

3 径間連続斜張橋における基本固有振動数の簡易推定法

SIMPLIFIED EVALUATION TECHNIQUE OF THE FUNDAMENTAL NATURAL FREQUENCIES OF THE THREE SPAN CONTINUOUS CABLE-STAYED BRIDGES

米田昌弘*・前田研一**

By Masahiro YONEDA and Ken-ichi MAEDA

Natural frequencies of cable-stayed bridges can be exactly obtained by means of eigenvalue calculations. But, in the initial stage of design, it will be sufficient to examine the preliminary aerodynamic stability for this type of bridges. Therefore, if relatively simple and accurate formula to evaluate the natural frequencies is available, it is considered that the application of such formula will be acceptable.

In this brief paper, such formula evaluating the fundamental natural frequencies of the three span continuous cable-stayed bridges is proposed. Moreover, the vertical and torsional frequencies evaluated by this formula are proved as almost equivalent to the values exactly computed.

Keywords: cable-stayed bridge, natural frequency, aerodynamic stability

1. ま え が き

近年、斜張橋の発展には目覚ましいものがあり、わが国においてもその使用実績は急速な伸びを示している。その反面、斜張橋は吊橋に次いで比較的剛性の低い柔構造であることから、耐風設計に際しては慎重な検討を行う必要があり、現在では個々の橋梁ごとに風洞実験を実施して耐風性を検証する方法が一般に採用されている。

風洞実験による耐風性の検証は最も信頼性のある方法であるが、初期の設計段階のように概略的な耐風性を検討するような場合の便宜を考慮して、過去の風洞実験結果から渦励振やフラッターの発現風速を推定する経験式も最近提案されている^{1),2)}。これらの経験式を適用するにあたっては、幾何学的な断面形状とともに構造減衰や基本固有振動数が必要となる。構造減衰は理論的に算定するのが不可能であり、通常、類似した橋梁の実橋試験値から推定した値を代用している。一方、斜張橋の固有振動数は、運動方程式を吊橋の撓度理論のように直接微分方程式で表現することが困難であることから、通常、離散系モデルの固有値解析によって算定している。しかし

ながら、概略の耐風性を検討するような初期の設計段階では、固有値解析によって厳密な固有振動数を算定するよりも、比較的簡単でしかもある程度の精度で基本固有振動数を推定できる方法があれば、これによって基本固有振動数を計算しても実用上有効であると考えられる。

このような観点から、斜張橋の基本固有振動数を推定する方法として種々のもの³⁾⁻⁷⁾が提案されているが、岡内ら³⁾や星埜⁴⁾の研究を除いて、いずれも中央支間長に着目して経験的に推定する方法であることから、全体剛性におけるケーブルの寄与は明確にされていない。一方、岡内らは、ケーブル剛性と桁剛性の比を表わす剛比パラメーターを導入し、事前に計算した剛比パラメーターと振動数パラメーター(斜張橋の固有振動数/斜張橋の橋長を支間長とする単純桁の固有振動数)の関係から、斜張橋の鉛直たわみ固有振動数を推定する方法を、また、星埜は、最上段ケーブルに着目して等価桁剛性を求め、この桁剛性を用いた単純桁の解析解から鉛直たわみ固有振動数を推定する方法をそれぞれ提案しているが、いずれの方法も対象とする形式によっては十分に推定できない場合も存在するようである。さらに、これらの研究では、主として鉛直たわみ固有振動数の推定法に限定されており、ねじれ固有振動数の簡易推定法については成田⁵⁾が一部言及しているのみであり、著者らの知る限り

* 正会員 工修 川田工業(株)技術本部研究室
(〒114 北区滝野川1-3-11)

** 正会員 工博 川田工業(株)技術本部研究室長(同上)

十分な検討はなされていないようである。

そこで、本文では、3径間連続斜張橋を対象として、鉛直たわみとねじれの振動特性をそれぞれ支配する無次元の力学的パラメーターに着目し、初期の設計段階では実用上十分な精度で斜張橋の基本固有振動数を推定する方法を提案する。

2. ケーブル剛性の寄与

斜張橋の全体剛性には、桁、ケーブルおよびタワーの各剛性が寄与する。これらをすべて包括して議論することは非常に困難であることから、ここではまず、最も支配的と考えられる桁剛性とケーブル剛性に着目する。また、ケーブルの初期張力やサグの影響は、通常、固有振動数に大きな影響を及ぼさないことから無視することにする。

いま、両端固定ばりに1対のケーブルを設置した Fig.1 に示すモデルに対して構造解析の初等理論を適用すれば、以下に示す無次元の力学的パラメーター P_v , P_T を導くことができる。

$$\text{鉛直たわみ振動} : P_v = \sum_i \left(\frac{E_c A_c}{l} x^2 \sin^2 \theta \right)_i / \frac{EI}{L_c} \dots\dots\dots (1)$$

$$\text{ねじれ振動} : P_T = \sum_i \left(\frac{E_c A_c}{l} \frac{b^2}{4} \sin^2 \theta \right)_i / \frac{GJ}{L_c} \dots\dots\dots (2)$$

ここに、 $E_c A_c$ はケーブルの伸び剛性、 l はケーブル長、 x は固定端からケーブル定着点までの距離、 θ は X-Y 平面内での桁とケーブルのなす角度、 b はケーブル定着点におけるケーブル間隔、 EI と GJ はそれぞれ桁の曲げ剛性とねじれ剛性、 L_c は支間長、 \sum_i はケーブルについての総和記号である。式 (1), (2) 中に現われる $\left(\frac{E_c A_c}{l} \sin^2 \theta \right)_i$ は全体座標系で表わしたケーブルの鉛直方向剛性である。それゆえ、この値に、鉛直たわみ振動に対しては x_i^2 を、ねじれ振動に対しては $\frac{b_i^2}{4}$ を乗じた

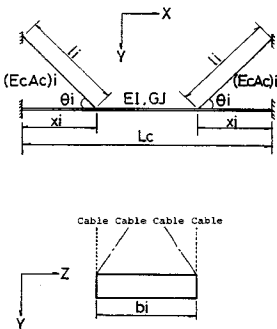


Fig.1 Analytical Model.

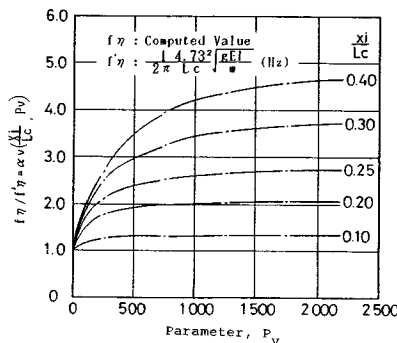


Fig.2 Effects of Cable Rigidity on 1st Sym. Vertical Frequency.

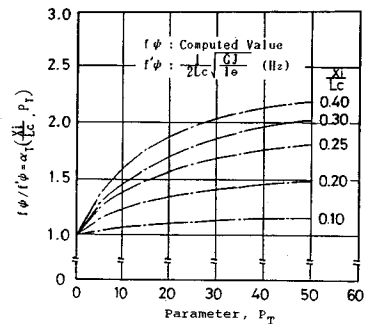


Fig.3 Effects of Cable Rigidity on 1st Sym. Torsional Frequency.

後、それぞれ $\frac{EI}{L_c}$, $\frac{GJ}{L_c}$ で除した無次元パラメーター

P_v , P_T は鉛直たわみ振動とねじれ振動におけるケーブル剛性の寄与を表わす。そこで、Fig.1 のモデルに対して、斜張橋の基本固有振動数(対称1次振動数)に及ぼすパラメーター P_v , P_T の寄与の程度を、ケーブル取り付け位置 x_i/L_c を変化させて計算した。その結果をそれぞれ Fig.2, 3 に示す。これらの図における縦軸は、両端固定ばりの固有振動数 f_n^0 , f_ψ^0 でそれぞれ規準化している。Fig.2, 3 から、パラメーター P_v , P_T がそれぞれ増加すると、縦軸の規準化した振動数はケーブル取り付け位置ごとの上限値に収束するような増加傾向を示すことがわかる。

3. 基本固有振動数の簡易推定法

(1) 鉛直たわみ振動

3径間連続斜張橋の鉛直たわみ基本固有振動数(対称1次振動数)は、3径間連続桁の対称1次振動数にケーブル剛性の寄与やタワー形式の差異などによる補正係数をそれぞれ乗じた次式で推定できるものと仮定する。

$$f_n = \frac{\pi}{2L_T^2} \sqrt{\frac{gEI}{w}} \cdot C_v \left(\frac{L_s}{L_T} \right) \cdot \alpha_v^{\max} \left(\frac{\bar{x}}{L_c}, P_T^v \right) \cdot \beta_v \dots\dots\dots (3)$$

ここに、 f_n は斜張橋の鉛直たわみ対称1次振動数、 w は単位長さ当たりの重量、 g は重力加速度、 L_c と L_s はそれぞれ中央支間長と側支間長であり、全長 L_T は $L_T = L_c + 2L_s$ となる。また、 $C_v(L_s/L_T)$ は、支間長比 L_s/L_c なる3径間連続桁の対称1次振動数と支間長を L_T とする単純桁の対称1次振動数との比を表わし⁸⁾、具体的には Table 1 で与えられる。

$\alpha_v^{\max}(\bar{x}/L_c, P_T^v)$ はケーブル剛性の寄与を表わす補正係数である。両端固定ばりに1対のケーブルを設置した場合の補正係数 $\alpha_v(x_i/L_c, P_v)$ はすでに Fig.2 に示しているが、タワーを介して複数本のケーブルを有する通常の斜張橋では、それぞれのケーブルが Fig.2 のように

別々に寄与するのではなく、振動数の上昇に対して支配的なケーブルが存在すると考えられる。そこで、本研究では、中央径間側の $x_i/L_c > 0.25$ にあるケーブルに着目し、この範囲で計算したケーブルの平均取付け位置 $\bar{x}/L_c = \frac{1}{n} \sum_i \frac{x_i}{L_c}$ 、パラメーター P_v の合計 $P_v^\dagger = \sum_i (P_v)_i$ を用いて Fig. 2 から読み取った値を、ケーブル剛性の寄与による補正係数 $\alpha_v^{\max}(\frac{\bar{x}}{L_c}, P_v^\dagger)$ として採用する。なお、ケーブルの境界取付け位置として 0.25 を選定したのは、事前に実施した予備検討の結果、 $x_i/L_c > 0.25$ にあるケーブルが主として対称 1 次振動数の上昇に寄与していると推測されたからである。また、中央径間側のケーブルのみに着目して Fig. 2 から補正係数を読み取ったのは、支間長の差を考慮すると側径間の剛性が中央径間に比べ比較的大きいと考えられるからである。

さらに、 β_v は、中央径間側のケーブル剛性に着目した影響およびタワーの形式と剛性の影響を考慮するための補正係数であり、以下に述べるように固有値解析結果と式 (3) で $\beta_v = 1.0$ と想定した推定結果との比較から最終的に決定する。

現在までに架設されたり、あるいは計画中の 3 径間連続斜張橋 (支間長比 0.370~0.440)⁹⁾ の固有値解析結果と式 (3) で $\beta_v = 1.0$ と想定した推定結果を、タワー下端が固定された場合とヒンジ結合された場合のそれぞれの形式に着目して比較した。その結果を Fig. 4 に示す。また、この図は、Fig. 5 に示す斜張橋 (以下、モデル斜張橋と記す) を対象に、同様に比較した結果を用いて補足している。

モデル斜張橋の固有値解析にあたっては、ケーブル断面積をすべて等しくした場合や各段のケーブル断面積を変化させた場合も実施して、タワーへの取付け位置による影響を除けば、ケーブルの張渡し形状の差異に対処している。また、タワー剛性の影響も h をタワー高として $\gamma = \left(\frac{EI}{h}\right)_{\text{tower}} / \left(\frac{EI}{L_c}\right)_{\text{girder}}$ なるパラメーターを変化させて対処している。なお、Fig. 4 中に付した数値は、 P_v^\dagger 値である。

Fig. 4 より、パラメーター P_v^\dagger が 1500 程度以下の範囲では、式 (3) で $\beta_v = 0.95$ を仮定すれば幾分ばらつきはあるものの、タワー下端を固定とした場合の鉛直たわみ対称 1 次振動数を比較的精度よく推定できることがわかる。なお、このばらつきは、ケーブル取付け位置やケーブル本数などにも関係するが、主としてタワーと桁

Table 1 Coefficient $C_v(L_S/L_T)$

L_S/L_T	$C_v(L_S/L_T)$
0.100	3.096
0.200	4.755
0.225	5.458
0.250	6.323

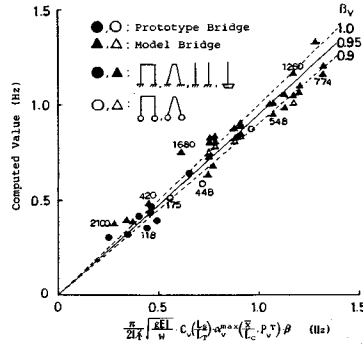


Fig. 4 Comparison of 1st Sym. Vertical Frequencies between Computed and Evaluated by Eq. (3).

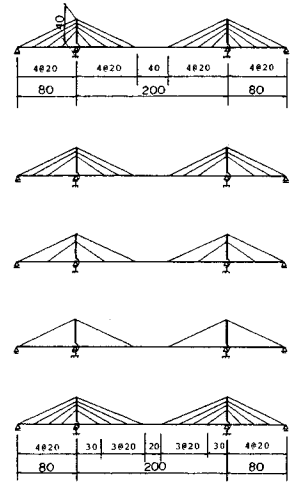


Fig. 5 General View of Model Cable-Stayed Bridges.

の剛性比 γ に依存するもので、 γ が 0.5 と 5 程度の場合にはそれぞれ β_v を 0.9, 1.0 に設定した方が一致の程度はさらによく結果が得られた。しかしながら、概略的な耐風検討に際しては、平均値として $\beta_v = 0.95$ を代用して差し支えないと考えられる。

中央支間長 355 m の大和川橋梁における P_v^\dagger 値は 700 程度である。それゆえ、タワー下端を固定とした通常の斜張橋においては、式 (3) で $\beta_v = 0.95$ を仮定すれば、初期の設計段階では実用上十分な精度で鉛直たわみ基本固有振動数 (対称 1 次振動数) を推定できるといえる。

一方、今回の計算では、タワー下端をヒンジとした場合の固有振動数はタワー下端を固定とした場合に比べて、その他の構造諸元が同じであれば 7% 程度低下する結果が得られた。このような低下は、タワーと桁の剛性比、ケーブル取付け位置および支間長比によっても変化すると予想されるが、タワー下端をヒンジとした形式を採用する場合には、上述の方法で推定した振動数を 7% 程度低下させることを一応の目安とすればよい。

(2) ねじれ振動

3 径間連続斜張橋のねじれ基本固有振動数 (対称 1 次振動数) は、両端固定ばりの対称 1 次振動数にケーブル剛性の寄与やタワー形式の差異などによる補正係数をそれぞれ乗じた次式で推定できるものと仮定する。

$$f_\phi = \frac{1}{2L_c} \sqrt{\frac{GJ}{I_\phi}} \cdot \alpha_v^{\max} \left(\frac{\bar{x}}{L_c}, P_v^\dagger \right) \cdot \beta_r \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 f_ϕ は斜張橋のねじれ対称 1 次振動数、 I_ϕ は単位長さ当たりの極慣性モーメントである。 $\alpha_v^{\max}(\frac{\bar{x}}{L_c}, P_v^\dagger)$ はケーブル剛性の寄与を表す補正係数で、Fig. 3 を用いれば鉛直たわみ振動における α_v^{\max}

$\left(\frac{\bar{x}}{L_c}, P_T^r\right)$ の算定方法と全く同様にして計算できる。また、 β_T は式 (3) における β_V と同じ理由から導入した補正係数であり、以下に述べるように固有値解析結果と式 (4) で $\beta_T=1.0$ と想定した推定結果の比較から最終的に決定する。なお、Fig. 6 から、1 面吊り斜張橋に対しては式 (4) で $\alpha_T^{\max} \left(\frac{\bar{x}}{L_c}, P_T^r\right) = \beta_T = 1.0$ と仮定して差し支えないことを、また、2 面吊り斜張橋に対してはケーブル剛性の適切な評価が必要であることを、それぞれ事前に確認している。

そこで、既往の 2 面吊り 3 径間連続斜張橋の固有値解析結果と式 (4) で $\beta_T = 1.0$ と想定した推定結果を、タワーが門型形式の場合と独立柱形式の場合のそれぞれの形式に着目して比較した。その結果を Fig. 7 に示す。また、この図は、Fig. 5 に示すモデル斜張橋を対象に同様に比較した結果を用いて補足している。なお、Fig. 7 中に付した数値は P_T^r 値である。

Fig. 7 より、パラメーター P_T^r が 90 程度以下の範囲では、式 (4) で $\beta_T=0.95$ を仮定すれば幾分ばらつきはあるものの、門型形式タワーを有する場合のねじれ対称 1 次振動数を比較的精度よく推定できることがわかる。なお、このばらつきは、主としてケーブル取付け位置やケーブル本数に関係するもので、タワー剛性の影響は鉛直たわみ振動に比べ小さいものであった。

中央支間長 340 m、ケーブル間隔 27.25 m の安治川橋梁における P_T^r 値は 50 程度である。それゆえ、門型形式タワーを有する通常の 2 面吊り斜張橋においては、式 (4) で $\beta_T=0.95$ を仮定すれば、初期の設計段階では実用上十分な精度でねじれ基本固有振動数 (対称 1 次振動数) を推定できるといえよう。

一方、今回の計算では、独立柱形式タワーを有する場合の固有振動数は門型形式タワーを有する場合に比べて、その他の構造諸元が同じであれば 5% 程度低下する結果が得られた。このような低下は、タワーと桁の剛性比、ケーブル取付け位置および支間長比によっても変化すると予想されるが、独立柱形式タワーを採用する場合には、上述の方法で推定した振動数を 5% 程度低下させることを一応の目安とすればよい。

4. あとがき

本研究は、3 径間連続斜張橋を対象として、鉛直たわみとねじれの振動特性をそれぞれ支配する最も重要な無次元の力学的パラメーターに着目し、比較的簡単にしか

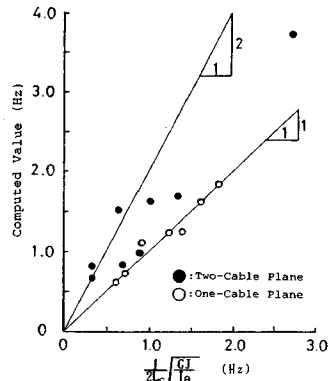


Fig. 6 Effects of Cable Rigidity on 1st Sym. Torsional Frequency (Prototype Bridge).

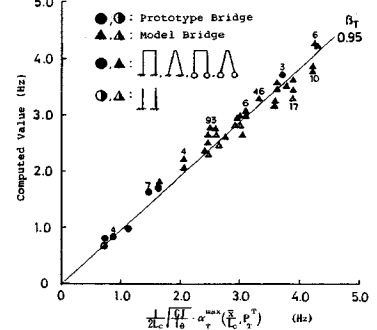


Fig. 7 Comparison of 1st Sym. Torsional Frequencies between Computed and Evaluated by Eq. (4).

も比較的よい精度で斜張橋の基本固有振動数を推定する方法を提案したものである。斜張橋は設計自由度が多いことから、細部構造は非常に変化に富んでいることが多い。それゆえ、設計の最終段階には離散系モデルの固有値解析により厳密な固有振動数を算定する必要があるが、初期の設計段階で概略の耐風性を検討するような場合には、本文で提案した推定式を用いれば幾分制約条件はあるものの比較的よい精度で斜張橋の基本固有振動数を推定でき、効率的な検討が可能であると思われる。

最後に、本研究にあたり、常に適切ご助言とご指導をいただいた東京大学伊藤 学教授に心より感謝致します。

参考文献

- 1) Bridge Aerodynamics : Proposed British Design Rules, ICE, London, Jan., 1981.
- 2) 白石・松本：充腹構造断面の渦励振応答特性に関する研究，土木学会論文報告集，第 322 号，1982 年 6 月。
- 3) 岡内・矢部・安藤：斜張橋の特性に関する 2, 3 の考察，中央大学理工学部紀要，Vol. 10, 1967 年。
- 4) 星埜正明：斜張橋の力学的特性と設計の基本的考え方 (上)，橋梁と基礎，Vol. 17, 1983 年 4 月。
- 5) 成田信之：充腹断面箱桁を有する斜張橋の耐風設計に関する基礎的研究，東京大学学位請求論文，昭和 53 年 2 月。
- 6) 渡辺 昇：橋梁工学，朝倉土木工学講座 11，朝倉書店，昭和 49 年 3 月。
- 7) 加藤・島田：橋梁実測振動特性の統計解析，土木学会論文報告集，第 311 号，1981 年 7 月。
- 8) 平井一男：結合法による弾性支承を有する連続ばりの動的解析，土木学会論文集，第 104 号，1964 年 1 月。
- 9) たとえば，(社)建設コンサルタント協会近畿支部：斜張橋の実績調査報告，昭和 57 年 5 月。

(1986.5.16・受付)