

## 伝達マトリックス法による千鳥組セグメントリングの一解析法

## TRANSFER MATRIX METHOD FOR AN ANALYSIS OF SCHIELD SEGMENT RINGS WITH STAGGERED JOINTS

白木恒雄\*

By Tsuneo USUKI

It is known from experimental studies, that a segment joint becomes a plastic hinge as load increases, and the relation between bending moment and rotational angle at the joint is given approximately by broken line diagram. The purpose of this paper is to present a method, which enables us to analyse segment rings with staggered joints in both elastic and plastic ranges. Transfer matrix method for grid on elastic foundation is used herein, because the segment rings with staggered joints can be modeled as rounded grid with main girders of no torsional rigidity, in which the effects of transverse beams on main girders are replaced by shear springs in vertical and longitudinal directions. Numerical example is solved by iteration changing alternately the half components of state vector at a boundary cross section which is caused by cutting off segment rings.

Keywords : schield segment rings

## 1. まえがき

シールド工法は振動、騒音が比較的少なく、被りの深い場合でも容易に施工でき、軟弱地盤にも適用可能などの長所をもつゆえに、近年、都市再開発、下水道整備などの目的で盛んに使われるようになってきた。

シールドトンネルの覆工は、プレキャストされたセグメントを組み合わせて作られる。1つのセグメントリングは数個のセグメントをトンネル断面内方向のボルトなどを用いて組み立てられ、さらに、隣接するリングどうしは、トンネル軸方向のボルトなどで結合される。セグメントどうしの結合部分をセグメント継手、リングどうしの結合部分をリング継手とよぶ(図-1)。

このセグメント継手の位置において、リングの曲げ剛性は著しく低下する。この剛性低下によるセグメントリングの変形を抑えるために、隣接するリングどうしの継手位置をずらして接合する、いわゆる「千鳥組」を行うのが一般的である。 $n$ 個のリングごとに同じセグメント配列のリングが組まれるとき、これを「 $n$ リング1サイクルの千鳥組」と表現する。

セグメントリングに対する従来の研究報告を構造系の

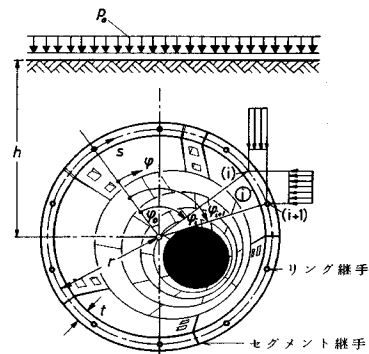


図-1 座標系と外荷重

モデル化の仕方で大雑把に分類するならば、ほぼ発表の順に次の4種類のもものが挙げられる<sup>1)</sup>。

- (1) 剛性一様リング<sup>2)</sup>
- (2) 多ヒンジ系リング<sup>3)</sup>
- (3) セグメント継手に回転ばねをもつリング<sup>4)</sup>
- (4) セグメント継手に回転ばね、リング継手にせん断ばねをもつリング<sup>5)</sup>

このように、電子計算機の発達とともに、セグメントリングは静定構造から高次不静定構造へと変換され、より精密に解析されつつある。しかし、いかに解析能力が高

\* 正会員 Dr. -Ing., 工博 東京理科大学助教授 理工学部 土木工学科 (〒278 野田市山崎 2641)

まろうとも、肝心の計算の仮定および入力データが実際の現象を反映したものでなければ意味がない。したがって、実験研究および現場計測の積重ねが重要である。

最近の実験研究の報告により、以下の事柄が判明した。

- (1) セグメント継手の回転ばね定数は正の曲げと負の曲げで異なる<sup>5)</sup>。
- (2) リング継手の構造モデルはせん断ばねとすべきである<sup>1), 6), 7)</sup>。
- (3) 回転ばね定数およびせん断ばね定数は折れ線近似した荷重-変位曲線より求められる<sup>8), 9)</sup>。
- (4) 導入される軸力の大小により、回転ばね定数の値は大きく変化する<sup>9), 10)</sup>。

これらの新事実に対処させて解析することは、単に解析結果の信頼度を高めるのみならず、必然的に現行の許容応力度設計法より限界状態設計法への移行を可能にする。

著者はすでに、埋設された管の力学的挙動を研究し、支配方程式を誘導した<sup>11)</sup>。そして、若干の構造系に対し数値計算を行い、その結果より支配方程式の妥当性を確認した。この方程式では、たわみ変位および組立時の不整と軸力による付加曲げモーメントの影響も考慮した。

そこで、本論文の目的は、この支配方程式を用いて、上記の新事実に対処できる精度の高い解析法を示し、さらにセグメント継手が塑性ヒンジを形成し、モーメントの再分配を起こしてからの変位および断面力の分布を調べる手法を与えること、である。

$n$  リング1サイクルの千鳥組されたセグメントリングは、 $n$  本の主桁よりなる部分弾性床上の格子桁を丸めて始端と終端を結合したものにモデル化できる。その際、主桁のねじりこわさ、および横桁の曲げこわさとねじりこわさは零とする。そして、横桁と主桁はすべての交点で橋軸方向および橋軸直角方向の2本のせん断ばねを介して結合されている。

上記の文献11)において、1リングに対して通常の伝達マトリックス法を用いて十分満足できる解を得たので、本論文の主対象たる「千鳥組されたセグメントリング」においてもこの方法を用いたところ、せん断ばね定数の大きさに起因する桁落ちの誤差が累積し、正しい解は得られなかった。そこで、数値誤差の改善を考慮した「修正伝達マトリックス法<sup>12)</sup>」を用い、中間格点条件の効率的処理<sup>13)</sup>を行った結果、満足できる解を得た。この解析法の要点を、既発表論文との重複をできるかぎり避けながら、以下に示す。

2. 基礎理論式の誘導

円弧要素の支配方程式の誘導は、すでに文献11)に詳細に述べたので、ここでは簡単に要点のみ与える。

図-1に示した構造系において、セグメントの肉厚中心線を連ねた輪郭線座標を  $s$ 、トンネルの断面中心より測る角度の座標を  $\varphi$  とする。輪郭線座標  $s$  の始点とトンネル中心を結ぶ線を  $\varphi$  座標の原点とし、これより時計まわりに測るものとする。トンネルの鉛直線の位置は  $\varphi = \varphi_0$  とする。地表面は水平と仮定し、地表面とトンネル中心との距離は  $h$  とする。また、トンネル中心と厚さ  $t$  のセグメントリングの肉厚中心線との距離は  $r$  とする。

ある円弧要素の肉厚中心線に作用する外荷重の合力を円弧の法線方向成分  $p_r$  と接線方向成分  $p_t$  に分解し、荷重系全体でつり合うように変形すると、次式を得る。

$$\left\{ \begin{aligned} p_r(\varphi) &= \frac{1}{2}(p_0 + \gamma_s h)[(1 + \lambda) + (1 - \lambda) \cdot \cos 2(\varphi - \varphi_0)] \\ &\quad - \frac{1}{4} \gamma_s r [(1 - \lambda) \cdot \cos 3(\varphi - \varphi_0) \\ &\quad + (3 + \lambda) |\cos(\varphi - \varphi_0)|] + \gamma_c t \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) \\ &\quad \dots\dots\dots (1-a) \\ p_t(\varphi) &= \frac{1}{2}(p_0 + \gamma_s h)(1 - \lambda) \cdot \sin 2(\varphi - \varphi_0) \\ &\quad - \frac{1}{4} \gamma_s r (1 - \lambda) \cdot \sin 3(\varphi - \varphi_0) \\ &\quad + \gamma_c t \cdot \sin(\varphi - \varphi_0) \dots\dots\dots (1-b) \end{aligned} \right.$$

ただし、 $p_0$  は等分布と仮定した上載荷重、 $\gamma_s$  は土の単位体積重量、 $\gamma_c$  はセグメント材料の単位体積重量である。また、定数  $\lambda$  は側方土圧係数である。

図-2に与えるごとく、軸方向変位  $v$ 、たわみ  $w$ 、たわみ角  $\chi$ 、軸力  $N$ 、曲げモーメント  $M$ 、せん断力  $Q$  の正の方向を定義する。中立軸の軸方向ひずみを考慮すると、たわみ角、軸力、曲げモーメントは次のごとく変位成分で表現される。

$$\left\{ \begin{aligned} \chi &= \frac{1}{r}(w' + v) \dots\dots\dots (2-a) \\ N &= \frac{EF}{r}(v' - w) - \frac{EI}{r^3}(w'' + v') \dots\dots\dots (2-b) \\ M &= -\frac{EI}{r^2}(w' + w) \dots\dots\dots (2-c) \end{aligned} \right.$$

ただし、 $E, F, I$  は、それぞれ構造要素の縦弾性係数、単位幅当たりの断面積、断面二次モーメントである。また、( )' は座標  $\varphi$  に関する微分を意味する。

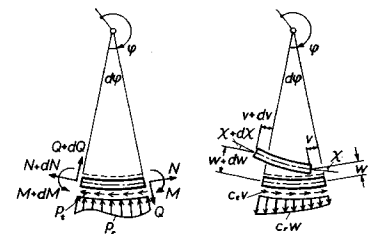


図-2 円弧要素の変位と外力

円弧要素の断面力と外力のつり合いを示す図-2は、便宜上、すべて正の変形と正の断面力を描いた。しかし、たわみ  $w$  が正のとき、リングのある点はトンネルの内部方向に変位するから、その位置で地盤反力は働かず、法線方向地盤反力係数  $C_r$  および接線方向地盤反力係数  $C_t$  はともに零となる。したがって、図中の法線方向の地盤反力だけは、負のたわみを想定して描いてある。

セグメント組立における初期不整の影響を考慮するため、初期不整による法線方向の変位と荷重作用による通常のたわみとの比を  $\omega_0$  と表わすならば、図-2の  $w$  は  $(1+\omega_0)w$  と置き直すことができる<sup>14)</sup>。そして、接線方向および法線方向の力のつり合い、およびモーメントのつり合いを考えると、次式を得る。

$$\begin{cases} (p_r - C_r w) r + Q' + N = 0 \dots\dots\dots (3 \cdot a) \\ (p_t - C_t v) r + N' - Q = 0 \dots\dots\dots (3 \cdot b) \\ -M' + Qr + EFk\alpha \cdot w = 0 \dots\dots\dots (3 \cdot c) \end{cases}$$

ただし、 $k$  および  $\alpha$  は簡略化のために導入した記号で、次式で表わせる。

$$\begin{cases} k = \frac{I}{r^2 F} \dots\dots\dots (4 \cdot a) \\ \alpha = -(1 + \omega_0) \frac{\bar{N}}{EFk} \dots\dots\dots (4 \cdot b) \end{cases}$$

ここで、 $\bar{N}$  は非線形項  $N \cdot w$  を線形化する目的で、軸力  $N$  を区分的に一定な値として再定義したものである。式(3)より、変形に無関係な主動土圧の外力は地山の変形に伴い発生する受動土圧の反力により軽減されることがわかる。

これらの式(2)、(3)より、たわみ  $w$  のみの式を作ると、次のごとき6階の常微分方程式を得る。

$$\begin{aligned} w'''' + \left[ (2 + \alpha) - \left( \frac{k\beta_t}{1-k} \right) \right] w'' \\ + \left[ (1 + \alpha + \beta_r) - \left( \frac{k\beta_t}{1-k} \right) (2 + \alpha) \right] w' \\ - \left( \frac{k\beta_t}{1-k} \right) \left( \beta_r + \frac{1}{k} \right) w = f(\varphi) \dots\dots\dots (5) \end{aligned}$$

ただし、 $\beta_r$  および  $\beta_t$  は次式で定義した<sup>15)</sup>。

$$\begin{cases} \beta_r = \frac{C_r r^4}{EI} \dots\dots\dots (6) \\ \beta_t = \frac{C_t r^4}{EI} \end{cases}$$

また、微分方程式の右辺の外荷重の項  $f(\varphi)$  は

$$f(\varphi) = \left( \frac{r^4}{EI} \right) \left[ p_r'' - p_t' - \left( \frac{k\beta_t}{1-k} \right) p_r \right] \dots\dots\dots (7)$$

となる。この式に式(1)を代入し、整理すると次のごとく与えられる。

$$f(\varphi) = \left( \frac{r^4}{EI} \right) \left\{ -\frac{1}{2} \left( \frac{k\beta_t}{1-k} \right) (p_0 + \gamma_s h)(1 + \lambda) \right.$$

$$\begin{aligned} & + \frac{1}{4} \gamma_s h (3 + \lambda) \left[ 1 + \left( \frac{k\beta_t}{1-k} \right) \right] \cdot |\cos(\varphi - \varphi_0)| \\ & - \gamma_c t \left[ 2 + \left( \frac{k\beta_t}{1-k} \right) \right] \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) \\ & - (p_0 + \gamma_s h)(1 - \lambda) \left[ 3 + \frac{1}{2} \left( \frac{k\beta_t}{1-k} \right) \right] \\ & \cdot \cos 2(\varphi - \varphi_0) + \gamma_s r (1 - \lambda) \left[ 3 + \frac{1}{4} \left( \frac{k\beta_t}{1-k} \right) \right] \\ & \cdot \cos 3(\varphi - \varphi_0) \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

### 3. 格間伝達マトリックスの作成

単一のセグメントリングにおける状態量のベクトル  $z$  およびたわみの導関数のベクトル  $w$  を次式で定義する。

$$\begin{cases} z^T = (v \ N \ w \ \chi \ M \ Q) \dots\dots\dots (9) \\ w^T = (w' \ w'' \ w''' \ w'''' \ w''''') \end{cases}$$

ただし、各ベクトル右肩の  $'$  は転置を意味する。

いま、式(2)、(3)を用いて、ベクトル  $z$  と  $w$  の関係を調べると、簡単に次式となる。

$$z = A \cdot w + p(\varphi) \dots\dots\dots (10)$$

ただし、マトリックス  $A$  および荷重のベクトル  $p(\varphi)$  は式(14)、(15)で与えられる。この式(15)中の干記号のうち、マイナス符号は  $0 \leq (\varphi - \varphi_0) < \pi/2$ ,  $3/2 \cdot \pi < (\varphi - \varphi_0) \leq 2\pi$  の区間で、プラス符号は  $\pi/2 \leq (\varphi - \varphi_0) \leq 3/2 \cdot \pi$  の区間で用いる。

すでに求めた6階の微分方程式の特性方程式の根は  $\pm \lambda_1 \pm \lambda_2 i$ ,  $\pm \lambda_3$

で与えられる。ただし、 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$  は実数、 $i$  は虚数の単位である。これから微分方程式の基本解は、

$$\begin{cases} \phi_1(\varphi) = \sinh \lambda_1 \bar{\varphi} \cdot \sin \lambda_2 \bar{\varphi} \\ \phi_2(\varphi) = \cosh \lambda_1 \bar{\varphi} \cdot \cos \lambda_2 \bar{\varphi} \\ \phi_3(\varphi) = \sinh \lambda_1 \bar{\varphi} \cdot \cos \lambda_2 \bar{\varphi} \dots\dots\dots (11) \\ \phi_4(\varphi) = \cosh \lambda_1 \bar{\varphi} \cdot \sin \lambda_2 \bar{\varphi} \\ \phi_5(\varphi) = \sinh \lambda_3 \bar{\varphi} \\ \phi_6(\varphi) = \cosh \lambda_3 \bar{\varphi} \end{cases}$$

とおける。ただし、 $\bar{\varphi}$  は各格間の始端より測る角度の部分座標系の値である。これらの基本解と任意定数との線形結合に特解を加えると、常微分方程式(5)の一般解となる。いま、任意定数のベクトルを

$$C^T = (C_1 \ C_2 \ C_3 \ C_4 \ C_5 \ C_6) \dots\dots\dots (12)$$

と定義するならば、この一般解を順次微分して、たわみの導関数のベクトルは次のごとく表わせる。

$$w = \Phi(\bar{\varphi}) \cdot C + \Phi(\bar{\varphi}) \cdot g(\varphi) \dots\dots\dots (13)$$

いま、図-1に示す格点  $(i)$  と  $(i+1)$  の間に挟まれた中心角  $\Delta\varphi_i$  の格間①を円弧要素の代表として取り上げる。部分座標系  $\bar{\varphi}$  と全体座標系  $\varphi$  の間には  $\varphi = \varphi_i + \bar{\varphi}$  の関係が成り立つので、この式中のマトリックス  $\Phi(\bar{\varphi})$  およびベクトル  $g(\varphi)$  は式(16)、(17)で与えられる。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{\alpha + \beta_r + 1}{\beta_t} & 0 & \frac{2 + \alpha}{\beta_t} & 0 & \frac{1}{\beta_t} \\ \frac{EFk\beta_r}{r} & 0 & \frac{EFk}{r}(1 + \alpha) & 0 & \frac{EFk}{r} & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\alpha + \beta_r + \beta_t + 1}{\beta_t r} & 0 & \frac{2 + \alpha}{\beta_t r} & 0 & \frac{1}{\beta_t r} \\ -\frac{EI}{r^2} & 0 & -\frac{EI}{r^2} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{EFk}{r}(1 + \alpha) & 0 & -\frac{EFk}{r} & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (14)$$

$$p(\varphi) = \begin{bmatrix} \left(\frac{r^4}{\beta_t EI}\right) \left\{ \frac{3}{2} (p_0 + \gamma_s h)(1 - \lambda) \cdot \sin 2(\varphi - \varphi_0) - \gamma_s r (1 - \lambda) \cdot \sin 3(\varphi - \varphi_0) \right. \\ \left. \mp \frac{1}{4} \gamma_s r (3 + \lambda) \cdot \sin(\varphi - \varphi_0) + 2 \gamma_c t \cdot \sin(\varphi - \varphi_0) \right\} \\ - r \cdot \left\{ \frac{1}{2} (p_0 + \gamma_s h)[(1 + \lambda) + (1 - \lambda) \cdot \cos 2(\varphi - \varphi_0)] \right. \\ \left. - \frac{1}{4} \gamma_s r [(1 - \lambda) \cdot \cos 3(\varphi - \varphi_0) + (3 + \lambda)|\cos(\varphi - \varphi_0)|] + \gamma_c t \cdot \cos(\varphi - \varphi_0) \right\} \\ 0 \\ \left(\frac{r^3}{\beta_t EI}\right) \left\{ \frac{3}{2} (p_0 + \gamma_s h)(1 - \lambda) \cdot \sin 2(\varphi - \varphi_0) - \gamma_s r (1 - \lambda) \cdot \sin 3(\varphi - \varphi_0) \right. \\ \left. \mp \frac{1}{4} \gamma_s r (3 + \lambda) \cdot \sin(\varphi - \varphi_0) + 2 \gamma_c t \cdot \sin(\varphi - \varphi_0) \right\} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (15)$$

$$\Phi(\bar{\varphi}) = \begin{bmatrix} \phi_1 & \phi_2 & \phi_3 & \phi_4 & \phi_5 & \phi_6 \\ A_1 \phi_4 + B_1 \phi_3 & A_1 \phi_3 - B_1 \phi_4 & A_1 \phi_2 - B_1 \phi_1 & A_1 \phi_1 + B_1 \phi_2 & \lambda_3 \phi_6 & \lambda_3 \phi_5 \\ A_2 \phi_1 + B_2 \phi_2 & A_2 \phi_2 - B_2 \phi_1 & A_2 \phi_3 - B_2 \phi_4 & A_2 \phi_4 + B_2 \phi_3 & \lambda_3^2 \phi_5 & \lambda_3^2 \phi_6 \\ A_3 \phi_4 + B_3 \phi_3 & A_3 \phi_3 - B_3 \phi_4 & A_3 \phi_2 - B_3 \phi_1 & A_3 \phi_1 + B_3 \phi_2 & \lambda_3^3 \phi_6 & \lambda_3^3 \phi_5 \\ A_4 \phi_1 + B_4 \phi_2 & A_4 \phi_2 - B_4 \phi_1 & A_4 \phi_3 - B_4 \phi_4 & A_4 \phi_4 + B_4 \phi_3 & \lambda_3^4 \phi_5 & \lambda_3^4 \phi_6 \\ A_5 \phi_4 + B_5 \phi_3 & A_5 \phi_3 - B_5 \phi_4 & A_5 \phi_2 - B_5 \phi_1 & A_5 \phi_1 + B_5 \phi_2 & \lambda_3^5 \phi_6 & \lambda_3^5 \phi_5 \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (16)$$

$$g(\varphi_i + \bar{\varphi}) = \begin{bmatrix} -\int_0^{\bar{\varphi}} f(\theta + \varphi_i) [K_1 \phi_3(\theta) + K_2 \phi_4(\theta)] d\theta \\ -\int_0^{\bar{\varphi}} f(\theta + \varphi_i) [K_1 \phi_4(\theta) - K_2 \phi_3(\theta)] d\theta \\ \int_0^{\bar{\varphi}} f(\theta + \varphi_i) [K_1 \phi_1(\theta) - K_2 \phi_2(\theta)] d\theta \\ \int_0^{\bar{\varphi}} f(\theta + \varphi_i) [K_1 \phi_2(\theta) + K_2 \phi_1(\theta)] d\theta \\ K_3 \int_0^{\bar{\varphi}} f(\theta + \varphi_i) \phi_6(\theta) d\theta \\ -K_3 \int_0^{\bar{\varphi}} f(\theta + \varphi_i) \phi_5(\theta) d\theta \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (17)$$

また、これらの式で用いられた各定数は式 (18), (19) で定義した。

$$\left\{ \begin{aligned} K_1 &= \frac{\lambda_1 (\lambda_1^2 - 3\lambda_2^2 - \lambda_3^2)}{[2\lambda_1\lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) (\lambda_1^4 + \lambda_2^4 + \lambda_3^4 + 2\lambda_1^2\lambda_2^2 + 2\lambda_2^2\lambda_3^2 - 2\lambda_3^2\lambda_1^2)]} \\ K_2 &= \frac{\lambda_2 (3\lambda_1^2 - \lambda_2^2 - \lambda_3^2)}{[2\lambda_1\lambda_2 (\lambda_1^2 + \lambda_2^2) (\lambda_1^4 + \lambda_2^4 + \lambda_3^4 + 2\lambda_1^2\lambda_2^2 + 2\lambda_2^2\lambda_3^2 - 2\lambda_3^2\lambda_1^2)]} \\ K_3 &= \frac{1}{[\lambda_2 (\lambda_1^4 + \lambda_2^4 + \lambda_3^4 + 2\lambda_1^2\lambda_2^2 + 2\lambda_2^2\lambda_3^2 - 2\lambda_3^2\lambda_1^2)]} \end{aligned} \right. \dots\dots\dots(18)$$

$$\left\{ \begin{aligned} A_1 &= \lambda_1 \\ A_2 &= \lambda_1^2 - \lambda_2^2 \\ A_3 &= \lambda_1 (\lambda_1^2 - 3\lambda_2^2) \\ A_4 &= \lambda_1^2 - 6\lambda_1^2\lambda_2^2 + \lambda_2^4 \\ A_5 &= \lambda_1^2 - 10\lambda_1^2\lambda_2^2 + 5\lambda_1^4\lambda_2^2 \dots\dots\dots(19) \\ B_1 &= \lambda_2 \\ B_2 &= 2\lambda_1\lambda_2 \\ B_3 &= \lambda_2 (3\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \\ B_4 &= 4\lambda_1\lambda_2 (\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \\ B_5 &= \lambda_2^2 - 10\lambda_1^2\lambda_2^2 + 5\lambda_1^4\lambda_2 \end{aligned} \right.$$

格点 (i) の右側の点 (i, R) の状態量より格点 (i+1) の左側の点 (i+1, L) の状態量を与える伝達式を

$$z_{i+1,L} = F_i z_{i,R} + b_i \dots\dots\dots(20)$$

と置くならば、式 (10), (13) よりベクトル  $w$  を消去し、次のごとき (6×6) の伝達マトリックス  $F_i$  および (6×1) の荷重のベクトル  $b_i$  が計算できる。

$$\left\{ \begin{aligned} F_i &= A \cdot \phi (\Delta \varphi_i) \cdot \phi^{-1} (0) \cdot A^{-1} \\ b_i &= -F_i \cdot p (\varphi_i) + A \cdot \phi (\Delta \varphi_i) \cdot g (\varphi_i + \Delta \varphi_i) + p (\varphi_{i+1}) \end{aligned} \right. \dots\dots\dots(21 \cdot a, b)$$

この伝達式 (20) および伝達マトリックス、荷重ベクトルは単一リングの円弧要素に関するものだが、これを  $n$  リング 1 サイクルの千鳥組に拡張するには、状態量のベクトルを式 (9·a) の代わりに、

$$z^T = (v^{(1)} \dots v^{(m)} ; N^{(1)} \dots N^{(m)} ; w^{(1)} \dots w^{(m)} ; \chi^{(1)} \dots \chi^{(m)} ; M^{(1)} \dots M^{(m)} ; Q^{(1)} \dots Q^{(m)}) \dots\dots\dots(22)$$

と定義し直せばよい。ただし、各状態量の右肩の数字はリング番号である。このように状態量の総数が  $n$  倍になると、当然、式 (21) の伝達マトリックス  $F_i$  は (6n×6n)、荷重ベクトル  $b_i$  は (6n×1) となる。この 1 リングより  $n$  リングへの伝達マトリックスの拡大は、格子桁の場合<sup>16)</sup> とまったく同様に行えるので、詳細な記述は省く。

4. 格点伝達マトリックスの作成

$n$  リングよりなる格点 (i) の左側の点 (i, L) の状態量より右側の点 (i, R) のそれを与える伝達式は、

$$z_{i,R} = P_i z_{i,L} + c_i \dots\dots\dots(23)$$

と表現できる。ただし、 $P_i$  は (6n×6n) の格点伝達

マトリックス、 $c_i$  はその格点に発生する跳躍変位量または荷重に関する (6n×1) のベクトルである。

$n$  リング 1 サイクルで千鳥組されたシールドトンネルにおいて、その格点の種類は 3 通りある。それらの場合の格点伝達のメカニズムを以下に述べる。

(1) リング継手がトンネルの軸方向に通っている格点

1 本のリング継ぎボルトにおける法線方向および接線方向のせん断ばね定数を、それぞれ  $k_{qr}$ ,  $k_{qt}$  とする。格点 (i) において、リング番号 (k) および (k-1) の隣接するリングを結合する 1 本のボルトに着目する。このボルトの拘束効果により発生する法線方向および接線方向のばね力を、それぞれ、 $R_i^{k-1}$ ,  $T_i^{k-1}$  と表わすならば、図-3 より各ボルトのこれらの成分は次式となる。

$$\left\{ \begin{aligned} R_i^{1,n} &= k_{qr} (w_{i,L}^{(1)} - w_{i,L}^{(n)}) \\ R_i^{2,1} &= k_{qr} (w_{i,L}^{(2)} - w_{i,L}^{(1)}) \\ &\dots\dots\dots \end{aligned} \right. \dots\dots\dots(24)$$

$$\left\{ \begin{aligned} R_i^{n,n-1} &= k_{qr} (w_{i,L}^{(n)} - w_{i,L}^{(n-1)}) \\ T_i^{1,n} &= k_{qt} (v_{i,L}^{(1)} - v_{i,L}^{(n)}) \\ T_i^{2,1} &= k_{qt} (v_{i,L}^{(2)} - v_{i,L}^{(1)}) \\ &\dots\dots\dots \\ T_i^{n,n-1} &= k_{qt} (v_{i,L}^{(n)} - v_{i,L}^{(n-1)}) \end{aligned} \right. \dots\dots\dots(25)$$

また、各リングの二方向の力のつり合い条件は次式となる。

$$\left\{ \begin{aligned} Q_{i,R}^{(1)} &= Q_{i,L}^{(1)} + (R_i^{1,n} - R_i^{2,1}) \\ Q_{i,R}^{(2)} &= Q_{i,L}^{(2)} + (R_i^{2,1} - R_i^{3,2}) \\ &\dots\dots\dots \\ Q_{i,R}^{(m)} &= Q_{i,L}^{(m)} + (R_i^{m,n-1} - R_i^{1,m}) \end{aligned} \right. \dots\dots\dots(26)$$

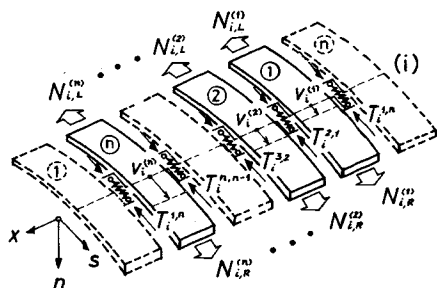
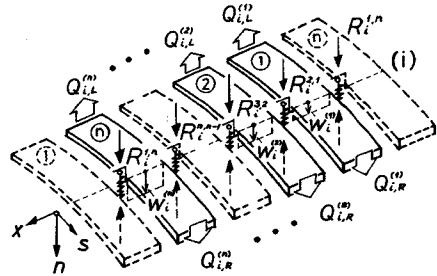


図-3 法線方向および接線方向のせん断ばね効果

$$\begin{cases} N_{i,R}^{(1)}=N_{i,L}^{(1)}+(T_i^{1,n}-T_i^{2,1}) \\ N_{i,R}^{(2)}=N_{i,L}^{(2)}+(T_i^{2,1}-T_i^{3,2}) \\ \dots\dots\dots \\ N_{i,R}^{(n)}=N_{i,L}^{(n)}+(T_i^{n,n-1}-T_i^{1,n}) \end{cases} \dots\dots\dots(27)$$

式 (26) に式 (24) を代入し、格点 (i) における各リングのせん断力とたわみの関係を求めると、

$$\begin{bmatrix} Q_{i,R}^{(1)} \\ Q_{i,R}^{(2)} \\ \vdots \\ Q_{i,R}^{(n-1)} \\ Q_{i,R}^{(n)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{i,L}^{(1)} \\ Q_{i,L}^{(2)} \\ \vdots \\ Q_{i,L}^{(n-1)} \\ Q_{i,L}^{(n)} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2k_{qr} & -k_{qr} & 0 \cdots & \cdots 0 & -k_{qr} \\ -k_{qr} & 2k_{qr} & -k_{qr} & 0 \cdots & \cdots 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 \cdots & \cdots 0 & -k_{qr} & 2k_{qr} & -k_{qr} \\ -k_{qr} & 0 \cdots & \cdots 0 & -k_{qr} & 2k_{qr} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} w_{i,L}^{(1)} \\ w_{i,L}^{(2)} \\ \vdots \\ w_{i,L}^{(n-1)} \\ w_{i,L}^{(n)} \end{bmatrix} \dots\dots\dots(28)$$

となる。または、簡単に次式で与えられる。

$$Q_{i,R} = Q_{i,L} + k_{qr} w_{i,L} \dots\dots\dots(29)$$

同様に、式 (27)、(25) を用いて格点 (i) における各リングの軸力と軸方向変位の関係を求めると、

$$N_{i,R} = N_{i,L} + k_{qt} v_{i,L} \dots\dots\dots(30)$$

となる。マトリックス  $k_{qt}$  の具体的表記は上記のマトリックス  $k_{qr}$  の要素の  $k_{qr}$  を  $k_{qt}$  と置き換えて得られる。

以上より、格点 (i) の伝達マトリックス  $P_i$  は次のごとく与えられる。

$$P_i = \begin{bmatrix} 1 & & & & & & & & & & \\ & \ddots & & & & & & & & & \\ & & 1 & & & & & & & & \\ & & & \left[ \begin{matrix} k_{qr} \\ \vdots \\ k_{qr} \end{matrix} \right] & & & & & & & \\ & & & & 1 & & & & & & \\ & & & & & \ddots & & & & & \\ & & & & & & 1 & & & & \\ & & & & & & & \left[ \begin{matrix} k_{qt} \\ \vdots \\ k_{qt} \end{matrix} \right] & & & \\ & & & & & & & & 1 & & \\ & & & & & & & & & \ddots & \\ & & & & & & & & & & 1 \end{bmatrix} \dots\dots\dots(31)$$

ただし、点線で囲まれた1つのブロックは  $(n \times n)$  のマ

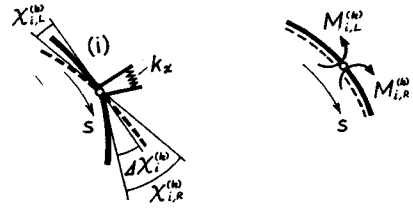


図-4 セグメント継手の変形とモーメント

トリックスとなり、空白部の要素はすべて零である。

(2) セグメント継手が数個存在する格点

いわゆる「いも継ぎ」の場合には、セグメント継手の位置がトンネルの軸方向に通るため、断面内の応力解析はリング1個のみ考えれば十分である。添接効果を期待する千鳥組の場合には、セグメント継手の位置が1つのサイクル内で軸方向に1か所であることが望ましい。しかし、やむを得ず2か所以上にセグメント継手が入る場合もある。

いま、格点 (i) のリング番号 (k) の位置にセグメント継手があるとす。継手によるたわみ角の跳躍量、すなわち折れ角を  $\Delta\chi_i^{(k)}$  と表わすと、格点 (i) の前後におけるたわみ角の関係は次のごとくなる。

$$\chi_{i,R}^{(k)} = \chi_{i,L}^{(k)} + \Delta\chi_i^{(k)} \dots\dots\dots(32)$$

一方、そのセグメント継手の回転ばね定数値が  $k_x$  ならば、正の折れ角  $\Delta\chi_i^{(k)}$  により発生する曲げモーメントは負となり (図-4)、次式で与えられる。

$$M_{i,R}^{(k)} = M_{i,L}^{(k)} = -k_x \Delta\chi_i^{(k)} \dots\dots\dots(33)$$

以上より、この場合の格点伝達マトリックスは単位マトリックスとなり、未知跳躍量ベクトルの要素  $\Delta\chi_i^{(k)}$  に対応する位置に要素1が入る<sup>13)</sup>。

(3) リング継手もセグメント継手も存在しない格点

この場合、すべての状態量はその格点の前後で等しく受け渡されるから、格点伝達マトリックスは単位マトリックスとなる。

5. 計算の手順

まえがきに述べたごとく、千鳥組されたセグメントリングは、格子桁を丸めて始端と終端を結合したものとみなせる。そこで、伝達マトリックス法を適用するには、どこか輪郭線座標の任意の位置で切り開いて、そこで状態量の半分に対して境界条件を適当に与える必要がある。こうして最初の演算を行うと、当然、切開位置で残りの半分の状態量は連続しなくなる。2回目として、不連続となった各状態量の平均値を境界での新しい設定値として演算を行うならば、最初の演算の境界条件の値が連続しなくなる。3回目として、この不連続値の平均を取って演算を行う。以上の繰返し演算を続けることにより、切開位置の各状態量は徐々にある一定値に収束して

ゆく。状態量が、ある必要とする有効数字の桁数まで一致したならば、そこで演算を打ち切ればよい。

この繰返し演算ごとに、区分的に一定とした軸力の値、弾性床領域と非弾性床領域の設定、さらにセグメント継手が塑性ヒンジ化したならば、回転ばね定数値の刷新を行う。平均軸力および平均たわみは、それぞれ着目する格間の両端の値の平均を取ればよい。平均たわみが正のとき、リングと地山は接触せず、その格間は非弾性床領域中にあることになる。そこで、地盤反力係数は法線方向、接線方向ともに零となる。しかし、式(14)、(15)中にみるように、接線方向地盤反力係数  $C_t$  に比例する係数  $\beta_t$  が分母にあるため、 $C_t$  を完全に零とおくことはできない。計算便宜上、地盤反力係数に比べてきわめて小さい値を非弾性床領域の地盤反力係数として与えることにより、演算を遂行できる。

## 6. 非線形性を有する回転ばねの取扱い

セグメント継手位置での曲げモーメントと折れ角の関係を実験で調べると、正の曲げと負の曲げで異なる回転ばね定数が求まる。それは、セグメント断面および継手のボルト配置が、曲げに対して非対称なためである。さらに、セグメントに作用している軸力の有無によっても、回転ばね定数は大きく変化する。文献9)は、作用軸力の増加とともに回転ばね定数の値はほぼ直線的に増加すること、 $M-\Delta\chi$  曲線は作用軸力の小さいときか所屈曲した折れ線となるが、作用軸力の大きいときかなりの大きさのモーメントまで1本の直線で近似できることなどを示した。継手位置での作用モーメントの大きさがある値に達すると、継手の折れ角は急増するようになり一種のヒンジ状態となる。そこで、通常、これを塑性ヒンジ状態、そのモーメントを塑性モーメントとよぶ。

あるセグメントどうしを結合して継手部を作り、曲げ試験を行い、 $M-\Delta\chi$  曲線を求める。これをもとにして、折れ線近似の  $M-\Delta\chi$  曲線を定める。そのとき、当然、節目ごとの曲げモーメントおよび折れ角の値は設定されることになる。第1回目の演算の開始時には、各セグメント継手にどの程度のモーメントが作用するかわからないので、適当に回転ばね定数の値を仮定しておく。そして第1回目の演算の後に来た各継手の折れ角の正負ならびにその大きさを上記の  $M-\Delta\chi$  曲線にあてはめて、その継手の回転ばね定数の値を知ることができる。この結果を用いて、第2回目以降の演算を行い、塑性ヒンジの位置が変わらなくなるまで演算を繰り返す。継手部が塑性ヒンジを形成した場合は、回転ばねを取り去り、代わりに大きさ等しく方向反対の塑性モーメントの組を外力として作用させればよい(図-4)。

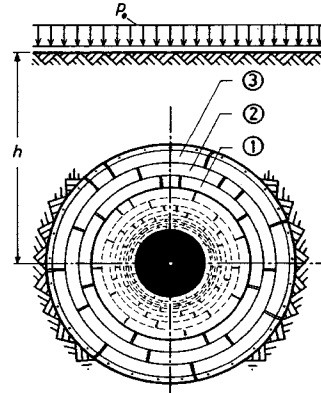


図-5 3リング1サイクルの千鳥組の例

## 7. 数値計算例

参考標準コンクリート系セグメント<sup>17)</sup>において、タイプ7、セグメント番号55のものを組み立て、3リング1サイクルとした千鳥組のシールドトンネルを扱う。リング番号を①、②、③とおき、図-5のごとく千鳥に組む。地山の土質は、 $N$  値が4程度の粘性土とし、以下のごとき諸量を仮定する。

上載荷重  $p_0 = 1.0 \text{ tf/m}^2$  ( $9.8 \text{ kN/m}^2$ )

土の単位体積重量  $\gamma_0 = 1.8 \text{ tf/m}^3$

( $17.64 \text{ kN/m}^3$ )

側方土圧係数  $\lambda = 0.8$

法線方向地盤反力係数  $C_r = 0.5 \text{ kgf/cm}^3$

( $4.9 \text{ MN/m}^3$ )

接線方向地盤反力係数  $C_t = 0.5 \text{ kgf/cm}^3$

( $4.9 \text{ MN/m}^3$ )

法線方向地盤反力係数は文献17)中の指示に従っている。接線方向地盤反力係数の値は地盤の物理的性質のみならず、セグメント材料の表面の粗度の影響も受けるから、現場で試験して決定することが望ましい。ここでは簡単に法線方向地盤反力係数と等しくとった。セグメントリングと地盤とが接触していない領域の法線方向および接線方向の地盤反力係数は、ともに、 $0.5 \times 10^{-4} \text{ kgf/cm}^3$  ( $4.9 \times 10^{-4} \text{ MN/m}^3$ ) と仮定した。

セグメントの単位体積重量

$\gamma_c = 2.6 \text{ tf/m}^3$  ( $25.5 \text{ kN/m}^3$ )

セグメントのヤング係数

$E = 3.6 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$  ( $35.28 \text{ GN/m}^2$ )

リングの図心半径  $r = 3975 \text{ mm}$

セグメントの厚さ  $t = 350 \text{ mm}$

セグメントの幅  $b = 900 \text{ mm}$

これから、1セグメント当たりの断面二次モーメント  $I$  および断面積  $F$  を計算すると、次のごとくなる。

$I = 3.216 \times 10^{-3} \text{ m}^4$ ,  $F = 0.3150 \text{ m}^2$

セグメントリングの初期不整係数  $\omega_0=1.0$   
 セグメント単体の抵抗モーメント

$$M_r=8.40 \text{ tf}\cdot\text{m} \quad (82.32 \text{ kN}\cdot\text{m})$$

セグメントリングの許容最大直径変位量

$$\delta_0=4.15 \text{ cm}$$

セグメントリングの許容最大直径変位量は、文献5)の提案に従い、リング外径の 1/200 とした。

セグメント継手の正曲げの許容モーメント

$$M_r^+=4.20 \text{ tf}\cdot\text{m} \quad (41.16 \text{ kN}\cdot\text{m})$$

セグメント継手の負曲げの許容モーメント

$$M_r^-=3.36 \text{ tf}\cdot\text{m} \quad (32.93 \text{ kN}\cdot\text{m})$$

セグメント継手の回転ばね定数およびリング継手のせん断ばね定数の無次元化したものを \*印で表わすと、

$$\begin{cases} k_x^* = k_x \frac{r}{EI} \\ k_\phi^* = k_\phi \frac{r^3}{EI} \end{cases}$$

とおける<sup>5)</sup>。セグメント継手には、上記の正曲げおよび負曲げの許容モーメント以上のモーメントは作用し得ないと仮定するならば、正負の許容モーメントが、それぞれ正負の塑性モーメントに一致する。いま、正曲げおよび負曲げの無次元化回転ばね定数  $k_x^*$ 、 $k_\phi^*$  を測定したところ、それぞれ 0.25 および 0.20 となったとする。上式より実際の値を計算すると、次のごとくなる。

$$k_x = 728.1 \text{ tf}\cdot\text{m}/\text{rad} \quad (7135 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad})$$

$$k_\phi = 582.5 \text{ tf}\cdot\text{m}/\text{rad} \quad (5708 \text{ kN}\cdot\text{m}/\text{rad})$$

以上の結果より、セグメント継手の作用曲げモーメントと折れ角の関係は図-6のごとく理想化できる。

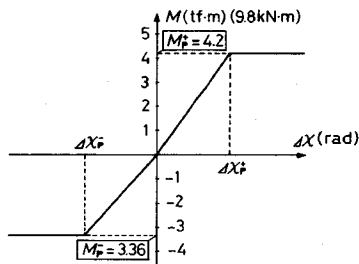


図-6 継手の曲げモーメントと折れ角の関係

法線方向および接線方向の無次元化せん断ばね定数  $k_{\phi r}^*$ 、 $k_{\phi t}^*$  を測定したところ、それぞれ 4.0 および 6.0 となったとする。実際の値は、上式を用いて次のごとくなる。

$$k_{\phi r} = 737.3 \text{ tf}/\text{m} \quad (7225 \text{ kN}/\text{m})$$

$$k_{\phi t} = 1105.9 \text{ tf}/\text{m} \quad (10838 \text{ kN}/\text{m})$$

輪郭線座標の原点をリングの頂点にとると、リングの角度の座標の原点を示す線と鉛直線とのなす角  $\phi_0$  は 0 となる。

土かぶり比を 2.0 とするならば、

地表よりリングの中心までの距離  $h=20.75 \text{ m}$  となる。

これらの諸量を用いて、修正伝達マトリックス法で解を得た。このリング 1 個当たり、29本のリング継ぎボルトが使われている。ボルトとボルトの間を分割して 2 格間とするならば、全部で格間数は 58 となる。中間格点の未知跳躍量はセグメント継手の折れ角であるから、中間未知量の総数はセグメント継手の総数に等しい。本例題は、3リング 1 サイクルの千鳥組であるから、結局中間未知量の総数は  $3 \times 8 = 24$  個となる。中間格点の種類に応じて、この中間未知跳躍量が煩雑に出現するので、演算プログラムは修正伝達マトリックス法に若干の工夫を加えて「中間格点の効率的処理」を行えるようにした。その処理法の詳細は文献 13) に述べたので、ここではこれ以上触れない。

リングの頂点で切り開き、その始端と終端に埋込み端の境界条件を与えて演算を開始した。奇数回目と偶数回目の繰返し回数ごとに境界条件の状態量を交換しつつ演算を行った。解の収束を判別するため、比較的大きな曲げモーメントを与えるリング 2 の始端に注目する。いま、15 回目の演算結果から、この始端と終端の曲げモーメントの差異を比較すると、有効数字 5 桁まで一致していた。この事実より繰返し演算は十分収束していると判断されるため、ここで計算を停止させた。参考のためこの始端の曲げモーメント値と繰返し数の関係を示すと図-7のごとくになった。演算回数 8 回目くらいで値はほとんど収束していることがわかる。

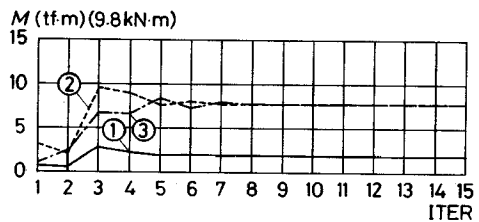


図-7 管頂の曲げモーメントと演算繰返し数の関係

この 15 回目の演算結果のうち、設計に重要となる状態量のみ示すと、図-8のごとくなる。軸力  $N$  は 3 個のリングの全周にわたり約 110 tf (1078 kN) 付近の値となったので、軸力分布図は省略した。

この土かぶり比において、継手部の最大正曲げモーメントは  $3.05 \text{ tf}\cdot\text{m}$  (29.89 kN·m)、最大負曲げモーメントは  $2.64 \text{ tf}\cdot\text{m}$  (25.87 kN·m)、セグメント内部の最大曲げモーメントは  $8.17 \text{ tf}\cdot\text{m}$  (80.07 kN·m) となった。ゆえに、リングのいかなる位置にも塑性ヒンジは形成されない。この図より、直径変位量の最大値は 2.16 cm となり、許容値の枠内に十分納まっている。



次に、前回と同じデータを用い、土かぶり比の値のみ 3.0 に変更して計算を行った。すなわち、

地表よりリングの中心までの距離  $h=29.05\text{ m}$

となる。この演算で得られたたわみおよび曲げモーメントの分布を図-9 に示す。軸力  $N$  は 3 個のリングの全周にわたり約 160 tf (1568 kN) 付近の値となった。今度は、セグメント継手の一部に塑性ヒンジが形成され、モーメントの再分配が行われている。モーメント図中で塑性ヒンジ化した継手は○印で表現してある。セグメント内部に発生するモーメントの最大値は 12.23 tf·m (119.85 kN·m) となり、単体としての抵抗モーメント値を大きく越える結果となった。たわみの分布図より、発生した直径変位量の最大値は 3.48 cm となり、最初に与えた許容最大直径変位量の制限は満足している。

### 8. あとがき

セグメントリングの解析において、現在、セグメントおよびリング継手部の挙動、土圧および地盤反力の作用

状況など、不明確な部分が多い。設計に際し、これら不明確な諸条件に漏れなく配慮することは困難であるから抽象化を行い、荷重も解析モデルも単純な系として扱うことが望ましい。しかし、一方では現場計測および載荷試験などの結果から、現象を可能な限り詳細に説明できる理論を構成し、それに沿って高精度の解析計算を行い、得られた解析結果と現象との比較検討を進めることも大切である。この数値解析の結果を設計に反映させることは適切な設計法の確立に役立つと思われるからである。

本論文は以上の考えに基づき理論を構成し、千鳥組効果および非線形回転ばねの働きに重点を置いて数値解析を行った。大きな軸力の導入されているセグメントにおいて、荷重と変位の直線性は弾性域内で比較的良好に保持されるから<sup>9),10)</sup>、本例題の継手において、曲げモーメントと折れ角の関係は理想弾塑性体で近似している。しかし、これを数段階の折れ線で近似すれば、解析の信頼性はさらに高まるであろう。

非線形性をもつものとしては、他にリング継手のせん

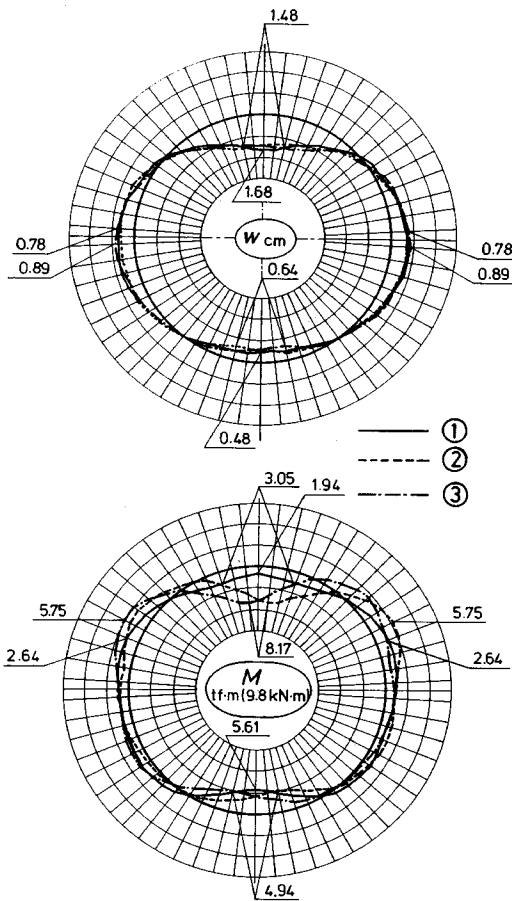


図-8 土かぶり比 2.0 の場合のたわみおよび曲げモーメントの分布

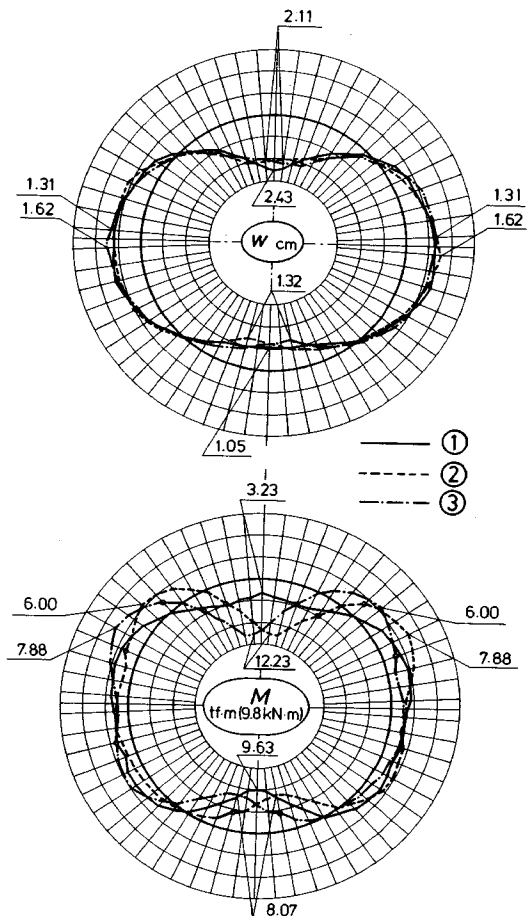


図-9 土かぶり比 3.0 の場合のたわみおよび曲げモーメントの分布

断ばね、土圧および地盤反力係数など考えられるが、ここでは線形とみなして解析した。本解析は伝達マトリックス法に基づく繰返し演算なので、これらも折れ線近似により非線形として扱うことが可能である。

本論文はその目的を数値解析の方法を与えることに限定しているため、数値計算に用いた諸量は、ほとんど文献17)中の「応力計算の条件」および「参考標準コンクリート系セグメントの性能」に準拠した。そして、継手部に許容される以上のモーメントを発生させないため、便宜的に許容モーメントを即塑性モーメントと置いた。

文献17)の解説によれば、単体の抵抗モーメントは設計した標準断面に対しコンクリートおよび鋼材の許容応力度をあてはめ算出されたものである。さらに、継手の許容モーメントはこの単体の抵抗モーメントに対する大きさの割合を“経験と過去の強度試験の実績に基づき”適当に定めることにより決定している。このように、単体の抵抗モーメントおよび継手の許容モーメントは各材料の強度を安全率で除した値、すなわち許容応力度によっている。したがって、本例題では、継手の真の塑性モーメントよりもかなり小さな値を塑性モーメントとして設定したことになる。

本論文中の数値計算例は東京理科大学情報処理センターの計算機システム IBM 4381 を用いて行われた。

最後に、本研究は財団法人小川育英会の研究助成金により行われたことを付記し、関係各位に感謝いたします。また、本論文作成にあたり、種々協力してくれた東京理科大学土木工学科構造研究室の平島政文君、鳥居武史君に感謝いたします。

#### 参 考 文 献

- 1) 山口良雄・河田博之・山崎幹男：セグメントの各種設計法の比較，構造物設計資料，No. 55，pp. 3~8，1978.
- 2) 日本国有鉄道：シールドトンネルの設計施工指針（案），日本鉄道施設協会，1977.
- 3) 山本 稔・遠藤浩三・福井正憲：多ヒンジ系セグメントリングの設計計算法，土木学会論文報告集，No. 150，pp. 9~26，1968. 2.

- 4) 山本 稔・久保田尚子：弾性ヒンジセグメントの計算例と応用，トンネルと地下，pp. 184~193，1976. 3.
- 5) 村上博智・小泉 淳：シールドセグメントリングの耐荷機構について，土木学会論文報告集，No. 272，pp. 103~115，1978. 4.
- 6) 長崎光男・土井博己・河田博之：新しい計算法を用いた直径13mのセグメントリングの設計，第35回土木学会年次学術講演会概要集，I-244，1980.
- 7) 河田博之・池田重喜：12.66mの超大型シールドトンネル，トンネルと地下，pp. 7~14，1980. 10.
- 8) 三浦真治・藍田正和・西野健三：セグメントリング千鳥組効果に関するモデル試験，第39回土木学会年次学術講演会概要集，I-304，1984.
- 9) 西野健三・近藤寛通・吉田和夫：RCセグメント継手部の構造モデル化に関する試験とその考察，構造工学論文集，Vol. 31 A，pp. 409~420，1985.
- 10) 河田博之・長崎光男・澤 健：セグメントの継手剛性に関する実験とその考察（4），構造物設計資料 No. 68，pp. 25~30，1981.
- 11) 白木恒雄：円弧の組合せよりなる中空断面をもつ地中埋設物の解析，土木学会論文報告集，No. 322，pp. 1~14，1982. 6.
- 12) 中村秀治：数値誤差の改善を考慮した伝達マトリックス法の提案，土木学会論文報告集，No. 289，pp. 43~53，1979. 9.
- 13) 白木恒雄・中村秀治：伝達マトリックス法における中間格点条件の効率的処理，土木学会論文集，No. 374，pp. 409~417，1986. 10.
- 14) Windels, R. : Spannungstheorie zweiter Ordnung für den teilweise gebetteten Kreisring, Die Bautechnik, Bd. 43, pp. 265~274, August, 1966.
- 15) Hain, H. and Horst, H. : Spannungstheorie 1. und 2. Ordnung für beliebige Tunnelquerschnitte unter Berücksichtigung der einseitigen Bettungswirkung des Bodens, Strasse Brücke Tunnel, Bd. 22, pp. 85~94, April, 1970.
- 16) 成岡昌夫・遠田良喜：伝達マトリックス法，コンピューターによる構造工学講座 I-2-B，培風館，1970.
- 17) 土木学会，日本下水道協会共編：シールド工用標準セグメント，日本下水道協会，1982.
- 18) 村上博智・小泉 淳：シールド工用セグメントのセグメント継手の挙動について，土木学会論文報告集，No. 296，pp. 73~86，1980. 4.

(1986. 4. 17・受付)