

# 部分模型実験の質量相似則とそれに基づく応答予測

## MASS SIMULATION REQUIREMENT OF SECTIONAL MODEL TESTINGS AND ESTIMATION OF RESPONSES OF A FULL BRIDGE MODEL

山田 均\*・田中 宏\*\*

By Hitoshi YAMADA and Hiroshi TANAKA

The present study is an attempt to discuss the relationship between the magnitude of two dimensional sectional model response and three dimensional full model response. Particular attention is paid on the effect of mass parameter on it. First, a simple theory is introduced to compare two dimensional model and three dimensional model response amplitude. Second, the simple taut strip model test and sectional model test were carried out to verify the theoretical prediction of three dimensional model response based on two dimensional test result. Comparison of the present approach with the conventional ideas of taking mass parameter in section model tests follows.

*Keywords: wind resistance design, wind tunnel experiment, mass requirement, estimation of responses*

### 1. ま え が き

近年、吊形式の橋梁、特に斜張橋の空気力学的（以下空力と称す）振動現象を検討する機会が増加している。これには斜張橋等の吊構造橋の建設件数自体が増加していることに加えて、次の2つの理由が考えられよう。

まず、第一の理由として、構造的な斬新さ、美観に優れること、および、建設経済性に利点をもつという理由で、扁平六角形あるいは逆台形状の桁断面形状をもつ箱桁、そして合成構造の桁が従来のトラス桁に代わり、主桁として用いられることが多いことが挙げられる。

ある種のトラス桁や上述の箱桁そして合成桁では、フラッシュフラッターやねじれフラッターのほかに渦励振振動、時にはギャロピング振動も発生することがある。ねじれフラッターにしても前述のタイプではなく、風速の増加とともに発生後徐々に振動が大きくなるタイプのものが観測されることが多い。この場合には、構造物の安全性を検討する指標としては限界風速だけでは不十分であり、風速とその風速での応答振幅の関係が明らかにされなければならないであろう。

次に2つ目の理由は、使用性および疲労の問題が設計にあたり考慮すべきものになってきたことが挙げられる。使用性を議論する際には、人体が振動を感じる測度である忍限度が、振動の加速度あるいは速度で表現され、発生する振動の大きさつまり振幅とその振動の振動数が明らかにされなければならない。一方、疲労の問題については、発生応力とその回数が問題となるので、振動応答振幅だけではなく構造物が置かれる場所での風の方向および発生頻度も大きな要素となり得る<sup>1),2)</sup>。いずれにしても、精度よく振動応答レベルすなわち空力振動応答振幅と発生風速の関係を明らかにすることは必須のこととなる。

さて、これら風による空力振動現象を検討する際には、程には差こそあれ、風洞実験が行われ耐風安全性が確認されている。風洞実験に際しては、別途導かれた相似則に則り構造物の模型化が行われる。気流の三次元性も関与する風洞実験では、この模型化の意味は原構造物の周囲の地形を相似し、相似した構造と性質をもつせん断乱流の下で、構造的にも相似した模型を用いるということである。したがって、これはせん断乱流中でのいわゆる三次元全橋模型を要求していることになる。しかし、この方法は一般的な意味で容易に実施できる方法ではない。長大橋梁の場合には、通常縮尺で模型を設計する

\* 正会員 工博 横浜国立大学助教授 工学部建設学科  
(〒240 横浜市保土ヶ谷区常盤台156)

\*\* 正会員 工博 オタワ大学教授 理工学部土木工学科

ために巨大な風洞施設が必要となり、通常の風洞で実験を実施しようとするモデルの工作精度さえ問題となる小縮尺となる。また、ケーブルの特性を再現することが大きな意味をもつ吊構造では、ケーブル特性を厳密に再現することに難しさがある。このような理由で、せん断乱流中での三次元全橋模型実験はその工学的な正当性は大きいものであるもの、過去に数例しか行われていない<sup>3)~6)</sup>。

さて、これに代わり通常行われている方法が、剛体部分模型を用いた二次元部分模型手法である。この手法は三次元全橋模型実験手法とは対称的に、実験施設の規模、実験自体の容易さとして実験費用の小ささに利点をもつ。一方で、模型化における通常の相似則は二次元部分模型実験を含むものではなく曖昧さを残している。二次元実験手法を実施する際には、次のような仮定のもと相似則はさらに拡張してあてはめることになる。つまり、二次元部分模型実験手法を、構造物特に桁の微小部分を切りだし、それに作用する空気力を弾性支持系の機械的伝達関数を介して変位として捉えるものと理解するならば、手法選択上暗黙の内になされるその仮定は次の二点となろう。すなわち、いわゆるストリップ理論である「作用する空気力は局所的な変位にのみ支配される」と、「変位はたわみあるいはねじれの一自由度、あるいはこれら2つの自由度が連成した二自由度の二様でのみ現われる」ということである。

以上のような理解に基づき、本研究では、三次元全橋模型実験（以下、三次元実験と称す）での空力振動応答を二次元部分模型実験（以下、二次元実験と称す）の実験結果より容易に推定する方法を、質量相似則に注目しながら検討を行った。議論は、水平に長い構造物を対象にし、気流は一樣流を考えている。後者については、特に一樣流に議論を限定する理由はないが、平均風速の空間分布が構造物の空力挙動に影響を与えず、パフエーティングが主な空力振動応答とならない範囲で、乱流中での振動応答をも考慮できると考える。なお、構造物は単純な1つのモードで振動していると想定する。つまり、振動モード間での力学的あるいは空力的な連成は考慮しない。

2. 理論的な応答比較

(1) 仮定

議論を単純かつ明確にするために、次のような仮定を行う。

a) 二次元実験に用いる模型と三次元実験に用いる模型は、同一の断面形状をもち、その断面形状は模型軸方向に変化しないとする。つまり、変断面の構造物は、その寄与を別途考えるべきである。原構造物と三次元模型間での応答は、いわゆる相似則による模型化により対応

し推定できるとする。

b) 模型に作用する空気力は、換気風速とその場での物体運動にのみ支配される。すなわち、いわゆるストリップ理論が有効であるとする。

(2) 支配方程式

水平方向に長い線状構造物が、任意運動  $y(x, t)$  するとき、微小部分  $dx$  に関する運動方程式は次式のようになる (Fig. 1)。

$$m dx \cdot \ddot{y} + c dx \cdot \dot{y} + k dx \cdot y = f(u_r, y, t) dx \dots\dots (1)$$

ここで、 $m, c, k$  は、それぞれ単位長さ当たりの質量、減衰係数、ばね係数であり、 $f$  単位長さ当たりに作用する空気力である。空気力  $f$  は仮定 b) により、変位  $y$  と時間  $t$  として換算風速  $u_r$  の関数である。換算風速  $u_r$  の定義は、平均風速  $U$  を構造物の固有振動数  $N$  ( $=\omega/2\pi$ ) と模型幅  $B$  で除したものとしている。

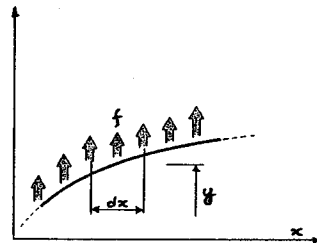


Fig. 1 Notations.

式 (1) では鉛直方向のたわみ振動のみを考慮した形となっているが、ねじれ振動の問題へは変位  $y$  を回転変位、質量  $m$  を回転慣性、外力  $f$  を空力モーメントと置き換えることで拡張して適用できる。したがって、諸量の無次元化を行う量に違いはあるものの、式の展開自体は同様にしてねじれ振動についてもあてはまると考える。

たわみ変位  $y(x, t)$  は、モード関数  $\phi_j(x)$  と一般化座標  $q_j(t)$  を用いて次のように展開できる。

$$y(x, t) = \sum_{j=1}^{\infty} \phi_j(x) q_j(t) \dots\dots (2)$$

ここで、 $|\phi_j|$  は代表振幅を与えている位置で1とする。

式 (2) を式 (1) にモード関数の直交性を考慮して代入・整理すると次のようになる。

$$\ddot{q}_j + 2 h_j \omega_j \dot{q}_j + \omega_j^2 q_j = F_j / M_j \dots\dots (3)$$

ここで、 $M_j = \int_L m \phi_j^2 dx$  : 一般化質量

$\omega_j$  :  $j$  次モードの固有角振動数

$h_j$  :  $j$  次モードの構造減衰比

$F_j = \int_L f \phi_j dx$  : 一般化外力

積分範囲の  $L$  と  $L^*$  は、それぞれ模型全体と模型のうち空気力が作用している部分を示している。たとえば、

桁だけに空気が作用しているとすれば、桁部分が  $L^*$  に対応し、それ以外のタワーやケーブル等を含む構造物全体が  $L$  となる。

作用空気力は位相空間で直交する  $y$  と  $\dot{y}$ 、すなわち変位に同相の成分と速度に同相の成分として自励空気を表わし、これらに強制外力による項を加えて3つの項の線形和として表わすことができる<sup>7)</sup>。その場での振動振幅  $A$  と振動数  $\omega/2\pi$  により、ストリップ理論を適用すると、空気力  $f$  は次のように書ける。

$$f = \frac{\rho U^2}{2} B \left[ f_1 \left( u_r, \frac{A}{B} \right) \cdot \frac{y}{B} + f_2 \left( u_r, \frac{A}{B} \right) \cdot \frac{\dot{y}}{\omega B} + f_3 \left( u_r, \frac{A}{B} \right) \cdot \sin \omega_e t \right] \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $\rho U^2/2$  は動圧、 $f_1, f_2, f_3$  は無次元化空気力係数である。 $f_1, f_2$  は通常の非定常空気力係数に対応し、 $f_3$  は模型振動の寄与を考慮し、強制振動数が  $\omega_e/2\pi$  で作用する無次元強制空気力係数である。前述のようにここでは、空気力の連成や空間相関の寄与は考慮していない。

(3) 二次元実験への適用

二次元実験では模型が剛体であるため振動モードはスパン全体にわたり同一であり、 $\phi_{2D}=1$  とすることができる。このとき、変位は  $y=q_{2D}(t)$  となる。なお、下添字  $2D$  は二次元実験での値を、下添字  $3D$  は三次元実験での値を以下示すこととする。式(3)は式(4)を考慮して次のように書き換えることができる。

$$\ddot{q}_{2D} + 2 \omega_{2D} H_{2D} \dot{q}_{2D} + \Omega_{2D}^2 q_{2D} = \frac{\rho U^2}{2 m_{2D}^*} f_3 \sin \omega_e t \dots\dots\dots (5)$$

ここで、

$$m_{2D}^* = M_{2D}/L_{2D} \quad L_{2D}: \text{模型長} \dots\dots\dots (6)$$

$$H_{2D} = h_{2D} - \frac{\rho U^2}{4 m_{2D}^* \omega_{2D}^2} f_2 \dots\dots\dots (7)$$

$$\Omega_{2D} = \omega_{2D}^2 - \frac{\rho U^2}{2 m_{2D}^*} f_1 \dots\dots\dots (8)$$

(4) 三次元実験への適用

ストリップ理論の仮定を用いて、式(4)で示した空気力は三次元実験模型へも同様に適用できる。さて、式(3)により一般化外力  $F_j$  を定めるとき、積分範囲  $L^*$  は全体である  $L$  の一部分であることから積分が容易ではなくなる。しかし、前述のように  $j$  次モードでの振動が支配的に現われる状況を設定して議論を進めることとする。

式(5)に対応する三次元実験に関する式は次のように展開できる。

$$\ddot{q}_{3D} + 2 \omega_{3D} H_{3D} \dot{q}_{3D} + \Omega_{3D}^2 q_{3D} = \frac{\rho U^2}{2 M_{3D}} \int_{L^*} f_3 \phi_j dx \cdot \sin \omega_e t \dots\dots\dots (9)$$

ここで、

$$H_{3D} = h_{3D} - \frac{\rho U^2}{4 M_{3D} \omega_{3D}^2} \int_{L^*} f_2 \phi_j^2 dx \dots\dots\dots (10)$$

$$\Omega_{3D} = \omega_{3D}^2 - \frac{\rho U^2}{2 M_{3D}} \int_{L^*} f_1 \phi_j^2 dx \dots\dots\dots (11)$$

一般化質量  $M_{3D}$  も含めて、これらの値はいずれも  $j$  次モードに関しての値であり、 $j$  次モードを示す下添字を用いるべきであるが、三次元実験については  $j$  次モードが支配的であるとしているので、モード関数を表わすとき以外は以下省略する。

(5) 古典的な渦励振振動への応用

渦励振振動の古典的な理解は強制振動としてのものである。これには数多くの議論があり<sup>8)</sup>、現在では自励振動としての取扱いが一般的であろう。本節では後での比較のために前者の取扱いでの展開を示し、後者については後の節で示すこととする。

ストローハル数  $S_t$  を用いると、式(4)での各係数は次のようになる。

$$f_1 = f_2 = 0, \quad f_3 = K \dots\dots\dots (12)$$

$$\omega_e = 2 \pi S_t U / D \quad D: \text{模型高} \dots\dots\dots (13)$$

二次元実験については、 $f_3 = K_{2D} = C_k$  (定数) として、式(12)、(13)を用いて、式(5)を解くと応答振幅は次のようになる。

$$\frac{A_{2D}}{D} = \frac{\rho U^2 B C_k}{4 h_{2D} m_{2D}^* \omega_e^2 D} = \frac{C_k}{(4 \pi S_t)^2} \frac{P}{h_{2D} \rho_0} \dots\dots\dots (14)$$

ここで、 $\rho_0 = \frac{m_{2D}^*}{BD}$ 、 $\rho$ : 空気密度

式(14)の最後尾の項はスクルートン数に対応しているため、応答振幅はよく知られているようにスクルートン数に逆比例することがわかる。

一方、三次元実験の場合に渦の剝離に対する振動モードの影響を相関係数の表記になぞらえ<sup>9)</sup>、第1次近似として次のように表わす。

$$f_3 = K(x) = C_k \exp(-x/nD) \dots\dots\dots (15)$$

式(15)を式(9)に代入すると次のようになる。

$$\ddot{q}_{3D} + 2 h_{3D} \omega_{3D} \dot{q}_{3D} + \omega_{3D}^2 q_{3D} = \frac{\rho U^2 B}{2 M_{3D}} \sin \omega_e t \int_{L^*} K(x) \phi_j(x) dx \dots\dots\dots (16)$$

式(16)より三次元実験での応答振幅を求めて、式(14)の二次元実験の解との比をとると応答振幅比は次のようになる。

$$\frac{A_{3D}}{A_{2D}} = \frac{h_{2D} m_{2D}^*}{C_k} \int_{L^*} \frac{C(x) \phi_j dx}{M_{3D} h_{2D}} \dots\dots\dots (17)$$

式(15)を式(17)に代入し、両辺に  $(B_{2D}/B_{3D})^2$  をかけて整理すると

$$\frac{A_{3D}^*}{A_{2D}^*} = B^* \cdot \frac{S_{c2D}^* \int_{L^*} \phi_j \exp(-x/nD) dx}{S_{c3D}^* \int_{L^*} \phi_j^2 dx} \dots\dots\dots(18)$$

ここで、

$$S_{c_j}^* = \frac{2 m_j^*}{\rho B_j^2} 2 \pi h_j \quad j=2D, 3D \dots\dots\dots(19)$$

$$B^* = \frac{B_{3D}}{B_{2D}}, \quad A_j^* = \frac{A_j}{B_j} \quad j=2D, 3D$$

$$m_{3D}^* = \frac{\int_{L^*} m \phi_j^2 dx}{\int_{L^*} \phi_j^2 dx} = \frac{M_{3D}}{\int_{L^*} \phi_j^2 dx}$$

$m_{3D}^*$  は等価質量,  $S_{c_j}^*$  ( $j=2D, 3D$ ) は振動モードで修正した等価スクルトン数である。

簡単な例題として,  $S_{c2D}^* = S_{c3D}^*$ ,  $B^*=1$ ,  $\phi_j = \sin(\pi x/L^*)$  とすると, 式 (18) は次のようになる。

$$\frac{A_{3D}^*}{A_{2D}^*} = \frac{2\pi(1+\exp(-L^*/nD))}{\pi^2+(L^*/nD)^2} \leq \frac{4}{\pi} \dots\dots\dots(20)$$

この比は  $n \rightarrow \infty$  のときに最大値  $4/\pi$  ( $\approx 1.273$ ) となる。このとき,  $n$  は渦の離脱の相関の度合に対応するパラメーターである。

(6) 一自由度フラッター-限界風速の推定

作用空気力を線形非定常空気力として仮定すると, 式 (7) と式 (10) の総減衰項を 0 とすることにより, フラッターの発振風速である限界風速が二次元実験と三次元実験それぞれについて解として得られる。

さて, 空気力係数  $f_1$  と  $f_2$  は振動振幅  $A$  に対して独立であるとして次のように置く。

$$f_1 = f_1(u_r), \quad f_2 = f_2(u_r), \quad f_3 = 0 \dots\dots\dots(21)$$

二次元実験については式 (7) で  $H_{2D} = 0$  とおくことにより, 限界風速は次の式の解となる。

$$f_2(u_r) = \left(\frac{4\pi}{B_{2D}}\right)^2 \frac{h_{2D} m_{2D}^*}{\rho} = 4\pi S_{c2D}^* \dots\dots\dots(22)$$

$S_{c2D}^*$  は等価スクルトン数で式 (19) と同じである。一方, 三次元実験についても式 (10) について同様にして次のようになる。

$$f_2(u_r) = \left(\frac{4\pi}{B_{3D}}\right)^2 \frac{h_{3D} m_{3D}^*}{\rho} = 4\pi S_{c3D}^* \dots\dots\dots(23)$$

$S_{c3D}^*$  は振動モードを考慮した等価スクルトン数で式 (19) と同じものである。

さて, 式 (22) と式 (23) を比較すると, 二次元実験と三次元実験とでフラッター-限界風速を一致させるためには,  $S_{c2D}^* = S_{c3D}^*$  を満たせばよいことがわかる。

(7) 非線形空気力を用いた扱い

自励空気力係数  $f_1$  と  $f_2$  は一般には振動振幅の関数である。これらの係数の振幅依存性を振幅に対して示した研究はそれほど多くないが, Fig. 2 に宮田が吊桁の桁について測定したもの<sup>10)</sup> と Fig. 3 に成田が実存する斜張橋

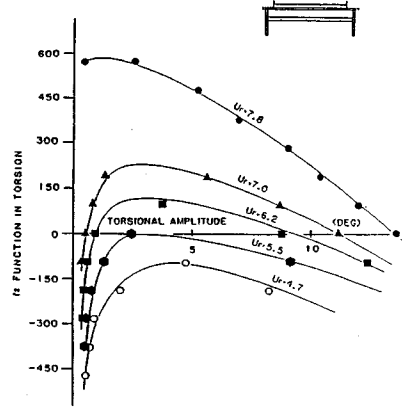


Fig. 2 Example of  $f_2$  Function in Torsion.

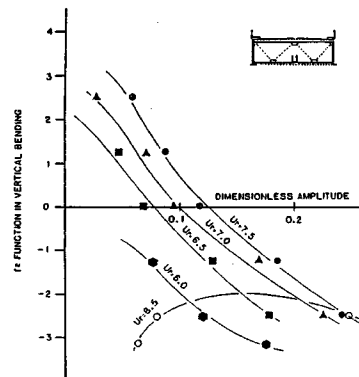


Fig. 3 Example of  $f_2$  Function in Vertical Bending.

の桁について測定したもの<sup>11)</sup> を本論文での定義に従う空気力係数  $f_2$  として整理したものを示している。

Fig. 2 と Fig. 3 をみると, 小振幅振幅の場合を除いて空気力係数  $f_2$  は振動振幅に対してほぼ一次関数的に変化していることがわかる。このことより, この空気力係数  $f_2$  を式 (24) のように振動振幅に関する多項式において高々 2 次関数で多くの場合十分な近似精度をもつと考えられよう。

$$f_2\left(u_r, \frac{A}{B}\right) = \sum_{i=0}^N a_i \left(\frac{A}{B}\right)^i \dots\dots\dots(24)$$

このとき, 係数  $a_i$  は一般には換算風速  $u_r$  の関数となる。

さて, まず空気力係数  $f_2$  がその場での振動振幅の一次関数で式 (25) のように表わされるとする。

$$f_2 = a_0 + a_1 \cdot A(x)/B \dots\dots\dots(25)$$

ここで振動振幅  $A(x)$  は  $A(x) = A_j |\phi_j(x)|$  のようにモード関数  $\phi_j$  を用いて  $j$  次モードについては表わすことができる。自励振動の振動応答振幅は, 安定ナリミットサイクルとして与えられるので, 空気力係数の近似関数形を用いて式 (7) と式 (10) の総減衰項を 0 とする代表

振幅  $A_j$  を解として求めればよいことになる。

二次元実験では振動モードは任意の位置で同一であるので、1 とする。式 (7) に式 (25) を代入すると、

$$h_{2D} - \frac{\rho U^2}{4 m_{2D}^* \omega_{2D}^2} \left( a_0 + a_1 \frac{A_{2D}}{B_{2D}} \right) = 0$$

となり、これを整理すると二次元実験での応答振幅は次のようになる。

$$\frac{A_{2D}}{B_{2D}} = \frac{1}{a_1} \left( \frac{4 m_{2D}^* \omega_{2D}^2 h_{2D}}{\rho U^2} - a_0 \right) \dots\dots\dots (26)$$

同様にして若干の演算を経て、三次元実験での代表応答振幅は次のようになる。

$$\frac{A_{3D}}{B_{3D}} = \frac{\alpha}{a_1} \left( \frac{4 m_{3D}^* \omega_{3D}^2 h_{3D}}{\rho U^2} - a_0 \right) \dots\dots\dots (27)$$

ここで、

$$m_{3D}^* = M_{3D} / \int_{L^*} \phi_j^2 dx, \quad \alpha = \frac{\int_{L^*} \phi_j^2 dx}{\int_{L^*} |\phi_j| \phi_j^2 dx} \dots\dots\dots (28)$$

式 (26) と式 (28) を比較すればわかるように、 $m_{2D}^* h_{2D} = m_{3D}^* h_{3D}$  の条件下で、三次元実験での応答振幅は二次元実験で得られる応答振幅の  $\alpha$  倍として推定できる。

式 (19) の等価スルーション数を用いると、式 (26) と式 (27) を比較して得られる二次元実験と三次元実験との応答振幅比は、次のようになる。

$$\frac{A_{3D}^*}{A_{2D}^*} = \alpha \frac{S_{c3D}^* - (u_1^2/4\pi)a_0}{S_{c2D}^* - (u_1^2/4\pi)a_0} \dots\dots\dots (29)$$

$A_j^*$  ( $j=2D, 3D$ ) は式 (19) で定義した無次元化振幅である。

つまり、このことは等価質量を式 (19) のように定義することにより応答推定を容易にするスルーション数に関する相似則と考えることができよう。

さて、空気力係数の振動振幅依存性を式 (25) のような 1 次関数ではなく、2 次関数として置いて、結果だけをみると大きな違いは生じない。

式 (25) の代わりに空気力を次のように仮定する。

$$f_2 = a_0 + a_1(A/B) + a_2(A/B)^2 \dots\dots\dots (30)$$

同様な展開を二次元実験と三次元実験について行うと次のような応答振幅比が得られる。

式 (29) と同様にして、等価スルーション数、無次元化振幅を用いると、

$$\frac{A_{3D}^*}{A_{2D}^*} = \beta \frac{\left[ 1 + \frac{4 a_2}{a_1} \left( 4 \pi \frac{S_{c3D}^*}{u_1^2} - a_0 \right) \frac{\alpha}{\beta} \right]^{1/2} - 1}{\left[ 1 + \frac{4 a_2}{a_1} \left( 4 \pi \frac{S_{c2D}^*}{u_1^2} - a_0 \right) \frac{\alpha}{\beta} \right]^{1/2} - 1} \dots\dots\dots (31)$$

$\alpha$  は式 (28) で定義しているものであり、 $\beta$  は次のようである。

$$\beta = \frac{\int_{L^*} |\phi_j| \phi_j^2 dx}{\int_{L^*} \phi_j^2 dx} \dots\dots\dots (32)$$

スルーション数の相似条件を満足しているとする、若干の近似を用いると式 (31) は簡単になって次のようになる。

$$\frac{A_{3D}^*}{A_{2D}^*} \doteq \frac{\alpha + \beta}{2} + \frac{\alpha - \beta}{2} \left( 1 + \frac{2 a_2}{a_1^2} \left( \frac{4 \pi}{u_1^2} S_c - a_0 \right) \right)^{-1/2} \doteq \frac{\alpha + \beta}{2} \dots\dots\dots (33)$$

ここで、簡単な試算モデルとして単径間の桁が正弦半波で振動し、桁全体に空気力が作用している場合を考える。式 (28)、式 (32)、式 (33) のそれぞれの値は次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \alpha &= 3\pi/9 \doteq 1.178 \\ \beta &= 32/9\pi \doteq 1.132 \\ (\alpha + \beta)/2 &= 1.155 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (34)$$

つまり、この試算では  $S_{c3D}^* = S_{c2D}^*$  の条件下、空気力係数  $f_2$  が一次関数的な振幅依存性をもつ場合、二次元実験の 1.178 倍が三次元実験の応答振幅と予測できる。そして空気力係数が仮に二次関数的な振幅依存性をもつ場合でも、その応答振幅の比は 1.155 でありこの差はわずか 2% でしかない。

### 3. 実験による検証

#### (1) 模型と風洞

2. で展開した議論を検証するために、風洞実験を行った。用いた風洞はオタワ大学のエッフェル型風洞であり、その測定部は 0.61 m × 0.91 m の断面寸法であり、最大風速は 50 m/s である。

1:2 の断面寸法比をもつ角柱ブロックを用いて、タウトストリップモデルを構成した。気流にさらす場所を変更することで次のような二種類の三次元実験ケースとすることとした。

- a) 系全体が空気流にさらされる。つまり、空気力は正弦半波のモードに作用する (モデル 3F)。
- b) スパン中央から片側がカバーされ、モデル 3F の半分の部分に空気力は作用する (モデル 3H)。

二次元実験については通常行われる二次元部分模型実験手法とは異なり、振動系の質量の制御と構造減衰率の振動振幅依存性を一致させるために上述のタウトストリップ模型のスパン中央のみを露出させることにより行った。つまり、風路内に流れと平行に二次端板を設置し、その外側の模型部分を翼断面形状をもつ筒により覆い二次端板にはさまれた中央部分のみを露出させた。この二次元実験モデルについても二種類の実験ケースを設定した。

- c) 端板の間隔をスパン全長の 1/2 として中央部を露出させた (モデル 2H)。
- d) 端板の間隔をスパン全長の 1/4 として中央部を露出させた (モデル 2Q)。

これらのケースはスパン中央部分の変位はほぼ等しいとして、二次元模型として扱っている。この手法による応答と従来法による応答が同一であることは、タウトストリップ模型の分割された小ブロックを単一の大ブロックに中央のみ置き換えこのケースについての応答により確認した。以上の実験モデルは Fig. 4 に示している。

変位は非接触変位計にて固定点付近でとらえ、スパン中央の変位に較正している。なお、本実験に用いた模型に発生する渦励振とギャロピングの発生風速の関係とタウトストリップ模型の複数モード間の固有振動数の関係により、1次モードで発生するギャロピングと2次以上の高次モードで発生する渦励振とは双方同一の風速で発生することになり干渉の問題が生じることになる。この場合は応答振幅を rms でなく、最大応答振幅でとらえることでギャロピングを追跡することとした。

(2) 実験結果

実験結果を Fig. 5 と Fig. 6 に示している。黒印で示している三次元実験の結果と二次元実験で得られた振動応答曲線（観測された振動応答は白抜きの記号）を式 (34) で示した係数  $\alpha$  倍したものである破線を比べると、三次元実験結果と二次元実験結果からの予測値との一致は非常によいことがわかる。式 (6) と式 (19) で定義し

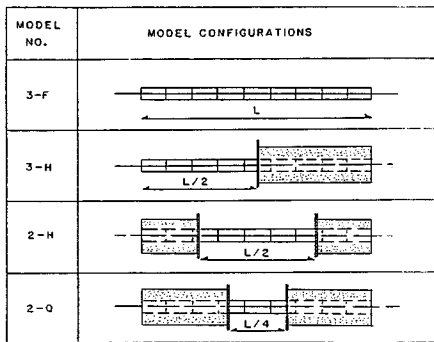


Fig. 4 Model Configurations.

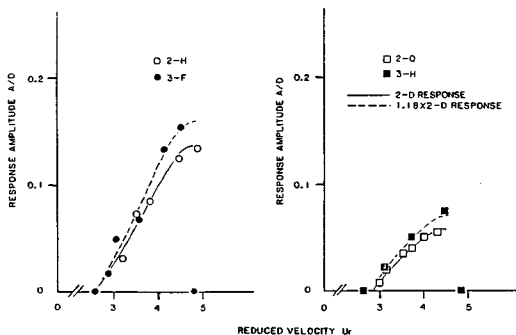


Fig. 5 Vortex Induced Oscillation—Prediction and Experimental Result.

た質量パラメーター  $m_{2D}^*$  と  $m_{3D}^*$  はモデル 2H と 3F で分布実質量  $m$  と同じ値となり、モデル 2Q と 3H で分布実質量の倍の  $2m$  である。Fig. 6 のギャロピング応答で、二次元実験の 2 ケースと三次元実験の 2 ケースがそれぞれ同じ応答曲線をたどるのは、振動応答がスクルトン数に対し依存性が小さい<sup>12)</sup> という理由によるものである。

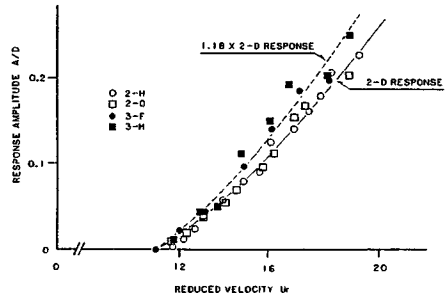


Fig. 6 Galloping Response—Prediction and Experimental Result.

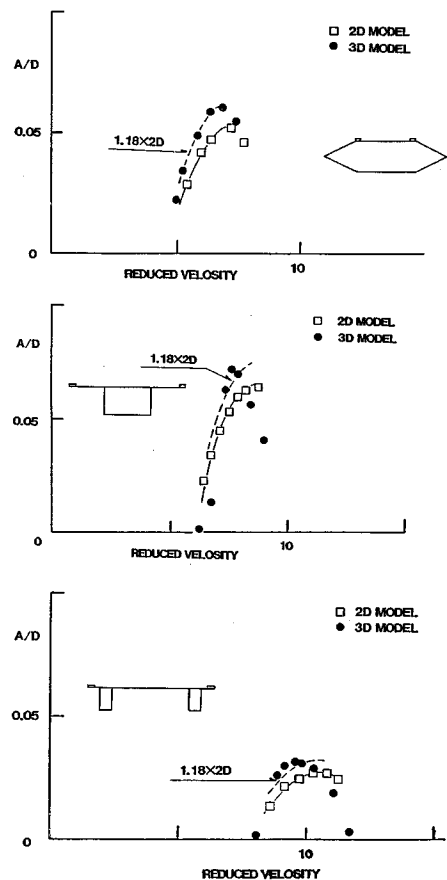


Fig. 7 Comparison between 2D and 3D Response.

(3) 実橋梁桁への適用

タウトストリップ模型を用いて、二次元部分模型振動応答との比較を試みる研究は最近行われるようになり、たとえば武田ら<sup>13)</sup>によって報告された結果はFig.7のようになる。この実験では、模型単位長当たりの実質量を相似させており、タウトストリップ模型で模型質量が等分布の場合は振動振幅に対する構造減衰率を一致させることで、結果として等価スクルーン数の相似が成り立つことになる。したがって、タウトストリップ模型の代表振動応答振幅は、部分模型実験で得られる応答の18%増となることになる。Fig.7の図中に部分模型実験で得られた応答の18%増を破線で示している。対応はおおむね良好であると考えられる。

4. 従来の質量相似則との比較

二次元部分模型実験を行う際には、次の2つの方法のうちいずれかで二次元剛体模型の単位長さ当たり質量が定められている。

- a) 桁の単位長さ当たり質量を直接縮尺する。
- b) 橋梁の一般化質量を桁の全長で除し、その質量を縮尺して等価質量とする。

(1) 直接的な相似則がとられた場合

三次元構造物として橋梁を考えることとする。ほとんどの場合橋梁に対する二次元部分模型実験は桁を対象に行われるので、有意な空気力は桁のみに作用するとしそれ以外は無視する。さて、質量積分の積分範囲を示す記号として桁の部分を  $L_c$ 、それ以外の部分を  $L_g$  とすると  $L^* = L_c$  であり  $L = L_c + L_g$  と書ける。式 (19) に若干の展開を行うと次のようになる。

$$m_{3D}^* = \frac{\int_{L_c} m_{3D} \phi_j^2 dx}{\int_{L_c} \phi_j^2 dx} = m_{3D,c} + \frac{\int_{L_g} m_{3D} \phi_j^2 dx}{\int_{L_c} \phi_j^2 dx} \dots\dots\dots (35)$$

ここでは桁の単位長さ当たり質量  $m_{3D,c}$  は一定であると仮定している。

3. で示した方法で限界風速、振動応答振幅の推定を行うための条件は  $h_{3D} m_{3D}^* = h_{2D} m_{2D}^*$  であるから、この式を式 (35) を考慮して変形すると次のようになる。

$$m_{2D}^* = \frac{h_{3D}}{h_{2D}} m_{3D,c} (1 + \nu), \quad \nu = \frac{\int_{L_g} m_{3D} \phi_j^2 dx}{m_{3D,c} \int_{L_c} \phi_j^2 dx} \dots\dots\dots (36)$$

式 (36) によると、構造減衰比を同一にするだけでなく二次元模型の単位長さ当たり質量  $m_{2D}^*$  は実桁質量  $m_{3D,c}$  に  $1 + \nu$  を掛けた値でなければならない。桁以外の質量が桁の質量に比べ十分小さければ  $\nu$  は0となるが、桁の単位長さ当たり質量を相似した場合には、多くの場合本論文にて提案している  $m_{2D}^*$  より  $m_{2D}$  は小さくなり限界風速はより低く応答振幅はより大きく推定され

ることになる。

(2) 一般化質量による相似

式 (35) と記号は同一にして b) による方法で相似質量を求めると次のようになる。

$$m_{3D}^* = \left( \int_{L_c} m_{3D} \phi_j^2 dx \right) / L_c = \left( \int_{L_c} m_{3D,c} \phi_j^2 dx + \int_{L_g} m_{3D,g} \phi_j^2 dx \right) / L_c$$

ここで、桁は正弦半波の振動モードで振動するとすると、上式は次のようになる。

$$m_{3D}^* = m_{3D,c} / 2 + \left( \int_{L_g} m_{3D,g} \phi_j^2 dx \right) / L_c \dots\dots\dots (37)$$

式 (36) の  $\nu$  に相当する式 (37) の第2項が非常に小さいとすると、若干の考慮の後  $m_{3D}^* = 2 m_{3D}$  であることがわかる。この場合スクルーン数の相似則を満たすためには構造減衰率は三次元実験での2倍の値を二次元実験で用いなければならない。ところが、通常は構造減衰率を二次元実験と三次元実験で一致させるので、この条件下では二次元実験の振動応答から三次元実験の振動応答を推定するのは難しいといえる。

5. 結 論

二次元部分模型実験と三次元全橋模型実験でそれぞれ得られる振動応答の間の関係を明らかにするために、ストリップ理論を用いた簡単な理論を展開した。さらに、この理論による二次元実験結果に基づいて三次元実験振動応答を推定する方法を検証するため、タウトストリップ模型を用いた実験を実施した。その結果次のような事柄が明らかになった。

(1) ストリップ理論が有効であるとすると、パフエーティング、連成フラッターを除いて、本論文で示している方法により三次元実験での振動応答が二次元実験の結果より推定できる。

(2) 二次元実験と三次元実験とで得られる振動応答振幅の簡単な比較をするためには、式 (6) と式 (19) で示した質量パラメーターによるスクルーン数の相似則である  $S_{C3D}^* = S_{C2D}^*$  の条件に則り、二次元実験での質量と構造減衰率を定めるべきであろう。

(3) 以上のような条件が満たされたとき、三次元実験の代表応答振幅は二次元実験での応答振幅の式 (28) で定義されている係数である  $\alpha$  倍とできる。また、このとき限界風速は空気力の特性を問わず対応する。

空気力が橋軸方向に特性を変える変断面橋梁や振動モードの自由度間の連成の影響が無視できず単純なストリップ理論での空気力の拡張ができない場合や、2自由度自励振動、パフエーティングには当方法は適用できず、より詳細な方法で振動応答を検討しなければならない。

謝 辞：本研究はカナダ国立理工学研究機関の助成により行った。本実験はB. S. Tan (当時オタワ大学学生)の助力を得て行ったものである。ここに謝意を表わす。

#### 参 考 文 献

- 1) Davenport, A. G. et al. : A Study of Wind Effects for the Sunshine Skyway Bridge, Tampa, Florida—Concrete Alternate, Eng. Sc. Res. Rept. BLWT-SS 24-1982, Univ. of Western Ontario, 84 p., Oct. 1982.
- 2) 白石成人ほか：日本の風向別風速発生頻度分布特性，日本風工学会誌 No. 20, pp.13~38, 1984年12月。
- 3) Davenport, A. G. et al. : A Study of Wind Action on a Suspension Bridge during Erection and on Completion : The Narrows Bridge, Halifax, Nova Scotia, Eng. Sc. Res. Rept. BLWT-3-69, Univ. of Western Ontario, 62 p., May 1969.
- 4) Holmes, J.D. : Prediction of the response of a cable stayed bridge to turbulence, Proc. 4th Int. Conf. on Wind Effects on Building and Structure, U. K., pp.187~197, 1975.
- 5) Isyumov, N. et al. : A Study of Wind Action for the Weirton-Steubenville Coble-Stayed Bridge, Eng. Sc. Res. Rept. BLWT-SS 1-77, Univ. of Western Ontario, Mar. 1977.
- 6) Irwin, H.P.A.H. et al. : Experiments on a Full Aeroelastic Model of Lion's Gate Bridge in Smooth and Turbulent Flow, NAE Lab. Rept. LTR-L-206, N. R. C. Canada, Oct. 1979.
- 7) 岡内 功ほか：耐風構造，丸善，418 p., 1977年5月。
- 8) Blevins, R.D. : Flow-induced Vibration, Van Nostrand Reinholds, New York, 363 p., 1977.
- 9) Novak, M. et al. : Pressure correlations on a vibrating cylinder, Proc. 4th Int. Conf. on Wind Effects on Building and Structures, Heathrow, U. K., pp.227~232, 1975.
- 10) Miyata, T. et al. : A Study on the Selfexcite Oscillations of Suspension Bridges by Wind, Eng. Sc. Res. Rept. BLWT-7-71, Univ. of Western Ontario, Feb. 1971.
- 11) 成田信之：充腹断面橋桁を有する斜張橋の耐風設計に関する基礎研究，東京大学学位論文，234 p., 1978年2月。
- 12) 山田 均：扁平な鈍い物体の渦励振振動の同定と応答評価，東京大学学位論文，242 p., 1983年12月。
- 13) 武田勝昭・園部好洋：気流の乱れ強度と渦励振応答振幅，土木学会第39回年次学術講演会概要集第1部，I-278, pp.555~556, 1984年10月。

(1986.5.30・受付)