

軌道狂い原波形の復元に関する理論的基礎の検討とその適用

STUDY ON THEORETICAL FOUNDATIONS TO RESTORING AN ORIGINAL WAVEFORM OF TRACK IRREGULARITY AND ITS APPLICATION

吉村 彰芳*

By Akiyoshi YOSHIMURA

The measurement of track irregularities has long been based on the principle of versed sine method. But the waveform measured by this method is different from its original one corresponding to the true track irregularity on ground. Firstly in this paper after analysis of the relationship between the two waveforms, possible restorations are formulated and a new restoring method using the digital inverse filter is proposed. Then the accuracies of the restoration in a designed inverse filter and the effects of measuring noises are analysed and through applications of the method to the data collected aboard the track inspection car operated on Shinkansen, the effectiveness of the method for the restoration in the range of the wavelengths of primary concern has been verified.

Keywords : track irregularity, versed sine method, digital inverse filter, restoration, linear phase

1. ま え が き

鉄道における軌道は、地形上の制約、列車速度などを勘案してその線路形状が定められている。しかし軌道は、経験的構造物として保守を前提としたレール、まくらぎ、道床という軽快な構造がとられていることから、列車の繰り返し通過によりその形状はわずかずつではあるがしだいに変化し、いわゆる軌道狂いが顕在化してくる。

このような軌道狂いは車両の走行安全と乗心地の確保のため、これを適切に保守管理することが必要とされる。

軌道狂いの中、高低狂いと通り狂いの検測については当初は経験的に、後に理論的根拠をもって¹⁾10 m 弦正矢法とよばれる測定法が用いられている。しかしこの測定法により得られる波形は軌道狂いの実形状とは異なり²⁾、また特に長波長の軌道狂いに対する検知性能が劣ることから新幹線のような高速列車に対しては、10 m 弦正矢から20 m 弦正矢を計算により求めるとか、新たに長波長高低狂い測定法を開発するなど、これを補完する努力が払われてきた³⁾。

このような軌道狂いの評価は本来、車両の振動特性の変化、走行速度の向上、乗心地評価の見直し等に応じて

その最適化を計っていく必要があり、そのためには軌道狂いの実形状をより正確に把握する手法の確立が必要とされる。その方策として新しい測定法の開発もあるが、それとは別に既存の測定法により得られる測定波形から軌道狂い原波形を復元利用する方法が考えられる。

この軌道狂い原波形の復元については実験的には車両の運動シミュレーションへの応用で試みられた例⁴⁾があるが、その理論的基礎については必ずしも十分検討されていなかった。

このような背景のもとで著者は10 m 弦正矢法、長波長高低狂い測定法の両測定法を対象に、最近発展をみているデジタル信号処理の理論⁵⁾に基づき、軌道狂い測定法の基本的な解析を行い、復元の理論的基礎とその適用に伴う問題点について検討を行った。

その結果、デジタル逆フィルターの手法により、軌道狂いの中、車両の動揺に主たる影響をもつ波長で数 m~100 m くらいまでの帯域について、高精度で理論的には位相ひずみの全くない連続的な復元が可能となることが明らかにされた。

そこでさらに測定ノイズの影響等の解析も行い、この手法を実際の測定データに適用したところ、いくつかの検証を通じてそれが十分実用に供し得ることが明らかとなった。以下にこれらの研究結果について報告する。

* 正会員 日本国有鉄道・鉄道技術研究所情報システム研究室(兼)軌道研究室主任研究員(〒185 国分寺市光町 2-8-38)

2. 軌道狂い測定波形と原波形の関係

新幹線の高速軌道検測車で実施されている10m弦正矢法と長波長高低狂い測定法の測定原理を³⁾それぞれ、図-1および図-2に示す。いずれも軌道の基本線路形状としては勾配のない水平な直線(ξ軸)に設定されている場合を示しており、このときレール頭頂面の鉛直方向の偏差(単位:mm)が高低狂い原波形x(ξ)となる。

図-1において10m弦正矢法は、特別に剛性をもたせ曲げ変形を無視できる車体を基準に5m間隔で3台車を配置し、3個の走行車輪のレール頭頂面AからCを見通したときのBにおける上下方向偏差Δ₁(正矢と称される)を演算により算出する機構となっている。

このような正矢Δ₁を連続測定して得られる軌道狂い測定波形をy₁(ξ)とおくと図から(ξの単位:m)

$$y_1(\xi) = x(\xi) - \frac{x(\xi-5) + x(\xi+5)}{2} \dots\dots\dots(1)$$

の基本関係式が導かれる⁶⁾。上式は正矢法が原理的には軌道狂い原波形の2階差分を測定していることを表わす。

次に、図-2において長波長高低狂い測定法は、ジャイロ装置を用いて車体の水平面に対する傾きαを検出し、これと検測車の第1軸および第5軸の変位検出器による車体と軸箱の相対高さ変位a, bとから演算

$$\begin{aligned} \Delta_2 &\div 10 \tan \gamma = 10 \tan(\alpha - \beta) \\ &= 10 \tan\left(\alpha - \tan^{-1}\left(\frac{b-a}{10}\right)\right) \dots\dots\dots(2) \end{aligned}$$

により狂い量Δ₂を算出している。γは軌道の水平面に

対する傾きであるからΔ₂は水平面上10m離れた地点間の高差に相当する。

このようなΔ₂を連続測定して得られる軌道狂い測定波形をy₂(ξ)とおくと

$$y_2(\xi) = x(\xi) - x(\xi-10) \dots\dots\dots(3)$$

が成り立つ。すなわち長波長高低狂い測定法は高低狂い原波形の1階差分を測定していることになる。

ところで、実際の軌道には勾配区間や勾配変曲点付近に設けられる縦曲線区間があり、これらの区間では上の測定原理から明らかなように、高低狂いとは異なるこれら基本線形に起因する成分が測定量に含まれる。したがって、真の狂い量を求める目的には、あらかじめこれらを計算し測定量から除去しておく必要がある。

ここで、高低狂いの測定は軌道に沿って測った距離(キロ程)に対して記録されるから、独立変数ξは勾配区間では水平距離とは異なる。したがって式(1)および式(3)の成立に疑問が生じる。しかし鉄道の勾配は日本では最大でも67‰(67/1000)で、ξと水平距離との差は0.3%程度とわずかで実用的には無視できると考えられる。

このように軌道を水平面上、鉛直方向に射影して得られる曲線に沿って測った距離をξとおき、高低狂いを常に鉛直方向に測った狂いとみなす近似が可能で、これにより車両の動揺との関係解析を行う目的には前述の基本線形に起因する成分を含めて考察することも有効となる。

なお一般的には、鉛直方向といった絶対基準がない通り狂いの場合も考え、原波形はあらかじめ定められた基

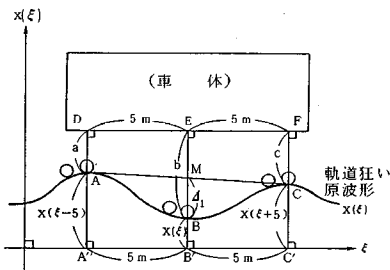


図-1 10m弦正矢法の測定原理

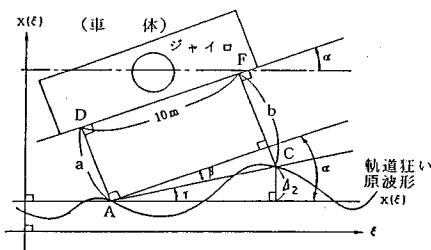


図-2 長波長高低狂い測定法の測定原理

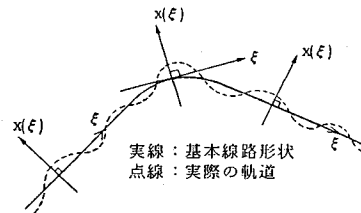
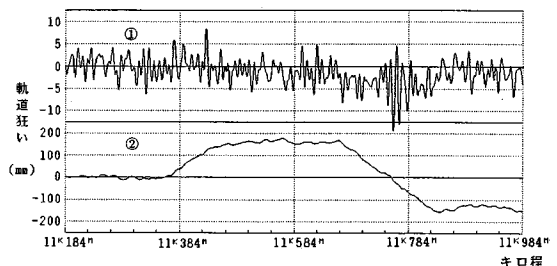


図-3 軌道狂いに対する座標系



① 10m弦正矢高低狂い ② 長波長高低狂い

図-4 高低狂い測定波形の例(東海道新幹線)

本線路形状からのずれ，すなわち図-3に示すように，軌道上の各点で基本線形に接する接線を引き，これに垂直な方向のずれを距離 ξ の関数として表わしたものと定義する。

高低狂い測定波形の例を図-4に示すが，この区間には10%を越える上りおよび下りの勾配区間が含まれるため，長波長高低狂いの測定波形には勾配に起因する10m間の高低差が大きく現われている。また10m弦正矢法による高低狂い測定波形にも縦曲線区間の曲率に比例する一定量の正矢の偏りが観察される。

3. 軌道狂い原波形復元問題の定式化

軌道狂い測定系は差分方程式で近似されるから初期値を与えてこれを順次解くことにより，軌道狂い原波形の完全な復元が可能なるように思われる。しかし測定に伴うノイズを考慮に入れると復元における誤差の分散は発散し，この方法は実用とはなり難い⁶⁾。

しかし軌道狂い測定の目的から考えると，必ずしも完全な軌道狂い原波形が得られなくても，車両の動揺に主として影響を与える軌道狂いの波長帯域について，できるだけ広い帯域にわたってその形状を求めることができれば，軌道の保守管理をはじめ，車両の走行試験の解析やシミュレーションにおける目的は十分達せられる。

そこで軌道狂い原波形の復元問題を測定系の周波数特性から出発してその逆特性をもつシステム，すなわち復元逆フィルターを設計する問題として改めて定式化する。

式(1)の両辺をフーリエ変換して10m弦正矢法の周波数特性 $H_1(\omega)$ を求めると

$$H_1(\omega) = Y_1(\omega)/X(\omega) = 1 - \cos \omega l \dots\dots\dots(4)$$

となる。ここで $l=5$ (m)， $\omega=2\pi f=2\pi/\lambda$ (f :空間周波数， λ :波長(m))，また $X(\omega)$ ， $Y_1(\omega)$ はそれぞれ $x(\xi)$ ， $y_1(\xi)$ のフーリエ変換⁵⁾とする。

$H_1(\omega)$ はあらゆる ω に対し実数値をとり，非負である。したがって位相特性は常に0であり，式(4)は振幅特性そのものを与える。これを図示すると図-5のように波長5m以上では，波長10mで最大利得の2.0を

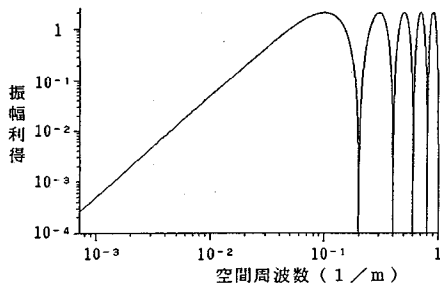


図-5 10m弦正矢法の周波数特性(振幅)

もち，波長20mで50%，波長50mで約10%，波長70m以上では5%以下としいに減少している。なお，波長 ∞ および $\lambda_k=5/k$ ($k=1, 2, \dots$) で利得が0である。

次に式(3)の両辺をフーリエ変換して長波長高低狂い測定法の周波数特性 $H_2(\omega)$ を求めると

$$H_2(\omega) = 2 \sin \omega l \cdot e^{j\pi/2 - \omega l} \dots\dots\dots(5)$$

となる ($j=\sqrt{-1}$)。振幅および位相特性は

$$|H_2(\omega)| = 2 \cdot |\sin \omega l| \dots\dots\dots(6)$$

$$\theta_2(\omega) = \pi/2 - \omega l, \quad 2\pi k < \omega l < (2k+1)\pi$$

$$\pi/2 - \omega l + \pi, \quad (2k+1)\pi < \omega l < (2k+2)\pi$$

$$(k=0, 1, \dots) \dots\dots\dots(7)$$

となる。振幅特性を図示すると図-6のようになる。図から波長10m以上では，波長20mで最大利得2.0をもち，波長60mでその50%，波長100mでもなお約30%の利得をもち，10m弦正矢法に比し長波長域において相対的に高い検出能力を有している。なお，波長 ∞

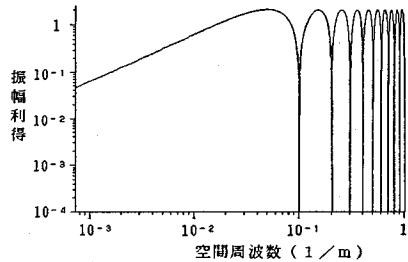


図-6 長波長高低狂い測定法の周波数特性(振幅)

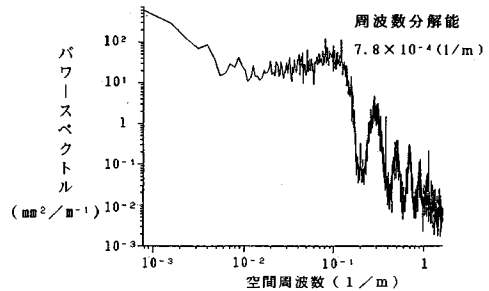


図-7 高低狂い測定波形のパワースペクトル(10m弦正矢法の場合)

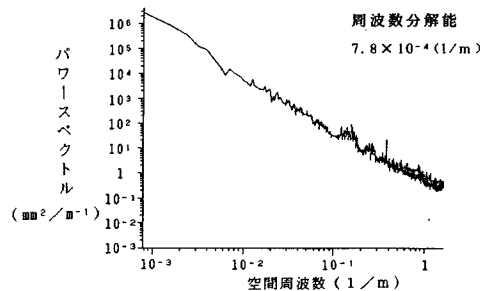


図-8 高低狂い測定波形のパワースペクトル(長波長高低狂い測定法の場合)

および $\lambda_k=10/k$ ($k=1, 2, \dots$) で利得が 0 である。

図一七および図一八に同一区間で両測定法により測定された高低狂いのパワースペクトル推定の例を示す。

実際の軌道狂いスペクトルが周波数の二乗～三乗に反比例して減少するといわれていること³⁾、および上で求めた各測定法の周波数特性の特徴が認められる。

以上の解析結果から、測定系の周波数特性 $H(\omega)$ ($H_1(\omega)$ または $H_2(\omega)$) にはその振幅利得が 0 になる波長が存在するが、これら波長成分については原理的に、またその近傍の波長成分についても S/N (信号対雑音) 比の点から逆フィルター法による復元はいずれも不可能である。

この点を考慮して軌道狂い原波形の復元問題を、復元帯域を $\omega_1 < \omega < \omega_2$ のように必要とされる範囲に選び、 α を任意の定数として ($j=\sqrt{-1}$)

$$\left. \begin{aligned} H(\omega) \cdot H^{(j)}(\omega) &= 1 \cdot e^{-j\alpha\omega}, \quad \omega_1 \leq \omega \leq \omega_2 \\ H^{(j)}(\omega) &= 0, \quad \omega < \omega_1 \text{ および } \omega > \omega_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

を満たす $H^{(j)}(\omega)$ を周波数特性としてもつ復元逆フィルターを求める問題として定式化する。ここで

$$H(\omega) = |H(\omega)| e^{j\theta(\omega)}, \quad H^{(j)}(\omega) = |H^{(j)}(\omega)| e^{j\theta^{(j)}(\omega)}$$

のように振幅と位相で表わすと式 (8) は

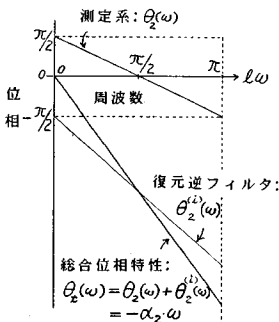
$$|H^{(j)}(\omega)| = 1/|H(\omega)| \dots\dots\dots (9)$$

$$\theta^{(j)}(\omega) = -\theta(\omega) - \alpha\omega \dots\dots\dots (10)$$

となる。総合特性の位相が線形位相をもたねばならない理由は復元波形にひずみを生じさせないためで、これによる影響は出力が入力に対し単に α の遅れ (delay) を生ずるだけである。この任意定数 α は後述するように、復元逆フィルターの設計理論により一意的に定まる。

復元帯域についてはその目的と測定系の特性による制約とから以下においては、10 m 弦正矢法の場合は波長で 5 m 以上、長波長高低狂い測定法の場合は同 10 m 以上の帯域を対象とし、復元の上限は波長で 100 m 程度 (車両の固有振動数との関係で列車速度に依存) を目標に定めるものとした。

以上の定式化に従い両測定法に対し、その復元逆フィ



図一九 式 (14) の位相条件の図解

ルターが満たすべき要件を求めると、復元帯域において 10 m 弦正矢法の場合、式 (4)、式 (9) および式 (10) より任意定数を $\alpha=\alpha_1$ として

$$|H_1^{(j)}(\omega)| = 1/(1 - \cos \omega l) \dots\dots\dots (11)$$

$$\theta_1^{(j)}(\omega) = -\alpha_1 \omega \dots\dots\dots (12)$$

同様に長波長高低狂いの場合、式 (6)、式 (7)、式 (9) および式 (10) より任意定数を $\alpha=\alpha_2$ として

$$|H_2^{(j)}(\omega)| = 1/(2 \sin \omega l) \dots\dots\dots (13)$$

$$\theta_2^{(j)}(\omega) = -(\pi/2) - (\alpha_2 - l)\omega \dots\dots\dots (14)$$

となる。

式 (14) の位相条件は原理的には図一九に示すように、測定系、復元系を結合した総合位相特性 $\theta(\omega)$ が線形位相 $-\alpha_2 \omega$ となることを要求するものである。

4. 復元逆フィルターの設計法

軌道狂い原波形の復元を具体的に実現するためデジタル・フィルターの理論と手法^{5),7)}を応用する。以下においては $y(\xi)$, $x(\xi)$ を $\Delta\xi$ で等間隔にサンプリングして得られる離散的な信号列をそれぞれ、 $y(n)$, $x(n)$ と表わす。ここで n はデータ番号とする。

デジタル・フィルターによる復元法とは軌道狂い測定波形 $y(n)$ が入力される時、次のフィルター演算

$$x(n) = \sum_{k=0}^{N-1} g(k) \cdot y(n-k) \dots\dots\dots (15)$$

により、その原波形 $x(n)$ を連続的に復元しようとする方法である。このフィルターはいわゆる FIR (Finite Impulse Response) フィルターで、 $g(n)$ はそのインパルス応答である。その周波数特性は式 (15) の両辺を z 変換⁵⁾して $z = e^{j\omega\Delta\xi}$ とおいて

$$G(\omega) = \sum_{n=0}^{N-1} g(n) \cdot e^{-j\omega\Delta\xi n} \dots\dots\dots (16)$$

のように得られる。

この $G(\omega)$ が復元逆フィルターの周波数特性 $H^{(j)}(\omega)$ のよい近似となるインパルス応答 $g(n)$ を求める方法を考える。

まず式 (12) または (14) で与えられる $H^{(j)}(\omega)$ の位相特性をみると、前者は完全な線形位相、後者は $-\pi/2$ の定位相を含む直線位相となっている。したがって一般的には α_1 および α_2 を任意に与えて位相条件に対し近似問題として解くことが考えられる。

ところが FIR フィルターの設計理論によれば、近似でなく完全な直線位相を有するフィルターとして、ちょうど上の 2 つに対応する $-\alpha\omega$, $\pm(\pi/2) - \alpha\omega$ の二種の型だけが実現可能であることが知られている⁷⁾。

軌道狂い原波形の復元にあたっては、波形に及ぼす位相のひずみの影響を考えると位相特性については近似でなく、その要件を完全に満たす方法があれば望ましい。

上記二種の直線位相を満たす具体的条件は次のとおりである。なお以下では N は奇数とする (理由は後述)。

まず、式 (12) の位相特性に対しては、インパルス応答 $g(n)$ が次の対称性

$$g(N-n-1)=g(n) \quad (n=0, 1, \dots, (N-3)/2) \dots\dots(17)$$

を満たすこと、またこのとき式 (12) の任意定数 α_1 は $\alpha_1=(N-1)\Delta\xi/2$(18)

でなければならない。

次に、式 (14) の位相特性に対しては、インパルス応答 $g(n)$ が次の反対称性

$$g(N-n-1)=-g(n) \quad (n=0, 1, \dots, (N-3)/2) \\ g((N-1)/2)=0 \dots\dots\dots(19)$$

を満たすこと、またこのとき式 (14) の任意定数 α_2 は $\alpha_2=(N-1)\Delta\xi/2+l$(20)

でなければならない ($l=5$)。

これらの条件のもとで直線位相となることは、式 (17) あるいは式 (19) を式 (16) に代入してみればただちにわかる。

なお N を奇数に選んだのはフィルターの遅れが $\Delta\xi$ の整数倍となって波形の比較等に都合がよいからである。

以上の準備のもとに、振幅特性も含めた復元逆フィルターの設計法として周波数サンプリング法⁸⁾とよばれる方法を用いた。これは周波数軸上で $0 \leq f \leq 1/\Delta\xi$ の区間を N 等分し、その分点

$$\omega_k = 2\pi f_k = \frac{2\pi k}{N \cdot \Delta\xi} \quad (k=0, 1, \dots, N-1) \dots\dots(21)$$

における $H^{(i)}(\omega)$ のサンプル値を $H^{(i)}(k)$ ($k=0, 1, \dots, N-1$) とおき、この N 個の $H^{(i)}(k)$ の逆離散フーリエ変換

$$g(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} H^{(i)}(k) \cdot e^{j2\pi kn/N} \quad (n=0, 1, \dots, N-1) \dots\dots(22)$$

により得られる、同じく N 個の数値をインパルス応答 $g(n)$ に選ぶ方法である。このとき上式の逆変換として次の離散フーリエ変換が成立する。

$$H^{(i)}(k) = \sum_{n=0}^{N-1} g(n) \cdot e^{-j2\pi nk/N} \quad (k=0, 1, \dots, N-1) \dots\dots(23)$$

これを式 (16) と対比すれば容易に $G(\omega_k)=H^{(i)}(k)$ ($k=0, 1, \dots, N-1$) となるからサンプル点 $\omega=\omega_k$ では必ず所望の特性が満たされる。

$H^{(i)}(\omega)$ の値の中、 $f_N \leq f \leq 1/\Delta\xi$ ($f_N=1/(2\Delta\xi)$: ナイキスト周波数) の区間に対する値は、式 (22) で求まるインパルス応答 $g(n)$ が実数値となるための条件⁸⁾

$$|H^{(i)}(0)|=0 \dots\dots\dots(24)$$

$$|H^{(i)}(k)|=|H^{(i)}(N-k)| \dots\dots\dots(25)$$

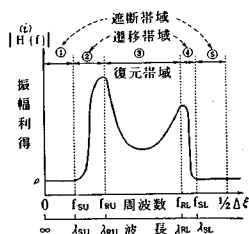
$$\theta^{(i)}(k)=-\theta^{(i)}(N-k) \quad (k=1, 2, \dots, (N-1)/2) \dots\dots\dots(26)$$

から定める。このときこれらを式 (22) に代入すると

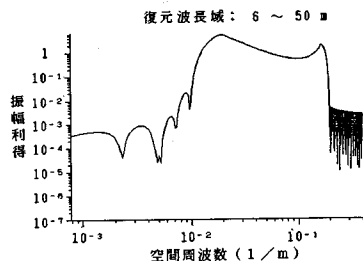
$$g(n) = \frac{2}{N} \sum_{k=1}^{(N-1)/2} |H^{(i)}(k)| \cdot \cos\left(\theta^{(i)}(k) + \frac{2\pi kn}{N}\right) \dots\dots\dots(27)$$

となり、 $g(n)$ は確かに実数となる。

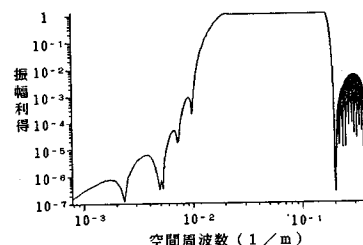
この設計法を用いて位相特性 $\theta^{(i)}(k)$ は式 (21) のサンプル点に対し 10 m 弦正矢法の場合は式 (12)、式 (18) より



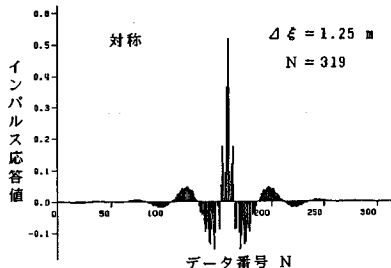
図一〇 復元逆フィルターの振幅特性の与え方



(a) 逆フィルターの周波数特性



(b) 復元の総合周波数特性



(c) 逆フィルターのインパルス応答

図一〇 復元逆フィルターの設計例 (10 m 弦正矢法の場合)

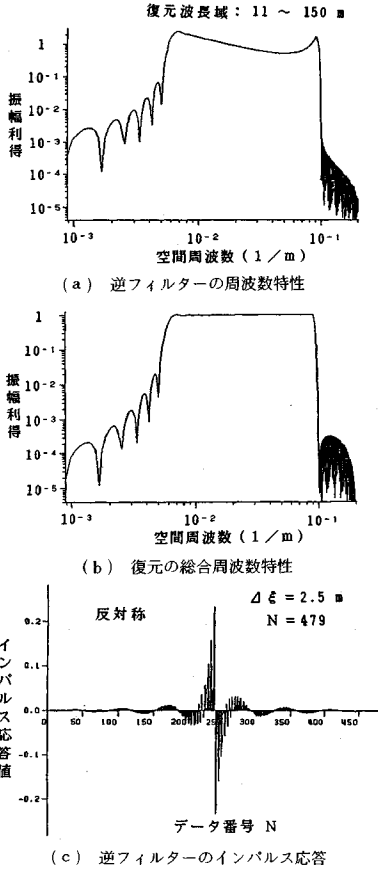


図-12 復元逆フィルターの設計例
(長波長高低狂い測定法の場合)

$$\theta_1^a(k) = -(N-1)\pi k / N \quad (k=0, 1, \dots, (N-1)/2) \quad (28)$$

長波長高低狂い測定法の場合は式 (14), 式 (20) より

$$\theta_2^a(k) = -\frac{\pi}{2} - \frac{N-1}{N} \pi k \quad (k=0, 1, \dots, (N-1)/2) \quad (29)$$

と与えることになるが、このときこれらの $\theta^a(k)$ を式 (27) に代入してみるとインパルス応答 $g(n)$ は、前者の場合は対称性を、また後者の場合は反対称性をそれぞれ満たす。したがって本節前半で述べたことから位相特性はサンプル点以外でも完全に直線位相となる。

周波数サンプリング法による復元逆フィルターの設計においては、結局、振幅特性を ω を ω_k においてどの程度よく近似できるかが問題となる。振幅特性の与え方を図-10に示すが、復元帯域を波長で $\lambda_{RL} \leq \lambda \leq \lambda_{RU}$ として遮断帯域との間に遷移帯域を $\lambda_{SL} \leq \lambda \leq \lambda_{RL}$ および $\lambda_{RU} \leq \lambda \leq \lambda_{SU}$ に設ける。これは急激な遮断は振幅利得にかえて大きな誤差を招くからである。なお ρ は遮断帯域の

振幅利得である。

遷移帯域の振幅利得は余弦曲線で近似し滑らかに遮断するようにした。

実際に設計した復元逆フィルターの例を図-11および図-12に示すが、いずれの場合も総合周波数特性でみると復元帯域で利得はほぼ1に等しく、遮断特性も含めて所期の特性が満たされている。

5. 復元逆フィルターの設計精度

復元逆フィルターの設計において、振幅特性についてはその誤差を評価する必要がある。

復元帯域における復元の誤差 $|E(\omega)|$ は

$$|E(\omega)| = |1 - |H(\omega) \cdot G(\omega)|| \quad (30)$$

と表わされる。そこでその最大値およびRMS値を周波数軸上次の、より細かな分点 ($K=4096$)

$$\omega_k = \frac{2\pi k}{K\Delta\xi} \quad (k=0, 1, \dots, K-1) \quad (31)$$

において $k_{RU} \leq k \leq k_{RL}$ として

$$E_{\max} = \max_k |E(\omega_k)| \quad (32)$$

$$E_{\text{RMS}} = \left[\sum_k |E(\omega_k)|^2 / (k_{RL} - k_{RU} + 1) \right]^{1/2} \quad (33)$$

により近似計算し、設計パラメーターとの関係を調べた。

ここで k_{RU} , k_{RL} はそれぞれ復元帯域の上限 (λ_{RU}) および下限 (λ_{RL}) の波長に対応する分点の番号である。

誤差を小さくする1つの方法は遷移帯域を広げることである。図-13は10m弦正矢法の場合で、復元範囲を波長で6~70mに固定し、遷移帯域の上限の波長 λ_{SU} をしだいに大きくしていったときの誤差の変化を示す。

これから急激な遮断は大きな誤差を招くが、 λ_{SU} が100mくらいで E_{\max} は5%以下となり、その後は遷移帯域を広げても誤差はあまり減少せず、むしろサンプル数 N を大きくすることによる効果が大いことが知られた。

そこで復元の上限の波長 λ_{RU} に対し、 λ_{SU} をその2倍程度に設定し、サンプリングの点数 N を順次大きくしていったときの誤差の変化を調べた。

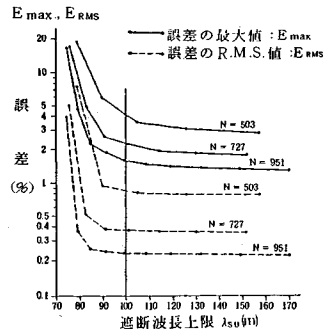
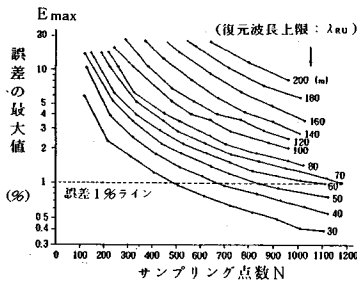
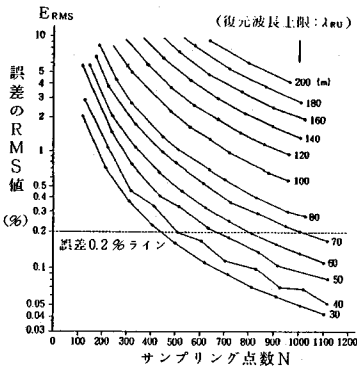


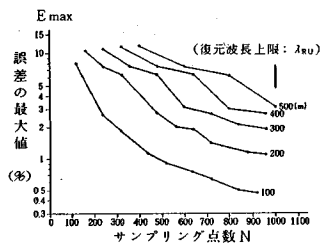
図-13 遷移帯域を広げたときの誤差の変化



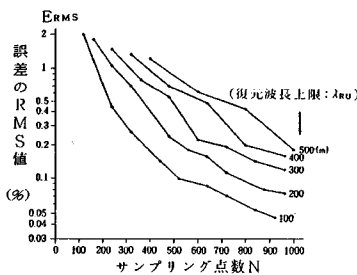
図—14 誤差 E_{max} (10 m 弦正矢法の場合)



図—15 誤差 E_{RMS} (10 m 弦正矢法の場合)



図—16 誤差 E_{max} (長波長高低狂いの場合)



図—17 誤差 E_{RMS} (長波長高低狂いの場合)

その結果を 10 m 弦正矢法の場合について図—14 および図—15 に示す。これから波長 70 m くらいまでの復元に対しては、インパルス応答の数 N を 500~1200 の範囲で適切に選べば、誤差の最大値で見積っても復元倍率の誤差を 1 % 以内に抑えられること、誤差の RMS 値

では 0.2 % 以下ときわめて小さくできることが知られた。

同様に、長波長高低狂い測定法の場合の誤差について示したのが図—16 および図—17 である。

6. 測定ノイズの影響解析

軌道狂いの測定から復元に到る過程を図—18 のようにモデル化し、復元波形に及ぼすノイズの影響を解析する。

ここで測定系に対しても逆フィルターの式 (15) に対応して線形フィルターとして次のように表わす。

$$v(n) = \sum_{k=-k_0}^{k_0} h(k) \cdot u(n-k) \dots\dots\dots (34)$$

ここで、 $h(n)$ は測定系のインパルス応答で、たとえば 10 m 弦正矢法の場合、 $\Delta\xi = 1.25$ m として $h(0) = -1$, $h(\pm 4) = 0.5$, それ以外で $h(n) = 0$, 長波長高低狂い測定法の場合、 $\Delta\xi = 2.5$ m として $h(0) = 1$, $h(4) = -1$, それ以外で $h(n) = 0$ となる。したがって

$$\|h\|^2 = \sum_n h^2(n) \dots\dots\dots (35)$$

とおくと、 $\|h\|^2$ の値は、10 m 弦正矢法の場合は 1.5, 長波長高低狂い測定法の場合は 2 となる。

次に測定から復元までを 1 つのシステムとみなし、そのインパルス応答を $f(n)$ とすると

$$f(n) = h(n) * g(n) = \sum_{k=-k_0}^{k_0} h(k) \cdot g(n-k) \dots\dots\dots (36)$$

となる。ここで * はコンボリューションを表わす。

$g(n)$, $f(n)$ についてもその二乗和を次のように定義する。

$$\|g\|^2 = \sum_{n=0}^{N-1} g^2(n), \|f\|^2 = \sum_{n=-k_0}^{k_0+N-1} f^2(n) \dots\dots\dots (37)$$

以上の準備の下に図—18 のモデルにおいて測定波形 $y(n)$ は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} y(n) &= h(n) * x(n) + p(n) \\ p(n) &= h(n) * e(n) + w(n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (38)$$

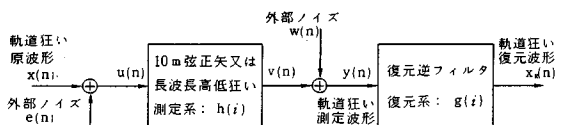
ここで、ノイズ $e(n)$, $w(n)$ はその分散がそれぞれ σ_e^2 , σ_w^2 で、互いに無相関な白色雑音であると仮定すると、上式のノイズ項 $p(n)$ の分散は

$$\text{Var}\{p(n)\} = \|h\|^2 \cdot \sigma_e^2 + \sigma_w^2 \dots\dots\dots (39)$$

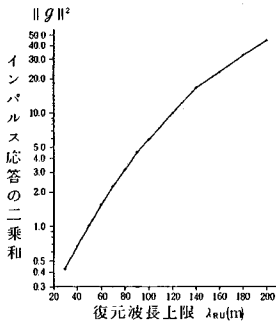
となる。また復元波形を $x_R(n)$ とおくと

$$\left. \begin{aligned} x_R(n) &= f(n) * x(n) + q_1(n) + q_0(n) \\ q_1(n) &= f(n) * e(n), q_0(n) = g(n) * w(n) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (40)$$

となるが、 $q_1(n)$, $q_0(n)$ はノイズ項で、その分散は



図—18 測定から復元までのシステム・モデル



図一十九 復元範囲と $\|g\|^2$ との関係

$\text{Var}\{q_s(n) + q_e(n)\} = \|f\|^2 \cdot \sigma_e^2 + \|g\|^2 \cdot \sigma_w^2 \dots (41)$
となる。

式(41)を式(39)と比較すると、復元波形においては測定波形に比しノイズ項の分散は図一十八のモデルにおける入力側外部ノイズ $e(n)$ の影響が $\|f\|^2/\|h\|^2$ 倍、出力側外部ノイズ $w(n)$ の影響が $\|g\|^2$ 倍となっている。

ここで $f(n)$ のフーリエ変換を $F(\omega)$ とし、 $\omega = 2\pi m/(M\Delta t)$ 、 $m = 0, 1, \dots, M-1$ における $F(\omega)$ のサンプル値を $F(m)$ と書くとパーシバルの定理⁷⁾より次式が成り立つ。ここで $M = 2k + N$ である。

$$\|f\|^2 = \sum_{n=-k_0}^{k_0+N-1} f^2(n) = \frac{1}{M} \sum_{m=0}^{M-1} |F(m)|^2 \dots (42)$$

上式において $|F(m)|$ は測定から復元までの総合周波数特性のサンプル値であるから復元帯域においては1、遮断帯域においては0とみなせる。したがって $\|f\|^2 < 1$ である。 $\|h\|^2$ の値は測定系により1.5または2であったから、いずれの場合も $\|f\|^2/\|h\|^2$ は1より小さく、入力側外部ノイズ $e(n)$ の影響は測定波形に比し復元波形においてはむしろ軽減されている。

一方、 $g(n)$ についても同様に

$$\|g\|^2 = \sum_{n=0}^{N-1} g^2(n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} |G(k)|^2 \dots (43)$$

が成り立つが、復元倍率に相当する $|G(k)|$ は復元帯域を広げるに従いしだいに増大する。10 m 弦正矢法の場合、復元範囲を $6 \leq \lambda < \lambda_{RU}$ として上限の波長 λ_{RU} と $\|g\|^2$ との関係を求めると図一十九のようになる。これによると λ_{RU} の値が50 m で約1倍、60~70 m で約2倍、100 m で約6倍と、以後急激に増大する。このように出力側外部ノイズ $w(n)$ の影響は復元範囲を広げていくと大きくなる。しかし通常の復元範囲(数m~数10m)では十分許容できる程度内にあると考えられる。

なお、長波長高低狂い測定法の場合、復元範囲を $11 \leq \lambda \leq 500$ としても $\|g\|^2$ の値は1より小さく、この意味ではほとんど問題とはならない。

7. 復元の実例と検証

前章までに述べた復元手法の有効性を確かめるため、新幹線の高速度軌道検測車で測定された軌道狂いデータを用いて実際にいくつかの復元を行った。

測定された軌道狂いアナログ・データは車輪の回転に同期して発生される距離パルス(3200個/km)を用いてA/D変換し、以後の処理は著者らが開発した会話型デジタル信号処理システムLABOCS-II⁹⁾により行った。なお、復元のためのフィルタリング演算はOverlap Adding法⁵⁾とよばれる高速算法を用いている。

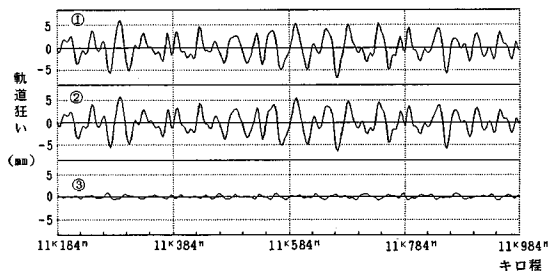
(1) 両測定法からの高低狂い復元波形の比較

復元手法の有効性の検証として、同一測定区間で10 m 弦正矢法および長波長高低狂い測定法の両方に対し、復元帯域を同一に選んで復元を行えば両復元波形は一致するはずである。ここではすでに図一四で与えた区間の測定データを用い、復元範囲を波長で13~50 m に等しくとって復元を行った例を図一二十に示す。

両復元波形は予想以上によく一致した。このことは両測定法に高低狂いに関して確かに共通の情報が含まれることを示すとともに、上記の手法の有効性と、これらのデータを用いて信号処理により多くの高度な処理が可能であることを示すものである。

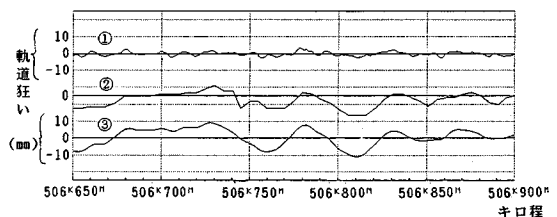
(2) 通り狂いについて測量結果との比較

東海道・山陽新幹線の直線区間で左レールの通り狂い(基準線からの離れ)を5 m ピッチで実際に測量した



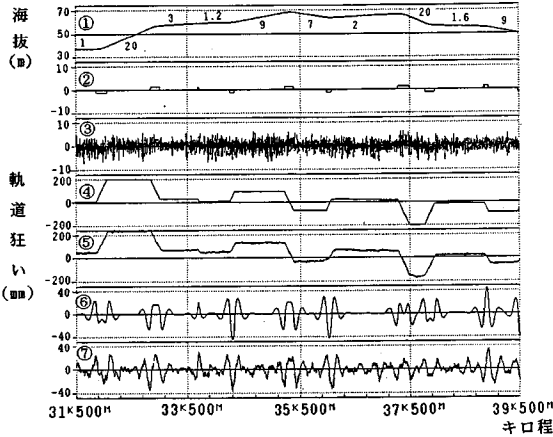
- ① 10 m 弦正矢法からの復元波形
- ② 長波長高低狂いからの復元波形
- ③ 両者の差(②-①)信号波形

図一二十 両測定法からの復元波形の比較



- ① 10 m 弦正矢測定波形、② 測量結果、③ 復元波形

図一二十一 通り狂い測量結果と復元波形の比較



注) 図中の数字は勾配(千分率)を表わす。

① 線路縦断面形状, ② 10 m 弦正矢高低狂い測定擬似波形, ③ 同実測波形, ④ 長波長高低狂い測定擬似波形, ⑤ 同実測波形, ⑥ ②からの復元波形, ⑦ ③からの復元波形

図-22 基本線路形状に起因する成分の検討例

結果と、同じ区間の軌道検測車による 10 m 弦正矢測定波形からの復元波形とを比較した例を図-21 に示す。

測量結果は軌道狂いの実形状とでもいえるもので、部分的な帯域復元波形とは異なり長い波長成分もすべて含まれる。そこでここでは多少の誤差は無視して復元波長範囲を 10~180 m と広くとり両者を比較した。図の例でわかるように、復元波形により軌道狂いの状態が非常によく把握されることは明らかである。

(3) 軌道の基本線路形状に起因する成分の確認

長波長領域に及ぶ軌道狂いを考えた場合、軌道の勾配変曲点付近では高低狂い測定波形に軌道狂いとは異なる、基本線路形状自体に起因する成分がかなり含まれる。

これを確かめたのが図-22 の例で、図において、まず路線図(建設時の軌道の勾配、曲線半径等が記載されている)から①のような線路縦断面形状を計算し、これから 10 m 弦正矢法による測定波形②を計算により求めた。この測定擬似波形②と軌道検測車による実際の測定波形③の両方に対して、同一の復元逆フィルター処理(前例と同様の理由で復元波長範囲は 6~200 m と広くとった)を行い、両復元波形を比較した。それが同図⑥と⑦で両者はよい対応を示し、復元波形には真の狂いと基本線路に起因する成分とが混在することが確認された。このことは長波長領域を含む復元波形を軌道の保守管理に適用する場合、これには本来の線路形状による成分があることに十分留意すべきことを示している。

8. FIR 復元逆フィルターの低次 ARMA 近似

これまで述べてきた FIR 復元逆フィルターは波形のひずみのない復元を実現できるという長所を有するが、

他方でインパルス応答の次数 N を一般にかなり大きくとる必要がある。その結果、出力の入力に対する応答の遅れが大きく、またフィルターの演算にも時間がかかる。

これに対し、あらかじめ設計された線形位相 FIR フィルターを次の (p, q) 次の ARMA (自己回帰・移動平均: Auto Regressive Moving Average) フィルター

$$x(n) = -\sum_{k=1}^p a(k) \cdot x(n-k) + \sum_{l=0}^q b(l) \cdot y(n-l) \dots (44)$$

で近似することにより、低次で応答遅れの小さいフィルターを実現する方法が導かれている¹⁰⁾。

そこで上の ARMA フィルターの伝達関数を $T(z^{-1})$ として (z は z 変換の演算子)、この方法を 10 m 弦正矢法の場合に応用すると、FIR 復元逆フィルターの応答の遅れは $\alpha_1 = (N-1)\Delta\xi/2$ であったから、むだ時間のある ARMA モデル $z^{-d} \cdot T(z^{-1})$ で近似することにより、その応答の遅れ d が

$$d = \left(\frac{N-1}{2} - \beta \right) \Delta\xi \dots (45)$$

と、FIR フィルターに比べ $\beta\Delta\xi$ だけ小さくなることを期待することができる。

図-23 はこの近似解法に用いた線形位相 FIR 復元逆

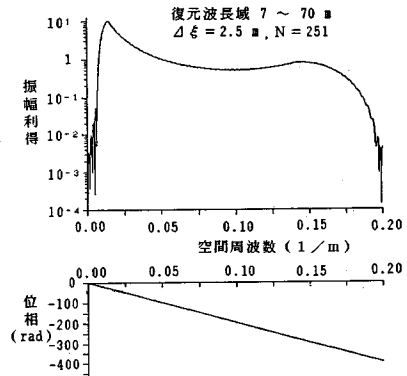


図-23 線形位相 FIR 復元逆フィルターの周波数特性

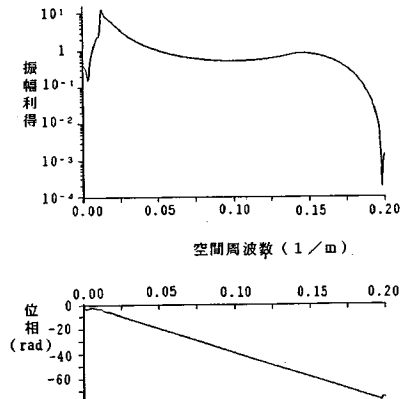


図-24 ARMA (10, 50) 復元逆フィルターの周波数特性

フィルターの周波数特性の例である。これに対し $p+q=60$ 、また β を次のようにおいて近似問題を解いた。

$$\beta = \frac{N-1}{2} - \frac{q}{2} \dots\dots\dots (46)$$

その結果、 $p=10$ 、 $q=50$ 、近似誤差 $\delta=9.6 \times 10^{-5}$ の解が得られた。その周波数特性は図-24 に示すようなもので、図-23 の FIR によるものに比較して振幅、位相ともかなりよい近似が得られているといえよう。ただし長波長の遮断帯域では FIR フィルターのような十分な遮断特性は得られなかった。

以上の結果、要求される精度にもよるが、次数、応答の遅れとも FIR 復元逆フィルターの約 1/5 以下となる ARMA 型の復元逆フィルターが設計できることが明らかにされた。この ARMA 法による復元逆フィルターは現在、東海道・山陽新幹線の軌道検測車で実用化の検討が進められている。

9. あとがき

従来から慣用されてきた軌道狂い測定法を対象に、その測定波形から軌道狂い原波形を復元する問題の理論的基礎について考察した。その結果、完全な実形状の復元は原理的に困難であるが、車両の振動に主たる影響をもつ軌道狂いの波長帯域について、デジタル逆フィルターの手法により復元が可能であることをその誤差特性とともに示し、また、手法の有効性についていくつかの検証を与えた。

このような方法で得られる軌道狂い原波形はこれをさらにデータ処理することにより軌道の補修箇所の指示、補修効果の判定、補修方法の検討などをより合理的に行うのに有用であるとともに、車両の振動との関係解析や車両運動シミュレーションへの入力としても使用できる。

また、今後の新幹線や在来線の高速度に際して、車両

の走行安全や乗心地の見地から、より長い波長の軌道狂いを含めた軌道保守管理が重要になってくるものと考えられ、その際ここで与えた復元手法が役立つことが期待される。

おわりに、本研究の遂行にあたり終始ご指導、ご助言頂いた軌道研究室室長 佐藤吉彦博士、ならびに同室員の方々に厚く御礼申し上げます。

参 考 文 献

- 1) 佐藤吉彦：新幹線速度向上時の軌道検測特性，鉄道技術，Vol.42, No.12, pp.470~476, 1985.
- 2) Stassen, H.G. : Random Lateral Motions of Railway Vehicles, A Theoretical and Experimental Investigation of the Interaction between Track and Vehicle, Drukkerij J.H. Pasmans, pp.24~28, 1967.
- 3) 宮本俊光・渡辺信年：線路-軌道の設計・管理一，山海堂，pp.491~522, 1980年.
- 4) 新井清之助・松尾雅樹：2軸車の脱線現象のシミュレーション，鉄道技術研究報告，No.910, pp.24~28, 1974.
- 5) Oppenheim, A.V. and Schafer, R.W. : Digital Signal Processing, Prentice-Hall, 1975.
- 6) 阿部俊一：軌道狂い測定法についての原理的考察，鉄道技術研究報告，No.145, pp.3~8, 1960.
- 7) 有本 卓：信号・画像のデジタル処理，産業図書，pp.145~162, 1981.
- 8) Rabiner, L.R. and Schafer, R.W. : Recursive and Nonrecursive Realizations of Digital Filters Designed by Frequency Sampling Techniques, IEEE Trans. on AU, Vol. AU-3, No. 4, pp.200~207, 1971.
- 9) 吉村彰芳・雑賀将氏・森 忠夫：計測データ処理のための「会話型デジタル信号処理システム LABOCS-II」使用手引書，鉄道技術研究所速報，No. A-85-86, 1985.
- 10) 小松 督・門田良美・有本 卓：直線に近い位相特性を持つ ARMA フィルタの設計-周波数特性に重点をおいた設計-，計測自動制御学会論文集，Vol.18, No.12, pp.78~82, 1982.

(1986.4.21・受付)