

EK-WGI 法による山留め壁の作用外力の同定

IDENTIFICATION OF EXTERNAL FORCES ACTING ON RETAINING WALL BY EK-WGI METHOD

齊藤悦郎*・古賀重利**

By Etsuro SAITO and Sigetoshi KOGA

This is a report on a study of parameters estimation, such as lateral pressure acting on retaining wall and elastic constants of soil, etc, from measured data of the wall displacement (degree of rotation) during excavation. EK-WGI method which was developed based on the extended Kalman filter of control theory was applied to the parameters estimation method. A feature of this method can be estimated recursively unknown parameters in the direction of the depth of retaining wall. In the analysis, simulated data which were used for verification of formulation to EK-WGI method was applied. From numerical results, it was clearly observed that this method was effective to estimate these parameters.

Keywords: identification, extended Kalman filter, retaining wall

1. はじめに

掘削工事において、各掘削段階での山留め架構の挙動を、計画・設計段階で十分検討されたとしても、施工中の複雑な挙動を的確に推定することはきわめて困難である。現在では、大規模な掘削工事や都市密集地の悪条件での工事が多くなり、安全性の高い施工を進めるうえで、施工中の挙動を的確に把握することが特に必要となってきている。この問題に対してテルツァギーは、施工現場において計測を実施することにより、計画・設計時と実際との挙動の相違を補う Observational Procedure という考えを示している¹⁾。この考え方によれば、次期施工段階での挙動予測を現段階での現場計測値をもとに推定できることから、計画・設計時に予測した挙動と比較して、より実際に近い予測値が得られるものと思われる。

山留め架構の施工中の挙動を把握するための計測項目としては、山留め壁の状態を知る、壁体変位（傾斜角）およびひずみ計測、また山留め壁に作用する側圧を知る、土圧、水圧および切ばり軸力の計測、がある。これらのすべての計測が可能である場合には、これらの計測値に

よる現掘削段階での現状評価およびこれらの計測値をもとにした次段階掘削時の予測が可能となる。しかしながら、これらすべての計測を実施するには、かなりの費用を必要とすることから、一般には、山留め壁の変位および切ばり軸力の測定を行い、現在の状態が管理規準値内であることの確認程度にこれらの実測値が用いられている。本論文は、山留め壁の変位の計測値から、山留め壁に作用する側圧等の推定法を示したものである。この推定が可能であれば、現掘削段階での外力の状態が明確になるとともに、次段階掘削時の予測が推定結果をもとに可能となり、上述で示したようにより実際に近い山留め壁の挙動を知ることができる。また、側圧の計測も同時に実施されている場合、壁体変位からの側圧推定値は、計測側圧との比較または対比といった2方向からの検討に利用できる利点がある。

さてブラックボックスであるシステム（ここでは、山留め架構）を通過した計測データよりそのシステムの状態を推定するシステム同定は、そのシステムの構造モデルの同定と、その構造モデルを決めたことによって生ずる未知パラメーター同定とに分類できる。特に、構造モデルが決められている場合にその未知パラメーターを推定する方法は、逆解析とよばれている。逆解析の方法には、各種の方法が提案されているが、大きく2つに分類

* 正会員 工博 フジタ工業(株)技術研究所土木施工研究室
(〒223 横浜市港北区大綱町74)

** 正会員 フジタ工業(株)技術研究所土木施工研究室(同上)

することができる。すなわち数理計画法の最適化手法による決定論的方法とベイズ理論による確率論的方法である²⁾。現在まで山留め掘削工事において山留め壁の側圧等を推定する方法として用いられている逆解析手法^{3),4)}は、前者に属するものである。EK-WGI法⁵⁾は、拡張カルマンフィルタ⁶⁾を基本式としていることから後者に属するものである。一般に現場計測による計測データは、データ自身のばらつきが大きく、これらのデータに基づく逆解析法としては、確率論を基本においた考え方がより適したと思われる。

一方逆解析における対象構造モデルの定式化には、直接定式化法と逆定式化法がある。直接定式化法は、特別な定式化を用いず、逆解析が可能であり、多くの逆解析問題に適用できる特徴がある。逆定式化法は、対象構造モデルごとに定式化が必要であるが、計算時間は、直接定式化法に比べ一般にかなり短縮できる。

山留め架構の構造モデルに対する定式化法は、その逆定式化が困難であるため、直接定式化法が用いられている⁴⁾。

ここで対象とする作用外力の同定によって得られる結果は、次段階掘削時の予測計算に用いる入力データとしての位置づけであり、実用上施工現場において、これら一連の計算処理（パソコン程度）が可能であることが望ましい。

本論文は、山留め架構の構造モデルに対して逆定式化が簡便にできる方法として、山留め壁に沿った深さ方向に計測データを順次処理するアルゴリズムを提案した。そして、このアルゴリズムを基に、拡張カルマンフィルタへの各種定式化法を示した。そしてシミュレーションによって求めた山留め壁の変位データを用い山留め壁に作用する側圧等の推定を行い本方法の有効性を数値的に明らかにした。

2. EK-WGI法⁵⁾

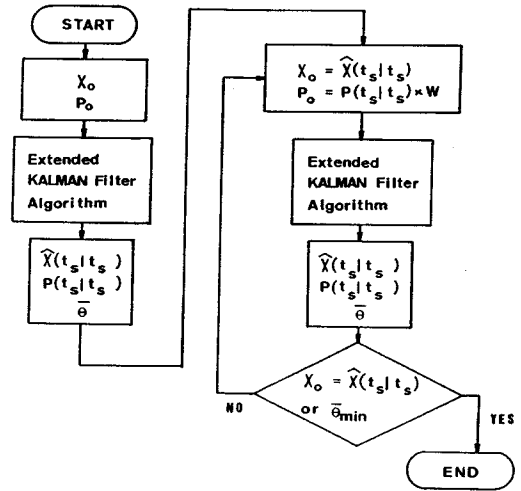
拡張カルマンフィルタ⁶⁾は、線形システムに対する最適状態推定のカルマンフィルタに対して、より一般的に非線形システムに対しても適用できるように拡張されたものである。拡張カルマンフィルタは、非確率関数である規準軌跡を用いて線形化し、カルマンフィルタとほぼ同様なアルゴリズムによって構成されている。

一般に拡張カルマンフィルタの基本式である非線形の状態方程式および非線形の観測方程式は、それぞれ式(1)、式(2)のように示される。

$$dX_t/dt = f(X_t, t) + G(t)w_t \dots\dots\dots (1)$$

$$y_{tk} = h(X_{tk}, t_k) + v_k \dots\dots\dots (2)$$

ただし、 X_t, X_{tk} ：それぞれ連続型、離散型の状態ベク



$\hat{x}(t_s | t_s)$: t_s 時間における最適状態推定ベクトル
 $P(t_s | t_s)$: t_s 時間における推定誤差の共分散行列
 $\bar{\sigma}$: 最適状態推定ベクトルの安定性評価値
 W : 重み

図-1 EK-WGI法のアルゴリズム

トル、 y_{tk} ： t_k 時間での観測ベクトル、 w_t ：状態方程式に付加されるガウス性ホワイトノイズ、 v_k ：観測方程式に付加されるガウス性ホワイトノイズ、 $G(t)$ ：変換行列、 X_{t_0} ：初期状態ベクトル（平均値 X_{t_0} 、分散値 P_{t_0} のガウス分布）

そして初期状態ベクトル、初期の推定誤差の共分散行列およびノイズの分散が与えられれば、拡張カルマンフィルタは、測定値 y_{tk} を順次取り込みながら状態ベクトルの最適推定値を順次求めていくアルゴリズムである。

これに対してEK-WGI法は、拡張カルマンフィルタのアルゴリズムを推定誤差の共分散行列に重みを乗せながらグローバルに繰り返す方法で、各グローバルな繰り返し時の推定結果の比較より推定結果の安定性を判断して最適状態推定量を求めるものである（図-1）。

拡張カルマンフィルタ基本式(1)および(2)は、ダイナミックシステムを対象としていることから時間 t による状態ベクトル X_t の変化として定式化されている。ここでは、位置 x に対する状態ベクトル (Y) の変化として読み替え定式化を行った。

3. 定式化

山留め架構は、弾性床上のはりとしてモデル化されるのが一般的である^{7),8)}。図-2は、 k 次掘削終了時の山留め架構モデルを示したもので、 $g_s(x)$ を掘削面以浅の背面側側圧と切ばり軸力によるモーメント、 $g_d(x)$ を掘削面以深の背面側側圧とすると、

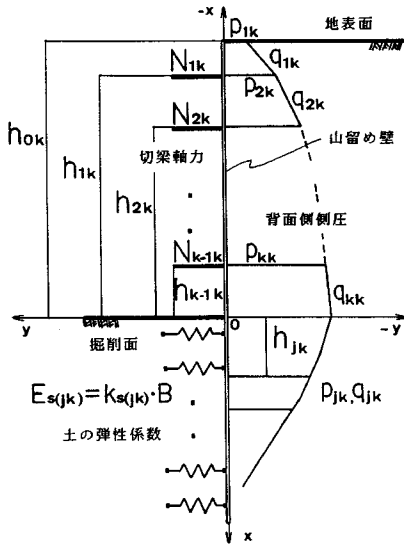


図-2 k 次掘削時の山留め架構モデル

地表面～掘削面間に対して

$$EI(d^2y/dx^2) = g_s(x) \dots\dots\dots (3)$$

また掘削面以深に対しては

$$EI(d^4y/dx^4) + E_s y = g_s(x) \dots\dots\dots (4)$$

ここで E_s : 土の横方向弾性係数

E : 山留め壁の弾性係数

I : 山留め壁の断面 2 次モーメント

y : 山留め壁の変位

として示される。

図-2 に示したように背面側側圧は、地表面～掘削面間に対して、切ばり間で線形変化、また掘削面以深では、要素間で線形変化するものと仮定し、また土の横方向弾性係数は、要素間で一定値であるものと仮定すると k 次掘削時に対して⁹⁾

$N_{k-2,k} \sim N_{k-1,k}$ 間の $g_s(x)$ は

$$g_s(x) = \sum_{i=1}^{k-1} [(1/6)\{3p_{i,k} + q_{i,k}(h_{i-1,k} - h_{i,k})\}(h_{i-1,k} - h_{i,k})^2 + (1/2)\{2p_{i,k} + q_{i,k}(h_{i-1,k} - h_{i,k})\}(h_{i-1,k} - h_{i,k}) \cdot |h_{i,k} + x| + (1/6)\{3p_{k,k} + q_{k,k}(h_{k-1,k} + x)\} \cdot |h_{k-1,k} + x|^2 - \sum_{i=1}^{k-1} N_{i,k}(h_{i,k} + x) \dots\dots\dots (5)$$

ただし、

$N_{i,k}$: k 次掘削時の i 番目の切ばり位置の軸力

$p_{i,k}$: k 次掘削時の $i-1$ 番目の切ばり位置の背面側側圧 ($i=1$ では、地表面位置での背面側側圧)

$q_{i,k}$: k 次掘削時の $i-1$ 番目切ばり位置～ i 番目切ばり位置間の背面側側圧の変化率

$h_{i,k}$: k 次掘削時の掘削面から $N_{i,k}$ の切ばり軸力位置までの距離

また j 区間の $g_s(x)$ は

$$g_s(x) = q_{j,k}(x + h_{j,k}) + p_{j,k} \dots\dots\dots (6)$$

として示される。

さて式 (3) および (4) の拡張カルマンフィルター基本式に対応する方程式の誘導は、以下の 2 つの方法が考えられる⁹⁾。すなわち

1. 式 (3) および (4) の微分方程式を状態空間表示を用い、1 階のベクトル微分方程式に変換し式 (1) に対応する状態方程式として定式化する方法
2. 式 (3) および (4) の微分方程式の一般解を求め式 (2) に対応する観測方程式として定式化する方法である。

(1) 微分方程式を用いた定式化

式 (3) に対しては、

$$y = y_1, \quad y^{(1)} = y_2 \quad (\text{ただし、} \quad y^{(1)} = dy/dx)$$

として状態空間表示すると

$$\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ g_s(x)/EI \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (7)$$

ただし、状態ベクトル $Y = [y_1, y_2]^T$ の⁽¹⁾の表示は x に関する 1 階微分である。

として示され、式 (1) の右辺 1 項までの 1 階のベクトル微分方程式が得られる。

次に式 (4) に対しては

$$y = y_1, \quad y^{(1)} = y_2, \quad y^{(2)} = y_3, \quad y^{(3)} = y_4$$

と状態空間表示すると

$$\begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix}^{(1)} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ \alpha & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \\ y_4 \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ g_s(x)/EI \end{Bmatrix} \dots\dots\dots (8)$$

ただし $\alpha = E_s/EI$

として示される。

そして、式 (7) および (8) の状態ベクトルに対して未知パラメータベクトルを直列に並べることにより、未知パラメータを含んだ最適状態量推定問題となる⁶⁾。

次に式 (7) および (8) に対応する観測方程式を示す。本推定法は、山留め壁の変位または、傾斜角データを壁の深さ方向にシーケンシャルに処理し最適状態推定量を順次求めるものである。

地表面～掘削面間では、 $N_{i-1,k} \sim N_{i,k}$ 区間の変位または、傾斜角データから $p_{i,k}$, $q_{i,k}$ および切ばり軸力 $N_{i-1,k}$ を推定するもので、それ以浅の p , q および切ばり軸力

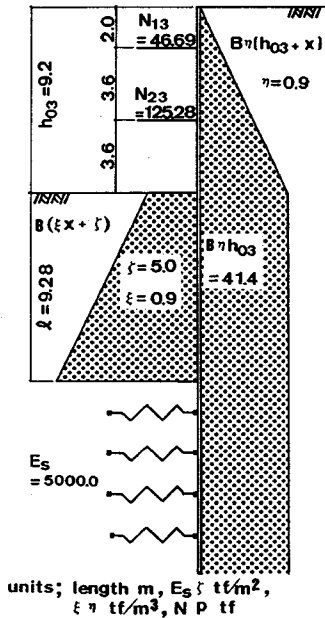


図-3 シミュレーションモデル

なお、 B は、切ばり水平間隔（5m）、 x の原点は、掘削面である。

計算は、文献7)による方法を用いた。計算によって求めた切ばり軸力 N_{13} 、 N_{23} および弾塑性境界深さ l は

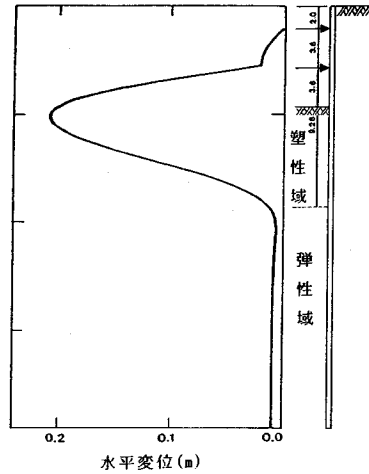
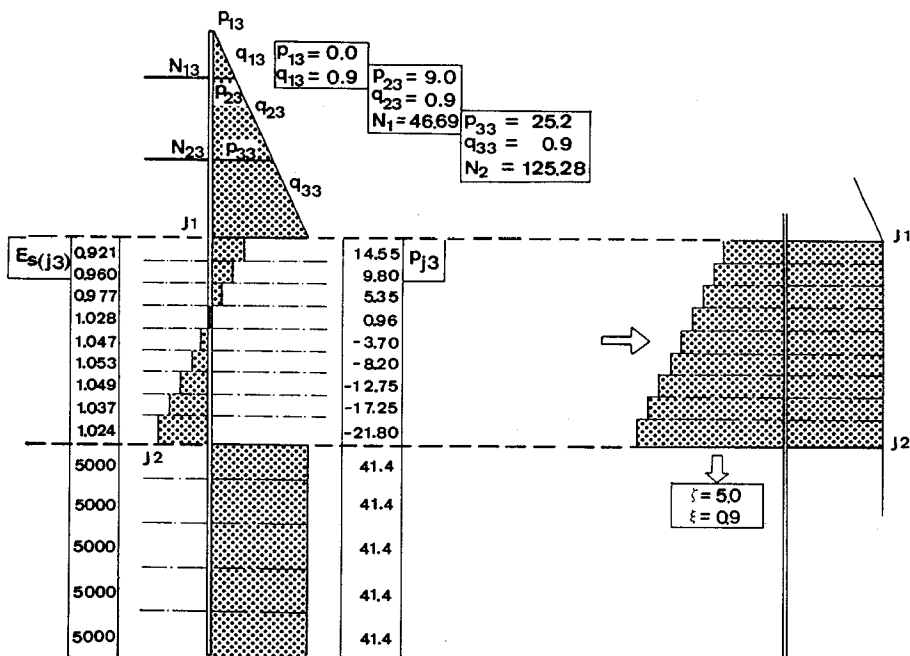


図-4 山留め壁の変位分布

図-3中に示した。また図-4は、計算によって求めた山留め壁の変位分布を示したもので、この分布を次節に示す未知パラメーター推定計算（逆解析）に用いる計測データとした。

(2) 推定結果

図-5の□内は、推定結果である。地表面～掘削面間の切ばり軸力および側圧は、以下の方法により推定した。まず、 p_{13} 、 q_{13} の推定は、地表面～1段切ばり位置まで



(a) 切ばり軸力, 背面側側圧および土の弾性係数の推定結果

(b) 受働土圧および弾塑性境界深さの推定結果

図-5 推定結果

のデータから推定する。そして推定した p_{13} , q_{13} を既知量として、1段切ばり～2段切ばり間のデータより側圧 p_{23} , q_{23} および軸力 N_{13} を推定する。以上の方法により順次側圧および切ばり軸力の推定を行った。これらの推定結果は、シミュレーションによって求めた(図-3)切ばり軸力および入力条件の側圧(図-3)と比較すると非常によい精度で推定できることがわかる。なお p_{23} , p_{33} の値は、入力条件として $B\gamma(h_{03}+x)$ の分布形状であるから、それぞれ9.0および25.2となる。

掘削面以深については、任意区間に計測データを区分し土の横方向弾性係数 $E_{s(j)}$ および側圧 p_{js} の推定を順次行くと図-5(a)の結果が得られた。 $E_{s(j)}$ の値は、J1～J2区間ではほぼ同様な値(1.0程度)となり、それ以深では、急激に大きな値となる(5000.0)。また p_{js} の値はJ1～J2区間で徐々に減少し(14.55～-21.80)それ以深では一定値(41.4)となる。 $E_{s(j)}$ および p_{js} のJ2位置以深の一定値は、掘削面以深の弾性域での入力条件とそれぞれ等しくなることがわかる。背面側の推定された側圧および推定された土の弾性係数の分布形状より、J1～J2区間では、不連続な分布形状となることがわかり、この区間では、地盤の状態がその他の範囲と異なるものと考えられる。この範囲は、シミュレーションにより求めた弾塑性境界深さ l とほぼ一致することがわかり、推定された $E_{s(j)}$ および p_{js} は背面側側圧と受働側圧を等価に置き換えた値であるものと考えられる。次にJ1～J2区間は、塑性状態であるものとして塑性域の未知パラメータ ξ および ζ の推定を試みる。掘削面以深から推定されたJ1位置の値および弾性域から推定されたJ2位置の値が、掘削面以深から推定されたJ1位置の値および掘削面以深の塑性域から推定されたJ2位置の値と等しいものと仮定してJ1～J2区間の背面側側圧を求めると図-5(b)のようになる。そして背面側とつり合う側圧を掘削側のJ1～J2区間に重ね合わせると、図-5(b)の分布形状となり、これから推定される受働土圧の推定値 ξ および ζ はシミュレーションに用いた入力条件 $\xi=0.9$, $\zeta=0.5$ とよい一致を示すことがわかる。

以上のように弾塑性境界深さ l の判断も繰り返し計算を行うことなく可能であることがわかる。また弾性域での $E_{s(j)}$ および p_{js} の推定結果も、入力条件で用いた値とよい一致を示すことがわかる。ここでのシミュレーションデータの深さ方向のデータピッチは、0.1mとした。なお掘削面以深では、本方法を用いる場合特に深さ方向のデータピッチを細かくする必要がある。

以上の推定結果は、EK-WGI法を用いれば、3.(1)および3.(2)の定式化方法とも同様な精度の結果が得られた。なお、これら2方法の定式化の数値計算上の留

意点は、

3.(1)の定式化に対して

式(7)および式(8)の状態方程式の行列指数関数の展開式による離散化は、一般に右辺第2項の入力項がデータ区間で一定であるとした仮定のもとに定式化されている¹⁰⁾。この離散化を用いて推定された各パラメータ値は、上述に示した推定結果より精度はよくなかった。上述に示した推定結果は、式(7)に対して x 方向の $y^{(4)}$ がデータ区間で線形変化するとした仮定のもとで、テラー展開により離散化し¹¹⁾、また式(8)に対しては、入力項がデータ区間で線形変化の仮定のもとに行列指数関数の展開式により離散化し、それぞれ求めたものである。

3.(2)の定式化に対して

式(15)を用いたパラメータ同定では、 $\beta_{(k,n)}$ の初期条件の与え方により最適状態推定ベクトル値が発散現象を生じてしまうことがある。数値的には明確に示せないが、 $\beta_{(k,n)}$ の初期値は小さな値がよいものと思われる。である。

5. おわりに

本論文は、掘削に伴い山留め壁に生ずる変位の計測データから、壁体に作用する側圧等を、拡張カルマンフィルターを基本式としたEK-WGI法を用いて推定する方法を示したものである。これらの推定値は、次段階の掘削に対する予測計算に用いる重要な入力条件となる。ここでは、まず山留め架構の構造モデルを一般的な応力計算に用いられている弾性床上のはりとしてモデル化し、拡張カルマンフィルター基本式への2方法の定式化法を示した。そしてこれらの2方法により、シミュレーションにより求めた山留め壁の変位分布を用いて推定結果の数値的な検討を行った。この変位分布を用いた場合、掘削面以浅では、背面側側圧および切ばり軸力を、両定式化とも精度よく推定できることが数値的に確かめられた。また掘削面以深では、背面側側圧および土の弾性係数を掘削面以浅と同様に精度よく推定できることが明らかになった。また掘削面以深の弾塑性境界深さおよび受働土圧も上述の推定結果をもとに繰り返し計算等を用いることなく図式的に求められることが数値的に明らかになった。

なお現在、現場の実測データを用いて、本方法により側圧等の推定を行い、その適用性について検討を行っている。

参考文献

- 1) Terzaghi, K. and Peck, R.B.: Soil mechanics in engineering practice, John Wiley & Sons, 1948.
- 2) Gioda, G.: Some remarks on back analysis and charac-

- terization problems in geomechanics, Fifth International Conference on Numerical Methods in Geomechanics, Nagoya, April, 1985.
- 3) 富永・越後・橋本・木村：RCC システムの開発について（第2報），第12回土質工学研究発表会，1977.
 - 4) 丸岡・青木・幾田・佐藤：山留め観測施工法に関する研究（その1），第19回土質工学研究発表会，1984.
 - 5) 星谷・斉藤：拡張カルマンフィルターを用いた同定問題の各種振動系への応用，土木学会論文報告集，第339号，1983.
 - 6) Jazwinski, A.H. : Stochastic Processes and filtering theory, Academic Press, 1970.
 - 7) 山肩・吉田・秋野：掘削工事における切バリ土留め機構の理論的考察，土と基礎，17-9，1969.
 - 8) 中村・中沢：掘削工事における土留め壁の応力解析，土質工学論文報告集，Vol.12, No.4, Dec., 1972.
 - 9) 斉藤・山県ほか：拡張カルマンフィルターによる山留め設計パラメータの推定（その4）一定式化の改良一，土木学会第40回年次学術講演会概要集，1985.
 - 10) 高橋安人：システムと制御，岩波書店，1978.
 - 11) 斉藤・山県ほか：拡張カルマンフィルターによる山留め設計パラメータの推定，第20回土質工学研究発表会，1985.

(1986. 8. 4・受付)
