駐車場計画に関する基礎理論の研究

正員　毛　利　正　光*

要　旨　駐車場を計画し運営する場合，駐車需要をできる限り満たし，駐車場を効率よく利用できるような駐車場の容量を決めることが望ましい。このため駐車場計画に必要な諸要素の関係について理論的考察を加え，駐車場運営のための基礎理論を明らかにし，駐車場計画上の指針を与えたものである。

1. 序　　言

最近の急激なる自動車交通の増加に伴い，大都市における駐車の問題は，都市活動の能率化と利便と合わせて交通緩和を計るために種々なる問題を提供している[6),9),11),14)]。その対策上の根幹は路外駐車場の建設にあるが[14)]，駐車場を最も必要とする都市中心部では，用地の獲得の困難さと建設費の高くつくことにより有料制度の駐車場の建設，あるいはビル付属の専用駐車場の建設などが行われる一方，限られた駐車場を能率よく利用するため駐車時間の規制を行うなど，駐車問題解決のための各種の方策が樹てられつつある[8),9),12)]。しかして，これらの駐車場の設定に当つては，駐車需要の実態と駐車習性の調査から，最も能率的な駐車場の容量を定めることが必要となつてくるが，駐車現象はきわめて複雑で，その駐車場所の種類による性格を究明する必要があり，これに関する実態調査はかなり大規模に実施されているようである[6),10),15)]。しかし計画運営上の根本となる基礎理論については見るべき研究に乏しく，駐車発生の確率，駐車時間の分布と管理に関する 2，3 の研究[7),12),13)]があり，ようやく理論的研究の端緒を与えているに過ぎない。かゝる現状において駐車場計画上の合理的指針を与えるため基礎的考案を展開して，駐車場設定上の基本となる基礎的理論について述べてみたい。

2. 基礎方程式の誘導

駐車場に入る車，出る車があつて，その利用台数を表わす実現函数 $X(t)$ は時間 t とともに変動する正の整数値 (0, 1, 2,……) のみをとる階段函数であると考えると，この函数値の変化は $+1$ または -1 である。換言すると時刻 t のとき $X(t)=n(\geqq 1)$ であればつぎの変化で $n+1$ または $n-1$ に移り $X(t)=0$ ならばつぎの変化で 1 に移るということである。しかして $0<t<t+h$ とすれば，時間間隔 $(0, t)$ における $X(t)$ と時間間隔 $(t, t+h)$ における変化の数 $X(t+h)-X(t)$ とは独立で，後者の確率法則は h だけに関係し，$X(t)=n$ なるとき $(t, t+h)$ の間にちようど 1 つの変化が起つて $X(t+h)=n+1$ となる確率は $m_n h+0(h)$ で，$X(t+h)=n-1$ となる確率は $l_n h+0(h)$（この場合は $n\geqq 1$ のときに限る）である。ここに m_n, l_n はそのときの n に関係する正の定数であつて $0(h)$ は h より高次の無限小を表わす。h の値を小さくとれば時間 $(t, t+h)$ の間に 2 つ以上の変化の起る確率は $0(h)$ であると考えてよいから $X(t)$ が n となる確率を $P_n(t)$ と書くことにし $P_n(t)=P\{X(t)=n\}$ に対する関係を考えてみると $X(t+h)=n$ となるのは，つぎの 4 つの場合に限られる。

（1）$(t, t+h)$ の間に変化のないときで，したがつて $X(t)=n$ の場合

（2）$(t, t+h)$ の間に 1 つの変化が起つて $X(t+h)-X(t)=1$ したがつて $X(t)=n-1$ の場合

（3）$(t, t+h)$ の間に 1 つの変化が起つて $X(t+h)-X(t)=-1$ したがつて $X(t)=n+1$ の場合

（4）$(t, t+h)$ の間に 2 つ以上の変化の起る場合でこの確率は $0(h)$ である

これらの 4 つの場合は互に排反であるから，つぎの関係が成立する

$$P_n(t+h)=P_n(t)\{1-m_n\cdot h-l_n\cdot h-0(h)\}+P_{n-1}(t)\{m_{n-1}\cdot h+0(h)\}$$
$$+P_{n+1}(t)\{l_{n+1}\cdot h+0(h)\}+0(h) \quad\cdots\cdots(1)$$

$$\therefore\quad P_n(t+h)=P_n(t)\{1-m_n\cdot h-l_n\cdot h\}+m_{n-1}\cdot h\cdot P_{n-1}(t)+l_{n+1}\cdot h\cdot P_{n+1}(t)+0(h)$$

$$\therefore\quad \frac{P_n(t+h)-P_n(t)}{h}=-(m_n+l_n)P_n(t)+m_{n-1}\cdot P_{n-1}(t)+l_{n+1}\cdot P_{n+1}(t)$$

$\therefore$　$h\to 0$ ならしめる極限を考えると

$$P_n'(t)=-(m_n+l_n)P_n(t)+m_{n-1}\cdot P_{n-1}(t)+l_{n+1}\cdot P_{n+1}(t) \quad\cdots\cdots(2)$$

式 (2) は $n\geqq 1$ の場合に成立し，$n=0$ の場合は前記 (2) の場合が起らないから次式のようになる。

$$P_0'(t)=-m_0P_0(t)+l_1\cdot P_1(t) \quad\cdots\cdots(3)$$

式 (2)，(3) が駐車台数の確率過程を示す基礎微分方程式である。もし $P_n(t)$ の初期条件として $t=0$ において $X(0)=i$ ならば

* 大阪市立大学講師，理工学部土木教室

$$P_i(0)=1,\quad P_n(0)=0\qquad (n\neq i)\cdots\cdots(4)$$

従つて初期条件が与えられる場合には式（4）と式（2），（3）とから基礎方程式を解けばよい。

3. 駐車需要と駐車場容量との関係

いま個個の車輛の駐車時間はもちろん互に独立であると考え，駐車場の容量を A 台とすると，A が全べて駐車利用中であれば，新しい駐車希望車はどれか1つの場所が空くのを待つか他に駐車場所を求めることになる。このような状態の車と駐車中の車を合せて駐車需要と言うことにし，その総数が n である状態を E_n で表わすことにする。$n>A$ なる E_n の状態では駐車場の容量は不足し，$n<A$ なる E_n の状態では駐車需要の車は任意の時にこの駐車場を利用することができる。

駐車需要の頻度は1日中でかなりの差があり，時間的に平均値は一定でないが，ある時間を短く区切つてその範囲についてだけ考えると，個個の駐車需要の起るのは互に独立であつて，その生起の確率は時間的に一定で，ポアツソン分布によく適合すると考えてよいから[1),13)]，駐車場の特性として，入量は平均値 m の強度をもち，h 時間内に1台の車が出て行く確率は $lh+0(h)$ であると仮定すると

（1） $n\leqq A$ なる場合　時間 h の間に $lh+0(h)$ の確率で1台の車が出て行き，2台以上の車が出て行く確率は $0(h)$ であつて，各車の間にはお互に干渉はなく独立であると考え，時刻 t における駐車総数を $X(t)=n$ とすれば，$(t,\ t+h)$ の間に1台の車の出て行く確率は

$$\binom{n}{1}(lh+0(h))\,(1-lh-0(h))^{n-1}=n(lh+0(h))=nlh+0(h)\cdots\cdots(5)$$

同じように考えて2台以上の車が出て行く確率は $0(h)$ になる。したがつて1台の車が出て行く確率は $l_n=nl$ として，基礎微分方程式（2），（3）が成立すると考えてよく，また h 時間内に1台の新しい車の入つてくる確率は先に述べた如く $mh+0(h)$ で2台以上の車のくる確率は $0(h)$ である。もちろん出る車と入る車は互に独立であると仮定する。しかるときは式（2），（3）において次のようにおけばよい。

$$m_n=m,\quad l_n=n\cdot l\cdots\cdots(6)$$

ゆえに基礎微分方程式は次のようになる式（3）より

$$P_0'(t)=-mP_0(t)+lP_1(t)\qquad (n=0)$$

式（2）より

$$P_n'(t)=-(m+nl)P_n(t)+mP_{n-1}(t)+(n+1)lP_{n+1}(t)\qquad (A>n\geqq 1)\cdots\cdots(7)$$

（2） $n\geqq A$ なる場合　A 台の駐車場所は全部塞がつていることになるから

$$l_n=A\cdot l\cdots\cdots(8)$$

となる。ゆえにこのとき式（2）は次のように書ける

$$P_n'(t)=-(m+Al)P_n(t)+mP_{n-1}(t)+A\cdot lP_{n+1}(t)\cdots\cdots(9)$$

今式（7），（9）の方程式を解くために，t を充分大きくとれば通常 $X(t)$ の分布が安定してくる，すなわち極限分布

$$\lim_{t\to\infty}P_n(t)=p_n\cdots\cdots(10)$$

が存在することであつて，初期条件式（4）には無関係にきまり，$P_n'(t)=0$ とおいてえられる方程式を満足しなければならないから $n\leqq A$ ならば式（7）より

$$\left.\begin{aligned}&mp_0=lp_1\\&(m+nl)p_n=mp_{n-1}+(n+1)l\cdot p_{n+1}\end{aligned}\right\}\cdots\cdots(11)$$

$n\geqq A$ ならば式（9）より

$$(m+Al)p_n=mp_{n-1}+Alp_{n+1}\cdots\cdots(12)$$

式（11）から $p_1=(m/l)p_0$，あとの方の式から $p_2=(m/l)^2/2!\cdot p_0$，すなわち $n=1,2,\cdots\cdots n$，の場合について順次求めて行くことができて，一般に

$$p_n=\frac{(m/l)^n}{n!}p_0\qquad (n\leqq A)\cdots\cdots(13)$$

また式（12）から

$$p_n=\frac{(m/l)^n}{A!\,A^{n-A}}p_0\qquad (n\geqq A)\cdots\cdots(14)$$

式（14）から p_n の無限級数の和は

$$\sum_{n=A}^{\infty}p_n=\frac{A^A}{A!}p_0\sum_{n=A}^{\infty}\left(\frac{m}{Al}\right)^n\cdots\cdots(15)$$

であるから，この級数は

$$m/l<A \quad \cdots\cdots(16)$$

の場合に限り収斂する。もし式 (16) が成立しなく $m/l \geqq A$ ならば $p_0=0$ でなければならぬゆえ，式 (14) からこのときはすべての n に対して $p_n=0$ となり，駐車需要は堆積する一方で究極において駐車需要の数が限りなく大きくなることを表わしている。

式 (16) の関係が成立するときは $\sum_0^\infty p_n=1$ なるように p_0 をきめることができる。すなわち次式で与えられる。

$$p_0=\frac{1}{\sum_{n=0}^{A-1}\frac{(m/l)^n}{n!}+\frac{(m/l)^A}{A!}\cdot\frac{A}{A-m/l}} \quad \cdots\cdots(17)$$

また1台の車がやつてきた場合，駐車場が一杯で他に場所を求めなければならない状態にある確率（駐車不能の確率）を Φ とすれば式 (15) で n が $A+1$ 以上の場合となるから

$$\Phi=\frac{1}{A!}\left(\frac{m}{l}\right)^{A+1}\frac{1}{A-m/l}p_0 \quad \cdots\cdots(18)$$

で与えられる。

つぎに駐車場を利用している平均の台数を a とすると，a は次式で与えられる。

$$a=\sum_{n=0}^{A-1}np_n+\sum_{n=A}^{\infty}A\cdot p_n$$

上式に式 (13)，(14) の関係を代入すると

$$a=p_0\left[\sum_{n=0}^{A-1}n\cdot\frac{(m/l)^n}{n!}+\sum_{n=A}^{\infty}A\cdot\frac{(m/l)^n}{A!}\cdot\frac{1}{A^{n-A}}\right]=p_0\cdot\frac{m}{l}\left[\sum_{n=1}^{A-1}\frac{(m/l)^{n-1}}{(n-1)!}+\sum_{n=A}^{\infty}\frac{(m/l)^{n-1}}{(A-1)!}\cdot\frac{1}{A^{n-A}}\right]$$

$$=p_0\cdot\frac{m}{l}\left[\sum_{n=1}^{A}\frac{(m/l)^{n-1}}{(n-1)!}-\frac{(m/l)^{A-1}}{(A-1)!}+\frac{(m/l)^{A-1}}{(A-1)!}\cdot\frac{A}{A-m/l}\right]=p_0\cdot\frac{m}{l}\left[\sum_{n=0}^{A-1}\frac{(m/l)^n}{n!}+\frac{(m/l)^A\cdot A}{A!(A-m/l)}\right]=\frac{m}{l}$$

$$\cdots\cdots(19)$$

∵ 式 (17) より［　］の中は $1/p_0$ に等しい。

すなわち m/l は平均の利用場所数を与えてくれることになるから，駐車場の利用台数について，かなり長期にわたり観測を行えば，その平均値として a 及び m/l の近似値を求めることができる。しかして m, l の値は駐車場の設けられる地域の特性を表わす値であるから，ある特定の駐車場あるいは，ある地域全体に発生する駐車需要と a または m/l の値とから，その地域の特性を考慮して，駐車需要最頻時における駐車不能の確率を何%以下にならしめるかの条件が与えられればそれを満足する A の最小値を求めることが実際上の問題となつてくる。しかして，m, l の値は実測によつて推定値を求めうる定数である。

4. 計 算 例

数値計算適用の方法を示すため簡単な例として，駐車容量 $A=5$ のとき $m/l=1,2,3,4$，の場合について行つた計算の手順を示せば，式 (16) の $m/l<A$ が成立するときは，p_0 の値は式 (17) から求められるが，式 (17) は次のようにも書くことができる。

$$1/p_0=e^{m/l}-\sum_{n=A}^{\infty}\frac{(m/l)^n}{n!}+\frac{(m/l)^A}{A!}\cdot\frac{A}{A-m/l} \quad \cdots\cdots(17')$$

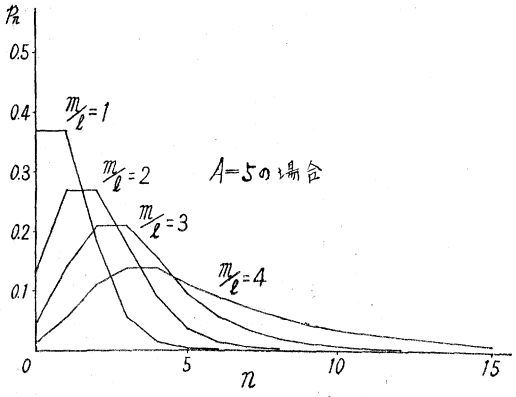
従つて A の値の大小により上式または式 (17) のいづれか計算の便利な方を使つて p_0 を求めることができる。この値を用いて p_n の極限確率を式 (13)，(14) により計算したものを示せば表—1 のようになる。

表—1 の計算値を m/l をパラメーターとして p_n と n との関係を図に示すと図—1 のごとくなる。

図—1 からわかるように m/l の値が大きくなると，それだけ駐車不能の場合の生ずる確率は大きくなるが式 (19) の関係が示すように m/l は平均の利用台数を示す値であるから駐車場の平均利用率はそれだけ大きくなることも明らかである。

つぎに実際上の計画に当つては，駐車需要の最頻時駐車不能の事態の生ずる確率をある%以下になるように所

図—1



要の容量を決定すればよく，駐車不能の確率は式(18)から計算されるから m, l の値と，その地域の状態を考慮して A の値をきめることができる。より実際的な場合は駐車場の設けられる附近の路上駐車容量その他の駐車スペースを考慮して，何台か以上の車が駐車不能となる場合を予想して計画するのが一層合理的であると考えられる。したがつて，いま b 台以上の車が駐車不能となる確率を Φ_b とすれば式 (18) の場合と同じようにして次式をうる

$$\Phi_b=\frac{1}{A!}\left(\frac{m}{l}\right)^{A+b}\frac{A}{A^b\left(A-\frac{m}{l}\right)}\cdot p_0 \cdots\cdots\cdots(20)$$

少くとも駐車不能の事態の生ずるのは b が1以上のすべての場合であるから，式 (20) において $b=1$ の場合を考えると，これは式 (18) の場合に等しくなることもすぐわかる。上の計算例の場合に駐車不能となる台数が1台，2台，3台以上である駐車不能の確率を計算した値を示すと表—2 のようである。すなわちこの例では少なくとも2台以上が駐車不能となる確率を10%程度以下に計画するとすれば $m/l=3$ の場合となり，このときの平均利用台数は3台であるから，平均利用率は 60% になることも容易にわかる。

表—1

駐車需要数 n	利用台数 $\leqq A$	駐車不能台数 $n-A$	p_n			
			$m/l=1$	$m/l=2$	$m/l=3$	$m/l=4$
0	0	0	0.3678	0.1343	0.0466	0.0130
1	1	0	0.3678	0.2686	0.1399	0.0559
2	2	0	0.1839	0.2686	0.2096	0.1119
3	3	0	0.0613	0.1791	0.2096	0.1385
4	4	0	0.0153	0.0896	0.1574	0.1385
5	5	0	0.0031	0.0358	0.0945	0.1108
6	5	1	0.0006	0.0143	0.0567	0.0887
7	5	2	0.0001	0.0057	0.0340	0.0709
8	5	3	0.0000	0.0023	0.0204	0.0567
9	5	4		0.0009	0.0121	0.0414
10	5	5		0.0004	0.0073	0.0363
11	5	6		0.0001	0.0044	0.0291
12	5	7		0.0000	0.0027	0.0232
13	5	8			0.0016	0.0186
14	5	9			0.0001	0.0119
15	5	10			0.0001	0.0119

表—2

	駐車不能の確率 Φ_b (%)			
	$m/l=1$	$m/l=2$	$m/l=3$	$m/l=4$
1台以上が駐車不能となる場合	0.077	2.39	14.17	45.31
2台以上　〃	0.015	0.95	8.50	36.25
3台以上　〃	0.003	0.38	5.10	28.99

5. 結　　言

以上駐車場容量算定上の基礎理論と，その駐車場計画への適用方法について述べたのであるが，理論的に算定した値を実際に適用する場合には，そこにおのづから実状を考慮して，所要の駐車場の容量を決定すべきことは，もちろんであるが，この理論を，ある地域の全体計画に利用する場合には，その地域に発生する駐車需要の確率を推定して，それを収容するに足る適当な駐車場容量としては，予想される駐車不能の台数とその駐車不能の確率をある値以下になるように計画を行い，また特定の駐車場については，それが設けられる地域の特性を考慮して，m, l の値を決め，駐車需要の最も多い時駐車不能の状態にある車が何台か以上である確率をある値以下にならしめるかの必要条件が与えられれば，それを満足する A の最小値を求めることが実際上の問題になるが，この計算並びに計画の方法はすでに述べたようにすればよい。

つぎに重要な問題は駐車場を管理運営する場合，あるいは企業として経営する場合には，合理的な容量を定めて，もつとも能率よく回転することが必要となつてくる。この場合には，上述の理論を応用することができる。しかして実際の運営には m, l の決定と，駐車時間の規制管理を行うことが重要となつてくるが，これらの問題については改めて述べることにしたい。

終りに本研究を行うについて，非常なる研究上の便宜と，御援助をお計り願つた大阪市立大学橘善雄教授ならびに京都大学米谷栄二助教授に対して深謝の意を表する次第である。

参考文献および資料

1) 北川敏男：ポアソン分布表，培風館，昭 26. 9, p.p. 75～89.
2) 伏見康治：確率論及統計論，河出応用数学第8巻，昭 23. 2, の p.p. 329～334.
3) 国沢清典：近代確率論，岩波全書 142, 1955 年7月.
4) 北川敏男編：確率論及び推計学の進歩，岩波書店 1953 年5月.
5) G. Charlesworth & H. Green : Parking Surveys, Roads and Road Construction, Vol. 31, No. 365 (May, 1953) p.p. 130～134.

6) 都市駐車施設研究委員会：東京都中心地区駐車実態調査報告書，都市計画協会，昭 27. 3.
7) 小林輝一郎：駐車場に関する一考察，第2回日本道路会議論文集，昭 29 年，p.p. 547～550.
8) 中満寿夫：駐車場の配置及び設計について，同上論文集，p.p. 551～554.
9) 浅野　英：首都における自動車駐車場整備対策について，同上論文集，p.p. 554～558.
10) 鈴木一郎：東京都における路外駐車場の現況について，同土論文集，p.p. 558～561.
11) C.D. Buchanan：ロンドン地区における駐車問題の考察，Journal of the Town Planning Institute, Jan. 1955. の抄録，土木学会誌，41 巻1号，昭 31. 1 月，p. 30.
12) 小林輝一郎：駐車場経営の基礎資料の取扱いに関する理論的研究，第3回日本道路会議で発表
13) 米谷，加藤，稲見：大都市中心部における駐車問題について，同上
14) 中村　滋：首都における駐車対策の問題点，同上
15) 柴田義男：首都における路外駐車場について，同上

(昭. 31. 4. 3)

"橋脚井筒の側面水平摩擦力と底面上向反力とを考慮した場合の耐震静計算法（土木学会誌 41 巻 2 号登載）" の正誤表

ページ	行	誤	正
1	右. L. 13	$\dot{\tau}$	$\overset{\circ}{q}$
3	右. 式(13)	$r^3(Ew'd)^2\dot{F}$, $\left(2\alpha r+\dot{\frac{2}{3}}\beta cd^2\right)$, $4/9\,c^2Ew'\dot{d}^6$	$r^3(Ew'd)^2\overset{\circ}{F}{}^2$, $(2\alpha r+\overset{\circ}{2}\beta cd^2)$, $4/9\,c^2Ew'\overset{\circ}{d}{}^5$
3	右. 式(15)	$3\frac{K_A'}{K_A}I(c)c\dot{E}w'$, $36\alpha_0\frac{K_A'I(c)}{K_Ac}I(\dot{c})w_1a_1d$	$3\frac{K_A'}{K_A}I(c)Ew'$, $36\alpha_0\frac{K_A'I(c)}{K_Ac}w_1a_1d$
4	左. 式(21)	$-\dot{\frac{3}{2}}\alpha_0\left(Wh-\dot{\frac{1}{2}}w_2a_2h^2-\frac{1}{2}w_1a_1d^2\right)$, $\left(\frac{2K_A'}{K_A}I(c)-\dot{\frac{cd^3}{2}}\right)$	$\overset{\circ}{+}\frac{3}{2}\alpha_0\left(Wh\overset{\circ}{+}\frac{1}{2}w_2a_2h^2-\frac{1}{2}w_1a_1d^2\right)$, $\left(\frac{2K_A'}{K_A}I(c)\overset{\circ}{+}\frac{cd^3}{2}\right)$
4	左. 式(22)	$-\dot{\frac{3}{2b}}\left\{2I(c)-\dot{\frac{cK_A}{2K_A'}}d^3\right\}q'$	$\overset{\circ}{+}\frac{3}{2b}\left\{2I(c)\overset{\circ}{+}\frac{cK_A}{2K_A'}d^3\right\}q'$
5	左. L. 5	支　点	交　点