

## 電気相似法による 2, 3 の問題の実験解析

正員山内利彦\*

**要旨** 本論文は、先に示した回路<sup>1), 2)</sup>を用いて、これら回路の組合せ、あるいは応用により、

(1) ト拉斯の影響線、(2) ランガーガーダー、(3) 格子桁問題の実験解析法を述べたものである。

### 1. 緒言

著者はさきに、力学と電気の間の相似関係を利用すれば応力解析が容易に行なうことを見た。この方法は、実験操作が容易であるうえに、短時間で実験解析ができる特色を持つため、数値解析に手数を要する問題の解析に適しているといえよう。

著者はすでに、軸力、曲げの回路およびこれによる実験結果を示してきたが、これらの回路を適当に組み合わせて用いると、種々の興味ある問題を解くことができる。本論文は、このうち 2, 3 の問題の実験解析法を述べる。

### 2. ト拉斯の影響線

ト拉斯の部材力を求める方法を拡張することにより、ト拉斯の影響線を求めるのも、一つの方法である。しかし、これによれば、電源の位置を逐次変えなければならないので、次のように実験を行うのが賢明である。説明のため、図-1 に示すランガートラスを例にとる。また、ト拉斯の部材はどの場合でも同じであるが、部材 EG について影響線の求め方を述べることにする。

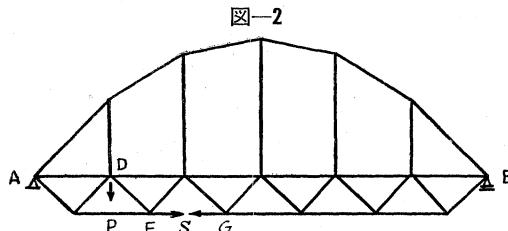


図-1

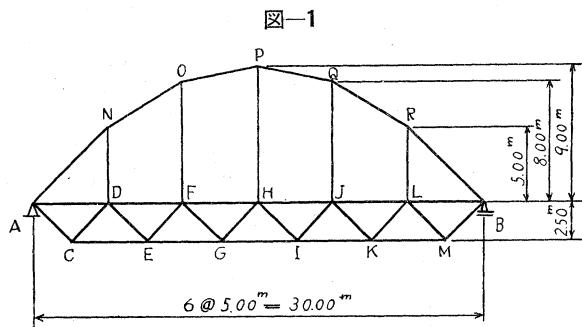


図-1

いま、与えられた荷重  $P$  により各部材に生ずる応力を  $N$  とし、部材 EG の応力を  $S$  で表わすこととする。しかるべきは、部材 EG を切断し、ここに 1 対の軸力  $S$  を作用させておいても、応力状態は前と変わらない（図-2 参照）。この切断点の変位  $\delta$  は  $\Sigma (N\bar{N}l)/(AE)$  で表わされるが、連続条件より零とならなければならぬ。すなわち

$$\Sigma \frac{N\bar{N}l}{AE} = 0 \quad \dots \dots \dots (1)$$

式 (1) を変形すれば、部材力  $S$  は、

$$S = -P \frac{\bar{\delta}_m}{\bar{\delta}} \quad \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $\bar{\delta}$  は  $S=1.0$  による  $S$  方向の変位、 $\bar{\delta}_m$  は  $S=1.0$  による荷重作用点の荷重方向の変位を表わす。

図-3 図-1 のランガートラスの格点  $H$  に集中荷重  $P$  が作用する場合の相似回路

式 (2)において  $P=1.0$  とおけば、

$$S = -\frac{\bar{\delta}_m}{\bar{\delta}} \quad \dots \dots \dots (3)$$

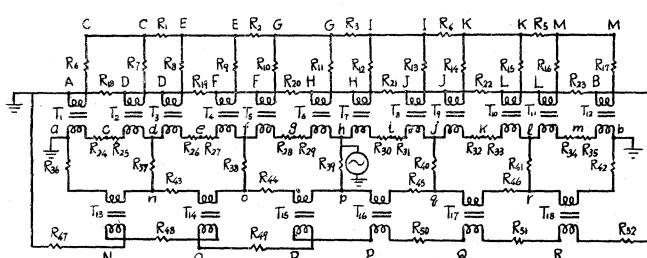


図-1 の相似回路は図-3 で示される。この回路の挿入抵抗、(1)(2) 次巻線数を表-1 に示す。いま、この回路の接点 EG 間に電圧  $V_1$  の電源を入れ、このとき接点 a と d の間の電圧を  $V_2$  とすれば  $\bar{\delta}, \bar{\delta}_m$  はそれぞれ  $V_1 \cdot S_\eta, V_2 \cdot S_\eta$  で表わされる。ここに、 $S_\eta$  は変位と電圧と

\* 名古屋工業大学講師、土木工学教室

表—1 a

	$\frac{l}{AE} \cdot \frac{1}{S_r}$	实插入抵抗		$\frac{l}{AE} \cdot \frac{1}{S_r}$	实插入抵抗		$\frac{l}{AE} \cdot \frac{1}{S_r}$	实插入抵抗
$R_1$	8.93	8.93	$R_{19}$	8.93	8.93	$R_{37}$	14.29	14.29
$R_2$	7.14	7.14	$R_{20}$	7.14	7.14	$R_{38}$	22.86	22.86
$R_3$	7.14	7.14	$R_{21}$	7.14	7.14	$R_{39}$	25.71	25.71
$R_4$	7.14	7.14	$R_{22}$	8.93	8.93	$R_{40}$	22.86	22.86
$R_5$	8.93	8.93	$R_{23}$	8.93	8.93	$R_{41}$	14.29	14.29
$R_6$	5.05	0.33	$R_{24}$	5.05	0.71	$R_{42}$	8.42	3.67
$R_7$	5.61	1.93	$R_{25}$	5.61		$R_{43}$	6.94	2.40
$R_8$	6.31	1.54	$R_{26}$	6.31	4.19	$R_{44}$	6.07	1.39
$R_9$	7.21	2.40	$R_{27}$	7.21		$R_{45}$	6.07	1.44
$R_{10}$	8.42	3.68	$R_{28}$	8.42	9.09	$R_{46}$	6.94	2.39
$R_{11}$	10.10	5.33	$R_{29}$	10.10		$R_{47}$	8.42	
$R_{12}$	10.10	5.40	$R_{30}$	10.10	8.99	$R_{48}$	6.94	
$R_{13}$	8.42	3.39	$R_{31}$	8.42		$R_{49}$	6.07	23.47
$R_{14}$	7.21	2.20	$R_{32}$	7.21		$R_{50}$	6.07	
$R_{15}$	6.31	1.18	$R_{33}$	6.31	3.75	$R_{51}$	6.94	
$R_{16}$	5.61	0.61	$R_{34}$	5.61	0.43	$R_{52}$	8.42	
$R_{17}$	5.05	0	$R_{35}$	5.05				
$R_{18}$	8.93	8.93	$R_{36}$	8.42	3.60			

表-1 b

	1 次巻線數	2 次巻線數
$T_1$	500	500
$T_2$	500	500
$T_3$	500	500
$T_4$	500	500
$T_5$	500	500
$T_6$	500	500
$T_7$	500	500
$T_8$	500	500
$T_9$	500	500
$T_{10}$	500	500
$T_{11}$	500	500
$T_{12}$	500	500
$T_{13}$	500	500
$T_{14}$	500	300
$T_{15}$	500	100
$T_{16}$	500	100
$T_{17}$	500	300
$T_{18}$	500	500

を関係づける係数である。しかるべきは、式(3)は次のように表わされる。

式(4)は部材EGの影響線の点Dにおける縦距を与える。

次に、二、三の影響線をもとめよう。

(1)  $X \sim \text{line}$

ランガートラスは1次不静定トラスであるが、拱肋水平分力を不静定量  $X$  にとれば、 $X$  の影響線は次のようにして求めることができる。すなわち、図一

卷一

	電圧②	継距=②/①	計算値	備考
a～d	1.36V	0.272	0.264	(1)電源電圧
a～f	2.24	0.448	0.443	$V_1 = 5\text{ V}$
a～h	2.51	0.502	0.503	
a～j	2.20	0.440	0.443	
a～l	1.31	0.262	0.264	

表—3

	電圧②	継距=②/①	計算値	備考
a~d	2.32V	0.464	0.489	①電源電圧
a~f	6.15	1.230	1.258	$V_1=5\text{ V}$
a~h	1.96	0.392	0.392	
a~j	0.291	0.056	0.076	
a~l	0.375	0.147	0.178	

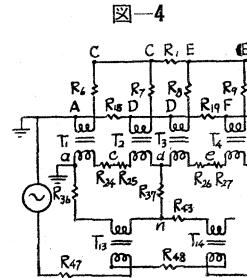
## (2) EG~line

電源附近の回路は図-5で示される。この回路による実験結果を示せば、表-3のようである。

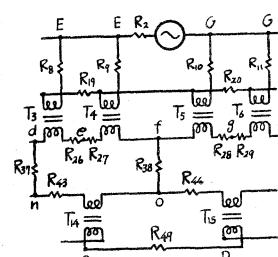
以上のように、影響線の縦距は、電圧の比により簡単に知ることができ  
る。さらに、この実験では Scale factor を考慮する必要がないので、一層容易  
に求めることができる。誤差については、縦距の小さいところで幾分大きくなる  
ようである。

### 3. ランガー ガーダー

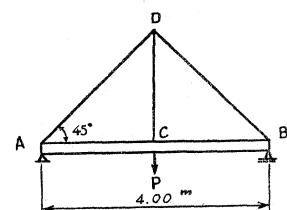
構造の最も簡単なランガー ガーダー(図-6)について、その応力解析法を示す。すでに、L. Ryder により、これと同形のランガーガーダーの回路が示されているが<sup>3)</sup>、支点タワミ角を測定できない欠点を有しているので、異なる曲げ回路よりこの相似回路を求め、この回路により実験解析をする。



图—5



—6



すなわち、部材 AB は曲げ、せん断、軸力の 3 力にたえる（以後かゝる部材を三力部材という）が、これを軸力のみの一部材としたとき、トラスの相似回路は図-7 で示される。また部材 AB をハリとしたときの回路は、図-8 のようである。

図-7

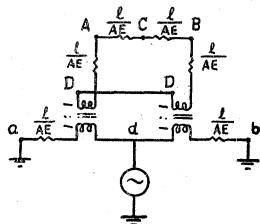


図-8

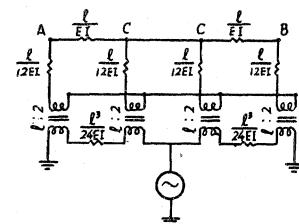
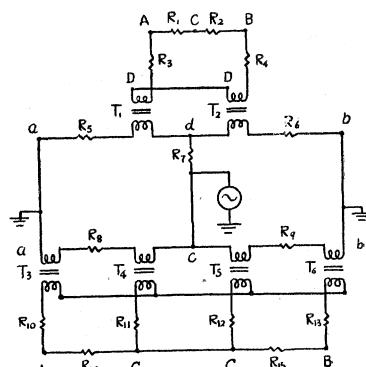


図-9



これら両回路は点 C における変位すなわち接点 c における電圧が等しくなければならない。この条件より、両回路を結べば、図-6 のランガーガーダー相似回路として、図-9 が得られる。

いま、断面積および慣性モーメントを次のように仮定する。

断面積:  $AD = BD = CD = (1/100)m^2$ ,  $AC = BC = (1/10)m^2$

断面二次モーメント:  $AC = BC = (1/120)m^4$

表-4

	計算抵抗値	挿入抵抗値	電圧	電流
Ⓐ ABCD	151.4Ω	141.4Ω	1.57V	0.0111A
Ⓑ ad	70.7	65.47	0.792	0.0121
Ⓑ bd	70.7	65.17	0.792	0.0121
Ⓑ cd	50	50	1.23	0.0246
Ⓜ AC	60	60	2.13	0.0355
Ⓜ BC	60	60	2.10	0.0350

Ⓐは軸力回路、Ⓑは曲げ回路を示す。

次電流 100 mA に対して 2 次電流は 92.7 mA となり、1 次電流中にしめる励磁電流が幾分大きく現われることを示す。このため、回路の 2 次側で測定された値には誤差がいくらか大きくなることはやむをえないが、良質の変成器を使用することにより、これらの誤差を小さくすることができる。

表-4 の値を用いて、各部材の部材力および三力部材の各中点断面の曲げモーメントをもとめると、表-5 のようである。

次に、タワミ角、タワミを求める。 $\theta_A$ ,  $\theta_B$  は回路 2 次側の接点 A, B まで電圧を測ればよく、また  $y_C$  は回路 1 次側の接点 c までの電圧を測ればよい。したがつて、表-6 の値が得られる。

表-6

	電圧	実験値	計算値
$\theta_A$	2.16V	86.4 P/E	89.4 P/E
$\theta_B$	2.10	84.0 "	89.4 "
$y_C$	2.90	116.0 "	120.8 "

以上のように、ランガーガーダーは、曲げ、軸力の回路を適当に組み合わせることにより、その相似回路をうるこができる。回路は簡単であり、容易に組むことができ

る。さらに、L. Ryder の回路で欠点とされる支点のタワミ角の測定も可能である。この相似回路は 2 次抵抗が少し大きくなるため 1 次電流中における励磁電流の量を大きくする。そのため、トラスのときのような精度はえられないが、誤差は数%程度であり、これも良質の変成器を使用することにより小さくすることができるるので、ランガーガーダーの設計におけるの断面仮定（第 1 次計算）の場合これを用いると、大いに効果があると思う。

#### 4. 格子桁

格子の計算は一般に複雑であり、種々の近似式が発表されている。ネジリを考慮した場合の計算は、たとえば Relaxation Method<sup>4)</sup> により行なわれるが、この計算を橋梁床組に適用することは、非常に面倒であるだけでなく相当の時間を要する。

最近の橋梁の研究においては、死荷重軽減の問題が考究され、格子桁に関する研究が盛んに発表されている<sup>5)</sup>。

表-5 a

部材力	実験値	計算値
AD	0.1642P	0.1732P
BD	0.1643P	0.1732P
AC	0.1110P	0.1225P
BC	0.1110P	0.1225P
CD	0.2460P	0.2450P

表-5 b

曲げモーメント	実験値	計算値
ACの中点	0.3550P	0.3775P
BCの中点	0.3500P	0.3775P

この格子桁を相似回路の応用によつて解析することは、価値のあることであると思う。ここでは、簡単な例により、格子桁の電気相似法による解析法を示そう。

格子桁をまず2つに分ける。一つはネジリを考慮しない曲げのみをうけるとした格子であり、一つは曲げ、ネジリの両方を考慮した格子である。図-10に示す構造の格子桁について説明する。

図-10の各部材材端はすべて固定とし、点B,Cはいずれも完全剛節とする。またヤング係数、断面二次モーメント、および長さをすべて一定とし、荷重は点Bに集中荷重として作用するものとする。

### (1) ネジリを考慮しない場合

この場合はラーメン回路の応用である。点B,Cにおける鉛直変位がx,y方向のハリについて等しいこと、材端の固定条件、および節点における条件を考えて回路を組むと、図-10の構造の相似回路として、図-11を得る。したがつて、接点bに荷重に相当する電流を流し、各接点間の電圧を測れば、所要の値を知ることができる。

### (2) ネジリを考慮する場合

ネジリを考慮した計算は非常に複雑であるが、相似回路においては、ネジリのための抵抗器が増加することを除けば、(1)と全く同様な回路となるので、なんら困難なく解析ができる。すなわち、(1)において $I/EI$ の形で入った抵抗に $I/GI_p$ の形の抵抗を加え、これらの抵抗器を節点における条件より結べば、(2)の場合の相似回路として、図-12が得られる。

図-12

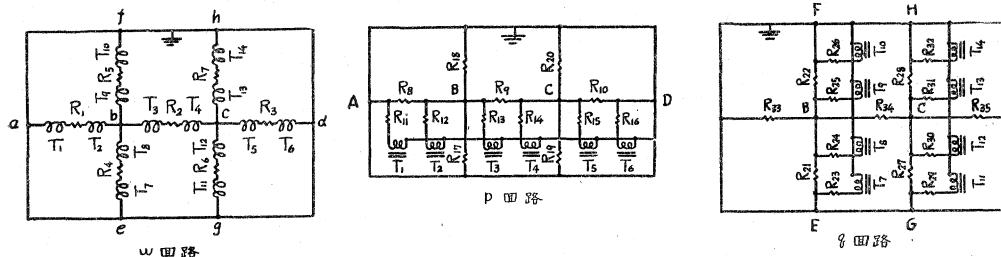


図-12の相似回路について少し述べよう。図-12の $R_{17 \sim 20}$ ,  $R_{33 \sim 35}$ の7個の抵抗は、いずれも $I/GI_p$ に比例した抵抗として入り、これを流れる電流がネジリモーメントを与えるわけである。いま、y,x軸のまわりの曲げモーメントをp,qで表わせば、図-10の構造物がツリ合うためには、節点B,Cにおいて、 $\Sigma p=0$ ,  $\Sigma q=0$ が成立しなければならない。この条件は、回路2次側すなわち図-12のp,q回路において、接点B,CにおけるKirchhoffの第1法則により満足される。また、各節点において、x方向部材の曲げによる回転角とy方向部材のネジリによる回転角とは等しくなるはずである。この条件は、接点で結ばれていることにより接点が等電位となり、満足されることがわかる。

いま、各部材は等断面であり、ネジリ剛性を曲げ剛性の0.4倍とすれば、

$$R_{1 \sim 7} = (l^3/24EI) \cdot (1/S_r) = 10 \Omega$$

$$R_{8 \sim 10, 21, 22, 27, 28} = (l/EI) \cdot (1/S_r) = 60 \Omega$$

$$R_{11 \sim 16, 23 \sim 26, 29 \sim 32} = (l/12EI) \cdot (1/S_r) = 5 \Omega$$

$$R_{17 \sim 20, 33 \sim 35} = (l/GI_p) \cdot (1/S_r) = (l/0.4EI) \cdot (1/S_r) = 150 \Omega$$

変成器の巻線比はいずれも1:1である。ゆえに、 $S_i = P/0.1$ とし、接点bに100mAの電流を流せば、表-7の結果が得られた。

以上のように、相似法の利用により、格子桁の応力解析を容易におこなうことができる。計算において面倒なネジリの問題も、回路では至極簡単に取り扱うことができ、さらに、部材材端の条件もなんらの困難なく回路に入れる所以である。この種の問題の解析に利用すれば、効果があると思われる。

図-10

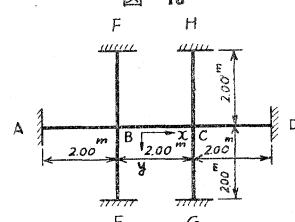


図-11

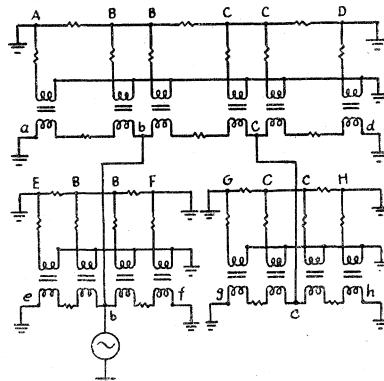


表-7 a

		抵抗①	電圧②	電流②/①	実験値	計算値
曲げモーメント	A B	60Ω	0.108V	0.00180A	0.0180P	0.0189P
	B C	〃	0.320	0.00533	0.0533	0.0575
	C D	〃	0.223	0.00372	0.0372	0.0385
	E B	〃	0	0	0	0
	B F	〃	0	0	0	0
	G C	〃	0	0	0	0
	C H	〃	0	0	0	0
振モーメント	E B	150	0.108	0.00072	0.0072	0.0076
	B F	〃	0.108	0.00072	0.0072	0.0076
	G C	〃	0.223	0.00149	0.0149	0.0154
	C H	〃	0.223	0.00149	0.0149	0.0154

表-7 b

	電圧	実験値	計算値	備考
$\theta_B$	0.108V	0.0360 $P/EI$	0.0379 $P/EI$	Scale factor
$\theta_C$	0.223	0.0743	0.0771	$S_\eta = P/3EI$
$w_B$	0.601	0.2003	0.2009	
$w_C$	0.173	0.0577	0.0597	

## 5. 結 言

上述のごとく、電気相似法による応力解析は、そのいずれの場合も、簡単な操作で実験ができる、また短時間で応力解析のできる特色を有する。実験に必要なものは、回路要素としての変成器および抵抗器と測定用の真空管電圧計だけであり、一度準備すれば半永久的に使用することができる。また、相似回路はむづかしいものは一つもなく、高度の電気知識を必要としないから、土木技術者で十分取り扱うことができる。

3 でのべた格子桁の回路は、また応用が広く、各種支持状態の格子はもちろん、平板にも応用できるものであり、この結果については次回に発表したい。

最後に本研究について御助言をいただいた京都大学教授成岡昌夫博士及び名古屋工業大学荒井利一郎教授に感謝するとともに、実験に協力していただいた鳥居敏則君に謝意を表する次第である。

## 参 考 文 献

- 1) 荒井、山内：電気回路相似法によるトラス応力の研究（土木学会論文集 第33号）
- 2) 山内：ラーメンの相似回路（土木学会論文集 第36号）
- 3) L. Ryder：“Electrical Analogs of Statically Loaded Structures.” Proceedings A.S.C.E. Vol. 79, Sep. No. 376, December, 1953.
- 4) Southwell：“Relaxation Methods in Engineering Science.” p.61
- 5) たとえば成岡昌夫：“スラブ格子模型桁の実験的研究” 土木学会誌 40巻 第12号

(昭和31.3.12)