

鋼薄肉ラーメン構造物の限界強度の近似計算法*

AN APPROXIMATE METHOD FOR CALCULATING CRITICAL STRENGTH
OF THIN-WALLED STEEL FRAMES

中井 博*・酒造 敏廣**・大垣賀津雄***

By Hiroshi NAKAI, Toshihiro MIKI and Kazuo OHGAKI

This paper proposes an approximate method, so-called modified $P-\delta$ method, for calculating the ultimate strength of thin-walled steel frames with box cross-section by the first order elastic analysis. The decrease of ultimate strength of frames due to the initial imperfection and $P-\delta$ effects of columns is estimated by assuming the initial rotational angle of columns in this method. The validity of modified $P-\delta$ method is checked through the parametric studies on the critical strength of several types of frames with variable cross-sections by the Finite Element Method based on the elasto-plastic finite displacement theory.

Keywords: steel frame, critical strength, modified $P-\delta$ method, finite element analysis

1. ま え が き

わが国の道路橋示方書¹⁾(以下, JSHB という)では, 湾岸道路などで建設される鋼製ラーメン橋脚のような薄肉の箱形断面部材で構成されるラーメン構造物を設計する際, 弾性座屈理論に基づいて決められた有効座屈長を用い, はり-柱としての耐荷力相関曲線を安全率で割った許容応力度設計法が示されている。ところが, 諸外国では1978年にECCS Recommendation²⁾(欧州鋼構造協会), 1981年にDIN 18800 Teil II³⁾(西独), そして1982年にBS 5400 Part 3⁴⁾(英国)が刊行された。また, 現在, ECCSを中心としたヨーロッパの設計示方書の統一化が進められており, その一環として1983年にEurocode 3 Draft⁵⁾が提示されたが, ラーメンの設計基準としては, いずれも荷重係数設計法, あるいは, 限界荷重設計法に基づいたものが示されている。

これらの設計基準とJSHBとを比較すれば, JSHB

は上記のように旧来の許容応力度設計法によっているほか, 柱部材内における軸方向圧縮力が卓越して有限変位の影響が無視できない特殊なラーメンの有効座屈長については, 別途, 厳密な解析を行うことが望ましいと解説されているにすぎない。一方, DIN 18800やEurocode 3では, 簡略化された二次理論に基づく塑性ヒンジ解析法が提案されており, 従来の有効座屈長を用いた設計基準に比べると, より合理的な考え方が導入されている。また, 側方変位が拘束されないラーメンを対象にした研究が活発に行われ, 一次理論ではあるが $P-\delta$ 効果や初期不整の影響を考慮したラーメンの耐荷力算定法が提案されてきている^{6), 7)}。

本文は, この種の近似解析法を局部座屈が無視できない薄肉箱形部材からなる鋼製ラーメンに適用し, その限界強度算定法として一次理論を用いた $P-\delta$ 法(以下, 修正 $P-\delta$ 法という)について検討しようとするものである。そのため, まず近似解析法の妥当性を調べるときに基礎となる弾塑性有限変位解析法(以下, F. E. M. という)⁸⁾について述べる。

次に, 柱の初期たわみや残留応力および座屈に伴う変位の効果と等価な初期部材回転角の関数として与えられる換算水平荷重をラーメン構造物に導入することにより, 初期不整や $P-\delta$ 効果による耐荷力の低下を一次理

*昭和61年度土木学会関西支部年次学術講演会で概要を発表
ずみ(昭和61.5, I-63)

* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部土木工学科
(〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

** 正会員 工博 大阪市立大学助手 工学部土木工学科
(同上)

*** 正会員 工修 川崎重工業(株)東京設計事務所
(〒136 江東区南砂2-7-25)

論によっても考慮できることを示す。

さらに、鉛直荷重のみ、あるいは、鉛直荷重と水平荷重との組合せ荷重を受ける変断面ラーメンや各種形状のラーメンの F. E. M. 解析を行い、修正 $P-\delta$ 法による限界強度との比較を通じて、この近似計算法の精度について検討する。

最後に、近似計算法と各国設計示方書の設計基準との比較・考察を行い、本文で示した修正 $P-\delta$ 法の適用性および妥当性を示そうとするものである。

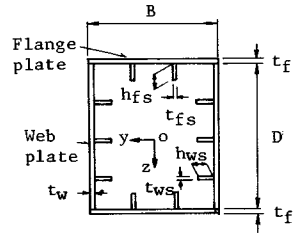


Fig. 1 Cross-section of thin-walled steel frame.

2. 鋼薄肉ラーメンの弾塑性有限変位解析

(1) 解析方法

Fig. 1 に示す無補剛あるいは補剛された薄肉箱形のはり・柱部材からなる鋼製ラーメンを対象とし、これに部材断面内および部材軸方向の塑性域の広がりを考慮した文献 8) の平面骨組の弾塑性有限変位解析法を適用した。なお、ラーメンの隅角部は、十分剛に補強されており、せん断力が卓越してもはり・柱一般部の崩壊に先立たないものとする。

解析に用いた主な仮定は、以下のとおりである。

- i) 材料の応力-ひずみ曲線は、塑性域における接線係数が $E/1000$ の bi-linear 曲線に従うものとする。ここに、 E ：弾性域のヤング係数 ($=2.06 \times 10^5 \text{MPa}$)、
- ii) 弾塑性の判定は、曲げに伴うせん断応力度の影響が小さく、軸方向応力度によって判定できる。

(2) 初期不整の導入方法

ラーメンの限界強度を安全側に評価するため、柱部材軸線の初期たわみ形状は弾性座屈モードに相似であると仮定して解析した。Fig. 2 は簡略化のため一層一径間のラーメンを例示するが、柱頭部の初期水平変位 δ_0 は、JSHB で規定される長さ h_e ($=$ 有効座屈長) の柱の初期たわみの許容上限値 ($=h_e/1000$) から逆算して決定した。そのため、F. E. M. による限界強度解析に先立ち、弾性座屈理論に基づいたラーメンの固有値解析を行い、各節点の初期全体座標値 (X, Z) を、F. E. M. 解析のインプット・データとして求めるようにした。

また、解析に用いた残留応力は、補剛された箱形断面および無補剛箱形断面に対する残留応力の測定結果^{(1), (13)}を理想化し、フランジ・プレート、ウェブ・プレートおよび縦補剛材内で、残留応力の分布形状を台形分布とみなした⁸⁾。そして、フランジおよびウェブ・プレートの圧縮残留応力度 σ_{rc} および縦補剛材先端の圧縮残留応力度 σ_{rcs} は、 σ_y を降伏点とすると、それぞれ $0.4 \sigma_y$ および $0.25 \sigma_y$ とした。また、縦補剛材の取付位置および箱形断面の隅角部では、 σ_y に等しい引張残留応力度を仮定した。

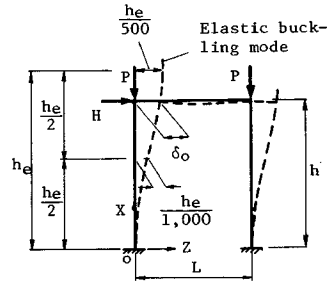


Fig. 2 Dimension of steel frame and pattern of initial deflection.

(3) ラーメンの限界状態と限界強度の求め方

局部座屈が無視できない薄肉箱形部材からなるラーメンの限界強度の上限値としては、文献 10) を参考にして、ある部材断面の終局状態を表わす第一塑性ヒンジ荷重を用いた。

そして、軸方向圧縮力 N と曲げモーメント M とが作用する部材断面の終局状態を求める条件としては、文献 12)~13) に示した圧縮と曲げとを受ける箱形短柱の終局強度相関曲線を用いた。この相関曲線は、次のように一般表示できる。

$$M/M_p = k_{p1} \cdot F\{(N/P_y)/k_{p1}\} \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 M_p および P_y はそれぞれ断面の全塑性モーメントおよび降伏荷重で、 k_{p1} は Appendix に示す純圧縮を受ける箱形短柱の無次元終局強度である^{(11), (13)}。

また、スレンダーなラーメンで柱部材の軸方向圧縮力が卓越する場合、部材断面が終局状態に達する前に、 $P-\delta$ 効果に起因してラーメンが不安定現象を呈することもある。この場合、水平変位に関するノルムを求め、それが発散するときの荷重を限界荷重とした。

このようにして、ラーメンの限界荷重としては、ある部材断面の終局状態、または、ラーメン全体の不安定状態に相当する荷重のどちらか小さい方の値として得られる。

以上に述べた解析法の妥当性は、文献 8) および 10) に示したように、薄肉鋼製ラーメンの耐荷力実験結果との対比を行って確認している。

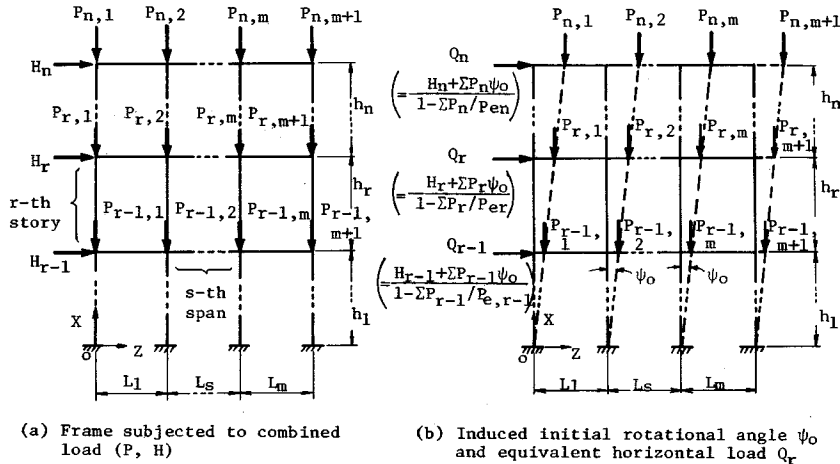


Fig. 3 Induced initial rotational angle ψ_0 and equivalent horizontal load Q_r for frame with multi-story and -span subjected to combined loads.

3. 修正 $P-\delta$ 法による限界強度算定法の検討

Fig. 3 (a) に示すように、鉛直と水平の組合せ荷重 (P, H) を受け、各節点で剛結された柱とはりとの剛比に著しい差異がない n 層 m 径間の鋼製ラーメンを対象とし、一次理論をもとにした $P-\delta$ 法によるラーメンの耐力力算定法^{3), 7)} について検討する。

(1) 換算水平荷重 Q_r の導入

まず、初期不整や $P-\delta$ 効果によるラーメンの耐力力の低下を修正 $P-\delta$ 法で考慮できるように、Fig. 3 (b) に示すラーメンの第 r 層目に作用する水平荷重 H_r を、次のように仮定した換算水平荷重 Q_r に置換した。

$$Q_r = [H_r + (\sum_{s=1}^{m+1} P_{r,s})\psi_0] / [1 - (\sum_{s=1}^{m+1} P_{r,s}) / P_{er}] \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 ψ_0 : 初期不整を考慮するための柱の初期部材回転角、 P_{er} : ラーメンの第 r 層目の柱に等しい圧縮力が作用し、柱が同時に座屈するとしたときの第 r 層目の弾性座屈荷重、 $\sum P_{r,s}$: 多層ラーメン第 r 層上に作用する鉛直荷重の総和。また、上式の分母の $1 - (\sum P_{r,s}) / P_{er}$ は、通常の $P-\delta$ 法のような一次理論による繰り返し計算を避けるために導入した増幅係数 (Amplification factor) である。

(2) 弾性座屈荷重 P_{er} の求め方

変断面ラーメンや複雑な形状のラーメンの場合、式(2)中の弾性座屈荷重 P_{er} を求めることが難しくなるため、本文では、CRC¹⁵⁾ や SSRC¹⁶⁾ などの鋼構造設計マニュアルに示された多層ラーメンの第 r 層層目 (Fig. 4 参照) に対する P_{er} の図式算定法を用いるようにした。すなわち³⁾,

$$P_{er} = \pi^2 E \sum_{s=1}^{m+1} I_{cr,s} / (\beta h_r)^2 \dots \dots \dots (3)$$

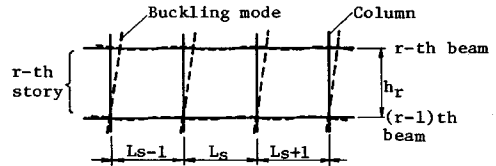


Fig. 4 Sway buckling of columns in r -th story of multi-story and -span frame.

ここに、

$\sum I_{cr,s}$: 第 r 層目の柱の平均断面 2 次モーメントの総和

h_r : 第 r 層目の柱の高さ

$$\beta = h_e / h_r \dots \dots \dots (4)$$

: 第 r 層目の柱の有効座屈長係数

そして、柱の有効座屈長係数 β は、次の座屈条件式から求められる¹⁵⁾。

$$\frac{K_r \cdot K_{r-1} \cdot (\pi/\beta)^2 - 36}{6(K_r + K_{r-1})} = \frac{\pi/\beta}{\tan(\pi/\beta)} \dots \dots \dots (5)$$

ただし、

i) 第 r 階層目の柱部材の単位長さ当たりの総剛比 C_r :

$$C_r = \sum_{s=1}^{m+1} I_{cr,s} / h_r \dots \dots \dots (6)$$

ii) 第 r 層目のはりの単位長さ当たりの総剛比 B_r :

$$B_r = 2 \sum_{s=1}^{m+1} (I_{br,s} / L_s) \dots \dots \dots (7)$$

ここに、

L_s : 第 s 径間目のはりのスパン

$I_{br,s}$: 着目する第 r 層目の上側に取り付けられた第 s 径間目のはりの平均断面 2 次

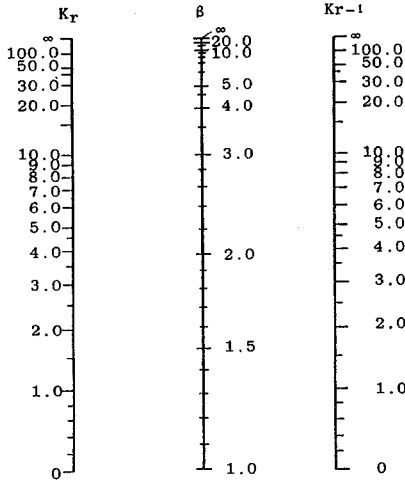


Fig. 5 Nomograph for determining effective buckling length of columns in frames with side way buckling¹⁵⁾.

モーメント

iii) 第 r 層目のはり柱との相対曲げ剛比 K_r ¹⁵⁾ :

$$K_r = (C_r + C_{r+1}) / B_r \dots \dots \dots (8)$$

上記の式 (5) から β を解析的に求めるのは煩雑であるので、第 r 層目と第 $r-1$ 層目における相対曲げ剛比 K_r および K_{r-1} をパラメーターとしたノモグラフが、Fig. 5 のように与えられている^{3), 15), 16)}.

(3) 限界強度の求め方

作用鉛直荷重 P_r と式 (2) より得られる換算水平荷重 Q_r とをラーメンの各層に作用させて弾性一次解析を行えば、ラーメンの限界強度の近似解が求められる。

その際、ラーメンのある部材断面が終局状態に至ったときをラーメンの限界状態とした^{8), 10)}。具体的に、軸方向圧縮力 N と曲げモーメント M とを受ける部材断面の終局状態の判定方法には、式 (1) の相関曲線^{12), 13)} を次のように簡略化して用いることにした。

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= (k_{\rho 1} - \bar{N}) \cdot \frac{\bar{M}_{fP}}{P_{fy}}, (k_{\rho 1} \cdot \bar{P}_{wy} \leq \bar{N}) \\ &= k_{\rho 1} \cdot (\bar{M}_{fP} + \bar{P}_{wy}) - \bar{N}, \left(\frac{5}{8} k_{\rho 1} \cdot \bar{P}_{wy} \leq \bar{N} < k_{\rho 1} \cdot \bar{P}_{wy} \right) \\ &= k_{\rho 1} + \frac{8\bar{M}_{fP} + 3\bar{P}_{wy} - 8}{5\bar{P}_{wy}} \cdot \bar{N}, \left(0 \leq \bar{N} < \frac{5}{8} k_{\rho 1} \cdot \bar{P}_{wy} \right) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (9 \cdot a \sim c)$$

$$\left. \begin{aligned} \bar{M} &= M / M_p, \bar{N} = N / P_y, \bar{P}_{fy} = P_{fy} / P_y \dots \dots (10 \cdot a \sim e) \\ \bar{P}_{wy} &= P_{wy} / P_y, \bar{M}_{fP} = M_{fP} / M_p \end{aligned} \right\}$$

$$\left. \begin{aligned} P_{fy} &= 2 \cdot B \cdot t_f \cdot \sigma_{fy} \\ P_{wy} &= 2 \cdot n_f \cdot h_{fs} \cdot t_{fs} \cdot \sigma_{fy} \\ &\quad + 2 \cdot (D \cdot t_w + n_w \cdot h_{ws} \cdot t_{ws}) \cdot \sigma_{wy} \\ P_y &= P_{fy} + P_{wy}, M_{fP} = B \cdot t_f \cdot (D + t_f) \cdot \sigma_{fy} \end{aligned} \right\} \dots \dots (11 \cdot a \sim c)$$

ここに、

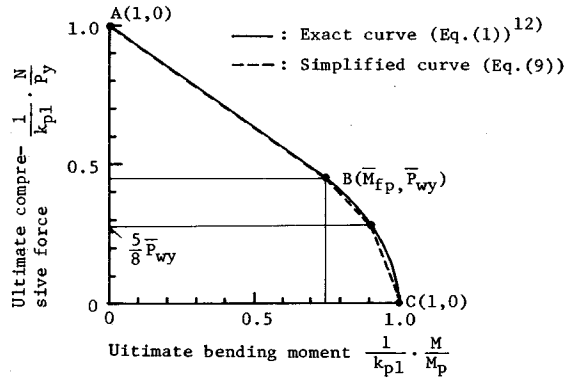


Fig. 6 Ultimate interaction curve of thin-walled box cross-section for calculating critical strength of frame by modified $P-\delta$ method.

σ_{fy}, σ_{wy} : フランジおよびウェブ・プレートの降伏点

B, t_f : フランジ・プレートの全幅と板厚

D, t_w : ウェブ・プレートの高さおよび板厚

n_f, h_{fs}, t_{fs} : フランジ・プレートの縦補剛材本数とその高さおよび板厚

n_w, h_{ws}, t_{ws} : ウェブ・プレートの縦補剛材本数とその高さおよび板厚

式 (9) の相関曲線を $(1/k_{\rho 1}) \cdot (M/M_p)$ と $(1/k_{\rho 1}) \cdot (N/P_y)$ との関数としてプロットしたものを、Fig. 6 に示す。

(4) 初期部材回転角 ψ_0 の取り方

初期不整および $P-\delta$ 効果によるラーメンの耐荷力の低下を、式 (2) 中の初期部材回転角 ψ_0 に含めるため、等断面のはり・柱部材からなる一層門形ラーメンに鉛直

Table 1 Height, span, elastic buckling load and column slenderness of frames under analysis.

Items Model	Height h(cm)	Span L(cm)	Buckling load P_{er} (KN)	Column slenderness $\bar{\lambda}_y$
1	100	100	6,831	0.319
2	200	100	1,919	0.602
3	300	100	892	0.883

Notes; $B=167.5\text{mm}$, $D=95\text{mm}$, $t_f=t_w=4.5\text{mm}$, $\sigma_y=294\text{MPa}$, P_{er} : Eq(3).

Table 2 Comparison of critical strength of frames by modified $P-\delta$ method with F.E.M. analysis under variations of initial rotational angle ψ_0 .

Item Model	P_{cr}/P_y by modified $P-\delta$ method				P_{cr}/P_y by F.E.M. analysis
	$1/300$	$1/200$	$1/150$	$1/100$	
1	0.956	0.936	0.917	0.881	0.966
2	0.902	0.854	0.818	0.755	0.850
3	0.774	0.717	0.673	0.604	0.674

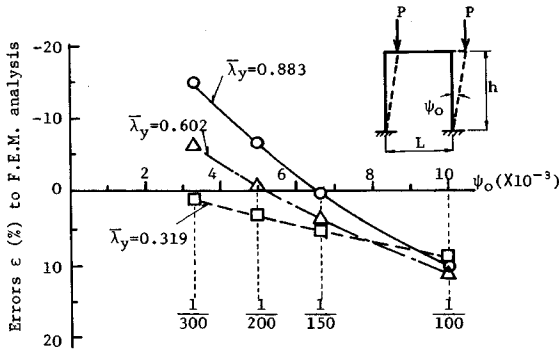


Fig. 7 Relationship between initial rotational angle ψ_0 and errors of critical strength of frames by modified $P-\delta$ method using F.E.M. analysis.

荷重のみを作用させて F.E.M. 解析を行い、その限界強度 $(P_{cr})_F$ と上述の修正 $P-\delta$ 法によって求めた限界強度 $(P_{cr})_M$ とを比較する。ただし、 $P-\delta$ 効果が大きく現われて崩壊に至るラーメンに対しても修正 $P-\delta$ 法の精度を検討するため、式 (1) あるいは式 (9) において、局部座屈に対する低減係数 k_{pl} をすべて 1 に設定した。

対象としたラーメンの骨組寸法および断面寸法などは Table 1 に示すとおりであり、柱の細長比パラメーター $\bar{\lambda}_y = \sqrt{P_{er}/P_y}$ (12) を、0.319, 0.602 および 0.883 と変化させた。F.E.M. 解析および修正 $P-\delta$ 法によって得られた限界強度を Table 2 に示す。

一方、F.E.M. による解析結果 $(P_{cr})_F$ に対する修正 $P-\delta$ 法による解析結果 $(P_{cr})_M$ の誤差を $\epsilon = |1 - (P_{cr})_M / (P_{cr})_F| \times 100 (\%)$ (13) から求め、初期部材回転角 ψ_0 と $\bar{\lambda}_y$ とによる ϵ の変動を、Fig. 7 にプロットする。

この図から、 ψ_0 および $\bar{\lambda}_y$ の増大に伴って誤差 ϵ は単調に増加するが、修正 $P-\delta$ 法に用いるべき ψ_0 値として $1/150$ をとれば、F.E.M. 解析に対して $0 \sim 5\%$ 程度の誤差内で、ラーメンの限界強度を安全側に求められることがわかる。このとき、F.E.M. 解析で仮定したラーメン柱頭部の初期たわみは δ_0 は柱高さの約 $1/500$ であり、 $\psi_0 = 1/150$ のうち、残りの約 $1/214$ が一次理論によって考慮できない残留応力や $P-\delta$ 効果の影響を表わしていることになる。

これらの結果に基づき、以下では $\psi_0 = 1/150$ としてパラメトリック解析を進める。

4. 各種ラーメンの限界強度に関するパラメトリック解析結果と修正 $P-\delta$ 法との比較

(1) 鉛直荷重のみを受ける変断面ラーメンの柱の降伏荷重比の影響

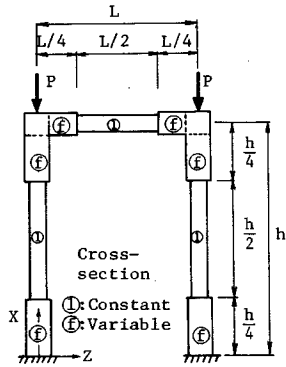


Fig. 8 Portal frame with variable cross-section.

Table 3 Cross-sectional dimensions, yield stress and squash force of portal frames with variable cross-section.

Items Cross-section	Dimensions (mm)				Yield stress σ_y (MPa)	Squash force P_y (KN)
	B	D	t_f	t_w		
①	167.5	95.0	6.00	6.00	294	926
②	167.5	95.0	6.50	6.50	319	1,088
③	167.5	95.0	7.00	7.00	343	1,264
④	167.5	95.0	7.50	7.50	368	1,450
⑤	167.5	95.0	8.00	8.00	692	1,646

Notes; $h=2400\text{mm}$, $L=1,000\text{mm}$, $k_{pl}=1.0$ (Eq.(A.1))

Table 4 Comparison of critical strength of frames by F.E.M. analysis with several methods due to squash force ratio P_{yf}/P_{y1} of cross-section.

Items ①	P_{yf}/P_{y1}	Critical strength P/P_{y1}			
		F.E.M. analysis	JSHB's method	Eigen value's method	Modified P- δ method
①	1.00	0.781	0.658	0.725	0.770
②	1.17	0.869	0.668	0.733	0.850
③	1.36	0.900	0.677	0.742	0.854
④	1.56	0.919	0.687	0.749	0.857
⑤	1.78	0.933	0.696	0.757	0.860

Fig. 8 に示すように鉛直荷重のみを受ける変断面門形ラーメンの F.E.M. 解析を行い、断面 1 と断面 f (=2~5) の降伏荷重比 P_{yf}/P_{y1} による修正 $P-\delta$ 法の誤差 ϵ の変動を調べた。ここで、限界強度の近似計算法としては、修正 $P-\delta$ 法のほかに、簡略化した有効座屈長を用いた JSHB¹⁾の方法と固有値解析に基づく有効座屈長とを用いた固有値法¹⁴⁾についても検討した。門形ラーメンの部材断面寸法 (断面番号 $f=1 \sim 5$) は、Table 3 に示すとおりであるが、すべて $k_{pl}=1.0$ と仮定する。

F.E.M. 解析および 3 つの近似計算法によるラーメンの限界強度 P_{cr}/P_{y1} を Table 4 に示す。また、誤差 ϵ と P_{yf}/P_{y1} との関係を示す Fig. 9 にプロットする。

これらの図表からわかるように、修正 $P-\delta$ 法の誤差 ϵ は、降伏荷重比 P_{yf}/P_{y1} にかかわらず最大 5% 程度で

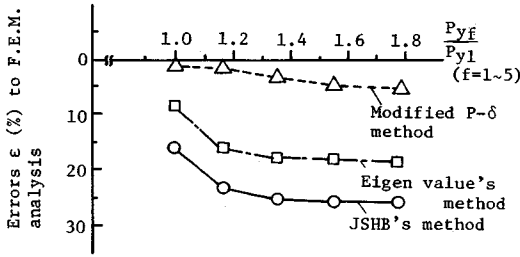


Fig. 9 Deviations of critical strength of frames by approximate method from F.E.M. analysis.

あり、F.E.M. 解析に対して精度のよい値を与えている。ところが、JSHBの方法および固有値法では、ラーメンの耐荷力を求める際、変断面性を良好に反映できず、F.E.M. 解析に対して、それぞれ15~25%および7~18%もの安全側の限界強度を与えることがわかる。

(2) 鉛直荷重のみを受ける二層門形ラーメン、および、独立柱を有する一層門形ラーメン

Fig. 10 に示すような鉛直荷重 P を受ける二層の門形ラーメン (Model 1~2)、および、独立柱を有する一層門形ラーメン (Model 3~4) の F.E.M. 解析を行い、修正 $P-\delta$ 法と JSHB の方法および固有値法とを比較した。ラーメン部材は、等断面 (断面①=②=③, Model 1, 3) および変断面 (断面①=④<②=⑤, Model 2, 4)

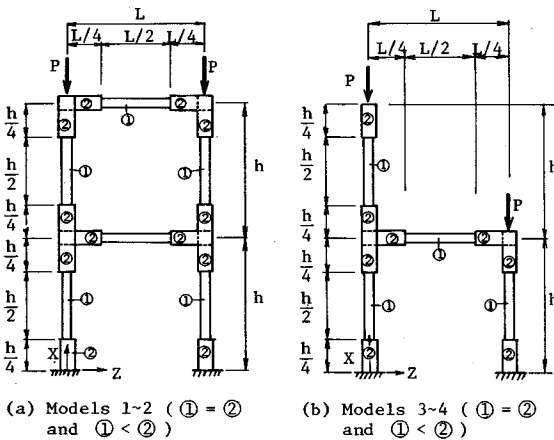


Fig. 10 Analytical models of 2-story portal frame and 1-story frame with independent column (Models 1~4).

Table 5 Cross-section of 2-story portal frame and 1-story frame with independent column (Models 1~4).

Items	Dimensions (mm)				Yield stress σ_y (MPa)	Squash force P_y (KN)
	B	D	t_f	t_w		
①	167.5	95.0	4.50	4.50	294	695
②	167.5	95.0	6.00	6.00	294	926

Table 6 Comparison of critical strength of frames by F. E. M. with approximate methods due to column slenderness h/r_y .

Model	Items	Critical strength of frames P_{cr}/P_{y1}			
		F.E.M. analysis	JSHB's method	Eigen value's method	Modified P- δ method
1	13.95	0.988	0.972	0.955	0.931
	24.42	0.958	0.869	0.881	0.886
	34.88	0.919	0.738	0.810	0.833
2	13.95	0.991	0.983	0.968	0.953
	24.42	0.988	0.888	0.899	0.923
	34.88	0.966	0.794	0.834	0.888
3	13.95	0.951	0.908	0.880	0.932
	24.42	0.812	0.757	0.723	0.811
	38.88	0.646	0.606	0.600	0.671
4	13.95	0.988	0.924	0.880	0.932
	24.42	0.899	0.785	0.759	0.859
	38.88	0.724	0.647	0.641	0.747

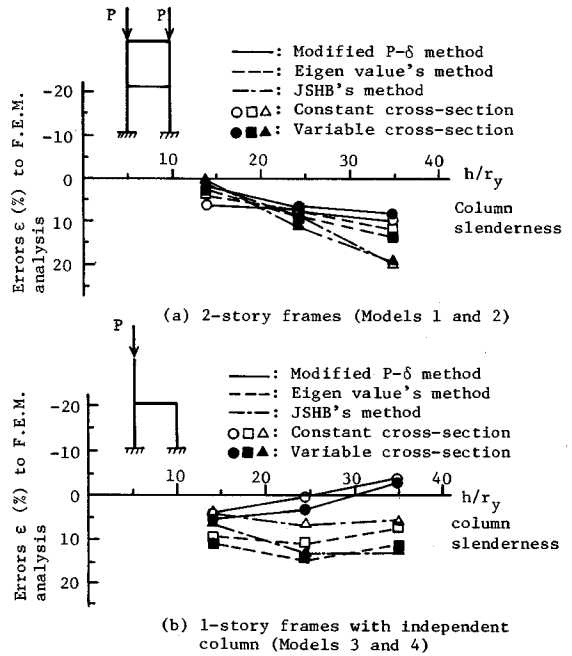


Fig. 11 Deviations of critical strength of frames by approximate methods from F.E.M. analysis.

とし、柱の細長比 h/r_y を 14~35 の範囲で種々変化させた。ここに、 r_y は断面 2 次半径である。また、断面 ④ および ⑤ の寸法諸元などは、Table 5 に示すとおりである。

F.E.M. 解析および各種近似計算法による限界強度を Table 6 に示し、F.E.M. 解析に対する各種近似計算法の誤差 ϵ を細長比 h/r_y の関数として、Fig. 11 にプロットする。

これらの図表からわかるように、二層門形ラーメンおよび独立柱を有する一層門形ラーメンに対して、修正 $P-\delta$ 法の誤差 ϵ は、それぞれ 2~8% および -5~5%

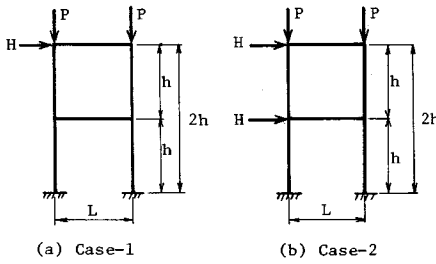


Fig. 12 Loading conditions for 2-story frames subjected to combined loads.

Table 7 Analytical cases for 2-story frames.

Column slenderness h/r_y	Cross-section of members	Load ratio α_c	Loading condition
13.95	Constant cross-section	0.20 ~ 0.57	Case-1 (Fig. 12(a))
24.42		1.00 ~ 2.57	
34.88	Variable cross-section (Fig. 10)	4.91 ~ 9.89	Case-2 (Fig. 12(b))

の範囲に分布しており、この方法を用いると部材の変断面面性および細長比に左右されずにラーメンの限界強度が精度よく求められる。

一方、JSHBによると、二層門形および独立柱を有する一層門形ラーメンに対する誤差 ϵ は、それぞれ 1~20% および 5~13% の範囲に分布している。特に、二層門形ラーメンの場合、柱の細長比が大きくなると、誤差が大きくなる傾向にある。また、固有値法では、JSHBの方法に比べて、誤差の分布範囲が 3~12% と小さく、比較的精度のよい結果を与えることがわかる。

(3) 鉛直・水平の組合せ荷重を受ける二層門形ラーメン

Fig. 12 に示すように、鉛直と水平の組合せ荷重 (P, H) を受けている二層門形ラーメンに対して、F.E.M. によるパラメトリック解析を行い、修正 $P-\delta$ 法の妥当性を調べた。

解析では、Table 7 に示すように、柱高さを 3 種類、部材としては Fig. 10 (a) および Table 5 に示したように等断面と変断面の 2 種類、荷重比 α_c

$$\alpha_c = (P/P_y)/(H/H_b) \dots \dots \dots (14)$$

を 3 種類、合計 36 ケースを組み合わせた。ここに、 H_b : 水平荷重 H のみを受けるラーメンの第一塑性ヒンジ荷重、 P_y : 柱の降伏荷重。

これらの結果を、荷重比 α_c と F.E.M. 解析に対する修正 $P-\delta$ 法の誤差 ϵ との関係としてプロットすれば、Fig. 13 が得られる。ここに、誤差 ϵ は、以下の諸式から求めた。

$$\epsilon = \left\{ \frac{(l_{cr})_F - (l_{cr})_M}{(l_{cr})_F} \right\} \dots \dots \dots (15 \cdot a \sim c)$$

$$(l_{cr})_F = (P_{cr}/P_y)_F \cdot \sqrt{1 + \alpha_c^2}$$

$$(l_{cr})_M = (P_{cr}/P_y)_M \cdot \sqrt{1 + \alpha_c^2}$$

h/r_y	Constant cross-section	Variable cross-section
13.95	○	●
24.42	□	■
34.88	△	▲

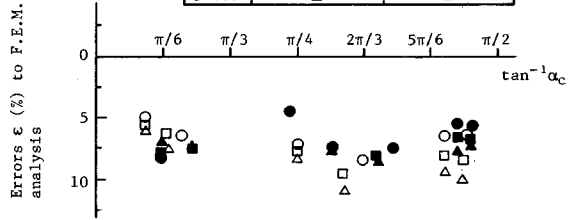


Fig. 13 Deviations of critical strength of 2-story frames by modified $P-\delta$ method from F.E.M. analysis due to load ratio α_c .

上式中の $(P_{cr}/P_y)_F$ および $(P_{cr}/P_y)_M$ は、それぞれ F.E.M. 解析および修正 $P-\delta$ 法によって得られるラーメンの鉛直限界強度である。

この図から、F.E.M. 解析に対する本近似計算法の誤差 ϵ は 5~11% と安全側で、 α_c の値にかかわらず、 ϵ はほぼ均一に分布していることがわかる。したがって、本近似計算法は、鉛直・水平の組合せ荷重を受ける 2 層ラーメンに対する限界強度算定法としても、十分実用に供し得ると考えられる。

5. 修正 $P-\delta$ 法のフロー・チャートおよび各種設計法との比較

(1) 修正 $P-\delta$ 法のフロー・チャート

以上の結果から、修正 $P-\delta$ 法によって求めたラーメンの限界強度は、F.E.M. による解析結果と良好に一致しており、各種形式の実験的なラーメンの限界強度の近似算定法として十分に実用に供し得るものと思われる。

修正 $P-\delta$ 法を用い、ラーメンの限界強度を求めるためのフロー・チャートを Fig. 14 に示す。

図中の弾性一次計算に際し、不静定次数の低い単純なラーメン構造物に対しては構造力学の諸公式集が有効となる。また、高次の不静定ラーメンや変断面部材からなるラーメンに対しては、通常的设计で用いられている骨組解析用の汎用プログラムが利用できる。

(2) 修正 $P-\delta$ 法と JSHB および DIN 18800 Teil II との比較

これまでに述べてきた修正 $P-\delta$ 法、有効座屈長を用いた JSHB¹⁾、および、DIN 18800 Teil II³⁾ の設計基準における耐荷力算定法を比較するため、Fig. 8 に示した変断面の門形ラーメンに組合せ荷重 (P, H) を作用させ、F.E.M. 解析を別途行った。

DIN 18800 では、本文と同様な一次理論を用いた $P-\delta$ 法が示されているが、換算水平荷重 Q_r としては、

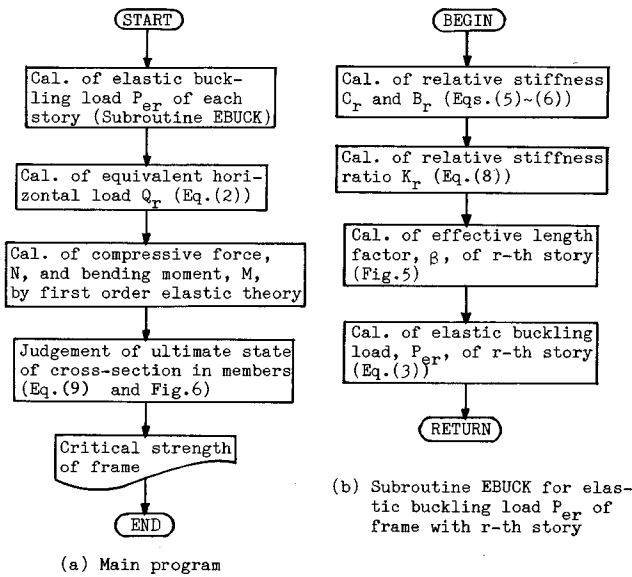


Fig. 14 Flow chart for calculating critical strength of thin-walled steel frames by modified $P-\delta$ method.

式 (2) とは若干異なった次式が示されている。

$$Q_r = H_r / [1 - (\sum_{s=1}^{m+1} P_{r,s}) / P_{er}] + (\sum_{s=1}^{m+1} P_{r,s}) \phi_0 \dots \dots \dots (16)$$

式 (2) と上式とを比較すればわかるように、DIN 18800 では、初期部材回転角 ϕ_0 の項に、 $P-\delta$ 効果を考慮するための増幅係数 $(1 - (\sum P_{r,s}) / P_{er})$ を考慮していない。また、 ϕ_0 値は、1/150 を基準として柱本数の関数として与えられている。

そこで、DIN 18800 と本文の修正 $P-\delta$ 法とを同一の条件のもとで比較するため、DIN 18800 を適用する場合も、ラーメンの限界強度は、3.(3) に従って求められるものとした。

解析したラーメンの骨組寸法、断面寸法、各種パラメータなどを、Table 8 に示す。式 (12) の柱の細長比パラメータ $\bar{\lambda}_y$ を 0.38 および 0.93 にとり、式 (14) の水平と鉛直との荷重比 α_c を種々変化させたときの F.E.M. 解析、修正 $P-\delta$ 法および各種設計法による限

界強度を、Table 9 ($\bar{\lambda}_y=0.38$) および Table 10 ($\bar{\lambda}_y=0.93$) にまとめた。また、これらの結果を鉛直・水平限界強度の相関曲線としてプロットすると、Fig. 15 が得られる。この図中には、F.E.M. 解析から得られる限界強度の上限値として、第一塑性ヒンジ曲線も示す。

これらの図表から、細長比パラメータ $\bar{\lambda}_y$ が 0.38 のとき、DIN 18800 の方法と修正 $P-\delta$ 法との結果はほとんど一致し、F.E.M. 解析結果との誤差は大きくても 3% 程度であることがわかる。これは $\bar{\lambda}_y$ が比較的小さいため、式 (2) における弾性座屈荷重 P_{er} が非常に大きくなり、式 (2) 右辺において $P/P_{er} \rightarrow 0$ となり、式 (16) と式 (2) とがほぼ一致するためである。

また、JSHB の方法では、変断面性を巧みに考慮できないこと、および、水平荷重のみが作用するときには、ある部材断面の一部が最初に降伏応力に達するという初期降伏荷重を限界強度の上限値としていることから、水平荷重の卓越

する範囲において F.E.M. 解析結果に対する誤差が最大 15% になる。しかし、設計の簡便さを考えると、F.E.M. 解析に対して比較的よい結果を与えているといえる。

一方、 $\bar{\lambda}_y=0.93$ となると、JSHB の場合、F.E.M. 解析に対する誤差が最大 40% にも達し、ラーメンがスレンダーになると、かなり安全側の耐荷力を与えることがわかる。また、式 (2) と式 (16) とを比較すれば明らかかなように、DIN 18800 の方法では、鉛直荷重 P_r の項に $P-\delta$ 効果を表わす拡大係数 $(1 - (\sum P_r) / P_{er})$ を考慮しておらず、鉛直荷重が卓越するスレンダーなラーメンに対しては一次理論による耐荷力算定法の適用範囲外と定め、別途、厳密な解析を行うこととしている。しかしながら、修正 $P-\delta$ 法は、この範囲でも、F.E.M. 解析結果に対して 6% 程度安全側の限界強度を与えるので、精度のよい簡便な近似計算法であるといえる。

Table 8 Cross-sectional dimensions, material properties and parameters of frames with variable cross-section under combined loads.

Items Model	Dimensions (cm)		Cross-section	Dimensions of cross-section (mm)				Parameters			Yield stress σ_y (MPa)	Critical loads	
	h	L		B	D	t_f	t_w	$\bar{\lambda}_y$	R_{fw}	k_{pl}		P_y (KN)	H_p (KN)
1	200	100	1	200	150	5.00	5.00	0.38	0.705	0.827	294	1,209	154
			2	200	150	6.67	6.67		0.527	0.917	294		
2	300	100	1	150	90	4.50	4.50	0.93	0.597	0.884	343	741	48
			2	150	90	6.00	6.00		0.446	0.951	343		

Notes; $\bar{\lambda}_y$: Eq.(12), R_{fw} : Eq.(A.3) and k_{pl} : Eq.(A.1).

Table 9 Critical strength of portal frame with variable cross-sections by approximate methods ($\bar{\lambda}_y=0.38$).

Items α_c	F.E.M. analysis		JSHB's method		DIN 18800 Teil II		Modified P- δ method	
	P_{cr}/P_{y1}	H_{cr}/H_p	P_{cr}/P_{y1}	H_{cr}/H_p	P_{cr}/P_{y1}	H_{cr}/H_p	P_{cr}/P_{y1}	H_{cr}/H_p
0	0	0.905	0	0.825	0	0.902	0	0.902
0.26	0.205	0.796	0.163	0.634	0.204	0.791	0.204	0.791
0.56	0.360	0.648	0.278	0.501	0.346	0.623	0.345	0.622
1.11	0.496	0.447	0.399	0.360	0.476	0.429	0.475	0.428
2.22	0.613	0.276	0.510	0.230	0.590	0.266	0.588	0.265
∞	0.811	0	0.707	0	0.785	0	0.780	0

Table 10 Critical strength of portal frame with variable cross-sections by approximate methods ($\bar{\lambda}_y=0.93$).

Items α_c	F.E.M. analysis		JSHB's method		DIN 18800 Teil II		Modified P- δ method	
	P_{cr}/P_{y1}	H_{cr}/H_p	P_{cr}/P_{y1}	H_{cr}/H_p	P_{cr}/P_{y1}	H_{cr}/H_p	P_{cr}/P_{y1}	H_{cr}/H_p
0	0	0.952	0	0.900	0	0.944	0	0.944
0.27	0.199	0.743	0.144	0.532	0.192	0.714	0.189	0.704
0.58	0.323	0.559	0.210	0.362	0.319	0.552	0.310	0.535
1.00	0.410	0.409	0.253	0.253	*	*	0.397	0.396
3.75	0.585	0.156	0.318	0.085	*	*	0.550	0.147
∞	0.732	0	0.351	0	*	*	0.666	0

Note; "*" is out of range in DIN 18800 Teil II.

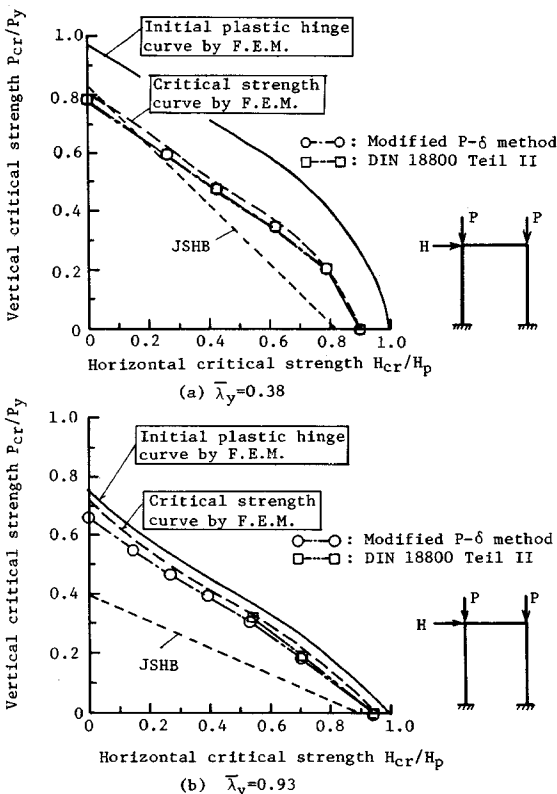


Fig. 15 Comparison of critical strength curve of portal frames by approximate methods with F.E.M. analysis.

6. まとめ

本文は、局部座屈が無視できない薄肉箱形断面を有す

る鋼製ラーメンの F.E.M. による限界強度解析を行い、一次理論を用いたラーメンの限界強度算定法について種々検討を加えたものである。本文で得られた主な結論をまとめると、以下のとおりである。

(1) 薄肉鋼製ラーメンのより簡便な限界強度算定法を模索するために、初期不整や P- δ 効果による耐力力の低下を見込んだ換算水平荷重を初期部材回転角の関数として導入し、F.E.M. によるパラメトリック解析をもとにして、一次理論を用いたいわゆる修正 P- δ 法による限界強度の近似計算法を導いた。

(2) この修正 P- δ 法を変断面ラーメンや各種形状のラーメンに適用し、F.E.M. 解析による限界強度値とを比較した結果、F.E.M. 解析に対する本法の誤差は、最大でも約 10% 程度の安全側の値を与え、十分に実用に供し得るものであることがわかった。

(3) そして、修正 P- δ 法を設計に応用するためのフロー・チャートを示した。

(4) また、変断面部材からなる複雑な形状のラーメンやスレンダーなラーメンに対しては、JSHB の耐力算定法よりも修正 P- δ 法の方が合理的であることを明らかにした。

(5) さらに、修正 P- δ 法と DIN 18800 Teil II の耐力算定法とを比較した結果、鉛直荷重に比べて水平荷重が卓越する範囲において、DIN 18800 と修正 P- δ 法とはよく一致することがわかった。

Appendix—圧縮を受ける箱形短柱の無次元終局強度 k_{p1}

圧縮を受ける無補剛あるいは補剛された箱形短柱の無

次元終局強度 $k_{\rho 1}$ は、以下の諸式から求められる^{11)~13)}。

i) 無補剛箱形断面の場合¹¹⁾：

$$k_{\rho 1} = 1.0, (R_{rw} \leq 0.3) \\ = 0.542 \cdot R_{rw}^3 - 1.249 \cdot R_{rw}^2 + 0.412 \cdot R_{rw} \\ + 0.968, (0.3 < R_{rw} \leq 1.3) \quad \dots\dots\dots (A \cdot 1 \cdot a, b)$$

ii) 補剛された箱形断面の場合¹³⁾：

$$k_{\rho 1} = 1.0, (R_{rw} \leq 0.3) \\ = 1.14 - 0.454 \cdot R_{rw}, (0.3 < R_{rw} \leq 0.8) \quad \dots\dots\dots (A \cdot 2)$$

以上の式中、 R_{rw} は、箱形断面の幅厚比パラメーターであり、次のように与えられる。

i) 無補剛の箱形断面の場合¹¹⁾：

$$R_{rw} = \frac{B}{t_f} \cdot \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k_{rw}\pi^2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_y}{E}} \quad \dots\dots\dots (A \cdot 3)$$

ここに、 μ ：ポアソン比 (=0.3)。

また、 k_{rw} は箱形短柱の座屈係数であり、

$$k_{rw} = \frac{(\alpha_f + 1/\alpha_f)^2 + (t_w/t_f)^3 (D/B) \cdot (\alpha_w + 1/\alpha_w)^2}{1 + (B/D)^3 \cdot (t_w/t_f)} \quad \dots\dots\dots (A \cdot 4)$$

$$\alpha_f = a/B, \alpha_w = a/D$$

$$a = B \cdot \left\{ \frac{1 + (D/B)^3 \cdot (t_w/t_f)^3}{1 + (B/D)^3 \cdot (t_w/t_f)^3} \right\}^{1/4} \quad \dots\dots\dots (A \cdot 5 \cdot a \sim c)$$

さらに、 σ_y は、箱形断面を構成する板要素の断面積比に応じて換算した降伏点であり、次式から求められる^{11), 13)}。

$$\sigma_y = \frac{B t_f \cdot \sigma_{fy} + D t_w \cdot \sigma_{wy}}{B t_f + D t_w} \quad \dots\dots\dots (A \cdot 6)$$

ii) 補剛された箱形断面の場合¹³⁾：

$$R_{rw} = \frac{R_f \cdot A_f + R_w \cdot A_w}{A_f + A_w} \quad \dots\dots\dots (A \cdot 7)$$

ここに、

$$A_f = B \cdot t_f + n_f \cdot h_{fs} \cdot t_{fs} \quad \dots\dots\dots (A \cdot 8 \cdot a, b) \\ A_w = D \cdot t_w + n_w \cdot h_{ws} \cdot t_{ws}$$

また、 R_f および R_w は、それぞれフランジおよびウェブ・プレートの幅厚比パラメーターであり、 k を板要素の座屈係数 (=4.0) とすると、次式で与えられる¹⁾。

$$R_f = \frac{B}{(n_f + 1)t_f} \cdot \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k\pi^2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{fy}}{E}} \quad \dots\dots\dots (A \cdot 9 \cdot a, b) \\ R_w = \frac{D}{(n_w + 1)t_w} \cdot \sqrt{\frac{12(1-\mu^2)}{k\pi^2}} \cdot \sqrt{\frac{\sigma_{wy}}{E}}$$

参 考 文 献

1) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，II. 鋼橋編，丸善，昭和55年4月。
 2) European Convention for Constructional Steelwork：European Recommendations for Steel Construction，March 1978。

3) DIN 18800 Teil II：Stabilitätsfälle，Knicken von Stäben und Stabwerken，April 1981。
 4) British Standard Institution：BS 5400，Steel Concrete and Composite Bridges，Part 3，Code of practice for design of steel bridges，April 1982。
 5) ECCS：Eurocode 3，Common Unified Code of Practice for Steel Structures，Draft，July 1983。
 6) LeMessurier，W. J.：A Practical Method of Second Order Analysis，Part 2-Rigid Frames，AISC Engineering Journal，Vol. 14，No. 2，pp. 49~67，1977。
 7) Vogel，U.：Simplified Second Order Elastic-Plastic Analysis，Third International Colloquium，Stability of Metal Structures，Toronto，Canada，pp. 377~387，May 1983。
 8) Nakai，H.，Miki，T. and Ohgaki，K.：An Analytical Method for Critical Strength of Thin-Walled Steel Frames，Memoirs of the Faculty of Engineering，Vol. 26，Osaka City University，pp. 233~250，Dec. 1985。
 9) Nakai，H.，Emi，S. and Miki，T.：In-Plane Critical Strength of Thin-Walled Steel Frames Subjected to Vertical Loads，Proc. of JSCE，Structural Eng./Earthquake Eng.，Vol. 3，No. 1，pp. 75~84，April 1986。
 10) Nakai，H.，Kitazawa，M. and Miki，T.：A Study on Critical Strength of Thin-Walled Steel Frames Subjected to Combinations of Vertical and Horizontal Loads，Proc. of JSCE，Structural Eng./Earthquake Eng.，Vol. 3，No. 1，pp. 147~157，April 1986。
 11) Nakai，H.，Kitada，T. and Miki，T.：Ultimate Strength of Thin-Walled Box Stub-Columns，Proc. of JSCE，Structural Eng./Earthquake Eng.，Vol. 2，No. 1，pp. 25~35，April 1985。
 12) Nakai，H.，Kitada，T. and Miki，T.：Interaction Curve of Thin-Walled Box Stub-Columns Subjected to Compression and Bending for applying to Overall Buckling Analysis of Columns，Proc. of JSCE，Structural Eng./Earthquake Eng.，Vol. 2，No. 2，pp. 65~73，Oct. 1985。
 13) Nakai，H.，Kitada，T. and Miki，T.：An Experimental Study on Ultimate Strength of Thin-Walled Box Stub Columns with Stiffeners Subjected to Compression and Bending，Proc. of JSCE，Structural Eng./Earthquake Eng.，Vol. 2，No. 2，pp. 87~97，Oct. 1985。
 14) 井上純三・竹中秀夫・長谷川彰夫・西野文雄・有効座屈長を用いた部材設計の全体骨組耐荷力に関する精度，構造工学論文集，土木学会，Vol. 31 A，pp. 123~132，1985年3月。
 15) Column Research Council：Guide to Design Criteria for Metal Compression Members，Crosby Lockwood & Son Ltd，1960。
 16) Johnston，B. G.：Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures，Structural Stability Research Council，Third Edition，John Willey & Sons，1976。

(1986. 4. 7・受付)