

急速ろ過槽の砂層膨脹に関する基礎的研究

正員異

巖*

要旨 本文では急速ろ過槽の逆洗浄による砂層の膨脹基本式を、Fair-Hatch式と同様の理念のもとに誘導し、それについて諸因子の影響を究明し、かつ基本式の本質を損せずに実験結果に適合するような、砂粒の新抵抗係数を提案した。

1. 緒言

急速ろ過槽の逆洗浄効果に関する諸因子の中、砂層の膨脹は砂の清浄度、流砂防止等の見地から重要視すべきもので、洗浄作業の重要な一指標である。しかし、膨脹率に対しては、従来、Hazen式、Detroit式などが慣用されているに過ぎず、まだ満足とはいえない。筆者¹⁾はさきに等粒径の球形砂粒よりなる均等砂層に対する基本膨脹式を提案したが、それはBakhmeteff & Feodoroff²⁾の理念の線に沿うもので、妥当をかく点があつた。そこで近年米国で展開され、京大岩井教授³⁾によつて批判されているFair-Hatch式と同様の理念のもとに、解析と実験を加えて膨脹の本質を明らかにし、より満足な砂層膨脹理論を樹立しようという意図で研究を行つたので、そのことについて述べようと思う。

2. 予備実験

解析の必要上、予備実験によつて膨脅時の砂層密度の鉛直分布を検討の結果、均等と見なしうるものと認めた。供試砂は日本原料KK製の一般用ろ過砂のフルイ分け分留砂（水道協会規定標準フルイによる）の3種を用い、密度の分布状態は膨脅砂層の実態を肉眼と写真の検証とによつて判断した。

3. 基本膨脹式

記号：—

d : 球形砂粒の直径	ρ, ρ_e : 砂層の膨脅前と後の体積充てん率
a : 実験用ガラス円管の断面積	γ_w, γ_s : 水と砂の密度
l : 砂層の膨脅前の厚さ	c_f : 抵抗係数
Δl : 砂層の膨脅量（厚さ）	R_e : Reynolds数
v : 充てん層内の流速の平均値（間隙流速）	ν : 水の動粘性係数
v_0 : " " " 外の " " " (洗浄速度)	t : 水温
v_s : 静水中における砂粒の限界沈降速度	k : 水温補正係数
v_{os} : 始動洗浄速度	t' : 補正した水温
f, f_e : 砂層の膨脅前と後の間隙率	g : 重力の加速度

逆洗浄中の砂層内外の水流の連続性から

$$av_0 = f_e av \quad \therefore v = v_0/f_e \dots \dots \dots (1)$$

図-1の膨脅砂面Aにおける砂粒に作用する重力と、上昇流による抵抗力との平衡から

$$(\pi/6)(\gamma_s - \gamma_w)gd^3 = c_f \cdot (\pi/8)\gamma_w v_s^2 d^2$$

$$\therefore v_s = \left(\frac{4}{3} \frac{g}{c_f} \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\gamma_w} \right)^{1/2} d^{1/2} \dots \dots \dots (2)$$

$$Aにおいては, v = v_s \dots \dots \dots (3)$$

(1), (3)式を(2)式に代入して

$$\frac{v_0}{f_e} = \left(\frac{4}{3} \frac{g}{c_f} \frac{\gamma_s - \gamma_w}{\gamma_w} \right)^{1/2} d^{1/2} \dots \dots \dots (4)$$

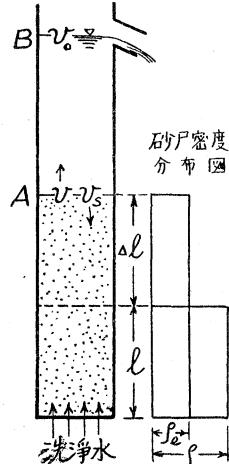
砂層密度の分布を予備実験の結果から矩形とすると(図-1)、膨脅前後の砂層の実質部の総体積は不变であるから、

$$\rho_e(l + \Delta l)a = \rho la$$

$$\therefore \rho/\rho_e = (l + \Delta l)/l = (\Delta l/l) + 1 \dots \dots \dots (5)$$

一方、 $\rho = 1 - f$, $\rho_e = 1 - f_e$ 、かつ(1), (3)式より

図-1 砂層密度分布図



* 山梨大学助教授、工学部土木教室

$$\therefore \frac{\rho}{\rho_e} = \frac{1-f}{1-f_e} = \frac{1-f}{1 - \frac{v_0}{v_s}} \quad \dots \dots \dots \quad (6)$$

よつて (5), (6) 式をこの式に代入して

となる。これが基本膨脹式である。

4. 基本膨脹式の特性

砂層膨脹に関する諸因子について、以下膨脹式の特性を考察しようと思う。解析に当つては常に $0 \leq v_0 < v_s$ なる条件のもとにあると考へてよい。

(1) v_0 と $4l/l$ の関係

この関係が实际上には最も直接かつ重要な意味をもつ。(7) 式は $v_0 = v_s$ なる漸近線をもち、かつ v_0 とともに dt/t (膨脹率) は増す。次に

$$-\frac{\partial^2}{\partial v_0^2} \left(\frac{4l}{l} \right) > 0$$

となるからこの曲線は上方に凹である。結局膨脹曲線は一般に 図-2 のような形をとる。(6) 式より、あるいは(7)式において、 $4I/I=0$ とすれば

v_0 がこの値以下ならば、たとえ洗浄水は上昇しても膨脹は起らないが、順次洗浄速度を増してこの値以上となつて、始めて膨脹が現われることがありうる。かゝる膨脹開始時の洗浄速度を“始動洗浄速度”(v_{os})と仮称すれば、図-2 の膨脹曲線の v_0 軸上の切片はこの v_{os} を示す。膨脹曲線はすべて同様な切片をもつはずであり、数多の実験結果は後述するようすに、すべて図-2 と定性的に類似の結果を与えていた。なお、通常の洗浄速度では $v_0 \geq v_s$ とはなり得ないから、(7) 式より、 $\Delta l/l < 0$ 、 $\Delta l/l \rightarrow \infty$ などは起りえない。

f について：—

f は等粒径の球の最密充てんの場合に最小で⁴⁾

$$f_{\min} = 0.2595 \doteq 0.26 \quad \dots \dots \dots \quad (9)$$

従つて充てん率は最大となり

$$\rho_{\max} = 1 - 0.26 = 0.74$$

である。砂層が膨脹前にかゝる充てん状態にあるならば、(8)式よりこの場合の洗浄速度は最小となり、それが v_{os} であつて、

従つて膨脹開始時の洗浄速度は(10)式の値を示し、それ以下にはならないことがわかる。

また、 f は等粒径の球の最疎充てんの場合に最大で⁵⁾

$$f_{\max} = 0.4764 \div 0.48$$

従つて充てん率は最小となつて

$$\rho_{\min} \doteq 1 - 0.48 = 0.52$$

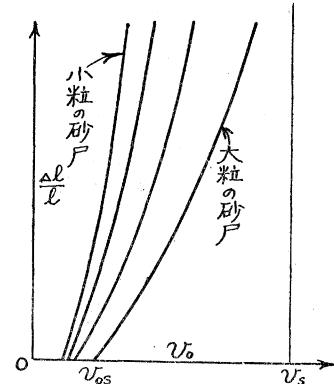
である。筆者⁶⁾がさきに誘導した

最大充てん率, $\mu_{\max} = 0.75225$, 従つて, 最小間隙率, $f_{\min} = 0.24775$
 は上記の理論値に比べて妥当でない。それは緒論で述べたように本文の理念が Fair-Hatch 式⁷⁾ のそれと同様であるに対し, この方は Bakhmeteff & Feodoroff の線にそつた点の相違による。詳細は略するが, 5 種の分留砂と, 6 種の有効径をもつ一般用ろ砂を, 粗密二種に種々の厚さに充てんして行つた f と v_{os} との関係に関する多くの実験の結果から, 上記理論値の差異あることを認められた。

(2) d と $A/I/I'$ の関係

と v_0 を一定にすれば、(2) 式より v_0 は \sqrt{d} に比例し、従つて (7) 式の v_0/v_p は \sqrt{d} に反比例する。故に

圖-2 一般膨脹曲線



同式の分母は d の増減に同調し、 $1-f$ が一定であるから同式右辺は d の増減に相反する。すなわち、大粒は小粒よりも膨脹率は小である(図-2)。多数の実験曲線はすべてこれと類似の形をしている。

(3) t と $\Delta l/l$ の関係

今、 v_0 を不変として仮に、 $t=30^\circ\text{C}$ ($\nu=0.00804$)、 $v_0=10 \text{ cm/sec}$ 、 $d=0.2 \text{ cm}$ とすれば、

$$R_e = v_0 d / \nu = 2.5 \times 10^2$$

R_e がこの程度以下では一応、

$$c_f = \alpha R_e^{-n} \quad (\alpha > 0, n > 0)$$

で表わせるものと考えるならば⁸⁾ (この仮定の妥当なることは 5. を参照のこと)、 t の昇降と R_e の増減は同調し、従つて c_f の増減はこれに相反し (τ_w の温度変化は微小なる故無視する)、(2) 式より v_s の増減は同調するから、 $\Delta l/l$ は t の昇降に相反する。図-3 は 3 種の砂で行つた実験の結果を示したもので、温度影響の著しいことがわかる。

(4) f と $\Delta l/l$ の関係

(7) 式から v_s は一定であるから、一定の v_0 に対して f と $\Delta l/l$ の関係は図-4 の如く直線的となる。(8) 式より、 $f=v_0/v_s$ の時は、(7) 式より $\Delta l/l=0$ である。4 種の砂による実験の結果によると(図-4)、 f の 1% の増減による膨脹率の減増は次の通りである。

粒度 (mm)	膨脹率増減 (平均, %)
2 ~ 1.2.....	-2.0
0.85 ~ 0.6.....	-2.15
0.4 ~ 0.3.....*	-2.5
J 砂 ($e.s.=0.68 \text{ mm}$, $u.c.=1.31$).....	-2.0

一般にろ過停止直後の閉塞砂層の間隙の、洗浄砂層のそれに対する減少率は、沈澱水中の $floc$ の大小、量、ろ速及びろ過持続時間等によつて異なるのであるが、実験によれば、たとえば沈澱水濁度 10° 、ろ速 120 m/d 、ろ過持続時間 17.5 hr の場合、 f の減少は 14.9% 、一方前記のように J 砂の f の 1% 減による膨脹率の増加は 2% であるから、膨脹率の全増加は $29.8 \div 30\%$ となるはずであるが、実際には洗浄水の逆送を始めると、砂層は瞬間的なある程度の急激な膨脹によつて一旦砂面が上昇し、砂層の閉塞物質が一部急速に排流されて間隙率が増すと、直ちに膨脹率が減少して砂面が再び急降下する、というような現象を現わし、上記の 30% 増といふような膨脹率を持続することはない。この初期の異状膨脹はろ過持続時間の大なる程急激である⁹⁾。

5. 新抵抗係数の提案

前節において基本膨脹式(7)が定性的に実験の結果によく適合することを知つた。しかしこの式は等粒径の球形砂粒による砂層を対照としているから、実際の砂層と比べて定量的に差がある。その主因は砂粒の大きさと形状、従つて抵抗係数にあるものと考えられる。よつて基本式をしてその本質をゆがめることなく、実験結果によく適合せしめるため、筆者は 5 種類の粒径の分留砂の各をもつて、7 種類の砂層厚につき、各砂層ごとに十数段階の膨脹率をもつて行つた多数の実験の結果から、一般に球形粒子に対して用いられている Newton の抵抗係数

$$C_f = (24/R_e) + (3/\sqrt{R_e}) + 0.34$$

に代る新抵抗係数を誘導した。そしてそれを用いた計算値と、F.H. 式によるものとを実験値と比較した結果、筆者の方が総体的に F.H. 式よりもよく実験値に近似することを知つた。以下それについて略述する。

図-3 t と $\Delta l/l$ の関係

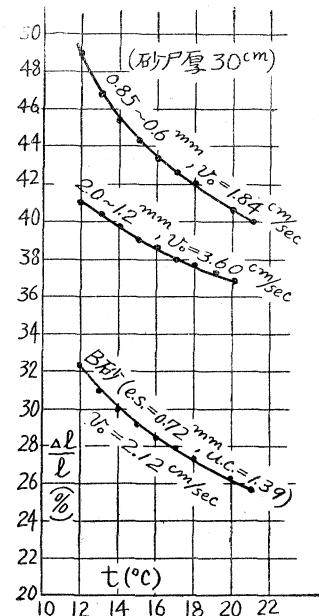
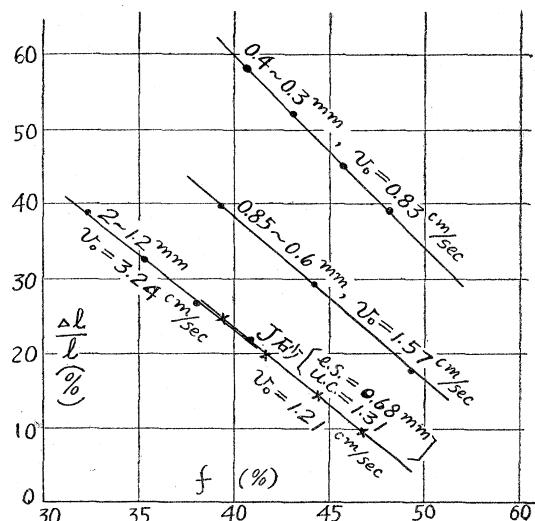


図-4 f と $\Delta l/l$ の関係



C_f と R_e を実験資料から求めるにあたり、 f は砂の比重、ろ過状態における砂層の見掛けの体積及びその重量の測定値から算出し、(7) 式から v_s 、次に (2) 式から C_f を求める。同式中の d は砂粒と等体積の球の直径とする。この実験では各種の砂粒の 600~1,600 個について計測した 1 個の平均重量と比重とから d を求めた。 R_e は既知量から算出する。

R_e と C_f との関係は、すべての粒度の砂を通じて両対数紙上で直線をなすから、総括的に

で表わされる。この α , n を粒度別に最小二乗法で決定した。 α , n がともに d (等体積球の直径) の函数として表わせれば、(11) 式は普遍性を増して一層実用的なものとなる。ところで d と n の関係は半対数紙上で直線をなすから

$$n = B \cdot A^{-d}$$

で表わされ、上と同様にして

をうる。また、 d と α との関係は、 $d=0.039\sim0.079\text{ cm}$ の範囲は普通方眼紙上で直線、 $d=0.079\sim0.151\text{ cm}$ の範囲は半対数紙上で直線をなすから、それぞれに対して、

$$\text{及び } \left. \begin{aligned} d &= 0.031 \times 1.00113^\alpha \\ (d &\leq 0.079 \text{ cm}) \end{aligned} \right\} \dots \quad (14)$$

をうる。(14) 式を変形して

$$\alpha = 2.033.35 \log \frac{d}{0.031} \quad \left. \right\} \quad (d \leq 0.079 \text{ cm}) \quad (15)$$

以上を総合すれば新抵抗係数は次のようになる。

$$C_f = \alpha R_e^{-\left(1.6602 \times 5.5538^{-d}\right)} \quad \left. \begin{array}{l} \alpha = 13.807 \cdot 94 d - 259.83 (d \geq 0.079 \text{ cm}) \\ \alpha = 2.033.35 \log \frac{d}{0.031} (d > 0.079 \text{ cm}) \end{array} \right\} \quad (16)$$

d : 管内壁の直径 (cm)

$d=0.075\text{ cm}$ では (15) 式が (13) 式よりも多少高い d の値をとるようである。

水温の補正：—

(16) 式を用いて求めた膨脹率は 17°C 附近を境として、それ以下では実験値よりやゝ大、以上ではやゝ小なる値を与えるので、その原因をしらべた結果水温を補正する必要を認めた。すなわち、実験資料から (7), (2), (16) 式によつて順次 v_s , C_f , R_e を、さらに R_e から ν を算出して、これに對応する水温をもつて補正水温 t'_e とし、

とする。この k を“水温補正係数”とし、計算の際にはこの式により予め水温を補正しておく必要がある。この k と t との関係は両対数紙上で直線をなすから、

をうる。水温補正の要否の境界は上式において、 $k=1$ として $t=17.4^{\circ}\text{C}$ となり、上記の事実を裏付けしている。

6. 著者の式及び F.H. 式の各値と実験値との比較

(1) 等粒径の均等砂層の場合

この場合の F.H. 式は、

$$\left. \begin{aligned} l_e/l &= (1-f)/(1-f_e) \\ f_e &= (v/v_s)^{0.222} \\ (v/v_s) &= f_e^{4.5} \end{aligned} \right\} \dots \quad (19)$$

ここに, l, l_e : 膨脹前後の砂層厚

f, f_e : // 前後の砂層間隙率

v : 洗浄速度

v_s : 砂粒の静水中の沈降速度

(ただし、砂の粒径 d は等体積球の直径とする)

d, f, S_s (粒子の比重), v を知つて

$$\left. \begin{aligned} v_s & \{ (4/3)g(S_s - 1)d/C_f \}^{0.5} \\ C_f & = (24/R_e) + (3/R_e) + 0.34 \\ R_e & = vd/\nu \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

を用いて (19) 式によつて膨脹率を計算する。

著者の式による計算の順序は、1) 水温を補正し、 d, r_s, f, v を実測し、2) $R_e = v_d/\nu$ と (16) 式とより C_f を、3) この C_f と r_s, d を用いて (2) 式より v_s を、4) v_s, v_0, f を (7) 式に代入して $\Delta l/l$ を求める。

5種類の分留砂に対する多数の計算の結果からうかがわれる、著者と F.H. の各式による値と、実験値との関係を比較すれば、図一5のように著者の式が F.H. 式よりも総体的によい値を与えていることを知る。実際の急速ろ過では砂層は層化していて、この層化層を構成せる、上記分留砂に該当する各粒度別の個々の仮想的な帶状層の膨脹率は全砂層の膨脹率より小なること、普通膨脹率は大体 15~25%位で、100% 以上の高い膨脅率は实际上用いられないこと等から考えると、著者の式の方が F.H. 式よりはかなり実際に近い値を与えるものと考えられる(次項参照)。

(2) 層化層の場合

層化層の場合は前項を基本として F.H. 法の原理に従つて (7) 式を用いて次式によつて計算する。

$$\left. \begin{aligned} \text{膨脹率} (\%) &= \sum_{i=1}^n \frac{\Delta l_i}{l_i} = (1-f) \sum_{i=1}^n \frac{p_i}{1-f_{ei}} - 100 \\ \text{ここに, } p_i &: \text{フルイ分け試験でえられる隣接二フルイ間の分留砂の重量百分率 } (i=1 \sim n \text{ でフルイ番号を示す}) \end{aligned} \right\} \quad (21)$$

各分留砂の代表粒径 (d_i) としては二フルイのフルイ目の幾何平均をとる。

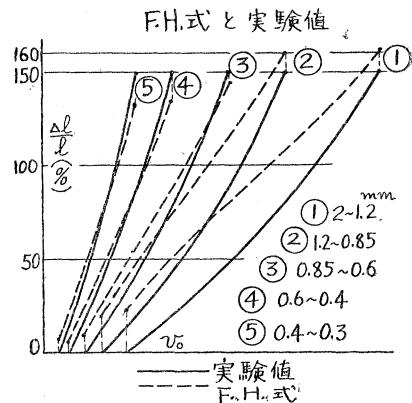
今、一つの実験において、 $e.s. = 0.72 \text{ mm}$, $u.c. = 1.39$, $r_s = 2.609$ なるろ過砂の層において、 $f = 0.507$, $l = 40 \text{ cm}$, $t = 14^\circ\text{C}$ (補正すれば、 $t' = kt = 16.8^\circ\text{C}$) の時、 $v_0 = 2.33 \text{ cm/sec}$ で逆洗浄した時の膨脹率は 30% であつた。これに対する F.H. 式と著者の式とによる計算値はそれぞれ、162.4% (F.H. 式) と 37% (著者の式) であつてもに実験値とは相へだたるが、この場合も著者の式の方が F.H. 式よりも実際に近い結果を示していることは、分留砂の場合よりも著しい。両方とも分留砂に比べて、層化層の場合の方が実験値に対する近似性が劣るのは、累加計算によつて各粒度の層ごとの誤差が蓄積するためであろうと考えられるが、この点基本膨脹式の精度が重要な意義をもつこととなる。

7. 結語

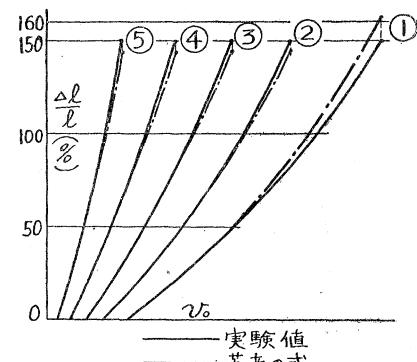
以上 F.H. 式と同様な理念のもとに等粒径均等砂層の基本膨脹式を誘導して、それについて主要因子の影響を理論的、実験的に究明して砂層膨脹現象の本質を明らかにし、さらに幾多の実験にもとづいて新抵抗係数を提案して、F.H. 式によるよりも一そう実際に近い膨脅率の計算を可能ならしめた。ただ F.H. 式による場合は一部図表の使用によつて計算が簡略化されるに対し、著者の式においては、まだそれが作られていないので計算に手間取るきらいがある。これは今後の解決にまちたい。

本研究に対して、終始御賜御指導を賜つた京都大学教授石原藤次郎、岩井重久両博士並びにしばしば御懇切な討議と批判をいただいた同大学合田健、大阪市立大学川島普助教授に対して、深厚の謝意を表すとともに

図一5 比較概略図



著者の式と実験値



もに、長期間にわたる実験と計算とに並々ならぬ助力をいたされた当教室中村朝光氏に、あわせて衷心感謝する次第である。なおまた本研究は昭和28年度厚生科学研究所補助金と昭和29年度文部省科学研究費の援助のもとに行われた研究成果の一部であることを付記する。

参考文献

- 1) 異巖：“砂層の膨脹に関する研究”，第10回土木学会年次学術講演会講演，昭29-5.
- 2) B.A. Bakhmeteff & N.V. Feodoroff：“Flow through Granular Media”，J. Appl. Mech., Trans. A.S.M.E., Vol.59, 1937, p.A-97.
- 3) 岩井重久：“逆洗浄理論について”，昭和27年度建設技術研究課題「急速ろ過池の洗浄方法」に関し、研究受託者水道協会に対して送られた報告書，昭和28-4.
- 4), 5) たとえば, J.M. Dallavalle：“Micromeritics”，2nd ed., p.126, 1948.
鍋島寛：“粉末状物体の有孔度”，応用物理，12, 125, p.7～等
- 6) 異巖：“高速度洗浄法における砂層膨脹の本質について”，第5回上下水道研究発表会講演，昭29-10.
- 7) G.M. Fair & L.P. Hatch：“Fundamental Factors Governing the Streamline Flow of Water through Sand”，J.A.W.W.A., vol.25, p.1551, 1933.
- 8) G.M. Fair & J.C. Geyer：“Water Supply and Waste-Water Disposal”，p.587, 1954.
本間仁：水理学——技術者のための波体力学，p.120 等
- 9) 異巖：“急速ろ過槽の洗浄法に関する試験的研究”，山梨大学工学部研究報告，第6号，昭30-7.

(昭. 31. 3. 30)