

# 曲線 I 形部材の降伏関数に関する考察

## INVESTIGATION ON YIELD SURFACE EQUATION OF CURVED I-BEAMS

今井富士夫\*・太田俊昭\*\*

By Fujio IMAI and Toshiaki OHTA

St. Venant torque term of the yield surface equation is often neglected in the plastic analysis of the beams with thin walled open-cross sections. However, after a plastic hinge occurs, the hinged section will be free from the state of restrained warping, and so, St. Venant torque terms in the flow rule may play more important role. The yield surface equation of curved I-beam is proposed herein, which is expressed in terms of bending, warping moments and St. Venant torque. Several tests have been carried out with the curved I-beams to prove the availability of the proposed yield equation. The results show that the proposed equation is reasonable and suitable for the simple plastic analysis of the curved I-beams.

*Keywords*: yield surface equation, plastic analysis, curved I-beam

### 1. ま え が き

構造物の塑性解析を行うにあたって、部材の降伏判定に使用する降伏関数は、内部仕事に寄与する応力から生じる断面力を変数とするものでなければならない<sup>1)</sup>。

曲線桁橋の機構崩壊に関する初期の研究<sup>2)~5)</sup>では、任意の断面形状の曲線桁を取り扱っているにもかかわらず、曲げモーメント  $M$  とねじりモーメント  $T$  から成る楕円関数型の降伏関数  $f(M, T)$  が主に使用されてきた。その場合、 $T$  は、内部仕事に寄与する St. Venant のねじりモーメント  $T_s$  と反りによる 2 次ねじりモーメント  $T_w$  からなる合ねじりモーメントとして取り扱われている。

一般に、曲線箱形部材の断面力は、 $M$  と  $T$  が支配的であり、また、 $T_s \gg T_w$  となるので、この種の  $f(M, T)$  は、曲線箱形部材の降伏関数としては妥当なものであろうと考える<sup>6)~8)</sup>。一方、曲線 I 形部材では、断面力として  $M$  と  $T$  に加えて曲げねじりモーメント  $M_w$  を考慮する必要がある。そこで  $T$  の成分について考察すれば、

反り拘束のため  $T_s \ll T_w$  となるので、弾性域での内部仕事に關与する主な断面力は、 $M$  と  $M_w$  の 2 つである。

このようなことを考え合わせると、全ねじりモーメントを St. Venant のねじりモーメントと同一次元で取り扱い、かつ曲げねじりモーメント  $M_w$  を無視している楕円関数型の降伏関数  $f(M, T)$  は、曲線 I 形部材の降伏関数としては、適当でないように思われる。

この分野に関する最近の研究を概観すれば、薄肉 I 形部材の降伏関数として、Daddazio の降伏関数<sup>9)</sup> や中井らの耐荷力の一算定法<sup>10)</sup> のように、ねじりモーメントを無視して、曲げモーメント  $M$  と曲げねじりモーメント  $M_w$  の 2 つの断面力を変数とする降伏関数  $f(M, M_w)$  が提案あるいは使用されている。しかしながら、I 形部材の実験事例<sup>11)</sup> によって明らかにされているように、部材の降伏に伴って反り拘束が低減するため、反り拘束によって生じる 2 次ねじりモーメントも減少し、相対的に St. Venant のねじりモーメントが増大することが予想される。

また、曲線部材のように降伏関数の変数が複数個であるような場合、降伏後（塑性ヒンジ発生後）、荷重増加に対して各断面力は降伏曲面上を移動する<sup>12)</sup>。したがって、曲線 I 形部材では、上記の降伏関数  $f(M, M_w)$  は、 $T_s$  が変数となっていないため、降伏後の  $T_s$  の増大に

\* 正会員 工博 九州大学助手 工学部土木工学科  
(〒812 福岡市東区箱崎 6-10-1)

\*\* 正会員 工博 九州大学教授 工学部土木工学科 (同上)

伴って他の断面力が減少することを考慮できず、この種の応力再配分を厳密に把握することができないことになる。

曲線 I 形橋の崩壊過程を追跡・解明する解析法として、差分法や変位法などのマトリックス法を利用した塑性解析法がいくつか見受けられる<sup>13)~15)</sup>。その中で、塑性ヒンジ発生後のその点の断面力は変化しないものとして、すなわち塑性流れ法則を無視して解析を行っている簡易解法がある<sup>13),14)</sup>。この手法によれば、前述した降伏関数と同様に、塑性ヒンジ発生後の桁に対する応力（断面力）の再配分を十分考慮していないことになる。

そこで、本論文では、曲げモーメント  $M$  および曲げねじれモーメント  $M_w$  に加えて St. Venant のねじりモーメント  $T_s$  を含むより厳密な降伏関数を、ハイブリッドな薄肉曲線 I 形部材にも適用し得る汎用性のある形で誘導する。次いで、円弧 I 形ばりのモデル実験を行い、そこで得られた実験値と前述の降伏関数  $f(M, M_w)$  ならびに著者らの誘導した  $f(M, M_w, T_s)$  を用いた理論解を比較することにより、それらの降伏関数の適用性・妥当性などについて検討を行い、併せて塑性ヒンジ発生後に反り拘束が解除されることについても理論的、実験的考察を加えることとする。

## 2. 降伏関数

降伏関数を誘導するにあたって用いた仮定は、次のとおりである。ただし、対象とする断面は 2 軸対称の I 形断面とする。

1. 材料は完全弾塑性体であり、その降伏条件は Mises の降伏条件に従うものとする。
2. 垂直応力度は、曲げと曲げねじりモーメントによるものを考える。
3. せん断応力度は、St. Venant のねじりによるもののみとし、反りによるそれは無視する。
4. 機構崩壊に至る過程で、局部座屈や横倒れ座屈は生じないものとする。
5. 残留応力の影響は無視する。

垂直応力度ならびにせん断応力度の断面での分布は、断面の極限状態において、それぞれ Fig. 1 の (a), (d)

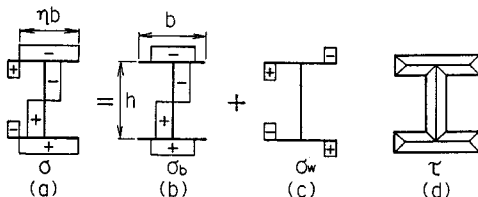


Fig. 1 Distribution of Normal and Shear Stress in Fully Plastic State.

となる。

Fig. 1 の (b) と (c) は、曲げおよび曲げねじりモーメントの応力成分をモデル化したものであり、(d) は、Sand-heap 理論による St. Venant のねじりモーメントからのせん断応力分布<sup>12)</sup>である。

これらの図から、各断面力と応力度の関係は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} M &= \sigma_1 \cdot A_1 h [(2\eta - 1) + ac/4] \\ M_w &= \sigma_1 \cdot A_1 h b \eta (1 - \eta) \\ T_s &= \tau_1 \cdot [(t_1^2 b - t_1^3/3) + \beta (t_1^2 h/2 + t_1^3/6)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1 \cdot a, b, c)$$

ここに、 $\sigma$ ,  $\tau$  はそれぞれ垂直応力度とせん断応力度、 $A$  は各材片の断面積、 $t$  は板厚、 $b$  と  $h$  はそれぞれ断面幅と高さである。また、添字 1, 2 はそれぞれフランジ、腹板を示すものであり、 $\alpha = \sigma_2/\sigma_1$ ,  $\beta = \tau_2/\tau_1$ ,  $c = A_2/A_1$  である。

次に、それぞれの完全塑性モーメントを算定するには、式 (1) の応力度を降伏応力度に置き換え、さらに、完全塑性曲げモーメント  $M_p$  は式 (1-a) において  $\eta=1$  とし、完全塑性曲げねじりモーメント  $M_{wp}$  は式 (1-b) で  $\eta=1/2$  とすれば求めることができる。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} M_p &= \sigma_{1y} \cdot A_1 h [1 + nc/4] \\ M_{wp} &= \sigma_{1y} \cdot A_1 h b/4 \\ T_p &= \tau_{1y} \cdot [(t_1^2 b - t_1^3/3) + n (t_1^2 h/2 + t_1^3/6)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot a, b, c)$$

ここに、 $n = \sigma_{2y}/\sigma_{1y} = \tau_{2y}/\tau_{1y}$ ,  $\sigma_y$  と  $\tau_y$  はそれぞれ降伏垂直応力度と降伏せん断応力度である。

ここで、式 (1) を式 (2) で無次元化すると、次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} m &= \bar{\sigma}_1 [4(2\eta - 1) + ac]/(4 + nc) \\ m_w &= \bar{\sigma}_1 \cdot 4\eta (1 - \eta) \\ t_s &= \bar{\tau}_1 \cdot [(t_1^2 b - t_1^3/3) + \beta (t_1^2 h/2 + t_1^3/6)] \\ &\quad / [(t_1^2 b - t_1^3/3) + n (t_1^2 h/2 + t_1^3/6)] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3 \cdot a, b, c)$$

ここで、 $1/2 \leq \eta \leq 1$ ..... (4)

ここに、 $m = M/M_p$ ,  $m_w = M_w/M_{wp}$ ,  $t_s = T_s/T_p$  であり、また  $\bar{\sigma}_1 = \sigma_1/\sigma_{1y}$ ,  $\bar{\tau}_1 = \tau_1/\tau_{1y}$  である。

ここで、 $\alpha, \beta$  を次のように仮定する。  
 $\alpha = \beta = n$ ..... (5)

式 (3-a) と式 (3-b) より  $\eta$  を消去し、仮定 1. より、 $\sigma_1^2 + \tau_1^2 = 1$  の関係を用いれば、上記 3 つの断面力による降伏関数が次のように誘導できる。

$$f = (4 + k)^2 \cdot m^2 - 2 \cdot k (4 + k) |m| \sqrt{1 - t_s^2} - (16 - k^2)(1 - t_s^2) + 16 |m_w| \sqrt{1 - t_s^2} = 0 \dots\dots (6)$$

ここに、 $k = n \cdot c$ .

式 (6) を図示したものが Fig. 2 の細線である。  
 ただし、式 (4) の条件より、 $\xi \leq |m| \leq \sqrt{1 - t_s^2}$  (こ

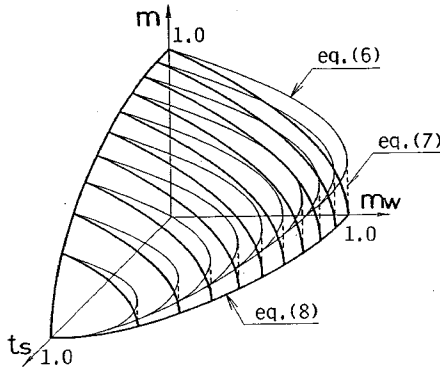


Fig. 2 Yield Surface.

ここに、 $\xi = k\sqrt{1-t_s^2}/(4+k)$  である。

また、 $0 \leq |m| < \xi$  の領域での降伏曲面は式 (7) で与えられ、図中の破線のようになる。

$$f = |m_w| - \sqrt{1-t_s^2} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ここで、曲げモーメントはフランジのみが負担すると仮定すれば、式 (6)、(7) は、次式のように 1 つの式にまとめられる。

$$f = m^2 + t_s^2 + |m_w| \sqrt{1-t_s^2} \dots\dots\dots (8)$$

式 (8) は、断面性状に関する  $n$  と  $c$  に独立な形で与えられており、いわゆる理想形 I 形断面の降伏関数ともいえ、この降伏関数は曲線 I 桁橋などのパラメトリック解析に有効なものとなる。これを図示したものが Fig. 2 の太線である。式 (6) および (7) の 2 つの式で構成される厳密な降伏曲面が不連続な点をもつものに対して、式 (8) で与えられる曲面は滑らかであり、また、厳密な降伏曲面に対して内側に位置することから安全側の解を与えることになる。

### 3. 塑性解析理論

本解析法は、塑性判別パラメーターを用いた変位法に塑性流れ法則を導入したもので、塑性ヒンジ発生後の断面力の変化を忠実に追跡できるものである。本法は微小変位論に基づく増分法を用いたものであり、次の 4 つの式から成り立っている。

1) 材端力  $m$  と材端変形  $\tau_e$  の関係式

$$m = k\tau_e \dots\dots\dots (9)$$

2) 節点変形  $u$  と材端変形  $\tau_e$  の適合条件式

$$\tau_e = \alpha_e u - \alpha_e \lambda \dots\dots\dots (10)$$

3) 外力  $p$  と材端力  $m$  のつり合い条件式

$$p = \alpha_s^T m \dots\dots\dots (11)$$

4) 降伏条件式

$$O = \alpha_s^T m_s \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $m = [M \ M_w \ T]^T$ 、 $m_s = [M \ M_w \ T_s]^T$ 、 $u = [\theta^m \ \theta^t \ \delta \ \phi]^T$  であり、 $\tau_e$  は  $m$  に対応する材端変形ベクトル、

$p$  は  $u$  に対応する外力ベクトル、 $\alpha_e$  は構造形状によって定まる係数行列、そして  $k$  は反り変形の影響を考慮した剛性行列である。さらに、 $\theta^m$  はたわみ角、 $\theta^t$  はねじり角、 $\delta$  は垂直たわみ、 $\phi$  はねじり率である。

さて、式 (10) の右辺第 2 項の塑性不連続角ベクトルおよび式 (12) の降伏条件式は、塑性流れ法則に従って次のように誘導できる。

断面は降伏関数の値が  $f=0$  になったとき降伏するが、その後の荷重増加に対しても  $f=0$  を維持しながら、断面力 (降伏関数の変数) は変化する。すなわち、式 (13) が成立する。

$$df = (\partial f / \partial M) \cdot dM + (\partial f / \partial M_w) \cdot dM_w + (\partial f / \partial T_s) \cdot dT_s = 0 \dots\dots\dots (13)$$

また、これらの断面力に対応する塑性変形量は、任意の比例定数  $\lambda$  を用いて次の式で表わすことができる。

$$\left. \begin{aligned} \theta_p^m &= (\partial f / \partial M) \cdot \lambda \\ \theta_p^t &= (\partial f / \partial M_w) \cdot \lambda \\ \theta_p^s &= (\partial f / \partial T_s) \cdot \lambda \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (14 \cdot a, b, c)$$

式 (13) および (14) を無次元化 (一般化) したうえで行列表示したものが、それぞれ式 (12) と (10) の第 2 項である。

以後の解析手順の詳細は、文献 (16)、(17) を参照されたい。

### 4. 実験モデルならびに実験方法

実験では、両端が完全固定された円弧 I 形ばりの中央点に鉛直集中荷重を作用させた。

完全な固定支承を製作することは、きわめて困難であることから、ここでは、Boulton が用いた固定支持装置<sup>2)</sup>と同一原理に基づくものを使用した。すなわち、支点をユニバーサルヒンジにし、各荷重段階ごとに生じる曲げおよびねじり回転角を零になるようにジャッキで補正する方式である。

供試体は、フランジと腹板の材種が異なるハイブリッドな円弧ばり (Model-A) と同一材種の円弧ばり (Model-B) の 2 種類であり、それぞれについて等断面と変断面のほりが製作された。ここで、変断面の桁は、1st 塑性ヒンジの発生荷重レベルと 2nd 塑性ヒンジのそ

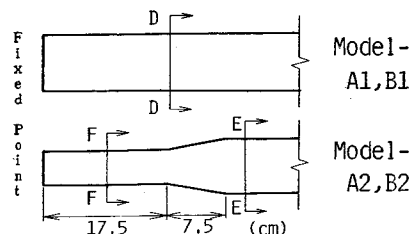


Fig. 3 Details of Ends of Test Beams.

Table 1 Dimensions and Material Properties of Test Beams.

MODEL	A 1	A 2	B 1	B 2		
Length(m)	200.0	200.0	200.0	199.1	199.1	
Angle(deg.)	30.0	30.0	20.2	19.5	19.5	
Yield Stress (MPa)	Web	418	418	294	294	
	Flange	303	303	294	294	
Young's Modulus ( $\times 10^5$ MPa)	2.13	2.13	2.06	2.06	2.06	
section	D-D	E-E	F-F	D-D	E-E	F-F
h(mm)	111.6	111.6	111.6	91.9	91.9	91.9
b(mm)	79.5	79.5	50.0	79.2	79.7	50.0
t <sub>1</sub> (mm)	5.84	5.84	5.84	5.87	5.87	5.87
t <sub>2</sub> (mm)	4.33	4.33	4.33	5.88	5.90	5.90

れとの差をできるだけ大きくするために、1st 塑性ヒンジ発生点すなわち固定端部のフランジを中央部のそれより小さくしたものである (Fig.3 参照).

これらは、崩壊過程において局部屈曲や横倒れ屈曲が生じないように建築学会の塑性設計指針<sup>18)</sup>に基づいて設計され、その断面諸元は Table 1 に示すとおりである。ここで、Model-A1, B1 は等断面ばりであり、Model-A2, B2 は変断面ばりである。

なお、Model-A では、腹板の影響が顕著に現われるように、通常ハイブリッドなはりとは逆に、フランジに比べ腹板のほうに強い材種を用いた。

さらに、これらの供試体は、残留応力の影響を除去するために、600°C 炉中焼鈍を行った。

5. 結果および考察

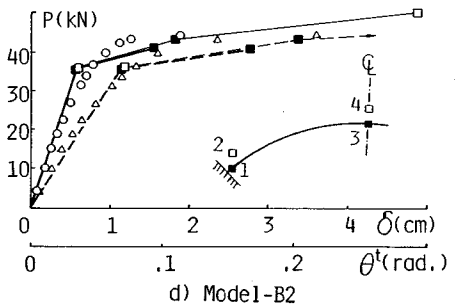
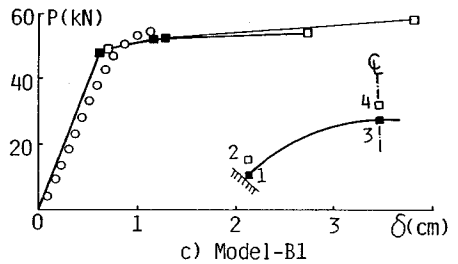
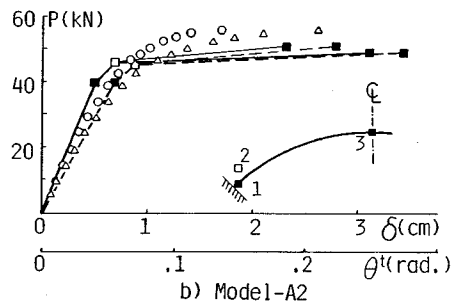
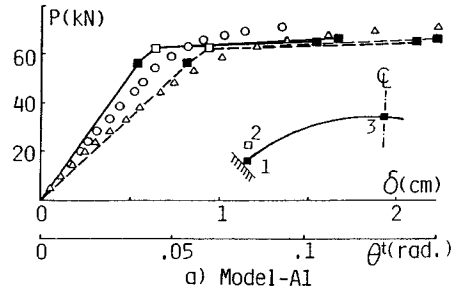
(1) 荷重-変形特性および崩壊形式

Fig. 4 は、全供試体の荷重-中央点たわみならびに荷重-中央点ねじり角曲線である。図中、 $f_0$  は式 (6), (7) の降伏関数による理論解であり、 $f_1$  は  $m$  と  $m_w$  の2つの断面力から成る、すなわち式 (6) より  $t_0$  を除いた降伏関数による解である。さらに、“ $m_w=0$ ” は、理論において塑性ヒンジ発生後、 $m_w$  が低減して、ついには零となったことを示すものである。

理論での終局荷重は、剛性行列が不定となったとき、あるいは変位に大きな流れが生じたときの荷重としたが、その結果、2nd 塑性ヒンジ発生で崩壊となったものと2nd 塑性ヒンジ発生後にその時点で  $m_w=0$  となって崩壊に至るものの2つの現象が生じた。これらの理論的崩壊形式は、それぞれの図中に示すとおりであり、桁の□, ■に添えた数字はその発生順序を表わしたものである (以後、この数字をもってメカニズム変化の step を表現することにする)。また、実験の崩壊形式も理論解と同様に、両固定端および中央点に塑性ヒンジが発生する3-塑性ヒンジ崩壊であった。

荷重-変形特性について、2つの理論解と実験値を比

較してみると、たわみ、ねじり角挙動ともに3者ともおおむね一致しているように思われる。理論の  $f_0$  と  $f_1$  とでは、step 2 まではその変形挙動に差異はほとんど見受けられないが、その後の挙動ではほとんどの場合につい



Experi.	Theory		
	$f_0$	$f_1$	Occurance of plastic hinges
$\delta$	○	—	■
$\theta$	△	$f_0$	□
		$f_1$	□

Fig. 4 Load-Deflection and Load-Twist curves.

Table 2 Comparison between Experimental and Theoretical Collapse Loads.

Model	A 1		A 2		B 1		B 2	
$P_{ex}$ (kN)	71.5		55.9		54.8		43.1	
$P_{th}$ (kN)	$f_0$	$f_1$	$f_0$	$f_1$	$f_0$	$f_1$	$f_0$	$f_1$
	65.6	66.2	49.5	51.3	54.2	58.4	41.0	50.0
$P_{th}/P_{ex}$ (%)	91.8	92.6	88.6	91.8	98.9	107	95.1	116

て  $f_0$  のほうが  $f_1$  よりも小さい。その差は、step 4 崩壊するような Model-B において明確に現われている。

(2) 終局荷重

Table 2 は、4つのモデルの終局荷重について整理したものである。

表より明らかなように、いずれの場合においても  $f_0$  の終局荷重は  $f_1$  のそれよりも小さな値となっている。

Model-B では、step 4 で崩壊する  $f_1$  の終局荷重は実験値よりも 10% 程度大きな値となっているが、 $f_0$  のそれは実験値よりやや下回る値となっている。一方、Model-A では、 $f_0$ 、 $f_1$  ともに実験値より低い値となっており、 $f_1$  で 7~8%、 $f_0$  では 8~11% と Model-A に比べ、大きく下回っている。このように、ハイブリッドなはりで 2つの降伏関数ともに実験に対して 10% 前後の差が生じたことが、 $n = \alpha = \beta$  なる仮定を用いたことに起因するものかどうかは今回の実験データの範囲内では明確には判断できず、この点については今後の検討課題としたい。

しかし、いずれにせよ、降伏関数  $f_1$  は危険側の解を与えることもあること、逆に、降伏関数  $f_0$  は必ず安全側の解となることを本結果は示している。

(3) 反り拘束の解放

Fig. 5 は、Model-A1 の 1st 塑性ヒンジ発生点すなわち固定端の上下フランジの実験で得られた垂直ひずみのモードを弾性時と理論で  $m_w = 0$  となる直後の荷重時について図示したものである。

図中、○は上フランジ、●は下フランジの実験による垂直ひずみであり、破線は理論によるひずみモードを、一点鎖線はその降伏点を示したものである。

図より明らかなように、弾性時 ( $P = 38.7$  kN) には、曲げねじりモーメントの影響でフランジの垂直ひずみの幅方向の分布に勾配がみられるが、フランジ全体が塑性

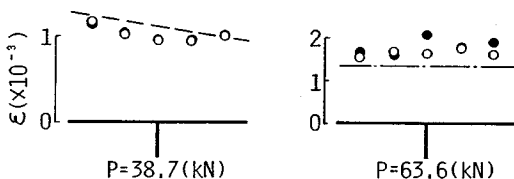


Fig. 5 Experimental Normal Strains in Flange.

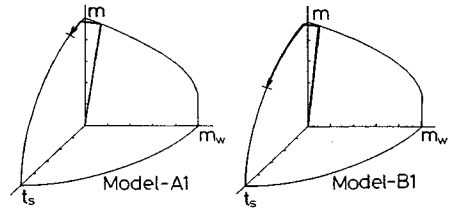


Fig. 6 Theoretical Stress Pass.

化する  $P = 63.6$  kN では、曲げねじりモーメントの影響はみられない。

このことは、フランジの塑性化が進めば、それによってその部分の反り拘束が解放されることを示すものである。

(4) 応力経路

断面の塑性化に伴う反り拘束の解放によって、曲げねじりモーメントが減少、あるいは消滅することが実験的に明らかとなった。そこで、断面に塑性ヒンジが発生した後の応力経路を理論的に追跡してみることにする。

Fig. 6 は、降伏関数  $f_0$  による Model-A1 と Model-B1 の 1st 塑性ヒンジ発生点の応力経路を示したものである。塑性ヒンジ発生後、反り拘束度の低減すなわち  $m_w$  の減少に伴い  $m$  と  $t_s$  は両者ともに増大するが、 $m_w = 0$  以降では  $t_s$  が急増しているために  $m$  は減少する結果となっている。 $m_w = 0$  以降、曲げモーメントが低減する現象は、 $t_s$  を無視した降伏関数  $f_1$  では生じ得ないものであり、実際に  $f_1$  を用いると  $m_w = 0$  以降の曲げモーメントは  $m = 1$  の最大点に留まることになる。つまり、降伏関数  $f_1$  は曲げモーメントの再配分を適切に行っていないことになり、 $f_1$  には適用限界があると考えられる。

次に、図示した Model-A1、B1 の  $t_s$  の増加と  $f_0$  と  $f_1$  の終局荷重を比較してみる。 $T_s$  が Sand-Heap 理論による完全塑性ねじりモーメントの約 20% 程度しか生じていない Model-A1 では、 $f_1$  と  $f_0$  の終局荷重は Table 2 での  $P_{th}/P_{ex}$  の比較で 1% 程度の差しかないが、 $T_s$  が約 65% にも達している Model-B1 では、その終局荷重差は 8% 程度と拡大している。

このように、降伏関数に  $T_s$  を無視することは、曲線 I 形部材を有する構造物の終局荷重を高めに予測することになり、結果として危険側の設計を行うことになる。

このことは、塑性流れ法則を無視し、断面力を降伏曲面の降伏点に固定する手法を用いた簡易理論についても同様なことがいえ、注意を要すといえる。

6. あとがき

薄肉 I 形断面を有する曲線部材の降伏関数として、こ

れまで用いられてきた  $f(m, m_w)$  は、断面の降伏以降に反り拘束が解除されることを考えれば、その後の部材の挙動を適正に追跡するには不十分な関数であると考えられる。

そこで、ここでは、 $f(m, m_w)$  に St. Venant のねじりの成分も考慮した新たな降伏関数  $f(m, m_w, t_s)$  を、ハイブリッドな部材にも適用し得るような汎用性を有する形のものとして提案した。さらに、提案した降伏関数  $f(m, m_w, t_s)$  の有効性を検討するために円弧ばりを例にとり、モデルによる実験結果や従来の降伏関数  $f(m, m_w)$  による理論解との比較対照を試みた。

得られた結果を要約すると以下ようになる。

(1) 断面の降伏(塑性ヒンジ発生)後に、その断面の曲げねじりモーメントが減少し、かつ  $m_w=0$  に消滅していくいわゆる反り解除の現象が、実験的にも理論的にも確認された。

(2)  $m_w=0$  後には、その断面の St. Venant のねじりモーメントが増大し、逆に曲げモーメントは減少することが確認された。

(3) 上記(2)より、St. Venant のねじりモーメントを考慮していない従来の降伏関数では、終局荷重における St. Venant のねじりモーメントと曲げモーメントの分配評価が適正にできないため、得られる解によっては危険側になることがある。同様なことが、塑性流れ法則を無視する簡易解析法にもいえよう。

なお、本研究の遂行にあたり、本教室の大塚久哲助教授には貴重な助言をいただいた。実験ならびに計算には当教室の手嶋義純技官および大学院生・田島孝敏君の協力を得た。ここに記して感謝の意を表します。

#### 参 考 文 献

- 1) P. G. ホッジ(倉西正嗣・ほか5名訳): 構造物の塑性解析, コロナ社, 1961.
- 2) Boulton, N. S. and Boonsukha, B.: Plastic Collapse Loads for Circular-Arc Bow Girders, Proc. of ICE, Vol. 13, Part 11, pp. 161~178, 1959.
- 3) Chu, K. and Thelen, A.: Plastic Analysis of Circular Balcony Girders, Proc. of ASCE, Vol. 89, ST 6, pp. 159~185, 1963.
- 4) Imegwu, E. O.: Ultimate Strength of Plane Curved Girders, Structural Engineer, Vol. 42, No. 4, pp. 129~134, 1964.
- 5) Jackson, N.: The Automatic Calculation of Collapse Loads for Circular-Arc Beams, Vol. 43, No. 12, pp. 413~421, 1965.
- 6) Yonezawa, H. and Mikami, I.: On the Plastic Analysis of Curved Grillage Girders, Proc. of 15th Japan Nat. Congr. Appl. Mech., pp. 82~87, 1965.  
On the Plastic Analysis of Curved Grillage Girders (2nd Report: Curved Bridges under a Load Uniformly Distributed over Cross Girder), Proc. of 16th Japan Nat. Congr. Appl. Mech., pp. 67~73, 1966.
- 7) Imai, F. and Ohta, T.: Plastic Analysis of Curved Girders under Incremental and Rapid Loads, Proc. of 30th Japan Nat. Congr. Appl. Mech., pp. 135~144, 1980.
- 8) Imai, F. and Ohta, T.: Plastic Analysis of Curved Grillage Girders, Memo. Facul. Eng., Kyushu Univ., Vol. 43, No. 1, pp. 1~8, 1983.
- 9) Daddazio, R. P., Bieniek, M. P. and DiMaggio, F. L.: Yield Surface for Thin Bars with Warping Restraint, Proc. of ASCE, EM2, Vol. 109, pp. 450~465, 1983.
- 10) 中井 博・北田俊行: 曲線桁橋腹板の曲げ強度に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, 第 340 号, pp. 19~28, 1983.
- 11) 鈴木敏郎・木村 衛: H 形鋼の弾塑性振り(薄肉開断面材の弾塑性解析 2), 日本建築学会論文報告集, 第 180 号, pp. 13~18, 1971.
- 12) 田中 尚: 構造物の極限解析(建築構造学大系 9), 彰国社, 1966.
- 13) Yoo, C. H. and Heins, C. P.: Plastic Collapse of Horizontally Curved Girders, Proc. of ASCE, ST4, Vol. 98, pp. 899~913, 1972.
- 14) 渡辺 昇・林川俊郎・岡田泰三: 薄肉 I 桁断面をもつ曲線格子桁の弾塑性解析に関する研究, 北海道大学工学部研究報告, 第 126 号, pp. 1~14, 1985.
- 15) 今井富士夫・太田俊昭・大塚久哲: 横構を有する並列曲線 I 桁橋の崩壊挙動に関する研究, 構造工学論文集, Vol. 32A, pp. 411~419, 1986.
- 16) 今井富士夫・太田俊昭・大塚久哲・森 望: 種々の鉛直荷重を受ける円弧箱桁の崩壊挙動特性, 九大工学集報, 第 56 巻, 第 6 号, pp. 757~763, 1983.
- 17) 太田俊昭・今井富士夫・寺本恵一郎: 平面骨組構造物の静的, 動的塑性曲げに対する数値解析法, 土木学会論文報告集, 第 239 号, pp. 15~23, 1975.
- 18) 日本建築学会: 鋼構造塑性設計指針, 1976.

(1986. 6. 5・受付)