
研究展望
委員会報告

研究展望

座屈設計研究に関する現状と課題

STABILITY DESIGN OF STEEL STRUCTURES —RESEARCH REVIEW—

福本 昉士*

By Yuhshi FUKUMOTO

1. はじめに

構造物の機能あるいは安全性を支配する各種の限界状態に対して所定の信頼性レベルを確保するように意図した限界状態設計法が多く、多くの国の設計示方書に反映されつつある。この限界状態のうち、終局限界状態とは、作用荷重がそれ以上に増加しても構造物は抵抗できない状態あるいは構造物の大変形、大変位などにより構造物の安定性が失われる状態であり、構造物を構成する構造システム、部材、板要素が崩壊するまでの実際の荷重・変形挙動をより忠実に求めることによってその実体が明らかにされる。

鋼構造物では、圧縮力、圧縮応力の作用のもとでは座屈崩壊によって終局強度が決まる場合が一般的であり、材料の高性能化、作用応力の増大、薄肉断面の採用によって、この傾向はますます強くなってきている。

座屈を伴う構造物の終局強度は使用材料の非線形性、降伏現象、幾何学的非線形性、構造物のもつ初期不整（残留応力や初期変形など）、荷重の偏心作用などにより、座屈理論で扱う狭義の意味の線形固有値問題（つり合いの分岐点問題）として得られる座屈強度のみによっては精度よく評価することに無理が生じ、しばしば複合非線形問題としてとらえ、崩壊メカニズムを対象にした最大強度、耐荷力、後座屈強度を含めた座屈耐荷力として広くとらえることになる。

しかしながら、実際の構造物では、解析上の幾多の仮

定はもとより、初期不整量の大きさのばらつきが影響し、理論値そのものの精度に一定の限界があり、さらに理論に基づく耐荷力評価式が得られたとしても、一般にその表現は精度を高めれば高めるだけ複雑となり、実用のための基準強度算定式としては不都合の場合が多い。一方、実験データベースから耐荷力の統計的性質を明らかにするため、耐荷力データの収集、編集、蓄積、分析を行い、耐荷力を推定するのに信頼に足る情報を提供し、また提案された個々の基準強度式との比較から抵抗強度の変動性を確率論的に評価することが行われている。また、理論解の入力値となるべき、材料特性、幾何学的特性、初期不整にランダムな実験データを用い、それに基づいて理論解を得る一種のシミュレーション手法がある。

座屈設計のための耐荷力の評価式は、理論解、実験データの変動性を参考にして強度の平均値、下限値、強度の信頼性を表わす度合による強度特性値（例えば特性値より小さい値が得られる確率が5%）などによって決められるが、現在、各種示方書に採用されている一般的な表示方式は、弾性座屈強度と材料の降伏点強度、断面の塑性強度を主な変数とし、これに、構造物の幾何学的特性、初期不整量の大きさに関係した変数を加えた関数関係として扱っている。

SSRC（北米構造安定研究評議会、本部リーハイ大学）が中心となって、各国の研究者の分担による各国示方書の構造設計のアプローチの比較、座屈関連規定の対比、相違点の背景、問題点の共同研究の可能性などについて、わが国、北米、西欧、東欧、中国、豪州の地域別研究調査が進められており、その成果は *Stability of Metal Structures, A World View*, 2nd ed. として近く刊行の予定である。

* 正会員 Ph. D., 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科
(〒565 吹田市山田丘2-1)

Keywords: buckling, ultimate strength, stability design, steel structures

土木学会鋼構造委員会においては、昭和57年12月に設置された「座屈設計のガイドライン」作成小委員会（委員長 福本晴士）において構造各論の座屈強度、耐荷力に関する最近の研究成果を理解しやすいようにまとめ、さらに構造設計示方書に含まれる座屈関連規定の根拠を明らかにするとともに設計基本式の適用を誤まることなく、正しく安全照査が行えるように心がけられている。目下編集の最終段階に入り作業が進められている。

また、同じく昭和59年4月に設置された鋼構造物設計小委員会（委員長 西野文雄）において既存の内外の関連設計基準の条項を精選、取捨選択する形で鋼構造物設計指針の枠組みを完成させ、設計指針の改善を図り、目下編集作業が進められている。

土木学会年次学術講演会の座屈・耐荷力の分類の中での発表件数は過去5年間で平均40件/年、また構造工学シンポジウムでは年間15件に上り、その内容は解析、実験、設計と多岐にわたり、多くの興味ある成果が含まれている。座屈設計を意図した設計強度式、終局限界状態設計法に結びつく積極的な提案が今後とも望まれる。

本論文は座屈設計研究の最近の動向の紹介といった内

容を考えているが、その対象とする分野はきわめて広く、そのすべてを概観することにはおのずから無理がある。ここでは、座屈設計に向けての耐荷力評価式を扱っている論文を中心に、通常の柱、はり、板、プレートガーダといった基本的なごく限られた範囲の研究成果の展望を行っている。また、各国で検討している耐荷力関連規定のうち、最近の特徴あるものをも紹介している。

2. 柱

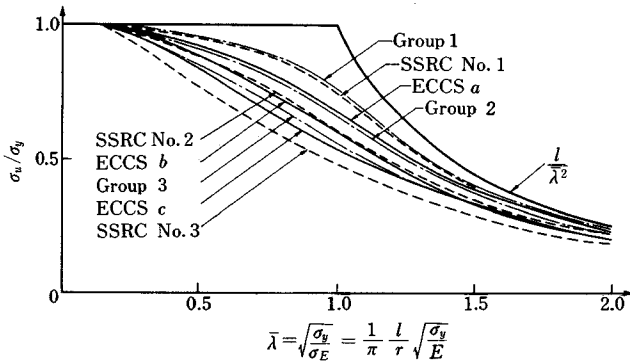
(1) 柱の複数基準強度曲線

近年、種々の断面形、鋼種および製作方法の異なる柱の耐荷力についての研究が進むにつれて、中心軸圧縮強度がこれらの要因によりかなり異なることが明らかにされてきた。この結果、一本の基準強度曲線で代表させるのは合理的でないとして、また、設計により多様性をもたせるように複数の強度曲線を採用することが世界的傾向にある。代表的なものとしてECCS（欧州鋼構造連合、曲線 $a_0, a \sim d$ ）¹⁾とSSRC（前出、曲線 No.1~3）²⁾の提案式であり、ECCS曲線はEurocode 3⁴⁾、西欧、東欧の各国の設計示方書に採用されている。これらの複数強度曲線式は主としてコンピュータによるシミュレーショ

表一 柱設計のための選択表

Selection parameter				ECCS		SSRC				Proposed					
				DL	DH	AL	AH	DL*	DH**	AL*	AH**	DL	DH	AL	AH
Rolled H	light	major	$h/b > 1.2$	a	a_0	a	a_0	2	1	1	1	1	1	1	1
			$h/b \leq 1.2$	b	a	a	a_0								
	minor	$h/b > 1.2$	b	a	b	a	2	1	1	1	1	1	1	1	1
		$h/b \leq 1.2$	c	b											
heavy			d			3	1	1	1	3	2	1	1		
Welded H	light	flame-cut	major	b	a	a	a_0	2	2	1	1	2	2	1	1
			minor			b									
	universal mill	major	b	a	a	a	3	1	1	1	3	3	1	1	
		minor	c	b	b		2								
	heavy	flame-cut	major	c				2	1	1	1	2	2	1	1
			minor					2							
universal mill	major	c				3	1	1	1	3	2	1	1		
minor	d					2									
Massive soild								2	1	1	1	1	1	1	1
Circular and Square Tubes	rolled			a	a	a	a	1	1	1	1	1	1	1	1
	welded			a	a	a	a	2	1	1	1				
T, L, C				c				3				2			
Welded box	flame-cut			b	a	a	a_0	2	2	1	1	2	1	1	1
	universal mill							2				3			

D =as-delivered, A =annealed, $L = \sigma_y \leq 400N/mm^2$, $H = \sigma_y > 400N/mm^2$, $L^* = A7, A36$ steel, $H^{**} = A514$ steel. light = $t \leq 40mm$, heavy = $t > 40mm$, h =cross sectional height, b =flange width.



図一 鋼柱の基準耐力曲線の比較



図二 弾性回転拘束柱

ン解析結果をもとにしており、実験結果は解析結果を補強する意味で使われている。文献3), 4) はわが国(510体), 西欧(1018体), 北米(137体)の計1665体の柱の圧縮実験結果をもとに複数曲線の合理性およびその分類と選択する強度式などについて実証的に検討し、提案している。これによると、ECCS 曲線は実験値を、用いた鋼種の保証降伏点応力度で無次元化する限り、分類断面形に対してほぼ実験値の下限値を与えている。一方、SSRC 曲線は実験値を鋼種の実測降伏点応力度で無次元化すると、分類断面形に対して実験値の平均値や下限値を代表したりで、断面形が適切に分類されていないことがわかる。文献3), 4) では鋼柱の強度をグループ1, 2, 3に分け、各曲線に適合する主な断面形を定めECCS, SSRC と対比して表一のように示している。また、各グループの平均値曲線をペリー・ロバートソン形公式の式(1)の係数 α 、 $\bar{\lambda}_0$ を表二のように与え⁹⁾、ECCS, SSRC で採用している係数も併せて示してある^{6), 7)}。

$$\bar{\lambda} \leq \bar{\lambda}_0 \text{ のとき } \frac{\sigma_u}{\sigma_y} = 1.0$$

$$\bar{\lambda} > \bar{\lambda}_0 \text{ のとき}$$

$$\frac{\sigma_u}{\sigma_y} = \frac{1}{2\bar{\lambda}^2} \left[1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2 - \sqrt{1 + \alpha(\bar{\lambda} - \bar{\lambda}_0) + \bar{\lambda}^2}^2 - 4\bar{\lambda}^2} \right] \quad \dots\dots\dots(1)$$

ここに、 $\bar{\lambda} = \sqrt{\sigma_y/\sigma_E} = (1/\pi)(\sqrt{\sigma_y/E})(l/r)$ 、 σ_E : オイラー座屈応力、 l/r : 注目している断面主軸に関する細長比。これらの強度曲線を比較すると図一のようなになる。

表一、図一から、

SSRC 1, ECCS a_0 グループ1

SSRC 2, ECCS a, b グループ2

SSRC 3, ECCS c, d グループ3

の3つの強度群にほぼ分けることができよう。なお、わが国の道路橋示方書³⁶⁾の柱の許容圧縮応力度はECCS 曲線 c を安全率1.7で除した値としている。

(2) 有効座屈長さ係数

ラーメン構造内の柱のように実際の柱は他の柱やはりとして連結されている。残留応力分布、初期変形の影響により柱の強度は低下するが、他の部材と連結されている柱の両端の回転拘束の割合によって逆に上昇する傾向にある。図二に示す弾性拘束された柱の回転剛性 k と柱の全塑性モーメント M_p との比 α を弾性拘束係数とする^{8), 9)}、

$$\alpha = k/M_p \dots\dots\dots(2)$$

この弾性拘束柱の座屈耐力を求めるのに図二の長さ l の拘束柱の強度と同じ強度をもつ長さ Kl の両端ピン支持の柱に置き換える。この関係は図三の2本の強度曲線の基準細長比 $\bar{\lambda}_a$ 、 $\bar{\lambda}_b$ を用いて、有効座屈長さ係数 K 、

$$K = \bar{\lambda}_a/\bar{\lambda}_b \dots\dots\dots(3)$$

表二 式(1)の係数 α 、 $\bar{\lambda}_0$ 値

	曲線	α	$\bar{\lambda}_0$		曲線	α	$\bar{\lambda}_0$	曲線	α	$\bar{\lambda}_0$
ECCS	a_0	0.125	0.2	SSRC	1	0.103	0.15	グループ1	0.089	0.2
	a	0.206	0.2		2	0.293	0.15	グループ2	0.293	0.2
	b	0.339	0.2		3	0.662	0.15	グループ3	0.432	0.2
	c	0.489	0.2							
	d	0.756	0.2							

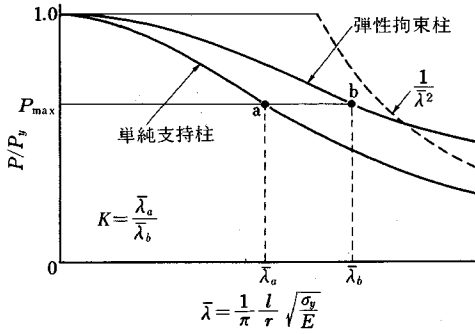


図-3 有効座屈長さ係数 K

によって定義できる^{9),47)}。いま、この係数 K がどの荷重レベルでも一定であると仮定する。次に、式 (2) の α と式 (3) の K の関係を圧延柱、溶接柱 83 本の初期不整のある柱の耐荷力に関する数値計算結果から求めると^{8),9)}、

$$\left. \begin{aligned} K &= 1.0 - 0.017\alpha && \text{ここに、} 0 \leq \alpha \leq 23 \\ K &= 0.60 && \alpha > 23 \end{aligned} \right\} \dots\dots (4)$$

の線形関係の近似式を得ている。結局、式 (2) の柱の α 値が定められ、式 (4) の K 値を用いて式 (3) から λ_a が決定できる。よって両端ピン支持柱の強度曲線から λ_a に対応する強度が弾性拘束の柱の強度として得られる。線形固有値解析から求める弾性有効座屈長さ $K_e l$ を用いて両端ピン支持柱の強度式の l に代入する一般の方法は λ の小さい、 α の大きい範囲で安全側となり、 λ の大きい、 α の小さい範囲で危険側になるとしている。

文献 10) は鉛直荷重を受ける門形ラーメンの終局強度解析を行い、耐荷力実験とあわせて固有値解析による結果とともに有効座屈長さ係数を検討している。文献 11) は骨組全体の固有値解析による有効座屈長さ係数の構造設計への適用の検討を加え、固有値法の応用を提案している。

一般の剛節ラーメン構造では、柱はり接合部は完全に剛であると仮定しているが、実際の接合部では採用する接合構造によって半剛節接合となる場合が多い。このため剛節ラーメンと仮定して求めた耐荷力は過大評価する場合があります。半剛節接合部の剛性、強度をより厳密に評価し、構造解析、設計に取り入れる必要がある。

(3) 局部座屈と全体座屈の連成強度

長さ l が一定の柱の座屈強度を断面積 A 一定、すなわち重さ一定、のもとで増大させるには、薄肉断面にして断面 2 次モーメントを大きくとる方が断面効率はよくなる。しかし、断面を構成する板要素があまり薄くなると局部座屈が生じ、柱全体の耐荷力を失うおそれがある。

文献 12) は溶接箱形断面柱を対象にその連成強度を求め、最適設計のための効率チャートを提案している。

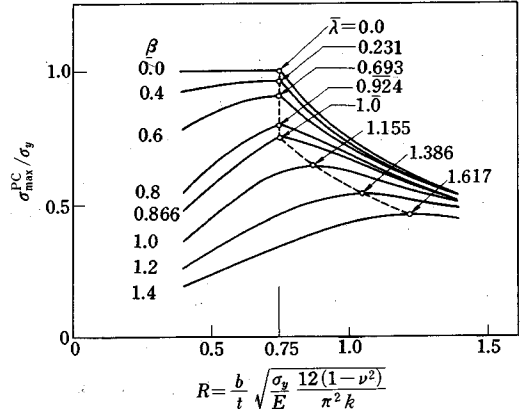


図-4 溶接正方形断面柱の効率チャート

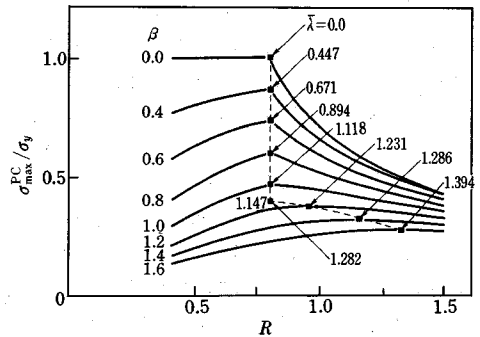


図-5 冷間成形角形鋼管柱の効率チャート

図-4 は正方形断面柱の効率チャートを示す。図の縦軸の $\sigma_{max}^{PC} / \sigma_y$ は柱の連成強度（降伏点応力度で無次元化）、横軸 R は板の幅厚比パラメーター。これより

$$\bar{\lambda} = (1/\pi) \sqrt{\sigma_y/E} \left(\frac{l}{r} \right) = \beta (1/\sqrt{R}) \dots\dots (5)$$

ここに、 $\beta = 1.131 (l/\sqrt{A}) (\sigma_y/E)^{0.75}$

このチャートから、 β —一定、すなわち柱の重さ一定、の条件のときの R と σ_{max}^{PC} の関係（実線）がわかる。点線は各実線のピーク点を結んでいる。実線のピーク点の $\bar{\lambda}$ 値を数値で示している。チャートから $\beta < 0.866$ では実線のピーク値はすべて $R = 0.75$ となっている。すなわち、柱の最適断面は、この β の範囲では構成板は局部座屈を起こさない限界幅厚比にとればよい。一方、 $\beta > 0.866$ では実線のピーク値は $R > 0.75$ となり、このときの $\bar{\lambda}$ 値も $\bar{\lambda} > 1.0$ となる。すなわち、 $\bar{\lambda} > 1.0$ では局部座屈を認める断面構成をとる方が柱の最適設計ができるとしている。 $\bar{\lambda} > 1.0$ の範囲は SM 41 では $l/r > 93$ 、SM 58 では $l/r > 67$ 、HT 80 では $l/r > 54$ となる。

文献 13), 14) は冷間成形角形および熱間成形角形鋼管柱に対する効率チャートを示している。図-5 は冷間成形柱に対するもので、 $R < 0.8$ の厚肉断面では柱の最

適設計は決して得られない、また、 $\beta < 1.147$ ($\bar{\lambda} < 1.282$) では $R=0.8$ (限界幅厚比) の板断面で柱の最適設計ができるとしている。

文献15)は現行の道路橋示方書の局部座屈と全体座屈の考え方をういた最適断面について検討し、局部座屈後の有効断面を考慮した柱の強度曲線を用いて柱の簡易解析を行い、また、図-4と同様の効率チャートを用いて連成座屈に対する柱の最適化の検討を行っている。文献16)では、局部座屈を含んだ溶接正方箱形断面柱の耐荷力を次式によって提案している。

$$\left. \begin{aligned} k_{\rho l} \geq 1 - (0.48 \bar{\lambda}_y)^2 \text{ のとき} & P_u/P_y = P_{u0}/P_y \\ k_{\rho l} < 1 - (0.48 \bar{\lambda}_y)^2 \text{ のとき} & P_u/P_y = (P_{u0}/P_y) \{ k_{\rho l} + (0.48 \bar{\lambda}_y)^2 \} \end{aligned} \right\} \dots (6)$$

ここに、 P_{u0}/P_y は局部座屈を無視した柱の基準強度、 $\bar{\lambda} = (1/\pi) \sqrt{\sigma_y^*/E} (l/r_y)$ 、 σ_y^* = 断面の平均降伏点応力、 $k_{\rho l}$ は局部座屈による短柱強度の低減係数(文献16)に提案されている)。

また、文献39)では、全断面降伏範囲、板の局部座屈のみ、柱の全体座屈のみ、連成作用の及ぶ範囲を板および柱の基準細長比 ($\bar{\lambda}_k$, $\bar{\lambda}_v$) によって表わし、連成作用の及ぶ範囲では別の基準細長比 $\bar{\lambda}_m$

$$\bar{\lambda}_m = \bar{\lambda}_k + \frac{(3.8 - \bar{\lambda}_k)(\bar{\lambda}_v - 0.1 \bar{\lambda}_k - 0.68)}{3.4 + \bar{\lambda}_v - 0.1 \bar{\lambda}_k} \dots (7)$$

を定義し、 $0.2 < \bar{\lambda}_m \leq 3.0$ では柱の連成強度 $\bar{\sigma}_B = \sigma_B/\sigma_y$ として次の2つの値の小さい方の値を採用する。

$$\bar{\sigma}_B = \left(\frac{1}{1 + \bar{\lambda}_m^{2.8}} \right)^{0.75} \text{ または } \bar{\sigma}_B = \bar{\sigma}_v(\bar{\lambda}_v)$$

: 板の極限強度 (8)

3. はり

(1) 横ねじれ耐荷力

はりの横ねじれ耐荷力に対して、イ) 圧縮フランジがコンクリート床版、鋼板などにより固定されている場合、ロ) 圧縮フランジの固定点間隔が、ある規定値以内に限定される場合、ハ) はり断面が閉断面構造をとる場合には、はりの面内強度は十分に確保されている。はりの横ねじれ耐荷力に影響を及ぼす基本的な設計変数は横構による固定点間隔である。他に、作用荷重の種類と断面内への作用位置、はり両端および中間点でのはりの拘束状態、横断面形状、材料特性、荷重の偏心量、はりの初期不整、横断面の変形、構成する板要素の局部座屈と全体座屈の連成効果、はりの変断面性などがある。

はりの横ねじれ耐荷力 M_u の評価式は、

$$\frac{M_u}{(M_p \text{ または } M_y)} = \varphi_M \dots (9)$$

によって定義できる。ここに、横ねじれ座屈係数 φ_M は基準細長比 $\bar{\lambda}_M$ 、

$$\bar{\lambda}_M = \sqrt{M_p/M_E} \text{ または } \sqrt{M_y/M_E} \dots (10 \cdot a, b)$$

を用いて与えられる。式(10・a)は断面の塑性強度が期待できるコンパクト断面、式(10・b)はそうでない断面に用いる。 M_p =全塑性モーメント、 M_y =降伏モーメント、 M_E =注目しているはりの支持条件、荷重条件下での弾性横ねじれ座屈モーメント。

たとえば、ECCS¹⁷⁾、Eurocode³⁴⁾では φ_M に次式を提案している。

$$\varphi_M = \frac{M_u}{M_p} = \left[\frac{1}{1 + \bar{\lambda}_M^{2n}} \right]^{1/n} \dots (11)$$

ここに、システム係数 n は、西欧各国で次の異なった値を採用している。

スイス(1979)⁴⁵⁾ $n=2.24$ (平均値の強度)、フランス(1978)⁴⁴⁾ $n=2$ 圧延はり、 $n=1.5$ 溶接はり (ともに下限値)、西ドイツ⁴⁰⁾ (1986) $n=2.5$ 圧延はり、 $n=2.0$ 溶接はり (ともに平均値)。

図-6は圧延はりの実験強度(実験値348個)を、また図-7は溶接はりの実験強度(実験値154個)を縦軸

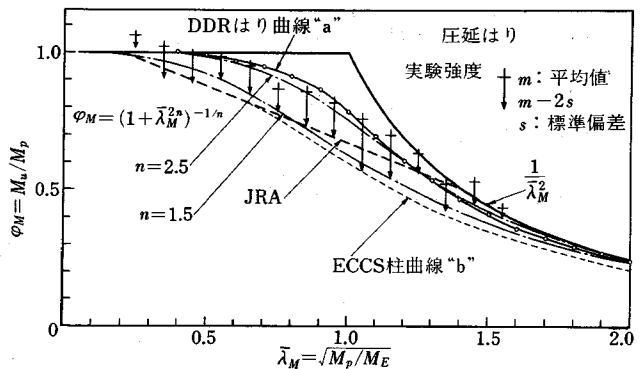


図-6 圧延はりの実験強度と耐荷力曲線

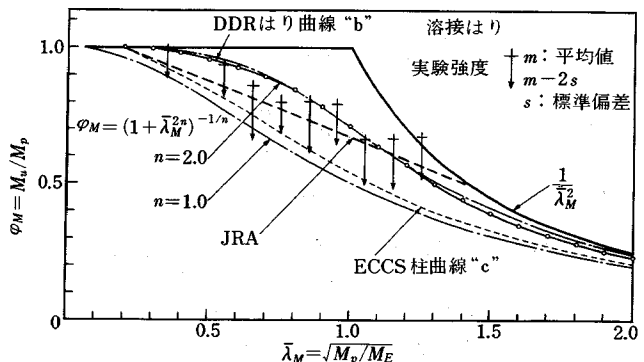


図-7 溶接はりの実験強度と耐荷力曲線

に $\phi_M = M_u / M_p$ 、横軸にそれぞれの実験に用いた支持条件、荷重条件を用いて計算した M_E を式に代入して得た $\bar{\lambda}_w$ を用いてプロットしたものである¹⁸⁾。実験値の整理には降伏点応力、断面寸法ともに実測値が用いてある。図中の実験強度は $\bar{\lambda}_w$ の 0.1 間隔ごとに含まれる実験点の平均値 m と $m - 2s$ (s = 標準偏差) を表わしている。弾塑性域 $0.4 < \bar{\lambda}_w < 1.3$ で実験強度は強度変動も大きい傾向にある。システム係数 n は

圧延ばり $n = 2.5$ (平均値), $n = 1.5$ ($m - 2s$, 実験値の下限値)

溶接ばり $n = 2.0$ (平均値), $n = 1.0$ ($m - 2s$, 実験値の下限値)

にほぼ適合している。さらに、実験強度の下限曲線は ECCS の柱曲線の b, c がそれぞれ圧延ばり、溶接ばりを曲線形としてよく説明できるようである。

(2) 2, 3の各国示方書の規定

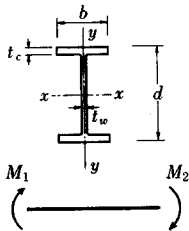
はりの横ねじれ座屈、フランジ局部座屈、腹板局部座屈などの強度評価式のうち、上記以外の示方書の規定のうち、特徴ある AASHTO, LRFD, DDR について以下に紹介する。

AASHTO (1986)⁴⁶⁾

横ねじれ座屈 (2 軸対称 I 形断面)

$$\left. \begin{aligned} L_b / r_y \leq L_b / r_{yc} \text{ のとき } M_u = M_p = Z_x \sigma_y \\ L_b / r_y < L_b / r_y \leq 0.690 \left(\frac{A_c}{d r_y} \right) \left(\frac{E}{\sigma_y} \right) \text{ のとき } \\ M_u = S_x \sigma_y \\ L_b / r_y > 0.690 \left(\frac{A_c}{d r_y} \right) \left(\frac{E}{\sigma_y} \right) \text{ のとき } \\ M_u = K_c \left[1 - \frac{3}{\pi^2} \left(\frac{L_b}{r_y} \right)^2 \left(\frac{r_y}{b} \right)^2 \left(\frac{\sigma_y}{E} \right) \right] S_x \sigma_y \end{aligned} \right\} \dots(12)$$

ここに、



$$\begin{aligned} C_b \leq 1.16 \text{ のとき } L_b / r_{yc} &= 1.300 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}}, K_c = 1.00 \\ C_b > 1.16 \text{ のとき } L_b / r_{yc} &= 2.228 \sqrt{\frac{E}{\sigma_y}}, K_c = 1.20 \\ C_b &= 1.75 + 1.05 (M_1 / M_2) + 0.3 (M_1 / M_2)^2 \\ C_b &= 1 \xrightarrow{M_1 = M_2} M_2, C_b = 1.75 \xrightarrow{M_2} M_2 \\ L_b &= \text{固定点間距離}, r_y = y \text{ 軸まわりの断面 2 次半径} \\ Z_x (S_x) &= \text{塑性 (弾性) 断面係数}, A_c = b t_c, \sigma_y = \text{降伏点応力}, E = \text{ヤング率} \end{aligned}$$

フランジ局部座屈

$$\left. \begin{aligned} b/2 t_c \leq 0.297 \sqrt{E/\sigma_y} \text{ のとき } M_u = M_p = Z_x \sigma_y \\ 0.297 \sqrt{E/\sigma_y} \leq b/2 t_c \leq 0.371 \sqrt{E/\sigma_y} \text{ のとき } \\ M_u = S_x \sigma_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(13)$$

腹板局部座屈

$$\left. \begin{aligned} d/t_w \leq 2.470 \sqrt{E/\sigma_y} \text{ のとき } M_u = M_p = Z_x \sigma_y \\ 2.470 \sqrt{E/\sigma_y} < (d - 2 t_c) / t_w \leq 150 \text{ のとき } \\ M_u = S_x \sigma_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(14)$$

LRFD (AISC 1986)⁴²⁾

横ねじれ座屈

$$\left. \begin{aligned} \lambda \leq \lambda_p \text{ のとき } M_u = M_p \\ \lambda_p < \lambda \leq \lambda_r \text{ のとき } \\ M_u = C_b \left[M_p - (M_p - M_r) \frac{\lambda - \lambda_p}{\lambda_r - \lambda_p} \right] \leq M_p \\ \lambda > \lambda_r \text{ のとき } M_u = S_x \sigma_{cr} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(15)$$

ここに、 $\lambda = L_b / r_y$, $M_p = Z_x \sigma_y$, $M_r = S_x (\sigma_y - \sigma_r)$, σ_r = フランジの圧縮残留応力, $\sigma_{rn} = 10 \text{ ksi}$ (69 MPa, 圧延形鋼), $\sigma_{rw} = 16.5 \text{ ksi}$ (114 MPa, 溶接 I 形),

$$\left. \begin{aligned} \lambda_p &= 1.762 \sqrt{E/\sigma_y}, \lambda_r = \frac{X_1}{\sigma_y - \sigma_r} \sqrt{1 + \sqrt{1 + X_2 (\sigma_y - \sigma_r)^2}} \\ \sigma_{cr} &= \frac{C_b X_1 \sqrt{2}}{\lambda} \sqrt{1 + \frac{X_1^2 X_2}{2 \lambda^2}} \\ X_1 &= \frac{\pi}{S_x} \sqrt{\frac{E G J A}{2}}, X_2 = \frac{4 I_w}{I_y} \left(\frac{S_x}{G J} \right)^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

J = ねじれ定数, I_w = そりねじり定数, G = セン断弾性係数

フランジ局部座屈、腹板局部座屈

$$\left. \begin{aligned} \lambda \leq \lambda_p \text{ のとき } M_u = M_p \\ \lambda_p \leq \lambda \leq \lambda_r \text{ のとき } M_u = M_p - (M_p - M_r) \left(\frac{\lambda - \lambda_r}{\lambda_r - \lambda_p} \right) \\ \lambda > \lambda_r \text{ のとき } M_u = S_x \sigma_{cr} \text{ (フランジ局部座屈のみ)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(17)$$

フランジ局部座屈	腹板局部座屈
$\lambda = b/2 t_c$	$\lambda = (d - 2 t_c) / t_w$
$\lambda_p = 0.382 \sqrt{E/\sigma_y}$	$\lambda_p = 3.758 \sqrt{E/\sigma_y}$
$M_r = S_x (\sigma_y - \sigma_r)$	$M_r = S_x \sigma_y$
圧延形鋼では	$\lambda_r = 5.696 \sqrt{E/\sigma_y}$
$\lambda_r = \frac{0.828 \sqrt{E/\sigma_y}}{\sqrt{1 - (\sigma_{rn}/\sigma_y)}}$	$\lambda > \lambda_r$ のときプレートガーダの規定を適用
$\sigma_{cr} = \frac{0.690 \sqrt{E/\sigma_y}}{\lambda^2}$	
溶接 I 形では	
$\lambda_r = \frac{0.622 \sqrt{E/\sigma_y}}{\sqrt{1 - (\sigma_{rw}/\sigma_y)}}$	
$\sigma_{cr} = \frac{0.386 (E/\sigma_y)}{\lambda^2}$	

東ドイツ (1985)³⁸⁾

横ねじれ座屈

$$\gamma M \leq M_u = M_T \cdot \varphi_M \dots\dots\dots(18)$$

$$\gamma \sigma_b = \gamma M / W_T \leq R_n \cdot \varphi_M \text{ (応力表示)} \dots\dots\dots(19)$$

ここに、 $\gamma = \gamma_w \cdot \gamma_m$ 、 γ_m ：材料の安全係数=1.1、 γ_w ：構造要素、および崩壊時の影響度に対する安全係数、 $0.9 \leq \gamma_w \leq 1.25$ 、 $R_n = m \sigma_y$ =材料の標準強度、 m (採用係数) ≤ 1 、

$$M_T = (M_p + M_y) / 2 \leq 1.2 M_y$$

$$W_T = (Z_x + W_x) / 2$$

$Z_x (W_x)$ ：塑性 (弾性) 断面係数、 φ_M ：横ねじれ座屈係数

$$\varphi_M = \frac{M_u}{M_T} = \frac{1}{2} \left(\frac{1 + \mu_M}{\lambda_M^2} + 1 \right) - \sqrt{\left[\frac{1}{2} \left(\frac{1 + \mu_M}{\lambda_M^2} + 1 \right) \right]^2 - \frac{1}{\lambda_M^2}} \dots\dots\dots(20)$$

$\mu_M = (92.93 \bar{\lambda}_M - c_1) / c_2$ = 不整量係数、 $\bar{\lambda}_M = \sqrt{M_T / M_E}$ = 基準細長比、 M_E = 弾性横ねじれ座屈モーメント (各種支持条件、荷重条件に対して厳密解、簡略値の求め方が示してある)。なお、式 (20) の φ_M は柱の式 (1) と同形のペリー・ロバートソン形公式であり、 φ_M 値は初期不整量 c_1 、 c_2 を腹板の幅厚比 (d_w / t_w)、溶接、非溶接のはりの違いに対して与えた数値に対して、4本の曲線 $a \sim d$ によって表わされている (図-8参照)。

a (非溶接ばり)、b (溶接ばり、 $d_w / t_w \leq 150$)、c (溶接ばり、 $150 \leq d_w / t_w < 250$)、d (溶接ばり、 $d_w / t_w > 250$)。残留応力が少ないはり、焼鈍ばりでは一ランク高い曲線

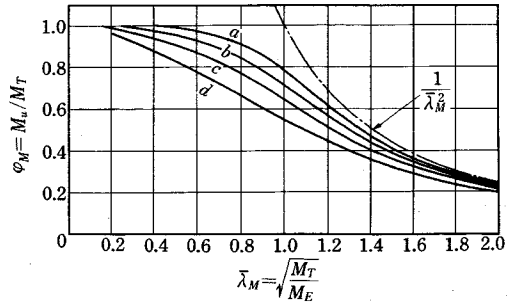


図-8 横ねじれ座屈強度曲線 (東ドイツ)

へ移行する。東ドイツの図-8のはり曲線 a は図-6の圧延ばりの $n=2.5$ に、はり曲線 b は溶接ばりの $n=2.0$ にほぼ対応している。

図-6、図-7からもわかるように、横軸 $\bar{\lambda}_M$ に含まれる M_E は注目しているはりの支持条件、荷重条件下の弾性座屈モーメントであり、この M_E を用いれば弾性域では

$$M_u / M_p = 1 / \lambda_M^2 \dots\dots\dots(21)$$

の一本の強度曲線により代表させることができる。先にみたように弾塑性域ではシステム係数 n 、柱と同様の係数 α つまりは初期不整量、圧延、溶接の違いにより複数の耐荷力曲線を提案しているが、この領域での実験値のばらつき大きさは、これら初期不整量に関連したパラメーターのみでは説明しきれず、他に荷重条件の違いにより発生するはり内の降伏域のひろがりの違いが影響しているものと思われる¹⁹⁾。

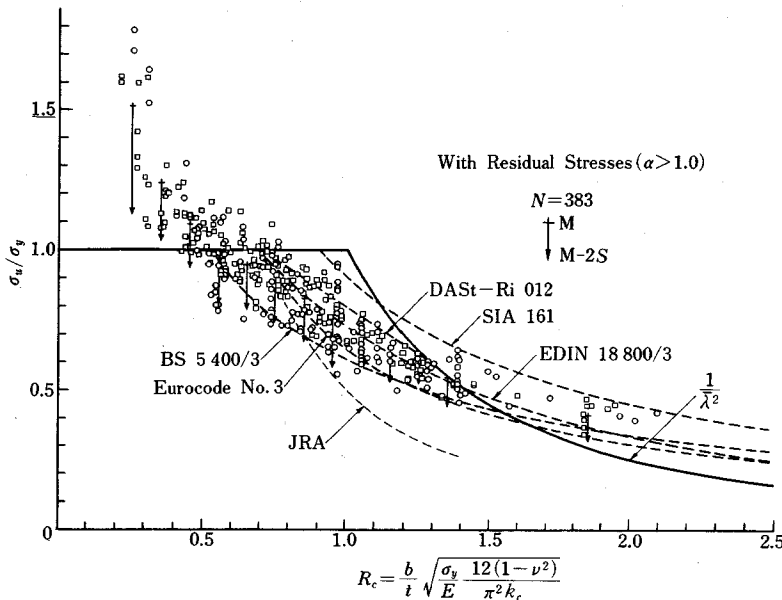
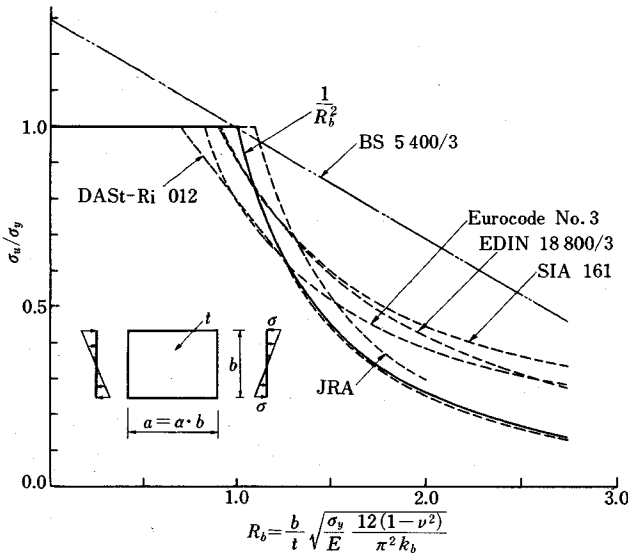


図-9 圧縮板の極限強度式の比較と実験値

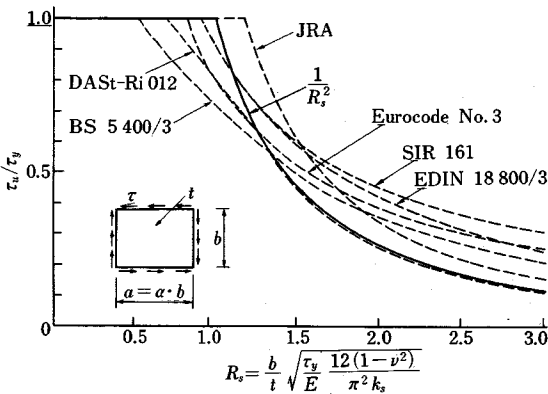
表一 圧縮板の実験値と各国規定の比較統計値

	With Residual Stress				Without Residual Stress				$\bar{\lambda}_0$
	N	M	S	ω	N	M	S	ω	
Eurocode No.3 (draft, 1983)	249	1.104	0.132	0.119	104	1.269	0.166	0.131	0.70
DAST Ri 012	248	0.964	0.164	0.170	104	1.102	0.181	0.164	0.70
EDIN 18800/3	252	1.000	0.103	0.103	106	1.139	0.123	0.108	0.69
BS 5400/3	321	1.152	0.117	0.102	136	1.280	0.160	0.125	0.52
SIA 161	156	0.813	0.079	0.097	70	0.941	0.087	0.092	0.90

N=実験数, M=実験値と規定式の比の平均値, S=同, 標準偏差
 ω =同, 変動係数, $\bar{\lambda}_0$ =規定式の限界幅厚比



図一十 板の曲げ極限強度式の比較



図一十一 板のせん断極限強度式の比較

4. 板, 補剛板

終局限界状態に対する板の強度は部材の製作加工時に

導入される初期不整を考慮した弾塑性大変形解析を行い, いわゆる板の後座屈挙動を評価することによって求められる。板が薄肉化すればより後座屈強度を期待することができるが, 中肉化すると, 板のもつ初期不整の効果により, 板の弾塑性座屈強度より低下することになる。さらに, 厚肉化すると, 材料のもつひずみ硬化性により全断面降伏強度より高めの値を与えることになる。過去15年間, 板要素に関する実験的, 理論的研究が世界的に活発に進められ, これらの成果ならびに座屈設計への提案について文献(20), (21)に上手くまとめられ, これは1987年4月のGhentでのECCS主催の“板およびシェル構造物の安定性”に関する国際コロキウム(Introductory Report)としての役目をもっている。板, 補剛板, プレートガード, 箱桁の欧州での設計基準の統一化をめざして編集されており, 書式はすべて限界状態設計に向くように心がけられている。

図一9は板の縦横比 $\alpha = a/b > 1$ の場合の残留応力を含む場合の極限圧縮強度(降伏点応力で無次元化)の実験値(383体)と各国の規定とを比較したものである²²⁾。図中, +印は横軸0.1区間ごとの平均値, 矢印は平均値から2倍の標準偏差を差引いた値を示している。矢印は実験点の下限値をほぼ与えている。表一は各国規定と実験値との比較を示す²²⁾。各国規定の $\bar{\lambda} > \bar{\lambda}_0$ (限界幅厚比)の範囲にある実験値(残留応力分布のある場合(383体), 残留応力分布のない場合(172体))と各国強度曲線との比の統計値を示す。BS 5400/3³⁷⁾とEurocode 3⁴¹⁾の平均比 $M > 1$ は両曲線とも実験値に比べて低めの曲線を与え, EDIN 18800/3⁴⁰⁾では残留応力のない実験値に比べて低めの曲線を与えている。一方, SIA 161⁴⁵⁾では, 曲線は実験値の上限を与え, EDIN 18800/3では残留応力分布のある場合の実験値の平均値を, DAST Ri 012³⁹⁾は残留応力分布のない場合の実験値のほぼ平均値を代表している。

図一10は純曲げによる板の極限強度を, 図一11はせん断によるそれを示している。縦軸の極限強度はそれぞれ $\sigma_y, \tau_y = \sigma_y/\sqrt{3}$ で無次元化し, 横軸はそれぞれ板の幅厚比パラメーター R_b, R_s をとって, 各国の規定を比較したものである。道路橋示方書³⁶⁾では

$$\left. \begin{aligned} \sigma_u/\sigma_y &= (1/R_b^2)(1.7/1.4) = 1.214/R_b^2 \\ \tau_u/\tau_y &= (1/R_s^2)(1.7/1.25) = 1.36/R_s^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (22)$$

ここに, 1.4, 1.25はそれぞれ曲げおよびせん断に対する安全率である。線形座屈強度曲線と比較して各国とも中肉板, 薄肉板の極限強度をできるだけ忠実に表現しようと努めているがまだ開きがみられる。これらは対象と

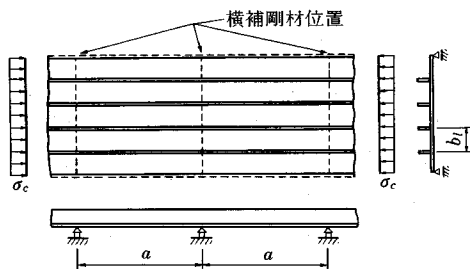


図-12 連続補剛板

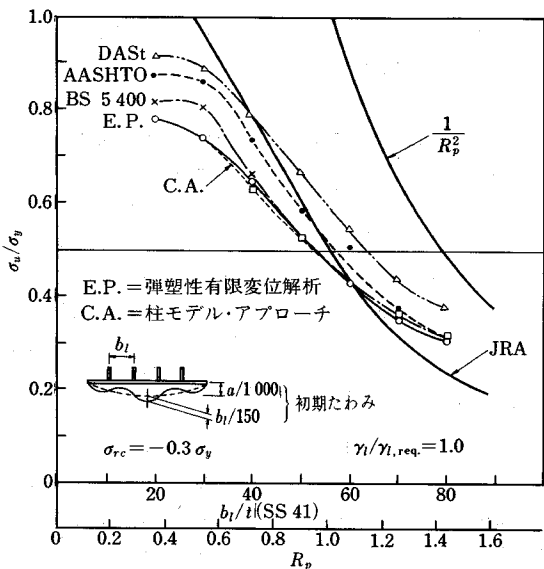


図-13 補剛板の圧縮強度曲線 ($\gamma_l = \gamma_{l,req}$)

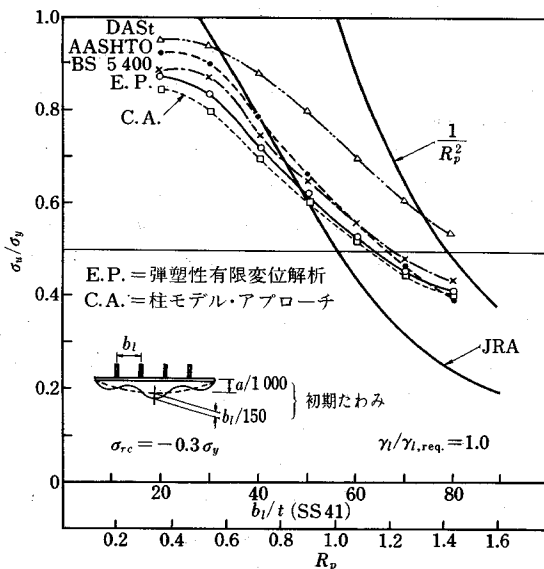


図-14 補剛板の圧縮強度曲線 ($\gamma_l = 2\gamma_{l,req}$)

する限界状態が平均値曲線，下限値曲線のいずれを代表するにも関連がある。また，利用できる実験数はきわめて少ない。

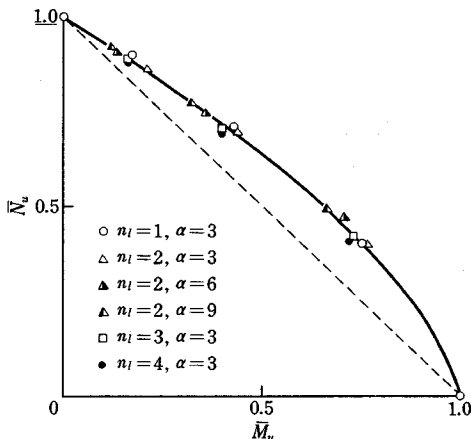


図-15 補剛板の曲げ・圧縮相関強度曲線 ($R=0.5$)

圧縮補剛板の極限強度は，板の幅厚比，縦横リブの剛比，本数，溶接残留応力分布，初期変形などの主なパラメーターによって影響を受ける。図-12の連続補剛板の極限強度を各国規定ならびに解析解と比較したのが図-13，図-14である^{23), 24)}。道路橋示方書規定の縦リブの必要剛比 $\gamma_{l,req}$ の1倍，2倍の剛比をもつ場合を対象としている。横軸の R_p は縦リブ間の板パネルの幅厚比パラメーターである。補剛材剛度の大きさによる各国規定の強度の向上が認められる。耐力力曲線を比較するとき強度曲線が平均値，下限値をとるか，また設計荷重の大きさとの関連で信頼性を評価する必要があり，各耐力力曲線の背景を十分に吟味する必要がある。図中，E.P.，C.A. はそれぞれ弾塑性有限変位解析および縦リブ1本とその両側に隣接する板パネル幅の半分を取り出した柱モデルによって得た解析結果であり，図中の初期不整値を用いている。また，板の極限強度式，実験などを調査したものに文献^{25), 26), 27)} などがある。

曲げと圧縮力が同時に作用する補剛板の極限強度は，曲げのみ，圧縮力のみでの極限強度 M_{u0} ， N_{u0} を用いた相関式によって提案されている。文献²⁸⁾ は縦リブ本数 $n_l=1\sim 4$ 本，リブで囲まれたサブパネルの縦横比 $\alpha=3\sim 9$ ，リブの曲げ剛比 $\gamma_l = \gamma_l^*$ ， $5\gamma_l^*$ ，(γ_l^* = 最適剛比) の組合せに対する強度解析結果から，曲げと圧縮力が同時に作用するときの組合せ極限強度 M_u ， N_u を次式によって与えている。

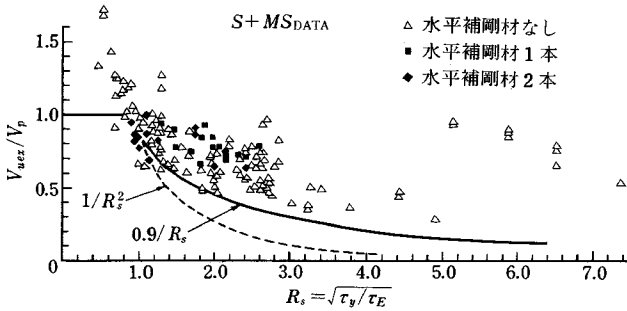
$$\bar{N}_u + \bar{M}_u = 1 \dots\dots\dots (23)$$

ここに， $\bar{N}_u = N_u/N_{u0}$ ， $\bar{M}_u = M_u/M_{u0}$

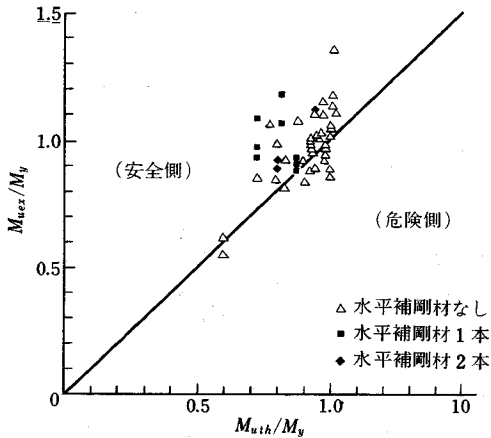
$$\left. \begin{aligned} p &= 3.636 R^2 - 6.458 R + 3.821 \\ q &= -3.392 R^2 + 5.571 R - 0.961 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (24)$$

ただし $0.5 \leq R \leq 1.0$

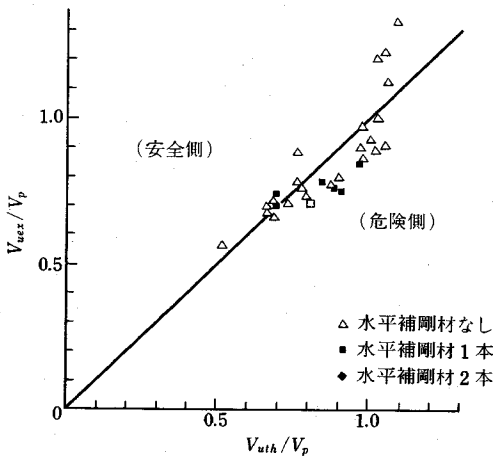
R = 応力勾配を考慮したサブパネルの幅厚比パラメーターである。図-15 は $R=0.5$ のときの $p=1.501$ ， q



図一16 せん断耐荷力実験値



図一17 曲げ耐荷力の実験値と計算値 (断面欠損を考慮した式)



図一18 せん断耐荷力の実験値と計算値 (Rockey式)

=1.022 に対する式 (23) の相関曲線を描いている。図中に示すパラメーター n_s , α を用いた解析解とのよい一致がみられる。また、この表示法によればリブの曲げ剛比 $\gamma/\gamma^*=1, 5$ と変化させても相関曲線上の変化はほとんど認められない。また点線は $p=q=1$ のときの線形相関式を示している。

5. プレートガーダ

腹板に鉛直補剛材のみ、または水平補剛材も有するプレートガーダ、箱桁の面内曲げ耐荷力、せん断耐荷力、曲げ+せん断の相関強度式、補剛材の必要剛度などについての最近の研究成果については文献 21) に詳しくまとめられている。文献 29) では 1982 年に導入された BS 5400 part 3³⁷⁾ のプレートガーダの鉛直補剛材のみをもつ桁の耐荷力規定に対して、実験体 113 の実験結果との比較から、平均安全係数 1.23、標準偏差 0.24 を得ている。また、文献 30) では Eurocode 3⁴¹⁾ のプレートガーダの基準強度式と実験値との比較を鉛直補剛材をもつ 102 体に対して行い、平均安全係数 1.10、標準偏差 0.159 を得ている。文献 31) はプレートガーダ 333 体 (日本 154、北米 82、欧州 98) の実験データの収集、整理を行い、耐荷力実験データの分析と各種耐荷力式の評価を行っている。図一16 はプレートガーダのせん断耐荷力と腹板パネルのせん断幅厚比パラメーター (横軸) $R_s = \sqrt{\tau_{y,w}/\tau_E}$ 、 τ_E = 水平補剛材のある場合は各パネルでの弾性せん断座屈応力の最小値、 $\tau_{y,w}$ = 腹板のせん断降伏点応力、 V_p = 全塑性せん断力。図中の点線はオイラー曲線 ($1/R_s^2$)。0.9/ R_s 曲線は $\tau_u = 0.9\sqrt{\tau_E \cdot \tau_{y,w}}$ (Dubas, 鉛直補剛材のみ) を示している。Dubas 式²¹⁾ は実験値の下限値をよく説明できる。水平補剛材のある実験点は幾分高めに位置しており、これは腹板の斜張力崩壊モードと水平補剛材剛比の果たす役割との複雑なからみに起因するものと考えられる。また、 $R_s > 5.0$ の耐荷力の極端に高いデータは鉛直補剛材のみの $(h/t_w)\sqrt{\sigma_{y,w}/E} \cong 800$ の極薄腹板に対応している。

図一17 は曲げ耐荷力の実験値と腹板の曲げ座屈後の応力欠損を考慮した耐荷力式と比較したものである³¹⁾。水平補剛材のある場合は耐荷力式が少し安全側の評価を与えているが、全体としてはほぼ実験値の下限値を与えている。

図一18 は Rockey らによるせん断耐荷力 (水平補剛材も含む) と実験値との比較を示している。水平補剛材のある場合に耐荷力式は特に高めの評価をしている³¹⁾。

曲げとせん断耐荷力の相関関係については、すでに 2, 3 の相関式が提案されている²¹⁾ が、実験値との比較をみると、実験桁のパラメーターをすべて反映させるまとめ方にはまだ無理があり、特に水平補剛材をもつプレートガーダに対するより適用性の高い相関式の提案が急がれる。

6. トラス、アーチ構造など

トラス構造の座屈安定問題は次の 3 通りに大別でき

る。

- (1) 格点の移動が拘束された圧縮部材の座屈
- (2) 格点の移動が弾性拘束された圧縮部材の座屈
- (3) スレンダーなトラス桁の全体座屈

このうち(1)はトラス構造の座屈設計において最も重要な項目である^{32)~35)}。今日ほとんどすべてのトラス構造はガセットプレートを介して部材を剛結したいわゆる剛節トラスである。剛節トラスでは部材は軸力と同時に2次曲げを受ける。また圧縮部材は極限状態において、先の2.(2)有効座屈長さ係数でふれたラーメン構造と同様に余剰耐荷力を有する隣接部材によって材端回転変位が弾性拘束される。このような2次曲げモーメントや隣接部材の拘束効果が圧縮部材の極限強度に与える影響を適正に評価することによって、トラス構造の設計の合理化を推進することができる。

欧州各国の最近の設計示方書では前述の研究成果が反映され、たとえば弦材については0.85~0.9の有効座屈長さ係数を採用する傾向にあるが、これと柱の複数基準強度曲線の導入によって、トラス構造の経済的設計を可能にしている。

(2)の現象はポニートラス上弦材の横座屈問題で代表される。しかし近年はこの形式のトラス形式の使用例が少ないことから、新しい研究はほとんど行われていない。

(3)の現象に関して、道路橋示方書では径間長に比して主構間隔の狭いスレンダーなトラス橋の全体横ねじれ座屈照査が必要とされている。しかし鉛直荷重による全体横ねじれ座屈が問題となるようなスレンダーな形状比を有するトラスでは弦材や機構は風荷重による作用応力に対して設計され、鉛直荷重に対しては十分余裕のある断面となっている。慣用的な平面解析により算定された部材力を対象として設計された比較的重要度の低い橋梁でしかもスレンダーな形状比を有する場合には、横荷重と主荷重の組合せ荷重状態において、所定の安全性が確保されない可能性がある。このようなスレンダーなトラスの設計においては、立体的な応力の流れを考慮した部材力算定法を採用することが重要である。

アーチ構造では、わが国の研究は面内耐荷力、面外耐荷力、面内および面外荷重を受けるアーチの耐荷力などに対してかなり高度な貢献をしており、その成果は欧米から注目されている。詳しくは、倉西、崎元により土木学会編「座屈設計のガイドライン」に紹介される予定である。今後の課題として、より多様なアーチ構造の強度の実用算定法、実用設計法の確立、最適設計法の導入などが挙げられる。

7. おわりに

構造物の終局限界状態の設定と対応する抵抗強度をきめ細かく、精度よく、かつ構造設計に便利なようにとらえることは、今後、限界状態設計法を適用するにあたって緊急を要する重要な課題である。さらに、設定された設計荷重値や構造物の重要度を考慮した安全係数の選び方などと関連性を保ちながら、構造物の設計に所定の信頼性レベルが確保できるよう限界状態設計法の確立に努める必要がある。

なお、本論文をまとめるにあたり示方書規定などの関係資料を提供していただいたGalambos教授(ミネソタ大学)、Sedlacek(アーヘン工科大学)、Melcher教授(ブルノ工科大学)、Glas教授(ライプツヒ工科大学)、また、トラス構造では西村助教(大阪大学)に感謝の意を表する次第である。

参考文献

- 1) Beer, H. and Schultz, G.: Theoretical Bases of the New European Column Curves of ECCS, Construction Métallique, No. 3, Sept. 1970.
- 2) Johnston, B.G., ed.: Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures, SSRC, John Wiley, 1976.
- 3) 福本啓士・伊藤義人: 座屈実験データベースによる鋼柱の基準強度に関する実証的研究, 土木学会論文報告集, 第335号, 1983.7.
- 4) Fukumoto, Y. and Itoh, Y.: Evaluation of Multiple Column Curves from the Experimental Data-Base Approach, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 3, No. 3, 1983.
- 5) 福本啓士: II-1柱の基準耐荷力曲線, 鋼橋および鋼橋部材の非弾性不安定挙動と設計基準に関する研究, 総合(A)研究成果報告書(代表者 西野文雄), 1984.3.
- 6) Rondal, J. and Maquoi, R.: Formulations d'AYRTON-PERRY pour le flambement des barres métalliques, Construction Métallique, No. 4, 1979.
- 7) Rondal, J. and Maquoi, R.: Single Equation for SSRC Column-Strength Curves, Technical Notes, Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 105, No. ST1, January 1979.
- 8) Sugimoto, H. and Chen, W.F.: Small End Restraint Effects on Strength of H-Columns, Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 108, No. ST3, March 1982.
- 9) Lui, E.M. and Chen, W.F.: Strength of H-Columns with Small End Restraints, Journal of the Institution of Structural Engineers, Vol. 61, No. 3, London, March 1983.
- 10) 中井 博・江見 晋・酒造敏廣: 鉛直荷重を受ける薄肉鋼製ラーメンの面内座屈崩壊に関する一研究, 構造工学論文集, 土木学会, Vol. 31 A, 1985.3.
- 11) 井上純三・竹中秀夫・長谷川彰夫・西野文雄: 有効座屈

- 長を用いた部材設計の全体骨組耐力に関する精度，構造工学論文集，土木学会，Vol. 31 A, 1985. 3.
- 12) Usami, T. and Fukumoto, Y. : Local and Overall Buckling of Welded Box Columns, Journal of the Structural Division, Proc. ASCE, Vol. 108, No. ST 3, March 1982.
 - 13) Rondal, J. and Maquoi, R. : On the Optimum Design of Square Hollow Compression Members, Proc. of IUTAM Symposium on Collapse, Cambridge Press, 1983.
 - 14) Maquoi, R. and Rondal, J. : From Thick to Thin or from Thin to Thick?, Proc. of IABSE Colloquium on Thin-Walled Metal Structures in Buildings, Vol. 49, Stockholm, 1986.
 - 15) Hasegawa, A., Abe, H., Manroof, M. and Nishino, F. : A Simplified Analysis and Optimality on the Steel Column Behavior with Local Buckling, Proc. JSCE, SE/EE, Vol. 3, No. 2, October 1986.
 - 16) Nakai, H., Kitada, T. and Miki, T. : Interaction Curve of Thin-Walled Box Stub-Column Subjected to Compression and Bending for Applying to Overall Buckling Analysis of Columns, Proc. JSCE, SE/EE, Vol. 2, No. 2, October 1985.
 - 17) ECCS : Manual on Stability of Steel Structures, 1976.
 - 18) 福本啓士・伊藤義人：座屈実験データベースによる鋼はりの横ねじれ基準強度に関する実証的研究，土木学会論文報告集，第 341 号，1984.
 - 19) Fukumoto, Y., Maegawa, K. and Itoh, Y. : Lateral-Torsional Buckling Strength of Welded I-Girders under Moment Gradient, Der Stahlbau, 55, [8], 1986.
 - 20) Dubas, P., Maquoi, R. and Massonnet, Ch. : Behaviour and Design of Steel Plated Structures, IABSE Surveys S-31/85. IABSE Periodica 3/1985.
 - 21) Dubas, P. and Gehri, E., ed. : Behaviour and Design of Steel Plated Structures, ECCS-CECM-EKS, Zurich, 1986.
 - 22) Fukumoto, Y. and Itoh, Y. : Stochastic Evaluation of Compressive Strength of Unstiffened Plate Components, Proc. of Int'l Colloquium on Stability of Plate and Shell Structures, ECCS, Ghent, April 1987.
 - 23) 小松定夫・北田俊行：初期不整を持つ補剛された圧縮板の極限強度の実用計算法，土木学会論文報告集，第 302 号，1980. 10.
 - 24) 北田俊行：II-2 圧縮板および圧縮補剛板，鋼橋および鋼橋部材の非弾性不安定挙動と設計基準に関する研究，総合 (A) 研究成果報告書 (代表者 西野文雄)，1984. 3.
 - 25) 長谷川彰夫・宇佐美勉：鋼板要素の座屈後における有効幅理論と設計への適用，土木学会論文報告集，第 315 号，1981. 11.
 - 26) 三上市蔵・堂垣正博・米沢 博：補剛圧縮板実験の調査と強度簡易算定法の評価，土木学会論文報告集，第 334 号，1983. 6.
 - 27) 福本啓士・伊藤義人：座屈実験データベースによる鋼板の圧縮基準強度に関する実証的研究，構造工学論文集，Vol. 32 A, 1986. 3.
 - 28) 奈良 敬・山田浩幸・松永康男・小松定夫：面内曲げと圧縮を受ける補剛板の極限強度に関する研究，構造工学論文集，土木学会，Vol. 33 A, 1987. 3.
 - 29) Sen, R. : Evaluation of BS 5400 Plate Girder Rules, Proc. ICE, Part 2, 81. Sept. 1986.
 - 30) Evans, H. R. : Determination of Model Factors for Plate Girders-Assessment of Eurocode 3, Report CAR/BRE. University College Cardiff, 1986.
 - 31) 塩見弘幸・伊藤義人・福本啓士：プレートガーダーの耐力実験データの調査，構造工学論文集，土木学会，Vol. 33 A, 1987. 3.
 - 32) Ville de Goyet, V., Frey, Fr. and Massonnet, Ch. : Ultimate Load of Trusses Buckling in Their Plane, IABSE Periodica, 4/1981.
 - 33) Johnston, D. C. : Inelastic Behaviour of a Restraint Strut, University of Cambridge, Dept. of Engrg., Tech. Rept., CUED/C-STRUCT/TR. 71, 1978.
 - 34) Kuranishi, S. and Kimura, K. : Ultimate Strength of Truss Girder due to Failure of Chord Members, Proc. JSCE, No. 344/I-1, 1984.
 - 35) 西村宣男・西出俊亮・小松定夫：トラス圧縮材の構面内極限強度特性，土木学会論文報告集，(投稿中).
 - 36) 日本道路協会：道路橋示方書・同解説，1980. 2.
 - 37) BS 5400, Part 3. : Code of Practice for Design of Steel Bridges. British Standard Institution, 1982.
 - 38) DDR-Standard, Stahlbau, Stabilität von Stahltragwerken, TGL 13503/01 and/02, ed. 1982 and 1985.
 - 39) Deutscher Ausschuss für Stahlbau : DAST Richtlinie 012 Beulsicherheitsnachweise für Platten, Okt. 1978.
 - 40) Entwurf DIN 18800 Teil 3, Stahlbauten-Stabilitätsfälle, Beulen von Platten.
 - 41) Eurocode 3 : Common Unified Code of Practice for Steel Structures, Draft, July, 1983.
 - 42) Load and Resistance Factor Design Specification for Structural Steel Buildings : American Institute of Steel Constructions. 1986. (LRFD)
 - 43) Proposed Design Specifications for Steel Box Girder Bridges, AASHTO, January 1980.
 - 44) Regles de Calcul des Constructions en Acier, Additif 80, CTICM, mars 1981.
 - 45) SIA Standard Steel Structures, Swiss Society of Engineers and Architects, 1979. (SIA)
 - 46) Standard Specifications for Highway Bridges : American Association of State Highway and Transportation Officials, 1986. (AASHTO)
 - 47) Jones, S. W., Kirby, P. A. and Nethercot, D. A. : Effect of Semi-Rigid Connections on Steel Column Strength, Journal of Constructional Steel Research, Vol. 1, No. 1, Sept. 1980.

(1987. 2. 23・受付)