

## 弾性論による埋設管の土圧の検討

### A STUDY OF EARTH PRESSURE ON UNDERGROUND PIPES BASED ON THEORY OF ELASTICITY

東田 淳\*・三笠正人\*\*  
By Jun TOHDA and Masato MIKASA

Earth pressure on underground pipes is studied by an analysis of two-dimensional elastic model. The analysis shows that earth pressure on underground pipes is affected considerably by the boundary condition between pipe and soil, the lateral boundary condition of the infinite ground and the ratio between elastic modulus of the soil and flexural stiffness of the pipe. The analytical results are supported by the earth pressure measured for centrifuged underground pipe models. Marston-Spangler theory and ring compression theory, both of which stand on some unjustifiable assumptions, are found to give results of poor coincidence with the behavior of both analytical and centrifuged models. A new index  $x$  is proposed to define the flexibility of the pipe in the ground.

*Keywords : underground pipe, earth pressure, elastic analysis, centrifugal model test, design criteria*

#### 1. まえがき

埋設管の土圧は施工条件、管種、管周囲の土の挙動などに影響されて複雑に変化することが知られており、その解明は管の破損事故と直接かかわる重要な課題として今世紀初頭から多くの研究者によって取り組まれてきた。1910~50年にかけてIowa州立大学のA. Marston, M.G. Spangler, W.J. Schlickらによって行われた一連の研究はMarston-Spangler理論<sup>1)</sup>(以下M-S理論とよぶ)として体系化され、埋設管の土圧の基礎理論として現在広く用いられている。しかし、この理論は多くの無理な仮定の下に組み立てられているため従来から批判が絶えず、これに代わる土圧算定法もいくつか提案されている。たとえば管がたわみ性の場合はM-S理論は実際と合わないので1961年にH.L. Whiteによって圧縮リング理論<sup>2)</sup>が提案された。さらに矢板を用いた開削工法の場合にもM-S理論は全く適用できないので、日本下水道協会規格としてこの工法を対象とする実用土圧公式<sup>3),4)</sup>が1970, 75年に提案され、わが国で広く用いられている。このように現在の埋設管の設計では考え方の異

なる土圧算定式が適用範囲も不明確なまま混在して使用され、管の破損事故も後を断たないのが実情で、埋設管の土圧の解明は緊急の課題というべきである。

著者らは下水道協会規格<sup>3)</sup>に基づいて設計施工されたコンクリート管に多発するひびわれ事故の原因を現場埋設実験<sup>5)</sup>と遠心力模型実験<sup>6)</sup>によって調べ、開削工法で埋設された剛性管では矢板引抜き時に管への土圧集中(土圧総量の増大)と管頂、管底への土圧集中(管頂、管底での土圧強度の増大)という2つの集中現象が生じることを見出した。すなわち、従来の土圧理論や実用公式が鉛直土圧の総量のみを問題とし、土圧分布は等分布を仮定して管頂、管底への土圧集中を見過ごしているところに最大の問題点があったことがわかった。さらに著者らは剛性管を対象として管の設置形態、管面粗度、土被り高、基礎砂厚、掘削溝幅を変化させた遠心力模型実験<sup>7)</sup>を行い、これらの要因が土圧集中に及ぼす影響を調べるとともに、従来の土圧理論や実用公式に対して批判を加えた。

今回の報告はこの埋設管の土圧集中問題を弾性論を用いて検討したもので、上下対称の二次元計算モデル<sup>8)</sup>

\* 正会員 工修 大阪市立大学助手 工学部

(〒558 大阪市住吉区杉本3-3-138)

\*\* 正会員 工博 大阪市立大学教授 工学部(同上)

注1) 著者らは文献6)において管を中実な円柱体と置き換えたモデルを用いて土圧集中のメカニズムを検討したが、今回用いたモデルではこの置き換えをせず、実際の管として解析した。

について、①管と土との境界条件、②地盤側方の境界条件、③管と土の変形特性、の3つの要因を変化させた弾性計算を行い、これらの要因が埋設管に働く土圧の総量と分布両者の集中現象に与える影響を調べた。この計算結果と遠心力模型実験の実測土圧(管の上半部)は良い対応を示し、これらに基づいて従来の土圧理論や実用公式に批判的考察を加えた。

## 2. 二次元弾性モデルと計算方法

### (1) 埋設管の設置形態と地盤側方の境界条件

埋設管の設置形態はFig.1に示すように、④盛土型、⑤矢板を用いない溝型、⑥矢板を用いた溝型、に大別され、さらに⑦は矢板引抜き前(⑦-1)、矢板引抜きによって抜け跡が空洞となったとき(⑦-2)、抜け跡が土によって充填されたとき(⑦-3)、の3つの状態に分けられる。地盤側方の境界条件は、④は $y=\infty$ で $\epsilon_y=0$ 、⑤-2は $y=B_d/2$ ( $B_d$ :掘削溝幅)で $\sigma_y=0$ とすればよいが、他は複雑で簡単には決められない。境界条件の明確な上の2つのケースのうち、④は最も単純な標準ケースとして、また⑤-2は最も危険なケースとして重要であるから、この2つを弾性計算の対象として取り上げる。

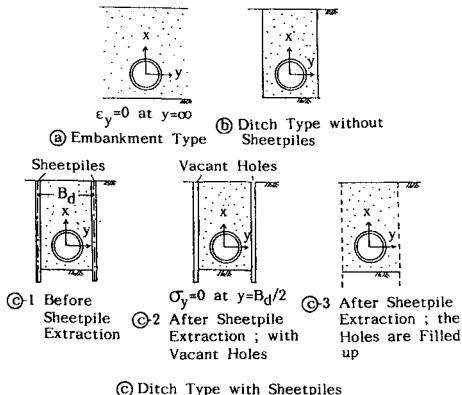


Fig. 1 Installation Conditions of a Buried Pipe.

### (2) 二次元弾性モデル

今回用いた埋設管計算モデル(Fig.2④)は管(外径 $D$ ,  $D/2=a$ とおく)の周囲の土を一様な等方弾性体とみなし、土自重を無視しその代わりに $x=\infty$ で $\sigma_x=\sigma_0$ を与え、 $y=\infty$ で $\sigma_y=0$ または $\epsilon_y=0$ とした $x$ ,  $y$ 軸に関して対称な二次元弾性モデルである<sup>[2]</sup>。土の弾性係数、ポアソン比を $E$ ,  $\nu$ 、管の弾性係数、ポアソン比を $E_p$ ,  $\nu_p$ とし、管厚を $t$ とする。また $u_r$ ,  $u_\theta$ および $u_{rp}$ ,  $u_{\theta p}$ をそれぞれ土および管の $r$ ,  $\theta$ 方向の変位とし、Fig.2

注2) このモデルは土自重を考慮せず、上下対称の応力状態とした点が実際と異なるが、後述(4.)するように $\sigma_0$ を管頂での土被り圧に等しくとれば、計算土圧は管の上半部の実測土圧ときわめて近似したものになる。

⑥に示す方向を正とする。直応力は圧縮を正とする。

このモデルを用いて平面ひずみ条件( $\epsilon_z=0$ )での管表面に働く鉛直、水平土圧 $p_v$ ,  $p_h$ の分布とその総量 $P_v$ ,  $P_h$ を以下の条件で算定した。

①管と土との境界条件：滑動条件( $u_r=u_{rp}$ ,  $\tau_{r\theta}=0$ )および結合条件( $u_r=u_{rp}$ ,  $u_\theta=u_{\theta p}$ )。

②地盤側方 $y=\infty$ の境界条件： $\sigma_y=0$ および $\epsilon_y=0$ 、後者では $\sigma_y=K_0\sigma_0$ 、ここに $K_0$ は静止土圧係数で $K_0=\nu/(1-\nu)$ 。

③管と土の変形特性： $x=E/(S_r/a^3)$ と $\nu$ の値を数通りに変化。ここに $S_r$ は平面ひずみ条件における管壁の曲げ剛性(Flexural Stiffness)で、 $S_r=E_p t^3/[12(1-\nu_p^2)]$ 。

このモデルで与えた地盤側方の境界条件とFig.1との対応は、まず $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$ の場合は④に相当する。次に、 $\sigma_{y(y=\infty)}=0$ の計算結果によれば通常の矢板の位置付近( $y=B_d/2 \approx 1.5a$ )での $\sigma_y$ の値は $\sigma_0$ の1/10程度とごく小さいので、⑤-2の応力状態に近いとみなされる。

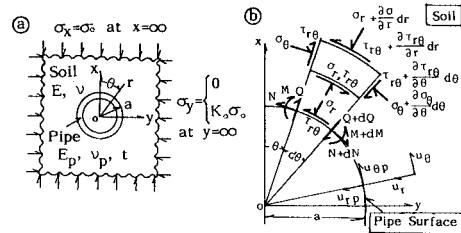


Fig. 2 Two-dimensional Elastic Model of a Buried Pipe.

### (3) 二次元弾性モデルの解

Fig.2のモデルの弾性解をAppendix 1に示す方法で求め、式(1)に示した。なお管および土部分の解の誘導はそれぞれWaltking<sup>8)</sup>, Höeg<sup>9)</sup>の解法を参考にした。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= a_0 r^{-2} + 2 b_0 - (2 a_2 + 6 a'_2 r^{-4} + 4 b'_2 r^{-2}) \cos 2\theta \\ \sigma_\theta &= -a_0 r^{-2} + 2 b_0 + (2 a_2 + 6 a'_2 r^{-4}) \cos 2\theta \\ \tau_{r\theta} &= (2 a_2 - 6 a'_2 r^{-4} - 2 b'_2 r^{-2}) \sin 2\theta \\ u_r &= [( -a_0 r^{-1} + 2 b_0 r + (-2 a_2 r + 2 a'_2 r^{-3} + 4 b'_2 r^{-1}) \\ &\quad \cos 2\theta) - 4\nu(b_0 r + b'_2 r^{-1} \cos 2\theta)] / (2\mu) \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} u_\theta &= [(2 a_2 r + 2 a'_2 r^{-3} - 2 b'_2 r^{-1}) + 4\nu b'_2 r^{-1}] \\ &\quad \cdot \sin 2\theta / (2\mu), \quad u_{rp} = u_{r(r=a)} \\ u_{\theta p} &= [a'_2(a_2 + a'_2 a^{-4} + b'_2 a^{-2}) / S_r] \\ &\quad - 8 a'^2(-a_2 + a'_2 a^{-4}) / (E_p A) \sin 2\theta / 6 \end{aligned} \quad (2)$$

ここに、 $A$ は管壁の断面積( $=t$ )、 $\mu=E/[2(1+\nu)]$ である。式(1)中の5つの係数 $a_0$ ,  $b_0$ ,  $a_2$ ,  $b'_2$ ,  $a'_2$ は、

$$\begin{aligned} a_0 &= 2b_0a^2 / [-2\mu a + (1-2\nu)E_p A] / (2\mu a + E_p A) \\ b_0 &= \sigma_0(1+K)/4, \quad a_2 = -\sigma_0(1-K)/4 \\ b'_2 &= (a'_2 f_2 + a_2 f_3) / f_1 \end{aligned} \quad (2)$$

滑動条件のとき： $a'_2 = a_2(a^2 f_1 - f_3) / (f_2 + 3a^{-2} f_1)$   
結合条件のとき： $a'_2 = a_2(f_3 f_4 - f_1 f_6) / (f_1 f_5 - f_2 f_4)$

となる。ただし、上式の  $f_1 \sim f_6$  は次式による。

$$\begin{aligned}f_1 &= -2a^{-2}\{2(\xi-\xi)(2-24a)+2\beta(1-a)+a(1-\nu)/\mu\} \\f_2 &= 6a^{-4}\{(\xi-\xi)(2-24a)+\beta(1-6a)+a/(6\mu)\} \\f_3 &= 2\{(\xi+\xi)(2-24a)+\beta(1+14a)-a/(2\mu)\} \\f_4 &= 2a^{-2}\{2(\xi-\xi)+a(1-2\nu)/(2\mu)\} \\f_5 &= -6a^{-4}\{(\xi-\xi)-a/(6\mu)\}, f_6 = -2\{(\xi+\xi)-a/(2\mu)\}\end{aligned}$$

ここに、 $a = S_r/(a^2 A + S_r)$ ,  $\beta = a^2/(E_p A)$ ,  $\eta = a^4/S_r$ ,  $\xi = (\eta + 4\beta)/18$ ,  $\xi = (\eta + 16\beta)/36$  である。また  $K$  は、 $\sigma_{y(y=\infty)} = 0$  のとき  $K = 0$ ,  $\epsilon_{y(y=\infty)} = 0$  のとき  $K = K_0$  である。

管の断面力  $M$ ,  $N$  は Appendix 1 の式(vii)へ式(1)の  $u_{rp}$ ,  $u_{op}$  を代入することによって得られ、 $Q$  は式(vi)の 2 番目の式に  $M$  を代入することにより求められる。

#### (4) 鉛直、水平土圧の計算方法

管表面に働く鉛直、水平土圧  $p_v$ ,  $p_h$  は次式により求める(Fig. 3, ただし注3)参照のこと)。

$$p_v = \sigma_r - \tau_{r\theta} \tan \theta, p_h = \sigma_r + \tau_{r\theta} \cot \theta \dots \dots \dots (3)$$

なお、 $\theta = \pm \pi/2$  における  $p_v$ 、および  $\theta = 0$ 、 $\pi$  における  $p_h$  はそれぞれ極限値をとるものとする。

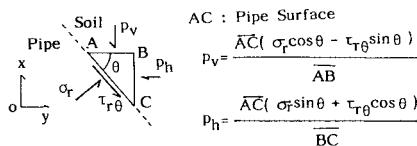


Fig. 3 Equilibrium of a Small Soil Element at Pipe Surface.

鉛直、水平土圧の総量  $P_v$ ,  $P_h$  の算定は次式による。

$$P_v = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} p_v a \cos \theta d\theta, P_h = 2 \int_0^{\frac{\pi}{2}} p_h a \sin \theta d\theta \dots \dots (4)$$

#### (5) 管のたわみ性指数(Flexibility Index) $\kappa$ と計算に用いた $E$ , $E_p$ , $\nu_p$ の値について

式(1), (2)に示した土と管の応力、変位成分は  $E$ ,  $\nu$ ,  $E_p$ ,  $\nu_p$ ,  $t$  の各値によって変わるが、土と管の変形に対しては土の弾性係数  $E$  と管の曲げ剛度  $S_r/a^3$  が主要な役割を果たすので、以下両者の比  $\kappa = E/(S_r/a^3) = 12(1-\nu_p^2)E/E_p \cdot (a/t)^3$  を主要なパラメータとして検討する。 $\kappa$  は土中管のたわみ性の度合を表すたわみ性指数(Flexibility Index)とよぶべき量で、 $\kappa=0$  は管が剛体の場合に相当し、 $\kappa$  が大きいほど管のたわみ性(土の硬さに対して相対的な)が増す。いま土の弾性係数  $E$  の範囲を  $5 \sim 500 \text{ kgf/cm}^2$  にとって、材質の異なる種々の管が取り得る  $\kappa$  の範囲を示すと Fig. 4 のようになる<sup>④</sup>。各管の  $\kappa$  の最小値は  $(a/t)_{\min}$  と土の  $E$  の最小値  $5 \text{ kgf/cm}^2$  を組み合わせたもので、 $\kappa$  の最大値は  $(a/t)_{\max}$  と土の

注3) Fig. 3 に示した  $\sigma_r$ ,  $\tau_{r\theta}$  は反力であるから、外力としての  $\sigma_r$ ,  $\tau_{r\theta}$  の方向は図と逆である。

注4) 各管の  $a/t$  値の範囲は文献 17)を参考にした。

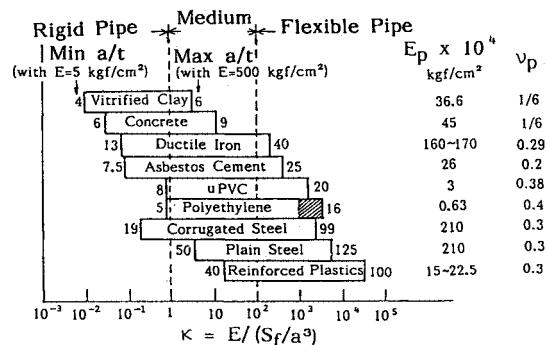


Fig. 4 Range of  $\kappa$  for Different Pipe Materials.

Table 1 The Values of  $a/t$  for Given  $E$ ,  $E_p$ ,  $\nu_p$  and  $\kappa$  Values.

Pipe Material	$E$ ( $\text{kgf/cm}^2$ )	$\kappa$	$10^{-3}$	$10^{-2}$	$10^{-1}$	$1$	$10^0$	$10^1$	$10^2$	$10^3$	$10^4$	$10^5$
Steel	5	$E_p=2.1\times 10^6$ $\text{kgf/cm}^2$	3.4	7.3	16	34	73	157	338	727	1567	
	20	$E_p=2.1\times 10^6$ $\text{kgf/cm}^2$	2.1	4.6	9.9	21	46	99	213	458	987	
	100	$E_p=2.1\times 10^6$ $\text{kgf/cm}^2$	1.2	2.7	5.8	12	27	58	124	268	577	
	$\nu_p=0.3$		(0.7)	1.6	3.4	7.3	16	34	73	157	338	
uPVC	5	$E_p=3\times 10^8$ $\text{kgf/cm}^2$	(0.8)	1.8	3.9	8.4	18	39	84	180	388	
	20	$E_p=3\times 10^8$ $\text{kgf/cm}^2$	(0.5)	1.1	2.4	5.3	11	24	53	113	244	
	100	$E_p=3\times 10^8$ $\text{kgf/cm}^2$	(0.3)	(0.7)	1.4	3.1	6.6	14	31	66	143	
	$\nu_p=0.38$		(0.2)	(0.4)	(0.8)	1.6	3.9	8.4	18	39	84	

$E$  の最大値  $500 \text{ kgf/cm}^2$  を組み合わせたものである。鋼管と硬質塩化ビニル(uPVC)管の 2 つを例にとって  $\kappa$  値と  $a/t$  値の関係を示すと Table 1 のようになる。

次節においては土の  $E$  が  $100 \text{ kgf/cm}^2$ 、管の  $E_p$ ,  $\nu_p$  がそれぞれ  $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ , 0.3(钢管)の場合について  $\kappa$  と  $\nu$  の両者を変化させて検討する。この場合  $E$ ,  $E_p$ ,  $\nu_p$  が一定値なので  $\kappa$  は  $a/t$  の値(Table 1 中の  $\square$ )のみによって定まる。

$2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$  以外の  $E_p$  値を用いた場合の計算も行ったが、 $E_p$  が  $2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2 \sim 3 \times 10^4 \text{ kgf/cm}^2$  の範囲では結果はほぼ同じであった。 $E_p$  がこの範囲よりも小さくなると少し結果が異なり、 $\kappa > 10^3$  の範囲の  $p_v$ ,  $p_h$  がここで示すものよりも全体に小さくなつたが、 $\kappa \leq 10^3$  の範囲ではほとんど差がない。したがって次節の钢管に対する検討結果は Fig. 4 に示したポリエチレン管の斜線部分を除くすべての管にそのまま適用できる。Fig. 4 中に点線で示した剛性管とたわみ性管の境界は以上の検討結果と次節の計算結果(Fig. 6~8, Fig. 11~13)を考慮して定めたもので、これまで力学的に明確にされていなかった剛性管、たわみ性管の定義として用いることができよう。

### 3. 計算結果

#### (1) 地盤側方の境界条件が $\sigma_{y(y=\infty)}=0$ の場合

Fig. 5 は  $\nu=1/3$ ;  $\kappa=0, 10, 50, 10^5$  に対する  $p_v$ ,  $p_h$  の分布図で、左半分が滑動条件、右半分が結合条件であ

る<sup>注5)</sup>。この図から滑動、結合両条件の  $p_v$ ,  $p_h$  の分布には次のような明瞭な違いがみられる。①滑動条件の場合： $x=0$ (剛な管)では  $p_v$  は管頂<sup>注6)</sup>に土圧が集中した著しい山形分布を示し、 $p_h$  は管側を最小とする凹形分布を示す。 $x$  が増すにつれて、土圧分布は均等に近づき、 $x=10^5$  では両者ともほぼ  $(1-\nu)\sigma_0 = (2/3)\sigma_0$  となって事実上一致する<sup>注7)</sup>。②結合条件の場合： $x=0$  では  $p_v$ ,  $p_h$  とも等分布を示し、それから  $x$  が増えると  $p_v$  は管頂で減り管側で増えて凹形に、 $p_h$  は管側で増えて凸形となる。

土圧と管の変形量が  $x$  によってどう変わるかを土のポアソン比  $\nu$  の種々の値に対して示したものが Fig. 6~8 である。Fig. 6, 7 はそれぞれ管頂での鉛直土圧  $p_{vc}$ 、鉛直土圧総量  $P_v$  の変化である。また Fig. 8 は管中央の鉛直方向の変位量  $u_{rc}$  と高さ  $a$  の土柱の  $\sigma_0$  による圧縮

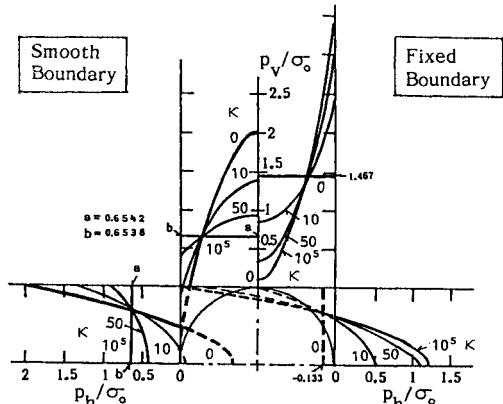


Fig. 5 Distribution of  $p_v$  and  $p_h$  for Several  $x$  Values  
( $\sigma_{y(y=\infty)}=0$ ,  $\nu=1/3$ ).

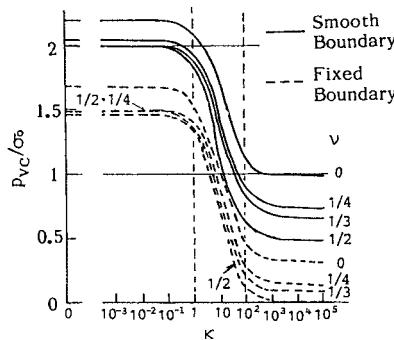


Fig. 6 Relation of  $p_{vc}$  to  $x$  ( $\sigma_{y(y=\infty)}=0$ ).

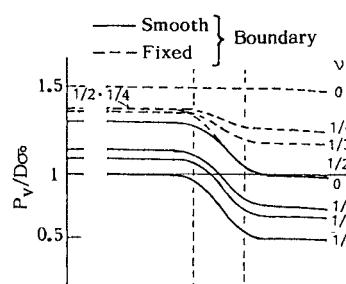


Fig. 7 Relation of  $P_v$  to  $x$  ( $\sigma_{y(y=\infty)}=0$ ).

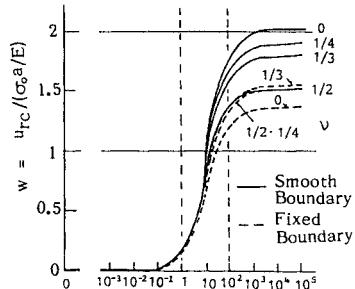


Fig. 8 Relation of  $w$  to  $x$  ( $\sigma_{y(y=\infty)}=0$ ).

量との比  $w=u_{rc}/(\sigma_0 a/E)$  の変化で、ここに  $u_{rc}$  は式(1)の  $u_r$  に  $r=a$ ,  $\theta=0^\circ$  を代入したときの値である。いずれの図も滑動、結合条件をそれぞれ実線、破線で表している。 $p_{vc}$ ,  $P_v$ ,  $w$  の 3 つの値はどの計算ケースでも、管剛性の大きい  $x \leq 10^{-1}$  の範囲ではほぼ一定で、それから  $x$  の増大につれて  $x=10$  付近を中心として急激に変化した後、 $x$  が  $10^3$  を越えるとあまり変化しなくなる。Fig. 6, 7 から  $p_{vc}$ ,  $P_v$  の大きさについて次のことがわかる。①  $x$  の小さい方が  $P_v$ ,  $p_{vc}$  は大きい。すなわち管への土圧集中および管頂への土圧集中が強い。②  $p_{vc}$  は

注 5) Fig. 5 では  $p_v$ ,  $p_h$  が一部引張り(破線)になっている。これは滑動条件の場合は管表面の  $\sigma_r$  が引張りとなつたためで、実際には土は引張りに耐えないのでこの部分の  $\sigma_r$ 、したがつてまた  $p_v$ ,  $p_h$  は 0 となって多少の隙間が生じ、それに伴つて他の部分の  $p_v$ ,  $p_h$  の値も多少変わつくることになる。結合条件の場合は管表面に隙間が生じることはない。

注 6) モデルは上下対称なので管頂と管底の土圧は等しい。

注 7) 滑動条件では  $x=10^5$  まではここに示したように等分布に収束する形をとるが、管がさらに薄くなると  $p_v$ ,  $p_h$  は等分布のまま 0 に近づいていく、 $S_r=0(x=\infty)$  では  $p_v=p_h=0$  となり、土中に空洞がある場合の解と一致する。以上の土圧変化と管の挙動との関連についての考察を Appendix 2 に示した。結合条件では  $S_r$  が 0 に近づいても解は収束しない。

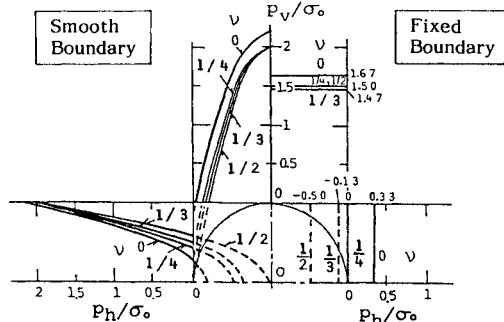


Fig. 9 Distribution of  $p_v$  and  $p_h$  for Several  $\nu$  Values  
( $\sigma_{y(y=\infty)}=0$ ,  $x=0$ ).

滑動条件の方が、 $P_v$  は逆に結合条件の方が大きい。③  $\nu$  の小さい方が  $p_{vc}$ ,  $P_v$  は全般的に大きい。Fig. 8 の  $w$  値は  $x \leq 10^{-1}$  の範囲ではほぼ 0 で、 $x=10$  付近で 1 を越え、 $x \geq 10^3$  の範囲ではわずかに増える。

次に Fig. 9 は  $x=0$  (剛な管)の場合について、土のポアソン比  $\nu$  の種々の値に対して  $p_v$ ,  $p_h$  の分布を求めたもので、滑動、結合両条件とも  $\nu$  の値が変わっても  $p_v$ ,  $p_h$  の分布は大きくは変わらない。

(2) 地盤側方の境界条件が  $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$  の場合

$\nu=1/3$ 、したがって  $K_0=\nu/(1-\nu)=1/2$  の場合について  $x=0, 10, 50, 10^5$  に対する  $p_v, p_h$  の分布を示したもののが Fig. 10 である。Fig. 11, 12 は  $x$  と  $p_{vc}, P_v$  の値の関係である。これらを  $\sigma_{y(y=\infty)}=0$  の場合の Fig. 5~7 と比べると、 $x$  による分布の変化傾向は似ているが、その変動幅、すなわち  $x$  が 0 と  $10^5$  のときの  $p_v, p_h$  の差はこちらの方がかなり狭い。この土圧変動幅は土のボアソン比  $\nu$  が増えて  $K_0$  が増せばさらに狭まり、 $\nu=1/2$ 、すなわち  $K_0=1$  ではすべての土圧がほぼ  $\sigma_0$  となる。

Fig. 13 は  $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$  の場合の  $x$  と  $w=u_{rc}/(\sigma_0 a/E)$  の関係である。 $\nu=1/2$  の場合は  $x$  の値に関わらず  $w \approx$

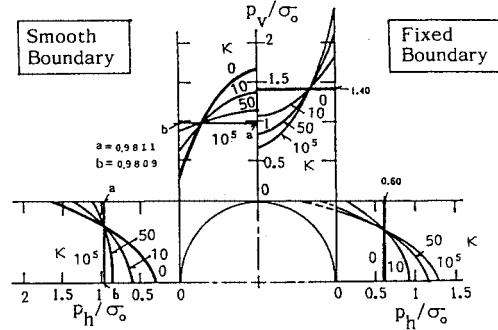


Fig. 10 Distribution of  $p_v$  and  $p_h$  for Several  $x$  Values ( $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$ ,  $\nu=1/3$ ).

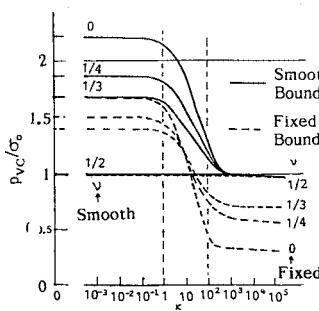


Fig. 11 Relation of  $p_{vc}$  to  $x$  ( $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$ ).

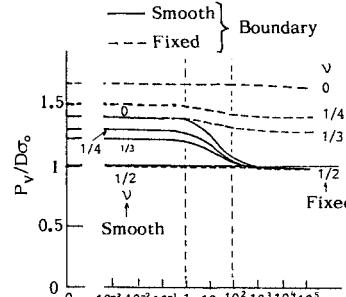


Fig. 12 Relation of  $P_v$  to  $x$  ( $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$ ).

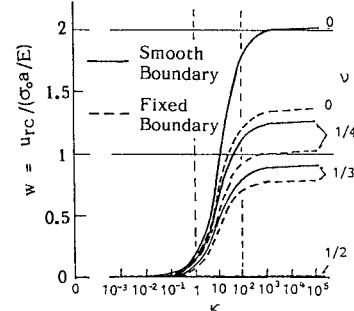


Fig. 13 Relation of  $w$  to  $x$  ( $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$ ).

0 である。 $\sigma_{y(y=\infty)}=0$  の場合の Fig. 8 と比べると  $\nu=0$  の時を除いて  $w$  の値は全体に小さい( $\nu=0$  の時は一致)。

Fig. 14 は  $x=0$ (剛な管)の場合の  $\nu=0, 1/4, 1/3, 4/9, 1/2$  ( $K_0$  値と  $\nu$  値は図中の表のように対応する)に対する土圧分布図で、 $\nu$  が増大して  $1/2$  に近づくと  $K_0$  が 1 に近づき、これに伴って滑動、結合両条件とも  $p_v=p_h=\sigma_0$  の等分布土圧に近づいていく、 $p_{vc}, P_v$  はいずれも減少する。すなわち、 $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$  の条件では  $\sigma_{y(y=\infty)}=0$  の場合(Fig. 9)と対照的に  $\nu$  値によって剛な管の土圧集中度合は大きく変化する。

## 4. 遠心力模型実験の実測土圧との比較

埋設管の遠心力模型実験を Fig. 15 に示す模型実験装置を用いて以下の条件で行った。Table 2 に示す瀬戸けい砂を乾燥状態で  $\rho_a=1.55 \text{ t/m}^3$  の密度で一様に詰めた中に硬質アルミ製の剛な模型管(Fig. 16)を置き、矢板ありの場合(Fig. 1④の設置形態)となしの場合(Fig. 1⑤の設置形態)について、30 g の遠心加速度のもとで模型管に働く土圧を測定した。前者では管の両側の 2 枚の模型矢板(厚さ 5 mm のアルミ板)を同時に引抜いて土圧の変化を調べた。模型の寸法と対応する原型の寸法を Fig. 15 中に示す。模型管の外径が 9 cm なので、原型となる埋設管の外径は 9 cm × 30 = 270 cm である。管と土

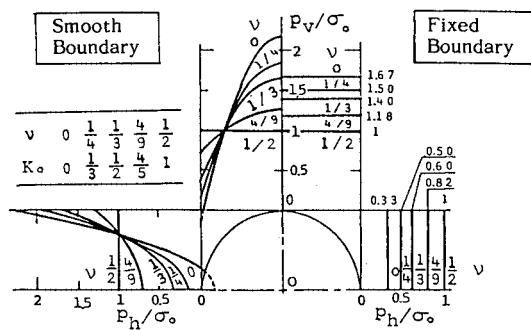


Fig. 14 Distribution of  $p_v$  and  $p_h$  for Several  $\nu$  Values ( $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$ ,  $x=0$ ).

との境界条件の影響をみるため、表面を滑らかに仕上げた滑管と、その表面にサンダペーパーを貼付けた粗管の 2 種類の模型管を用いた。改良型一面せん断試験機によって求めた管面摩擦角  $\phi_p$  は滑管が  $17^\circ$ (摩擦係数  $\tan \phi_p=0.3$ )、粗管が  $42^\circ$ ( $\tan \phi_p=0.9$ )であった。計測は模型管に組み込んだ 18 個のロードセルによって管表面に働く垂直、せん断両応力を測定した。実験装置、方法の詳細は文献 6), 7) を参照されたい。

実測した管表面の垂直、せん断両応力の分布から管上半部での鉛直、水平土圧  $p_v, p_h$  の分布を 2. (4) に示し

Table 2 Silica Sand.

$G_s$	Grain Size	$U_c$	$\rho_{dmax}$	$\rho_{dmin}$
2.65	0.24-1.4mm	1.75	1.58t/m <sup>3</sup>	1.32t/m <sup>3</sup>

Dimensions Unit : cm		D	H	I <sub>b</sub>	B <sub>d</sub>	B
Model		9	9	4	13	34
Prototype		270	270	120	390	1020

Fig. 15 Testing System for Centrifugal Model Test.

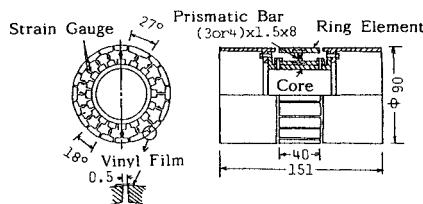
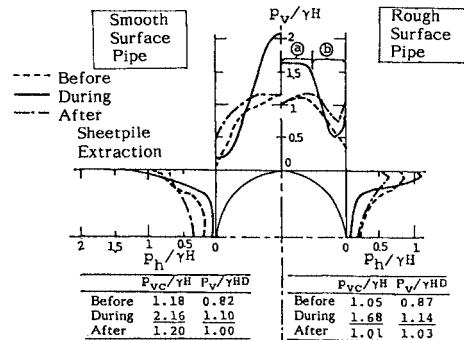
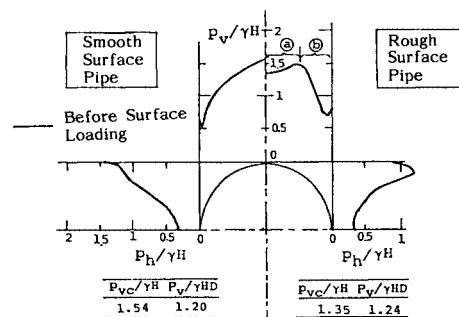


Fig. 16 Model Rigid Pipe (unit : mm).

た式(3)によって求め、Fig. 17(矢板ありの場合)とFig. 18(矢板なしの場合)に示した。いずれも図の左半分が滑管、右半分が粗管の場合である。Fig. 17の破線は矢板引抜き前、実線は矢板引抜き中に管頂土圧が最大となった時点(両管とも矢板下端が管頂付近を通過したとき)、一点鎖線は矢板引抜き後の分布を示す。Fig. 18の実線は30 gを5分間持続して土圧が一定値を保つことを確認したときの分布である。管頂での土被り圧  $\gamma H (= 1.55 \text{ tf/m}^3 \times 0.09 \text{ m} \times 30 = 4.19 \text{ tf/m}^2)$  と等しい応力を弾性計算における  $x=\infty$  での境界応力  $\sigma_0$  にとって、実測土圧と計算土圧(模型管は剛性管であるから  $x=0$  のときのもの)を比べ、次の結果を得た。

### (1) 矢板ありの場合

乾燥砂を用いた実験では矢板の引抜き過程において一時的に矢板の位置で  $\sigma_0=0$  に近い状態が生じると考えられる。そこで引抜き中の最大実測土圧(Fig. 17の実線)と  $\sigma_{y(y=\infty)}=0$  の場合の計算土圧(Fig. 9,  $\nu=1/3$ )とを比べると、滑管の場合は  $p_v$ ,  $p_h$  とも滑動条件の場合とよく近似しており、  $p_{vc}$ ,  $P_v$  の値も実測値(Fig. 17中の表、引抜き中)と計算値(Fig. 6, 7,  $x=0$ ,  $\nu=1/3$ , 滑動条件)がほぼ一致している。一方、粗管の実測土圧分布は管頂付近(Ⓐの範囲)は結合条件の場合(Fig. 9,  $\nu=1/3$ )に、管側付近(Ⓑの範囲)は滑動条件に近い。結合条件の計算によれば管側付近で管表面の  $\tau_{ro}/\sigma_0$  の値が前述した粗管の実測管面摩擦係数よりもかなり大きくなっているので、実験では管側付近で管表面に沿って砂が滑動したと

Fig. 17 Distribution of  $p_v$  and  $p_h$  Measured in Centrifugal Model Test (with Sheetpiles).Fig. 18 Distribution of  $p_v$  and  $p_h$  Measured in Centrifugal Model Test (without Sheetpiles).

考えられる。すなわち砂の滑動を考慮すれば実験と計算はよく合っているといえる。

なお、矢板引抜き前、後の地盤側方の境界条件は今回の弾性計算とは明確には対応しないが、このときの実測  $p_v$  の分布(Fig. 17の破線と一点鎖線)は滑管、粗管とも矢板引抜き中の  $p_v$  の分布(実線)よりも等分布に近く、管頂付近の  $p_v/\gamma H$  の値は小さく、Fig. 14に示した  $\nu=4/9$  ( $K_0=4/5$ )の場合の計算土圧に近似している。

### (2) 矢板なしの場合

矢板なしの実験における地盤側方の境界条件は弾性計算における  $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$  と対応するので、Fig. 18の実測土圧とFig. 14の計算土圧を比べると、滑管では  $p_v$ ,  $p_h$  とも  $\nu=1/3$  ( $K_0=1/2$ )のときの滑動条件とよい近似を示し、粗管では中央部(Ⓐの範囲)で  $\nu=1/3$  のときの結合条件、管側付近(Ⓑの範囲)で同じく滑動条件の計算土圧に近似している。

以上のように、滑管、粗管の実測土圧は、地盤側方の境界条件ならびに管と土との境界条件を考慮すると弾性計算の結果とよく対応したといえる。なお、滑管の矢板引抜き中の実測土圧は現場埋設実験<sup>5)</sup>の実測土圧とよく一致しており、この点からみてもこの弾性計算結果は実際の埋設管に加わる土圧をかなり正確に表すものとみて

よいと思われる。

## 5. 現行土圧算定法の評価

まず現行設計において広く用いられる M-S 理論<sup>1)</sup>、圧縮リング理論<sup>2)</sup>および下水道協会提案式<sup>3), 4)</sup>を概説し、次に今回の弾性計算に基づいてこれらに批判的考察を加える。

### (1) 現行土圧算定法概説

#### a) M-S 理論

埋設管の設置形態が盛土型の場合を例にとれば、この理論では管直上土塊の厚さ  $dH_p$  の要素の力のつり合いを次式のように考えている (Fig. 19④)。

$$P_v + dP_v = P_v + \gamma D dH_p \pm 2 K_a \mu P_v / D \cdot dH_p \quad \dots \dots \dots (5)$$

ここに、 $P_v$  は鉛直土圧総量、 $\gamma$  は土の単位体積重量、 $\mu$  は土の摩擦係数  $\tan \phi$  ( $\phi$  は土の内部摩擦角)、 $K_a$  は主働土圧係数  $(1 - \sin \phi)/(1 + \sin \phi)$  である。式(5)を  $H_p=0$  の面、すなわち等沈下面で  $P_v = (H_e - H_s) \gamma D$  の条件で解き、 $H_p = H_s$  と置くことにより管頂深度の  $P_v$  は

$$P_v = \gamma D / (\pm \beta) \cdot (e^{\pm \beta H_e} - 1) + (H_c - H_s) \gamma D e^{\pm \beta H_e} \quad \dots \dots \dots (6)$$

$$\text{ここで}, \beta = 2 K_a \mu / D$$

と求まり、これがそのまま等分布で管に働くとする。正負の符号は当初管頂を通る水平面であった面(臨界面)の沈下量  $y_c$  が管頂の沈下量  $y_p$  よりも大きいとき(突出状態)に正、逆の場合(溝状態)に負をとる。式(6)中の等沈下面と管頂との距離  $H_e$  の算定は、等沈下面よりも上部の土重量によって生じる管直上土塊と周辺土塊の沈下量を等置して得た次式によって行う。

$$e^{\pm \beta H_e} \mp 2 K_a \mu H_e / D = \pm 2 K_a \mu \cdot \delta p + 1 \quad \dots \dots \dots (7)$$

式(7)に含まれる  $\delta$  は管頂と臨界面の相対沈下の大きさを表す沈下比とよばれる係数で、次式で表される。

$$\delta = (y_c - y_p) / y_p \quad \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 $y_p$  は管に隣接する土(厚さ  $pD$ )の圧縮量である。 $\delta > 0$  は突出状態、 $\delta < 0$  は溝状態に対応する。

次に、埋設管の設置形態が構溝型の場合の管頂深度の  $P_v$  は式(6)において、右辺第2項が消え、 $D \rightarrow B_d$ (掘削溝幅)、 $H_e \rightarrow H_c$  と置き換えて得た次式によって求める。ただし、埋戻土の沈下を考慮して符号は負をとる。

$$P_v = \gamma B_d / \beta \cdot (1 - e^{-\beta H_c}) \quad \dots \dots \dots (9)$$

$$\text{ここで}, \beta = 2 K_a \mu / B_d$$

剛性管、たわみ性管に働く  $P_v$  は式(9)の  $P_v$  を用いてそれぞれ  $P_v$ 、 $P_v D / B_d$  により算定する。分布形状は等分布とする。

なお、剛性管の場合は水平土圧を無視するが、たわみ性管では Fig. 19⑥に示す放物線形の水平土圧が働くと仮定する。この水平土圧は、管が円形から梢円に変形するときに生じる管の水平変形量に比例した水平反力を取ったものである。

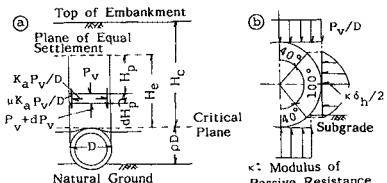


Fig. 19 Marston-Spangler Theory.

以上がこの理論の概要であるが、すでに指摘されているように<sup>10), 11)</sup>、この理論は①管側を通る鉛直せん断面、②ランキンの主働土圧の採用、③等沈下面の存在、④ $\mu$ が土のモビライゼーションの程度によらず一定、⑤鉛直土圧が等分布、などのかなり無理な仮定を積み重ねて組み立てられており、具体的な手順の点からも多くの問題点を有し、管に働く鉛直土圧算定法としては全く便利的なものにすぎない。

#### b) 圧縮リング理論

この理論では曲げ剛性の小さいたわみ性管に土圧が作用するとき、管は曲げ変形に抵抗できないので、曲げモーメントとせん断力が働くことなく、円周方向の軸力のみが働く状態で落ち着くと考える。このときのパイプ表面への垂直土圧は円形管の場合は Fig. 20 に示すように一様な分布となり、その結果鉛直、水平土圧の分布は大きさの等しい等分布土圧となる。土圧の大きさとしては管頂での土被り圧  $\gamma H$  がとられる。なお、アーチ型パイプのように曲率半径が管の断面位置で異なる管の場合には曲率半径に反比例した垂直土圧が作用することになる。

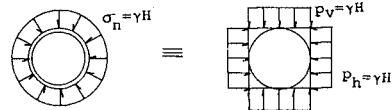


Fig. 20 Ring Compression Theory.

#### c) 下水道協会(JSWA)提案式

矢板を用いた開削工法を対象として提案された実用公式で、剛性管、たわみ性管に対して Fig. 21 に示す土圧分布を仮定している。 $P_v$  は次式により算定する。

剛性管の場合： $P_v = \gamma H B_d$ 、たわみ性管の場合： $P_v = \gamma H D$

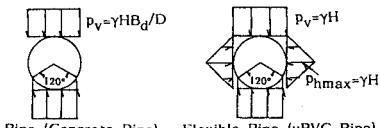


Fig. 21 Loads Specified by JSWA Standard.

### (2) 弾性計算に基づく現行土圧算定法の評価

#### a) 管と土との境界条件について

今回の弾性計算によれば、管と土との境界条件が滑動か、結合かで土圧の総量と分布が全く異なるが、現行の土圧理論や実用公式のすべてはこのような管と土との境界条件の著しい影響を全く見過ごしている。著者らは現場埋設実験<sup>5)</sup>において実際のコンクリート管表面の境界条件が滑動条件に近いことを見出したが、今回の弾性計算によれば、滑動条件の場合の管への土圧集中および管頂、管底への土圧集中傾向は、管の剛性が大きいほど (Fig. 5, 10)、また  $\sigma_y$  の値が小さいほど (Fig. 9, 14) 頗著となり、著者らがこれまで問題としてきた「剛性管に生じる矢板引抜き時の土圧集中現象」のメカニズムが明確に示されている。これに対して、M-S 理論や実用公式は、上述のように管と土との境界条件の影響を考慮していないので、土圧集中のメカニズムを全く説明できないのは当然である。

次に、今回の弾性計算で  $\chi$  が  $10^5$  (完全なたわみ性管) となれば滑動条件のときの  $p_v$ 、 $p_h$  がほぼ値の等しい等分布となった (Fig. 5, 10) が、この点はたわみ性管に対する圧縮リング理論と符合する。一方、M-S 理論によるたわみ性管に対する水平土圧は今回の弾性計算における結合条件の  $p_h$  の分布形と近似している。このように両理論の水平土圧の分布形の違いはたまたま著者らが指摘する管と土との境界条件の違いと対応しているが、実

際のたわみ性管の表面もほとんど滑らかとしてよいので、従来から指摘されているように M-S 理論よりも圧縮リング理論の方が実際に近い結果を与えることになるのである。なお、下水道協会が提案した三角形の水平土圧分布も M-S 理論と同様に実際的でない。

なお、これまで M-S 理論の放物線形の水平土圧に近いという実測または計算例がいくつか報告されているが、それらはいずれも  $p_v$ ,  $p_h$  の求め方に以下に示すように重大な誤りがあることを指摘しておきたい。

①Spangler の検証実験<sup>13)</sup> (Fig. 22)：コルゲートパイプ表面に設置した山形鋼に働く  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  の分布を friction ribbon によって測定し、これらがそれぞれ等分布、放物線分布になったので、Fig. 19⑥の土圧分布の仮定は正しいと結論した。しかしこの測定では山形鋼に働く  $\tau_{xy}$  が無視されており、Fig. 22 に示した真の  $p_v$ ,  $p_h$  は得られていないので、Spangler の結論は誤っている。

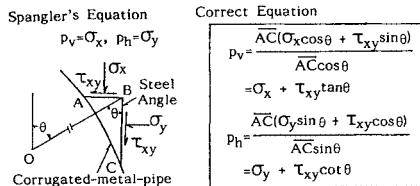


Fig. 22 Spangler's Experiment and Correct Equation of  $p_v$ ,  $p_h$ .

②江刺らの測定例<sup>14)</sup>：大口径钢管表面に設置した土圧計によって垂直応力  $\sigma_r$  の分布を測定し、山形の  $p_v$  と放物線形に近い  $p_h$  の分布を示したが、ここでは  $\sigma_r \cos \theta$ ,  $\sigma_r \sin \theta$  をそれぞれ  $p_v$ ,  $p_h$  とみなす過ちを犯している。文献 14)に示されたデータから判断してこの計測では実際の  $p_v$ ,  $p_h$  は等分布に近かったものと思われる。

③S. Prakash らの計算例<sup>15)</sup>：管径/管厚の比を種々に変化させたときの土圧分布を FEM によって求め、放物線形の  $p_h$  分布を示したが、この例では  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  を  $p_v$ ,  $p_h$  とみなすという Spangler の検証実験と同じ過ちを犯している。

このように M-S 理論による放物線形の水平土圧分布が実証されたというのではなくである。

### b) 地盤側方の境界条件について

弾性計算によれば  $y=\infty$  における地盤側方の境界条件によって鉛直、水平どちらの土圧もかなり異なる(たとえば Fig. 9 と 14)。実際の埋設施工では、管の設置構態(溝型、盛土型)、矢板引抜きや埋戻土の締固めなどの施工法、使用する土材料などによってこの境界条件は幅広く変化し、それに伴って土圧も変化することになる。ところが M-S 理論はこのような条件の変化に対応することができない。まずこの理論では鉛直せん断面での土圧係数としてランキンの主働土圧係数をとっている。さ

らに鉛直せん断面上のせん断抵抗の大きさを  $\mu K_a P_v / D$  と表しているが、係数  $\mu K_a = \tan \phi \cdot (1 - \sin \phi) / (1 + \sin \phi)$  の変動幅は実際の土の内部摩擦角の範囲( $\phi=17^\circ \sim 45^\circ$ )では 0.17 ~ 0.192(最大値は  $\phi=30^\circ$  のとき)とごく狭い。したがってこの理論に何らかの補正を加えたとしても今回の弾性計算や遠心力模型実験で得られたような大幅な土圧の変化を説明することはできない。たとえばこの理論において  $K_a$  の代わりに静止土圧係数  $K_0$  や任意の土圧係数  $K$  を与える手法も試みられている<sup>11), 12)</sup>が、そうすると  $y_c > y_s$ (突出状態)の場合には  $K_0$  または  $K$  の増大に伴って土圧総量  $P_v$  は増大することになる。ところが今回の弾性計算では突出状態をもたらす剛性管( $x=0$ )の場合でも、Fig. 12, 14 によれば  $\nu$ 、したがって  $K_0$  の増大に伴って逆に  $P_v$  は減少しており、上記の手法と逆の結果を与えている。管側部をよく締固めると管の耐荷力が増すという経験的事実は今回の弾性計算結果とよく符合するが、M-S 理論では全く説明できない。

矢板を用いた開削工法で埋設された剛性管に対する下水道協会提案式は  $P_v = \gamma H B_d$  であるが、通常の施工では  $B_d \geq 1.5 D$  であるので  $P_v / (\gamma H D) \geq 1.5$  となる。しかし Fig. 7 によれば、この工法に対応する  $\sigma_{y(y=\infty)} = 0$  の場合、管表面が滑な剛性管( $x=0$ )では  $P_v / (D \sigma_0) = 1 \sim 1.3$  であるから、これに比べると下水道協会提案式は過大な値を与えるといえる。

次に圧縮リング理論では  $p_v$ ,  $p_h$  は土被り圧  $\gamma H$ (今回の弾性計算では  $\sigma_0$  がこれにあたる)に等しいものと仮定されているが、弾性計算によればこの仮定が成立するのは  $\epsilon_{y(y=\infty)} = 0$  の条件(たとえば Fig. 10 の滑動条件、 $x = 10^5$ )の場合であって、 $\sigma_{y(y=\infty)} = 0$  の場合(たとえば Fig. 5)には  $p_v$ ,  $p_h$  ともほぼ  $(1-\nu)\sigma_0$  となり、圧縮リング理論の値は過大といえる。このことはたわみ性管に対する下水道協会提案式  $P_v = \gamma H D$  についても同様である。

このように従来の土圧算定法はすべて地盤側方の境界条件の違いに対応できない不十分なものである。

### c) 鉛直土圧総量 $P_v$ に関する M-S 理論との対比

Fig. 23 は  $\rho=1$ 、すなわちパイプの最下端が基礎地盤のレベルに置かれた場合について、 $\phi=30^\circ$  の場合の盛土型埋設管に働く  $P_v$  と沈下比  $\delta$ (式(8))との関係を M-S 理論(細線;  $\mu K_a = 0.192$ )と弾性計算(太線; Jaky の式

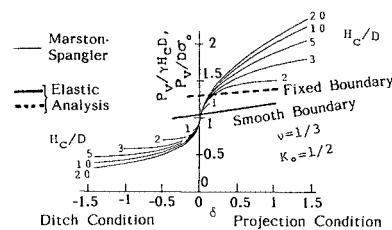


Fig. 23 Non-dimensional  $P_v$  versus  $\delta$ .

$K_0 = 1 - \sin \phi$  から  $K_0 = 1/2$  によって求めたものである。図の縦軸は M-S 理論では  $P_v/\gamma H_c D$ 、弾性計算では  $P_v/\sigma_{0c}$  である。また弾性計算における  $\delta$  の値は  $\delta = (\epsilon_s - \epsilon_p)/\epsilon_s$  で求めた。ここに  $\epsilon_p$  は管直径の鉛直方向の変化率  $u_{rc}/a$  である。また  $\epsilon_s$  は管から十分離れた位置での主要要素の鉛直ひずみで、 $\sigma_x = \sigma_0$ 、 $\sigma_y = K_0 \sigma_0$  の応力状態から  $\epsilon_s = \sigma_0(1+\nu)(1-\nu-K_0\nu)/E$  と求まる。図から M-S 理論による  $P_v$  は滑動条件の場合の弾性計算(太実線)に比べて  $\delta > 0$ (突出状態)では過大、 $\delta < 0$ (溝状態)では過小であり、この傾向は  $H_c/D$  が大きいほど、すなわち土被りが大きいほど顕著である。この結果は M-S 理論が鉛直せん断面のせん断抵抗を過大視していたことを意味する。そしてこのことは実は Spangler の論文<sup>1)</sup>中に一応示唆されており、しかもそれが松尾ら<sup>11)</sup>によって否定されているのである<sup>注8)</sup>。

なお、著者らはこれまで実施された 20 の代表的な土圧実測例と M-S 理論との対応を調べ<sup>18)</sup>、M-S 理論と合ったとしているものは 6 例にすぎず、さらにそのうち 5 例はそれぞれ何らかの問題点を有していることを見出している。このように M-S 理論の実際への適用性はきわめて悪いといってよい。

## 6. 結 論

(1) 対称応力を受ける二次元弾性モデルを用いて埋設管に働く土圧を計算し、①管と土との境界条件、②地盤側方の境界条件、③管と土の変形特性、の 3 つの要因の影響を調べた。その結果、これらの要因は互いに関連し合って土圧分布形状と土圧総量を大きく変化させることができた。特に①、②の影響に関する計算結果は剛性管を対象とする遠心力模型実験で得られた実測土圧とよい対応を示した。

(2) この弾性計算の結果に基づいて、現行設計の土圧算定法として用いられている Marston-Spangler 理論、圧縮リング理論、下水道協会提案式について考察し、以下の結論を得た。Marston-Spangler 理論は上述の 3 つの要因の影響をほとんど考慮していないために実際の埋設管の土圧と大きくかけ離れた結果を与える。たわみ性管を対象とする圧縮リング理論は③の管と土の変形特性の影響は正しく考慮しており、①はたまたま結果的に妥当な取扱いをしているが、②の影響は無視している。矢板を用いた開削工法を対象とする下水道協会提案式は

注8) 松尾らは式(6)の  $\mu K_a$  の代わりに現実に想定されるもっと大きな  $\mu K$  の推定値を同式に適用した場合の  $P_v$  を算定し、その結果から“…かりに Spangler の設計値( $\mu K=0.192$ )を用いると、彼の結論とは逆に、実際には溝状態に対しては安全側であるが、突出状態に対しては著しく危険側になることが明らかとなつた。”と結論した(文献 11)pp. 107 の(4))が、著者らは全く逆の結論を得た。すなわち、この点にかぎっていえば Spangler の結論は著者らのそれと結果的に一致する。

①、②の影響について不備がある。以上のように従来の土圧算定法はいずれも今回の弾性計算で扱った 3 つの要因の影響を正しくとらえていないことがわかった。

(3) 弹性計算によれば、土圧と管の変形量は管のたわみ性指数(Flexibility Index) $\chi = E/(S_f/a^3)$  よび土のポアソン比  $\nu$  によってかなり変化する。従来、剛性管とたわみ性管の区分はあまり明確でなく、したがって圧縮リング理論の適用範囲も不明確であった。今回の弾性計算の結果(Fig. 5, 6 および Fig. 10, 11)からみて、Fig. 3 に示したように  $\chi \leq 1$  の場合を剛性管、 $\chi \geq 10^2$  の場合をたわみ性管、 $10^2 > \chi > 1$  の場合をそれらの中間領域と定義するのが適当といえる。圧縮リング理論の適用範囲はこれから  $\chi \geq 10^2$  としてよい。

(4) 今回の弾性計算とこれまでの研究を総合して、開削工法で埋設された剛性管のひびわれ事故の原因である矢板引抜き時の管への(特に管頂、管底への)土圧集中現象は、①管と土との境界条件が滑動条件に近い、②地盤側方に働く水平土圧が少なくとも一時的にごく小さい、③管の剛性が土の剛性よりも極めて大きい、という 3 つの条件によって引き起こされることが認められた。

おわりに遠心力模型実験にご協力頂いた元大阪市立大学学生 中村 司(現・飛島建設)、中尾 武(現・鉄建建設)の両氏に謝意を表します。

## Appendix 1 二次元弾性モデルの解の説導

### (1) 土の応力、変位成分

Fig. 2 の土部分の応力つり合い式は次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} \partial \sigma_r / \partial r + 1/r \cdot \partial \tau_{r\theta} / \partial \theta + (\sigma_r - \sigma_\theta) / r &= 0 \\ 1/r \cdot \partial \sigma_\theta / \partial \theta + \partial \tau_{r\theta} / \partial r + 2\tau_{r\theta} / r &= 0 \end{aligned} \right\} \dots (i)$$

式(i)を満足する応力成分は  $\phi$  を応力関数として

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= 1/r \cdot \partial \phi / \partial r + 1/r^2 \cdot \partial^2 \phi / \partial \theta^2, \quad \sigma_\theta = \partial^2 \phi / \partial r^2 \\ \tau_{r\theta} &= 1/r^2 \cdot \partial \phi / \partial \theta - 1/r \cdot \partial^2 \phi / (\partial \theta \partial r) \end{aligned} \right\} \dots (ii)$$

適合条件式は式(iii)のようになり、これを満足する応力関数  $\phi$  は Michell<sup>16)</sup>によって式(iv)のように与えられている。

$$(\partial^2 \phi / \partial r^2 + 1/r \cdot \partial \phi / \partial r + 1/r^2 \cdot \partial^2 \phi / \partial \theta^2) = 0 \dots (iii)$$

$$\left. \begin{aligned} \phi &= a_0 \log r + b_0 r^2 + c_0 r^2 \log r + d_0 r^2 \theta + a'_0 \theta \\ &\quad + 1/2 \cdot a_1 r \theta \sin \theta - 1/2 \cdot c_1 r \theta \cos \theta \\ &\quad + (b_1 r^2 + a'_1 r^{-1} + b'_1 r \log r) \cos \theta \\ &\quad + (d_1 r^2 + c'_1 r^{-1} + d'_1 r \log r) \sin \theta \\ &\quad + \sum_{n=2}^{\infty} (a_n r^n + b_n r^{n+2} + a'_n r^{-n} + b'_n r^{-n+2}) \cos n\theta \\ &\quad + \sum_{n=2}^{\infty} (c_n r^n + d_n r^{n+2} + c'_n r^{-n} + d'_n r^{-n+2}) \sin n\theta \end{aligned} \right\} \dots (iv)$$

ひずみの一般式とフックの法則から変位成分は

$$\left. \begin{aligned} u_r &= (1-\nu) \int \sigma_r dr - \nu \int \sigma_\theta dr / 2\mu \\ u_\theta &= r(1-\nu) \int \sigma_\theta dr - \nu \int \sigma_r d\theta / 2\mu - \int u_r d\theta \end{aligned} \right\} \dots (v)$$

以上の式(ii), (iv), (v)に次の 2 つの条件をあてはめると  $\phi$  の係数のうち  $b_0, a'_0, b'_1$  が求まり、応力、変位成分が 3 つの未知数  $a_0, a'_1, b'_2$  の関数として表される(他の係数は 0)。

①対称条件から、 $\theta=0, \pi/2, \pi$ において、 $u_\theta = \tau_{r\theta} = 0$ 、および  $x$  軸について応力、変位成分が対称。

② $r=\infty$  における境界条件は、 $\sigma_{y(y=\infty)}=0$  および  $\epsilon_{y(y=\infty)}=0$  の両条件を併せて  $\sigma_{y(y=\infty)}=K_0$  と表すと

$$\sigma_r = [(1+K) + (1-K) \cos 2\theta] \cdot \sigma_0 / 2$$

$$\sigma_\theta = [(1+K) - (1-K) \cos 2\theta] \cdot \sigma_0 / 2$$

$$\tau_{r\theta} = (K-1) \sin 2\theta \cdot \sigma_0 / 2$$

(2) 管の断面力と変位成分

力のつり合いは次式で表される。

$$\left. \begin{aligned} dQ/d\theta + N + \sigma_r \cdot a &= 0, \\ dM/d\theta - Q - \tau_{r\theta} \cdot a &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{vi})$$

管の断面力と変位の関係式は次のようにになる。

$$\left. \begin{aligned} M &= -S_r/a^2 \cdot (\partial^2 u_{rp}/\partial\theta^2 - \partial u_{\theta p}/\partial\theta) \\ N &= E_p A/a \cdot (-\partial u_{\theta p}/\partial\theta - u_{rp}) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{vii})$$

式(vi), (vii)から次の変位の微分方程式が得られる( $\alpha, \beta, \eta$ は本文参照)。

$$\left. \begin{aligned} \partial^6 u_{\theta p} / \partial\theta^6 + 2\partial^4 u_{\theta p} / \partial\theta^4 + \partial^2 u_{\theta p} / \partial\theta^2 \\ = -\eta(\partial\sigma_r / \partial\theta + \tau_{r\theta}) + \beta(-\partial^4 u_{rp} / \partial\theta^4 + \partial^3 \sigma_r / \partial\theta^3) \\ u_{rp} = -\partial u_{\theta p} / \partial\theta + a(\partial^2 u_{\theta p} / \partial\theta^2 + \partial^3 u_{\theta p} / \partial\theta^3) \end{aligned} \right\} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{viii})$$

式(viii)の  $u_{\theta p}$  は次のように求まる。

$$\begin{aligned} u_{\theta p} &= c_1 + c_2 \theta + c_3 \sin \theta + c_4 \theta \sin \theta + c_5 \cos \theta \\ &\quad + c_6 \theta \cos \theta + 1/6 \cdot \eta(a_2 + a'_2 a^{-4} + b'_2 a^{-2}) \\ &\quad - 8\beta(-a_2 + a'_2 a^{-4}) \cdot \sin 2\theta \end{aligned} \quad \dots \dots \dots \quad (\text{ix})$$

式(iv)の  $u_{\theta p}$ , 式(viii)の  $u_{rp}$  に,  $\theta=0, \pi/2, \pi$ において  $u_{\theta p}=0$ , よりびたわみ角  $\psi=1/a \cdot (\partial u_{rp} / \partial\theta - u_{\theta p})=0$ , の2つの条件をあてはめると,  $c_1 \sim c_6=0$  が得られ,  $u_{rp}, u_{\theta p}$  は3つの未知係数  $a_0, a'_2, b'_2$  の関数となる。

(3) 管と土との境界条件

管と土との境界条件( $r=a$ )において, 滑動:  $u_r=u_{rp}, \tau_{r\theta}=0$ , 結合:  $u_r=u_{rp}, u_\theta=u_{\theta p}$  に上の(1), (2)で求めた応力, 変位成分を代入して, 3つの未知係数  $a_0, a'_2, b'_2$  が本文の式(2)のように求まる。

## Appendix 2 土圧変化と管の挙動について

Fig. 4 にみるように,  $x>10^5$  の範囲は実際の管では考慮しないでよいので本文では省いた。しかし,  $x=10^5$  でいったんすべての値が収束するかのようにみえるが実はそうではないということを説明しよう。Fig. 24 は  $\sigma_{y(y=\infty)}=0, \nu=1/3$ , 滑動条件の場合( $E, E_p, \nu_p$  は本文と同じ)の計算結果を  $x=0 \sim 10^{20}$  の範囲について示したもので,  $p_{vc}, P_v$  を実線で, また管直径の鉛直方向の縮み量と水平方向の伸び量  $w_t, w_s$  を破線で表わたした。ここに  $w=u_r/(\sigma_0 a/E)$  で,  $w_t$  は  $w=w_t$  のとき  $u_{r(r=a, \theta=0)}$ ,  $w=w_s$  のとき  $u_{r(r=a, \theta=x/2)}$  である。

$x$  の増大に伴って土圧と管の変形は以下のように変化する。 $x=0 \sim 10^{-1}$  の範囲では  $p_{vc}, P_v$  は高い集中度を示し,  $w_t, w_s$  はどちらもほぼ0である。 $p_{vc}, P_v$  は,  $x>1$  を越えると急激に減り,  $x=10^3$  付近で  $p_v$  が等分布に収束して  $p_{vc}/\sigma_0 = P_v/D\sigma_0$  となった後,  $x>10^5$  まではほぼ一定(実はわずかに減少)となり, その後  $p_{vc}, P_v$  は再び減っていく  $x=10^{15}$  付近で0に収束する。 $w_t, w_s$  は  $x$  が増えると  $w_t \approx w_s$  の状態で増えている,  $x=10^3 \sim 10^5$  の範囲でいったんほぼ一定となった後,  $w_s$  はさらに増えるが  $w_s$  は逆に減り(その結果管の周長, 断面積は減り),  $x \geq 10^{15}$  の範囲で両者とも一定となる(素掘孔の状態)。

以上の土圧と管の変形の  $x$  による複雑な変化は次のようなメカニズムで生じる。まず  $x$  が  $0 \sim 10^{-1}$  の範囲では管は剛体として挙動し, それから  $x$  が増えると, すなわち管厚が薄くなると,  $x=10^3$  で  $S_r=0$  となり管に曲げモーメントが働くず軸力のみが働く状態, すなわち圧縮リング理論が想定する状態となる。 $x>10^5$  を越えると, 今度は管厚の減少につれて管の周長が減り(したがって管の占める容積は縮小), これに伴って  $p_{vc}, P_v$  値は減る。 $x \geq 10^{15}$  の範囲になると管は周囲の土の変形に追随するのみとなる。

以上の計算は管の材質が鋼の場合( $E_p=2.1 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2, \nu_p=0.3$ )のもので, 材質が変われば多少曲線の形が変わるが, 定性的には同一傾向を示すものである。なお, はじめに断ったとおり  $x>10^5$  の範囲は実際には問題とならず, 特に薄肉管が軸力のみを受ける状態となるので, 実際には管はバックリングによっ

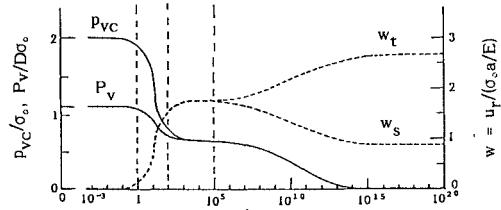


Fig. 24 Relation of  $p_{vc}$ ,  $P_v$  and  $w$  to  $x$  Values ( $\sigma_{y(y=\infty)}=0$ , Smooth Boundary,  $\nu=1/3$ ).

て破壊することになる。したがって Fig. 24 の  $x>10^5$  の範囲の結果はあくまでも仮想的な思考実験にすぎないが, 複雑な土圧と管の変形との関連を理解する上で有用であろう。

## 参考文献

- 1) Spangler, M. G. : Underground Conduits—an Appraisal of Modern Research, Trans. of ASCE, Vol. 113, 1948.
- 2) White, H. L. : Largest Metal Culvert Designed by Ring Compression Theory, Civil Eng., pp. 52~55, 1961.
- 3) 日本下水道協会：下水道用鉄筋コンクリート管, 1970.
- 4) 日本下水道協会：下水道用硬質塩化ビニル管, 1975.
- 5) 東田 淳・堀田清美・篠崎 亘・三笠正人：遠心力鉄筋コンクリート管(コンクリート支承)に加わる土圧と管の強度について, 土木学会論文報告集, 310号, 1981.
- 6) 東田 淳・三笠正人：開削工法で埋設された剛性管に働く土圧, 土と基礎, Vol. 32, No. 12, pp. 15~22, 1984.
- 7) 東田 淳・三笠正人：遠心力模型実験による剛性埋設管の土圧の検討, 土木学会論文集, 第376号/III-6, 1986.
- 8) 山崎徳也：構造力学 I, pp. 240~253, 共立出版.
- 9) Kaare Höeg : Stresses against Underground Structural Cylinders, Proc. ASCE, Vol. 94, No. SM4, 1968.
- 10) 湯浅欽史：地中埋設暗渠に関する予備的室内実験, 土木学会論文報告集, 83号, pp. 11~22, 1962.
- 11) 松尾 稔・堀内孝英：Marston-Spangler理論の設計への適用に関する研究, 土質工学会論文報告集, Vol. 15, No. 2, pp. 97~107, 1975.
- 12) 市原松平・林 裕貴・遠藤慎治：暗渠に作用する土圧の実例, 土と基礎, Vol. 6-2, pp. 9~16, 1958.
- 13) Spangler, M. G. : The Structural Design of Flexible Pipe Culverts, Bul. 153, Iowa Eng. Exp. Sta., 1941.
- 14) 江刺精行・西 好一ほか：大口径取水管の水中埋設時の挙動, 土と基礎, Vol. 27-3, pp. 63~69, 1979.
- 15) Prakash, S., Nayak, G. C. and Gupta, R. : Analysis of Buried Pipe under Embankment, IIInd Int. Conf. of Numerical Methods in Geomechanics, 1976.
- 16) Timoshenko, S. P. and Goodier, J. N. : Theory of Elasticity, Third Ed., McGraw-Hill Book Co.
- 17) Young, O. C. and Trott, J. J. : Buried Rigid Pipe-Structural Design of Pipelines, Elsevier Applied Science Publishers, England, 1984.
- 18) 東田 淳：地中埋設管損傷の原因と対策(断面方向), 土質工学会関西支部「地中埋設管の設計と実際」, 1986.

(1986.7.30・受付)