

いずれもほとんど直線形を示しており、かつ学会誌 39-7 の表-3 中に示した剛体と仮定したときの周期  $T$  の精度：解法-4/1 が實際上 94~95% となっている\*\*。 $M, S$  についても同程度の精度があるものと推定される。また本文では  $\tau$  をも考慮しているので剛体と仮定しないと、実際問題として計算がほとんど不可能となってくる。このように  $q$  と  $\tau$  とをとり入れしかも設計計算を容易にするために、剛体と仮定したことによつて生ずる誤差が大きくても約 5% 程度であると推定されることから、その適用範囲さえ誤まらなければこの仮定が工学的な意義を失うことはまずないものとする。

2. 他の仮定とのツリ合について

酒井氏は上記 1. の仮定のみを指摘されたが、たとえば a) 水平震度  $\alpha_0$  は井筒下端から橋脚頂部まで一定値とする、b)  $p$  は 2 次曲線分布とする等の仮定とのツリ合はどうであろうか。a) に対しては著者が合理的な  $\alpha_0$  分布を考えた場合を第 3 回道路会議で講演して同論文集に投稿した (昭. 30. 11~12)、b) は著者が実験もしくは測定したところでは必ずしも妥当でない (学会誌 39-6, 40-1)。これらのことからむしろ剛体としての仮定の方が上記 a), b) の仮定よりも罪は軽いと思われる。酒井氏が a), b) を是認して 1. のみを否定されることは演習問題的には正しいであろうが、工学的な物理量を重視すると必ずしも当をえていないように思われる。

3. 1 例として  $p=k\eta$  をあげると

論旨が前後するが改めて  $p=2$  次分布を仮定する。しかも地盤のクリープ量は井筒に直接力を与えないものとして、抵抗土圧  $p$ =地盤のバネ係数  $\kappa$ ×弾性変位量  $\eta$  の関係が是認されるものとする。しからば  $\eta$ =剛体変位=1 次と仮定することは  $\kappa=1$  次と仮定することであり、 $\eta$ =弾性変位 $\cong$ 1 次と仮定することは  $\kappa\cong 1$  次と仮定することである。一般に  $\eta\cong 1$  次の方が  $\kappa\cong 1$  次よりも確かなことが多い。このように  $\eta$  を弾性体、剛体のいずれに仮定しても、 $\kappa\times\eta=2$  次 ( $p$ ) ならしめるように  $\kappa$  分布を想定することにより、同一の  $p$  分布従つて  $M, S$  をうる。このように  $p=2$  次を肯定する以上剛体としての仮定は実用計算上はなほだしく矛盾するとは考えられない。ましてやかなり専門的な外国書においても井筒よりも遙かに剛性の小さい矢板、クイ、送電線柱等においてさえ  $\kappa(1\text{次})\times\eta(1\text{次})=p(2\text{次})$  として剛体変位  $\eta$  がとられて  $M, S$  の計算が進められている例が少なくないので (たとえば学会誌 39-6 文献 2)、著者は一層上記の感を深くするものである。

4. 本文 3, 4 の意味について

平衡条件式 (7), (8), (9) で未知数は  $p_1, q_1, d_0, d$  であるから理論上は弾性変形を考慮した条件式 1 個を追加するのが正攻法であろうが、実際問題として設計時には  $p_m, q_m$  の値が土質試験等から推定できるので、 $p_1\leq p_m, q_1\leq q_m$  が与えられてしまう。そこで 3, 4 のような取扱いをしたわけで、 $p_m, q_m$  が全く偶然的な値でない限り  $p_1=p_m, q_1=q_m$  を同時に満足する  $d$  は算出されないと思う。著者は本文表-1 の計算結果からも 3, 4 の計算法が全く無意味であるとは思っていない。なお酒井氏は本文のような計算法は簡単であるといわれているが、数個の橋脚の井筒または潜函に対する計算の経験ではかなり手数がかかり、実用計算としては、繁雑にすぎると感じている位である。

5. むすび

(1) 酒井氏は標題を理論的な研究とみられたのに対し、著者は設計を対象とした実用計算を直接の目的としていたところに、上記のような見解の相違ができたのではなからうか。

(2) なお本文投稿後著者は次の実験的成果を収めた。a)  $p$  に対する  $q, \tau$  の影響は本文の仮定と類似の傾向にあることを模型実験で確認した (昭.31.1~2)。b) 光弾性模型 (当然  $EI\neq 0$ ) を作り、これを砂槽内に入れて 3 次元の実験をしたところ、 $q$  したがつて  $M$  の分布が本文の  $EI=0$  の仮定による  $M$  分布の計算結果とかなりよく接近していることが実証できた。

便宜上ここで本文の正誤表をつけさせていただく。(53 頁参照)

## 箱桁の断面変形について

(土木学会誌 40 卷 11 号所載)

正 員 小 松 定 夫

討議者：正 員 能 町 純 雄\*

\*\*  $EI$  の小さい短軸方向でさえ誤差が 5% であるので通常根入長さ決定の対象となる長軸方向では 1% のオーダーと推定される。

箱桁のような微視的に入り組んだ構造物を、その各部分の厳密な表現から出発し、これを総合して、一体化した桁の立場から眺め、従来の初等的理論との関係を明快に示された理解の深さに敬意を表します。

1. 著者は、(10)式申に示している二次歪について、 $u-u$  から傾いているために生ずる中央面の伸び

$$\epsilon'_{ux} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_u}{\partial x} \right)^2$$

のみを考慮しておられますが、二次ヒズミを考るならば

$$\epsilon'_{ux} = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_u}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right)^2$$

として、 $\frac{\partial \tilde{w}}{\partial x}$  も考慮されるべきと思われますがいかがでしょうか、これを考慮致しますと、各薄板に関するタワミの基本微分方程式 (11) は

$$d^2 w_u = -\frac{Et_u h_u}{D_u R} \frac{\partial^2 w_u}{\partial x^2}, \quad d^2 w_l = \frac{Et_l h_l}{D_l R} \frac{\partial^2 w_l}{\partial x^2}, \quad d^2 w_s = -\frac{Et_s}{D_s R} (h_u - z_s) \frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}$$

となるようであります。又最終の結果は

$$I \cdot \mu = \frac{2\nu}{E} R (D_l - D_u) \sum_m \sum_n A_{mn} (2n-1) \pi - R [(t_u h_u - t_l h_l) b^3 + t_s h^2 (h_u - h_l)] + \frac{I^3 b}{R} (h_u t_u - t_l h_l)$$

となるように思われます。 $t_u = t_l$  では  $I \cdot \mu = 0$  となります。

2. 前後しますが、(1)式につきまして、上部のプレートの面内力が

$$\sigma_x = -(h_u - w_u) / R$$

として妥当であります。この内第1項は単純圧縮で他の応力成分を伴いませんが、第2項は板内で他の応力成分を伴ふ筈と思ひます。例えばこれを Airy 函数で表わせば

$$\sigma'_x = \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} = \frac{E w_u}{R}, \quad \sigma'_y = \frac{\partial^2 F}{\partial x^2}, \quad \tau_{xy}' = -\frac{\partial^2 F}{\partial x \partial y}$$

となりますが、これによるヒズミエネルギーは、どの程度になるのでせうか、 $l$  が大きくなれば  $\sigma'_y, \tau_{xy}$  は急減すると思ひますが、以上の点について御教示を得られれば幸甚に存じます。

著者：正員 小松 定夫

拙文に関して詳細な御検討の上、御討議を載しましたことに対し感謝の意を表します。

次に各質問事項についてお答え申し上げます。

1. この件につきましては、やはり拙文の式 (10)<sub>1</sub> が正しいと確信します。図-a に示しますように最初 AB に位置していたカバープレートの微小要素  $dx$  は変形後 CD に変位します。これを2つの段階に分けて考えます。

先ず断面変形がなく、点Aは  $\tilde{w}$ 、Bは  $\tilde{w} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} dx$  だけ鉛直変位を生じ、図-a の A'B' に来ます。さらに断面変形のためそれぞれ  $w_u$  及び  $w_u + \frac{\partial w_u}{\partial x} dx$  だけ変位することになります。従つてCより A'B' に平行な、いわゆる繊維 CE を引けば、

$$\overline{CD} = \sqrt{\overline{CE}^2 + \overline{DE}^2}$$

一方 
$$\overline{CE} = dx \left( 1 - \frac{h_u - w_u}{R} \right)$$

でありますから  $\overline{CD}$

$$\overline{CD} = dx \left[ \left( 1 - \frac{h_u - w_u}{R} \right)^2 + \left( \frac{\partial w_u}{\partial x} \right)^2 \right]^{1/2}$$

はこの式を Taylor 級数に展開し、3次以上の微小項を省略しますと、

$$\frac{\overline{CD} - \overline{AB}}{\overline{AB}} = -\frac{1}{R} (h_u - w_u) + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_u}{\partial x} \right)^2$$

よつてヒズミとしては  $[\epsilon_{ux}]_{z_u=0} = -\frac{1}{R} (h_u - w_u)$  の他に中立面の繊維方向よりの傾きによる2次ヒズミ

$$\epsilon_{ux}' = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_u}{\partial x} \right)^2$$

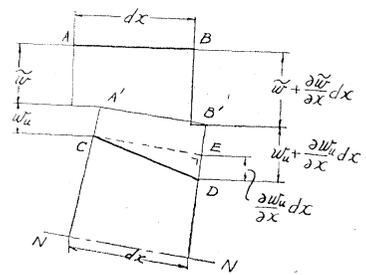


図-a

が含まれていることになりす。これが拙文の式(10)<sub>4</sub>に他なりません。

お説の式  $\epsilon_{ux}' = \frac{1}{2} \left( \frac{\partial w_u}{\partial x} + \frac{\partial \tilde{w}}{\partial x} \right)^2$  の根拠が理解し難いのですが、例えば隔板が密に存在して、 $w_u \equiv 0$  なるように変形が防止されている場合には、カバープレートのヒズミは初等ハリ理論が適用できて  $-h_u/R$  となります。そして  $\tilde{w}$  によつては何ら2次ヒズミを生じないと思いがいかがですか。

2. お説の板面内応力  $\sigma_{uy}'$ ,  $\tau_{uxy}'$  については、筆者も以前よりその存在を認め、それを合めてヒズミエネルギーを計算してみました。しかしそれらの影響は高次の微小項として無視して差支えないことを知りましたので取上げなかつたわけです。

仮にそれらを考慮致しますと、上部カバープレートの応力成分は、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_{ux} &= -\frac{Ez_u}{1-\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w_u}{\partial x^2} - \frac{1}{R} + \nu \frac{\partial^2 w_u}{\partial y_u^2} \right) - \frac{E(h_u - w_u)}{R} \\ \sigma_{uy} &= -\frac{Ez_u}{1-\nu^2} \left[ \frac{\partial^2 w_u}{\partial y_u^2} + \nu \left( \frac{\partial^2 w_u}{\partial x^2} - \frac{1}{R} \right) \right] + \sigma_{uy}' \\ \tau_{uxy} &= -\frac{Ez_u}{1+\nu} \frac{\partial^2 w_u}{\partial x \partial y_u} + \tau_{uxy}' \end{aligned} \right\}$$

各式の第2項の面内応力を考慮しますと全ヒズミエネルギー  $\Pi$  は拙文中の式(12)の  $V$  に附加項が入ります。

$$\begin{aligned} \Pi &= V - 2 \int_0^l \int_{-b/2}^{b/2} \left\{ \frac{1}{E} \left( \frac{\partial^2 F_u}{\partial x^2} \right)^2 + 2\nu \frac{h_u - w_u}{R} \left( \frac{\partial^2 F_u}{\partial x^2} \right) + \frac{2(1+\nu)}{E} \left( \frac{\partial^2 F_u}{\partial x \partial y_u} \right)^2 \right. \\ &\quad \left. + \frac{Et_u w_u}{R} \left( \frac{\partial w_u}{\partial x} \right)^2 + \frac{\partial^2 F_u}{\partial x^2} \left( \frac{\partial w_u}{\partial y_u} \right)^2 - 2 \frac{\partial^2 F_u}{\partial x \partial y_u} \frac{\partial w_u}{\partial x} \frac{\partial w_u}{\partial y_u} \right\} dx dy_u + V_{I_1} \end{aligned}$$

ここに  $V_{I_1}$  は上式右辺の第2項の積分値に対応する下部カバープレートに関する同種の項であります。

そして  $Ew_u/R = \partial^2 F_u / \partial x^2$ ,  $-Ew_l/R = \partial^2 F_l / \partial x^2$  と云う条件付の極値問題として、 $\delta \Pi = 0$  に変分計算を施しますと、

$$x=0, l \quad \text{において} \quad \frac{\partial F_u}{\partial x} = \frac{\partial F_l}{\partial x} = 0$$

なる境界条件が存在することがわかります。従つて上の  $\Pi$  の中の積分は

$$\int_0^l \int_{-b/2}^{b/2} \frac{2\nu h_u}{R} \frac{\partial^2 F_u}{\partial x^2} dx dy_u = 0$$

であります。

所が一方  $\sigma_{uy}'$ ,  $\tau_{uxy}'$  などは  $Ew_u/R$  と同じ order で、 $w_u$ ,  $\tilde{w}$  に関して2次の項であります。だから  $\Pi$  の中の附加項は全部4次の微量に過ぎません。従つて  $V$  の中に含まれる3次以下の項に比較して無視してよいわけであります。このような項を計算に含めましても徒らに問題を複雑化するだけであります。本題では  $\sigma_{uy}'$ ,  $\tau_{uxy}'$  を直接関係させない方がよいと思います。よつて

$$\Pi = V$$

としても  $l$  の如何にかかわらず十分正確であると思ひます。

昭和31年10月25日印刷

昭和31年10月31日発行

土木学会論文集

第 38 号

定価 120 円 (〒 20 円)

編集兼発行者 東京都千代田区大手町2丁目4番地

印刷者 東京都港区赤坂溜池5番地

印刷所 東京都港区赤坂溜池5番地

中川一美

大沼正吉

株式会社技報堂

東京中央郵便局区内 千代田区大手町2丁目4番地

発行所 社団法人 土木学会

電話(20) 3945・4078  
振替東京 16828