{cw}^* の決定法について述べる。移動座標系において、底面せん断力 $\tau_0(x)$ は次式により表わされる。

$$\tau_0(x) = -\rho x \hat{u}_{cw}^* z \left. \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} \right|_{z=z_0} \dots \dots \dots (13)$$

まず \hat{u}_{cw}^* に適当な初期値 $\hat{u}_{cw}^{(1)}$ を与えれば、式(4)、(13)により一波長内の底面せん断力の変化が求まる。その最大値から得られる摩擦速度 $\hat{u}_{cw}^{(2)}$ は一般に $\hat{u}_{cw}^{(1)}$ と一致しない。そこで $\hat{u}_{cw}^{(1)}$ を $\hat{u}_{cw}^{(2)}$ で置き換え、一定値に収束するまで同様の計算を繰り返す。

なお、滑面乱流の場合には、Tanaka and Shuto¹¹⁾と同様に、上記の式中の粗度長さを粘性底層厚に置き換えればよい。また、層流境界層を対象とするときには、式(4)の右辺第2項および第4項をそれぞれボワズユ流れ、およびストークス流れに対応する関数型に置き換えればよいが、ここでは紙面の制約上、詳述はしない。

以上により、粗面乱流・滑面乱流・層流のすべてに対する表示式が得られた。ただし、現時点では非線形波動下の境界層の性質を判定する基準が確立されていないので、正弦振動流を対象としたJonsson¹⁶⁾あるいは著者⁵⁾の境界層領域区分図を準用することにより、ある程度の判断が可能であろう。

3. 計算例

本節では、各種水量について実験結果と計算結果との比較を行う。ただし、実験において波の周期が実測されているので、式(4)中の未知数の計算に際し、周期 T を既知数とした。以下には、5次のモードまでを考慮した計算結果を示す。

(1) 水平床造波水路における実験結果¹⁵⁾との比較

van Doorn¹⁵⁾は長さ30 m、幅50 cmの造波水路においてレーザー・ドップラー流速計を用いて詳細な流速測定を行っている。水路は水平であり、水路床には幅2 mm、高さ2 mmの棧粗度を15 mmピッチではり付けている。以下に示す計算においては、鉛直座標の原点を水路床から1 mmの高さの位置とった。また、相当粗度については従来の棧粗度に関する研究をもとに、棧粗度の高さの4.5倍であるとした。

まず、波のみのケース (Test code V00RA) の流速分布について比較した結果を図-3に示す。図中、丸印

は実験値を示し、実線・点線はそれぞれ今回提案された手法による乱流および層流としての予測値であり、鎖線は、従来のDean法による計算値を示している。 $z \geq 2$ cmの範囲では、3つの予測値の間で差異はほとんど認められず、実験値との対応も良好である。 $z=0.8$ cm付近の山位相、谷位相において、実測流速は境界層外縁流速よりも大きな値を示し、いわゆる over-shooting 現象が現われている。高さこそ幾分ずれているものの、層流モデルは、この現象をよく表現している。一方、より壁面近傍においては乱流モデルによる計算値が実験値に近い。ただし、実験による速度分布と計算によるそれとを比較すると、モデルでは乱れによる鉛直方向の運動量輸送を過大評価していることがうかがわれる。このことから、本ケースは完全乱流状態には達していないものと考えられる。上述のように、非線形波動下の層流・乱流の判定基準は確立されていないので、本ケースの流れの状態の正確な判定は困難であるが、正弦波を対象としたJonssonの flow regime diagram¹⁶⁾によれば本ケースは層流・粗面乱流の遷移域に分類されることが判明した。したがって、図-3において実験値が層流モデルによる予測値と乱流モデルによるそれとの中間的な分布を示していることは妥当な結果であるといえる。

次に、波と流れが共存するケース (Test code V 10 RA) について同様な比較を行った。結果を図-4に示す。著者の flow regime 判定基準⁵⁾によれば、本ケースでは流れの効果が大きいため、完全乱流状態に達している。山位相の底面近傍において、一致度が特に良好である。これは、摩擦速度の最大値を用いて渦動粘性係数を表現したためであると考えられる。水表面近くでは、実験値と計算値の間に大きなずれが認められるが、これは、実験で測定された定常流の分布が水表面近くで対数則から

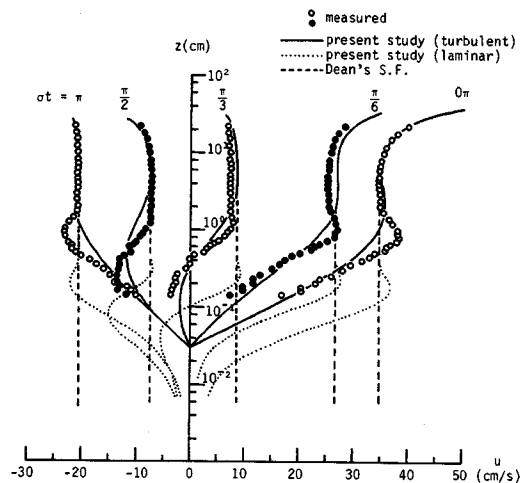


図-3 van Doorn¹⁵⁾の実験結果と計算値との比較 (Test code V 00 RA)

ずれてくることによる。

図-4に示したケースに比べ、より大きな定常流成分を伴う条件下で測定されたケース (Test code V 20 RA) に対し、同様の比較を行った結果を図-5に示す。実験結果と計算結果の対応は図-4 とほぼ同様である。

(2) 斜面上の碎波に関する実験結果¹²⁾との比較

Deanの流れ関数法は、もともと水平床上の定形波を対象とした理論であるが、前傾化した波を表現し得る唯一の理論であることから、斜面上の碎波帯近傍の波動に対してもその適用が試みられ、壁面のごく近傍を除いた領域に対しては、その有効性が確認されている^{12), 17), 18)}。前節に示したように、本論文で提案した手法とDean法とを比較すると、壁面から離れた領域では、両者の与える予測値がほぼ一致しているため、本手法は斜面上の碎波帯近傍での現象に対しても適用が可能であると考えられる。そこで本節では、灘岡・近藤・田中¹²⁾により得ら

れたデータとの比較を行う。

灘岡らは長さ44.5 m、深さ1 m、幅49.5 cmの水路に勾配1/20の斜面を設置し、レーザー・ドップラー流速計を用いて、碎波帯前後の流速測定を行っている。本論文では、灘岡らが行った12ケースの実験のうち、Case 1のデータについて比較を行う。本ケースの実験に用いられた波の周期は1.32 s、換算沖波波高21.6 cmであり、一様水深部水深は70 cmである。なお、論文中には底面の粗度に関する記述がなされていないので、以下では $z_0=0.003$ cmと仮定して計算を行った。

まず、碎波帯外の測点P₁(静水深34.7 cm)での結果を図-6に示す。図-6は上から、波形、底面せん断力、底面よりの高さ11.0 cmでの水平流速、鉛直流速を図示したものである。流速値については、実験値と予測値との一致度がきわめてよい。なお、図-6にはDean法による計算値が示されていないが、図中の著者の計算値とほぼ一致するものであった。底面せん断力については実測値が存在しないため、比較を行うことはできないが、水位との間に顕著な位相差がある点、正の最大値・負の最大値との間に差がみられるものの、水位波形にみられるほどの差は認められない点等、興味深い結果を示している。

波の山位相および谷位相における流速分布を図示した結果が図-7である。実測値と予測値との対応は良好で

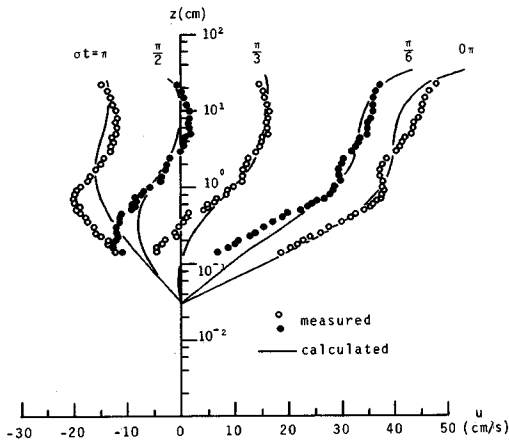


図-4 van Doorn¹⁵⁾の実験結果と計算値との比較 (Test code V 10 RA)

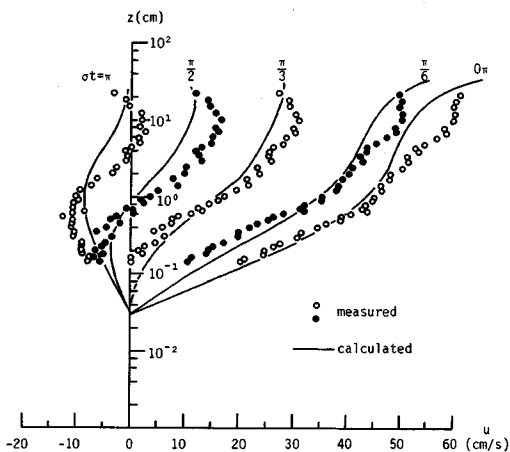


図-5 van Doorn¹⁵⁾の実験結果と計算値との比較 (Test code V 20 RA)

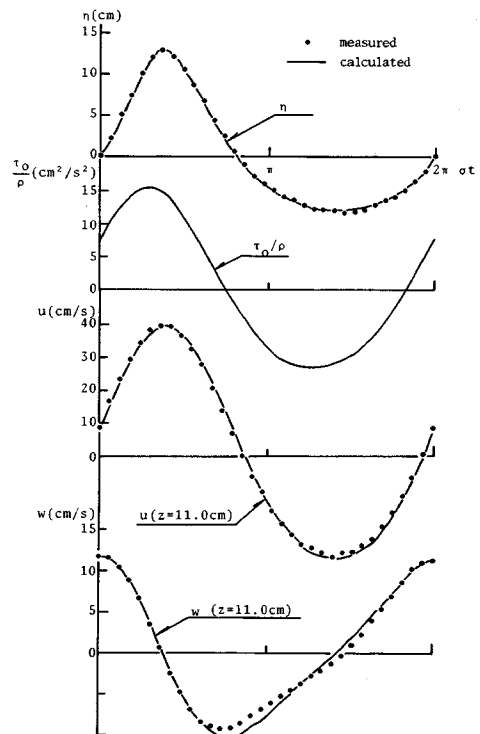


図-6 灘岡ら¹²⁾の実験データとの比較 (Case 1, 測点P₁)

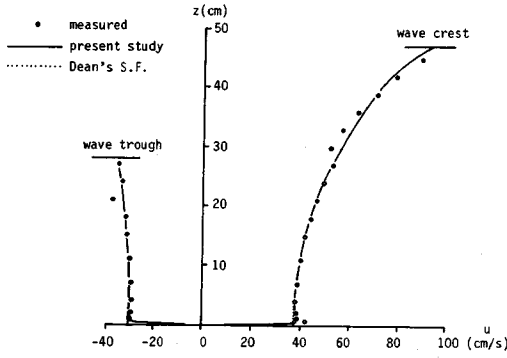


図-7 砕波帯外の流速分布 (Case 1, 測点 P₁)

ある。図-3にみられたように、著者の手法による予測値はDean法による値とほぼ一致し、壁面近くでのみ差異が認められる。ただし、壁面近傍には測点が少ないため、計算値と実験値との比較は困難である。

次に、砕波帯内の測点 P₂ (静水深 10.7 cm) について、同様の比較を行った結果を図-8に示す。流速の測点は底面より 4.0 cm である。流速波形についてみると、砕波帯外のデータを示した図-6に比べ、実測と計算との一致度が良好ではないが、他の波動理論では表現し得ない波形の非対称性が表現されている。なお、図-6と同様に、従来のDean法による計算値と著者の式による予測値との差は微小であった。底面せん断力についてみて

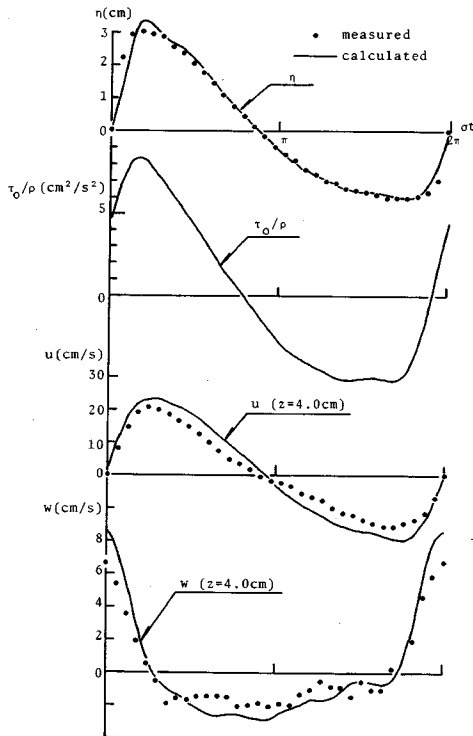


図-8 灘岡ら¹²⁾の実験データとの比較 (Case 1, 測点 P₂)

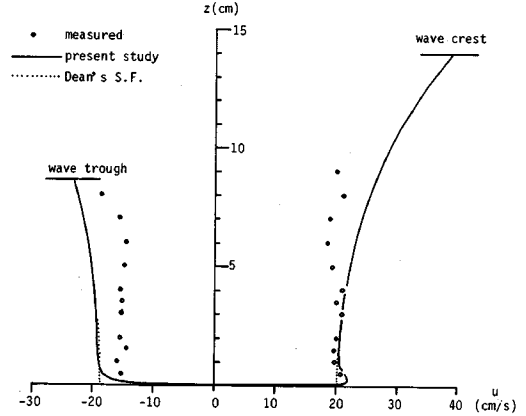


図-9 砕波帯内の流速分布 (Case 1, 測点 P₂)

みると、峰位相での水位との位相差は、谷位相でのそれに比べて小さいことがわかる。また、岸向きせん断力と冲向きのそれとの間で絶対値・継続時間ともに大きな差異が認められる。したがって、砂移動量がせん断力のべき乗に比例するとしたとき、本手法を用いてせん断力を推定すれば、砂移動量の一周期間にわたる平均値は一般にゼロとはならず、netの移動量が算出される。

図-7と同様に、波の峰および谷での流速分布を図-9に示す。峰位相で over-shooting 現象が予測されているのに対し、谷位相ではそれが顕著ではない。

なお、本研究の乱流理論においては底面から発生する乱れの効果のみをモデル化しているのに対し、現実には、砕波により水表面で発生した乱れが底面近くまで到達し、より複雑な乱流構造を呈する。混合距離を変化させることにより、本モデルをこのような現象に適合させ得る可能性はあるが、現時点では不明点が多い。したがって、本手法を砕波帯内の現象の予測に用いる際には、注意を要する。今後、せん断力の測定等、より多くの実験データの蓄積が必要であろう。

4. 結 語

本論文では、波の波形および定常流の断面平均流速を用いて、波・流れ共存時の水粒子速度・底面せん断力等の水理量を予測する手法を提案した。本手法は、今までその算定法がほとんど皆無であった斜面上の波による底面せん断力の評価にも応用が可能であると考えられ、斜面上での波高減衰、砂移動現象等を含め、その応用範囲は多岐にわたるものと思われる。

謝 辞：本研究の端緒は、東北大学工学部 首藤伸夫教授との討議の中で生まれたものである。同教授ならびに本研究の機会を与えて頂いた宇都宮大学工学部 須賀堯三教授に深甚なる謝意を表す。また、貴重な文献の複写を快諾頂いた京都大学工学部 浅野敏之助手に感

謝の意を表する。

参考文献

- 1) たとえば, 本間 仁 (監修)・堀川清司 (編): 海岸環境工学—海岸過程の理論・観測・予測方法, 東京大学出版会, pp.170~190, 1985.
- 2) Jonsson, I.G. : Wave boundary layer and friction factors, Proc. 10th Coastal Engng. Conf., pp.127~148, 1966.
- 3) Kajiwara, K. : A model of bottom boundary layer in water waves, Bull. Earthquake Res. Inst., Univ. Tokyo, Vol. 46, pp. 75~123, 1968.
- 4) Kamphuis, J.W. : Friction factors under oscillatory waves, Proc. ASCE., J. Waterw. Harbors Coastal Engng. Div. Vol.101, No. WW 2, pp. 135~144, 1975.
- 5) 田中 仁・首藤伸夫: 波・流れ共存時の抵抗則と境界層の領域区分, 土木学会論文報告集, 第 342 号, pp. 61~67, 1984.
- 6) Dean, R.G. : Stream function representation of non-linear ocean waves, J. Geophys. Res., Vol. 70, No. 18, pp. 4561~4572, 1965.
- 7) 岩垣雄一・妻 義光: 波により水底斜面上に作用する摩擦力について, 第 24 回海岸工学講演会論文集, pp. 137~141, 1977.
- 8) Bakker, W.T. and van Doorn, Th. : Near bottom velocities in waves with a current, Delft Hydraulic Lab., Pub. No. 208, 25 pp., 1980.
- 9) 浅野敏之・岩垣雄一: 底面乱流境界層の水粒子速度に及ぼす波の有限振幅性の効果, 土木学会第 40 回年次学術講演会講演概要集, 第 2 部, pp. 523~524, 1985.
- 10) Trowbridge, J. and Madsen, O.S. : Turbulent wave boundary layers, 2. Second-order theory and mass transport, J. Geophys. Res., Vol. 89, No. C5, pp. 7999~8007, 1984.
- 11) Tanaka, H. and Shuto, N. : Friction coefficient for a wave-current coexisting system, Coastal Engng. in Japan, Vol. 24, pp. 105~128, 1981.
- 12) 灘岡和夫・近藤隆道・田中則男: レーザー・ドップラー流速計による砕波帯内の流速場の構造の解明, 港湾技術研究所報告, Vol. 21, No. 2, pp. 49~106, 1982.
- 13) 堀川清司・渡辺 晃: 表面波による振動流境界層に関する実験的研究, 第 15 回海岸工学講演会講演集, pp. 16~23, 1968.
- 14) Tanaka, H., Chang, S.C. and Shuto, N. : Experiments on an oscillatory flow accompanied with a unidirectional flow, Coastal Engng. in Japan, Vol. 26, pp. 19~37, 1983.
- 15) Van Doorn, Th. : Experimental investigation of near-bottom velocities in water waves without and with a current, Delft Hydraulic Lab., Rept. No. M 1423, Part 1, 1981.
- 16) Jonsson, I.G. : A new approach to oscillatory rough turbulent boundary layers, Ocean Engng., Vol. 7, No. 1, pp. 109~152, 1980.
- 17) 岩垣雄一・酒井哲郎: Stream Function Theory による斜面上の砕波の水粒子速度の表現について, 第 21 回海岸工学講演会論文集, pp. 27~32, 1974.
- 18) 日野幹雄・柏柳正之: Wave Set-down, Set-up および水粒子軌道速度の推定における Dean の流関数の適用性, 第 25 回海岸工学講演会論文集, pp. 18~22, 1978.

(1986.11.14・受付)