

# 不均質地盤における浸透流の逆問題解析手法に関する基礎的研究

## FUNDAMENTAL STUDY ON NUMERICAL METHOD FOR INVERSE PROBLEMS OF GROUNDWATER FLOW IN NONHOMOGENEOUS GROUND

大西有三\*・井尻裕二\*\*

By Yuzo OHNISHI and Yuji IJIRI

**It is not easy to measure parameters of porous geologic media. Laboratory permeability tests do not always represent the actual system of the complex fields. In-situ well drawdown tests are favorably used to get the hydraulic parameters of the subsurface ground, although they are rather expensive. What is needed is an analytical procedure which permits a determination of those parameters reflecting the effect of their values as a function of time and space. This paper describes a numerical procedure to predict an average permeabilities of nonhomogeneous grounds with easily measurable time-history of groundwater levels at observation wells. The permeabilities are back-analysed from unsteady flow caused by water drawdown in the wells or excavation regions. Geometry characteristics (region boundaries) are determined Akaike's information criteria which estimates the maximum likelihood of the system.**

**Keywords:** inverse problem, groundwater, nonhomogeneity, AIC, FEM

### 1. まえがき

地下水は良質の水資源であり、地下水位の高いわが国では特にその開発と利用が重視されてきた。しかし、近年地下水はかん養量以上の利用による地下水位低下や、逆に多雨時の地下水位上昇による内水の排水不良や地震時の液状化などの広域地下水の種々の社会問題の要因となっている。また最近では土木・建設工事が大規模化するにつれて地下作業の安全性と経済性の見地からやウェルポイント工法やディープウェル工法などによる地下水低下が周辺地下水へ及ぼす水理学的または力学的影响などから狭域地下水の変動の把握もきわめて重要な課題となってきた。

これらの問題の解決には、最近コンピューターを利用した数値解法手法が利用されるようになってきた。数値解析を行う際に最も重要なのは滞水層定数の決定である。実際の地盤においては地層の形状がきわめて複雑で連続性にも乏しいため、現地における種々の調査のみでは信頼性の高い滞水層定数を求ることは困難である。

そこで地盤の地下水位を観測し、その値から滞水層定数を求めるという逆解析手法が注目されている<sup>1)-3)</sup>。

逆解析手法には、滞水層定数を未知数として通常とは逆の定式化によって解を求める直接法と、逆解析のための特別な定式化を必要とせず数理計画法における探索法（Simplex 法、Powell 法、Marquardt 法など）を利用した間接法がある。直接法は定式化が困難な場合が多いため、単純な地層層序をもつモデルに適用されている。間接法は原理が単純で、かつ多層構造地盤や非定常問題にも対応でき汎用性の面から優れた方法と考えられている。ただし、繰り返し計算を必要とするため、計算時間が大きくなる欠点がある。

著者ら<sup>4)</sup>は、広域な地下水流を支配するパラメーターの1つである滞水層定数の逆算を、非定常状態における水頭観測値と計算値の残差平方和を最小にする最適化問題と考え、Simplex 法と有限要素法とを組み合わせた手法を提案した。しかし、この研究は対象を一層系の均質地盤にとどめたものであるため、現実の地盤に適用するには制約が大きすぎるとみられていた。そこで、今回の研究では同じ手法をさらに不均質地盤の問題へと展開することにした。実際の広域な地下水を考える場合、滞水層は互層の場合が多く、層厚の変化、傾きなど多くの問題を含んでおりきわめて複雑な構造をもっている。こ

\* 正会員 Ph.D. 京都大学助教授 工学部交通土木工学科  
(〒606 京都市左京区吉田本町)

\*\* 工修 大成建設東京本社設計部 (〒163 新宿区西新宿1-25-1  
新宿センタービル内)

そのため、本研究では滯水層の上下層方向の不均質の度合を細かく考慮するのは今後の問題とし、平面方向の不均質の度合を考慮することに重きを置くこととした。すなわち滯水層の層方向の変化、つまり深度方向へは準三次元としてのいくつかの層の鉛直方向の平均的な透水係数の値を採用し、平面的な透水係数の不均質な分布だけを考えることとする。まず、簡単なモデルを用いての水頭観測節点の数、位置の逆解析への影響を検討し、次に広域な地盤において定常時の水位より領域を分割する方法を提案し逆解析手法への適用をはかる。この方法は現場での井戸の定常水位、または平均水位により領域を分割し、後に揚水することによる井戸の水位の経時変化観測データより逆解析を行うものである。

## 2. 不均質地盤における逆解析

浸透流を解析する際には有限要素法による準三次元解析を用いて平面浸透流解析<sup>5)</sup>を行い、逆解析においては観測水頭値とまず最初に未知パラメーターの初期値を与えて計算した水頭値の間に最小二乗法を用いて初期値を変化させ、繰り返し計算することによって解を推定する手法を用いる<sup>4)</sup>。そのときの探索法として修正 Marquardt 法<sup>6)</sup>を用いた。また問題を簡単にするため推定する解である滯水層定数を透水係数だけに限っている。逆解析の際に用いるデータは非定常状態での水頭値である。ここでは用いる手法がパラメーターの推定に関して有効であるか否かを調べるために、簡単な不均質モデル地盤を設定して計算を実行した。この際に逆解析の解の精度に及ぼす以下のような要因についても検討することとする。

- 1) 水頭観測節点（地点）の位置
  - 2) 水頭観測節点（地点）の数
  - 3) 水頭観測 1 節点（地点）での観測数
  - 4) 未知パラメーターの初期値の大きさ
- なお、この章では領域間の境界は既知とする。

### (1) 2 領域モデル

ここでは、最も簡単なモデルとして 2 領域に分かれた不均質地盤を想定する。その滯水層断面図を図-1 に、要素分割平面図を図-2 に示す。

ここでの境界条件は図-2 での左右端の水頭が既知（初期水位両端 40 cm）で、その他は不透水境界とする。この境界条件のもとで、 $t=0$  に右端の水位が 25 cm だけ上昇した場合の滯水層内の観測水位挙動を利用して逆解析を行う。ただし滯水層の左側から順に領域 1, 2 とする。またモデル設定時に決められている領域 1 と 2 の真の透水係数、貯留係数を次に示す。

領域 1 透水係数 =  $1.0 \times 10^{-5}$  cm/s

領域 2 透水係数 =  $1.0 \times 10^{-3}$  cm/s

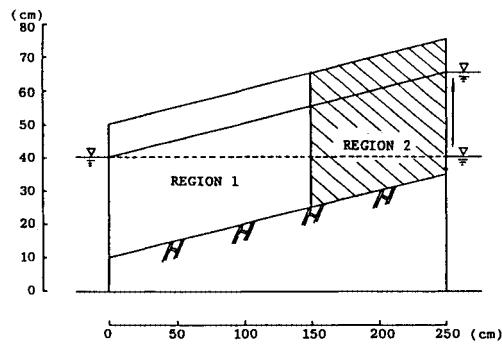


図-1 滞水層断面図

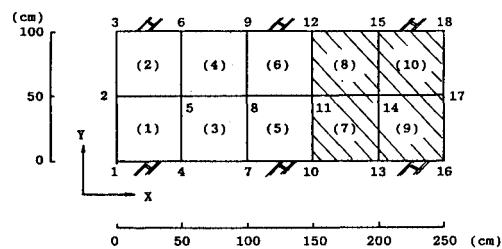


図-2 要素平面分割図

表-1 2 観測データによる逆解析結果

Case	Observation Nodal Point	Time Step	Permeability (cm/s) (Analyzed)	CPU time (sec)	Iteration
A	8,11	16	REGION 1 $1.00004 \times 10^{-5}$ REGION 2 $1.00002 \times 10^{-3}$	51	9
B	11	15,16	REGION 1 $9.99963 \times 10^{-6}$ REGION 2 $9.99999 \times 10^{-4}$	47	6

全領域 貯留係数 = 0.2

a) 未知パラメーター数と水頭観測データ数との関係

2 領域モデルでは未知数が 2 個なので単純に考えても水頭の情報は 2 個以上必要と思われる。実際に逆解析を行った結果においても水頭観測データが 1 つだけの場合には領域 1 と 2 の透水係数が真の透水係数の値に収束しない。そこで、最低 2 個以上の観測データをどのように得るかが問題となり、水頭観測地点が 1 か所（節点 11）で水頭観測時間が 2 回の場合 [Case A] と水頭観測地点が 2 か所（節点 8, 11）で水頭観測時間が 1 回だけの場合 [Case B] を考え逆解析した結果を示したのが表-1 である。ここで透水係数の初期値は両ケースとも次のようく設定した。

領域 1  $K_1 = 5.0 \times 10^{-5}$  cm/s

領域 2  $K_2 = 5.0 \times 10^{-3}$  cm/s

解析結果をみてもわかるように両ケースとも、解が精度よく求まっている。なお表中に示されている CPU time は解析する際に費やした計算機（京都大学大型計算機セ

ンター) 所要時間を表わし、Iteration は解が収束するまでの繰り返し計算回数を表わしている。

### b) 水頭観測地点が解の精度に及ぼす影響

観測される水頭の情報がどの位置で得られれば最もよい精度の逆解析結果が得られるかを検討する。そこで想定された地盤モデルにおいて水頭を観測する地点を節点 5, 8, 11, 14 のいずれかとし逆解析する。ただし逆解析する際の未知のパラメーターである透水係数の初期値をここでも a) と同じ値に設定する。水頭を観測する時間として時間ステップを 1 から 16 までとっており、インパクトを与えてからしばらく時間が経過した 14, 15, 16 の 3 つの時間を採用することにした。これは水頭の情報が多いほど精度のよい解が得られると考えたためである。実際、表-2 の Case B と表-1 の Case B とを比べると若干この節での解析結果の精度がよくなっていることがわかる。表-2 の節点 8, 11, 14 の場合、いずれの節点においても解が精度よく求まっている。観測節点を節点 5 にした場合は精度よい解が求められなかつた。これは、節点 5 での水位変化が乏しいためであると思われる。

### c) 未知パラメーターの初期値の大きさが解の精度に及ぼす影響

ここでは領域 1 と 2 の境界上の水頭観測節点 11 を常

に水頭観測地点として、領域 1 と 2 の未知パラメーターである透水係数の初期値を種々変化させて、逆解析した場合に、得られた解の精度がいかに影響を受けるかを検討する。解析を行った結果が表-3 である。

この解析をする際に問題となるのは水頭を観測する時間ステップの取り方である。一般に透水係数が大きいとインパクトを与えてから比較的早い時間に定常状態に達してしまい、それ以後水位の時間変化がほとんどなくなる。逆に透水係数が小さいとインパクトを与えてからしばらく時間が経過しないと顕著な水位の変化がみられない。たとえば Case B の場合について考えてみると、逆解析するとき水頭を観測する時間をインパクトを与えてからかなり時間が経過した時間ステップ 14, 15, 16 にすると透水係数の初期推定値が大きいため逆解析での水頭計算値はその時刻ではすでに定常状態に達している。通常、最小二乗法における探索法は与えられた初期推定値を目的関数が減少する方向に変化させて真値に近づけていくものである。しかし、この場合には水頭計算値が定常状態に達しているため目的関数の減少方向を探し出せない。つまり、探索法が自動的に初期推定値を  $\Delta k$  大きくしても小さくしても、 $\Delta k$  がよほど大きい限り依然この時刻における時間ステップでは定常状態に達してしまい目的関数の値が変化しないので、目的関数の降下方向を探し出せずに計算を打ち切ってしまう。よって初期値が大きい場合には水頭を観測する時間ステップをインパクトを与えてから比較的早い時刻にとることにより最小二乗法での水頭計算値が定常状態に達しないようにすることが必要である。以上のことを模式的に表わしたのが Fig. 3 (a) である。ここでは図中の G 群を時間ステップとして用いるべきである。

これとは逆に Case C の場合のように透水係数の初期値が小さい場合にはインパクトを与えてから比較的早い時刻には水位の変化が起こらず、水頭を観測する時間ステップを早い時刻にとると、これもまた初期値の変化に対して目的関数の値が変化せずに透水係数の真値を探索できなくなってしまう。この場合の模式図が Fig. 3 (b) であり、T 群を時間ステップとして用いるべきである。これらのことを踏まえて、表中に示すような時間ステップを採用した。解析結果より、初期値の大きさにかかわらず解は非常に精度よく求まっている。

以上の結果より、逆解析する際に未知のパラメーターである透水係数の初期値が 2 オーダー程度真値と異なっていても適切な時点での観測値が得られれば解の精度に及ぼす影響はほとんどないことがいえる。そこで本研究では、計算時間を費やせば初期値の大きさにかかわらず真値を求めることが可能であると考え、以後の解析では初期値の大きさはあえて問題にしないこととする。つま

表-2 観測節点の違いによる逆解析結果

Case	Observation Nodal Point	Permeability (cm/s) (Analyzed)	CPUTime (sec)	Iteration
A	8	REGION 1 $9.99643 \times 10^{-4}$	59	10
		REGION 2 $9.99895 \times 10^{-4}$		
B	11	REGION 1 $9.99994 \times 10^{-4}$	54	6
		REGION 2 $1.0 \times 10^{-3}$		
C	14	REGION 1 $9.99992 \times 10^{-4}$	44	7
		REGION 2 $1.0 \times 10^{-3}$		

表-3 初期値の違いによる逆解析結果

Case	Permeability (cm/s) Initial Value	Analyzed Value	Time Step	CPUTime (sec)	Iteration
A	REGION 1 $5.0 \times 10^{-4}$	$9.99849 \times 10^{-4}$	10, 13, 15	46	7
	REGION 2 $5.0 \times 10^{-4}$	$9.99908 \times 10^{-4}$			
B	REGION 1 $1.0 \times 10^{-3}$	$9.99966 \times 10^{-4}$	10, 13, 16	45	6
	REGION 2 $1.0 \times 10^{-3}$	$9.99995 \times 10^{-4}$			
C	REGION 1 $1.0 \times 10^{-4}$	$9.99958 \times 10^{-4}$	14, 15, 16	77	11
	REGION 2 $1.0 \times 10^{-4}$	$9.99997 \times 10^{-4}$			
D	REGION 1 $1.0 \times 10^{-5}$	$1.0 \times 10^{-4}$	10, 13, 16	52	8
	REGION 2 $1.0 \times 10^{-5}$	$1.0 \times 10^{-4}$			
E	REGION 1 $1.0 \times 10^{-3}$	$9.99947 \times 10^{-4}$	10, 13, 16	51	7
	REGION 2 $5.0 \times 10^{-3}$	$9.99999 \times 10^{-4}$			

り、初期値は真値と同オーダー程度の値を設定している。

## (2) 3領域モデル

3領域に分かれた不均質地盤を想定する。その滯水層断面図を図-4に示し、要素分割平面図を図-5に示す。

ここでの境界条件は図-5での左右端の水頭が既知

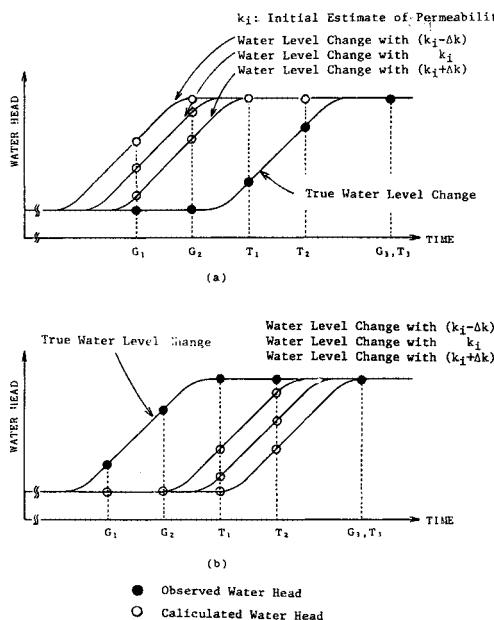


図-3 逆解析する際の観測時間の選び方の模式図

(a) 透水係数の初期値が真値より大きすぎる場合

(b) 透水係数の初期値が真値より小さすぎる場合

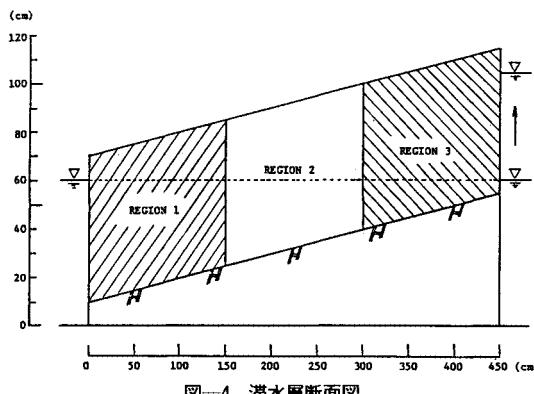


図-4 滞水層断面図

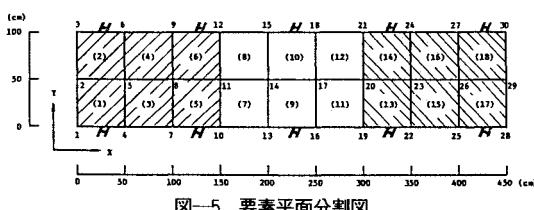


図-5 要素平面分割図

(両端 60 cm の水位) で、その他は不透水層と接している。この条件下で  $t=0$  に右辺の水位が 45 cm 上昇した場合の滞水層内の観測水位挙動から逆解析することとする。ただし、滯水層の左側から順に領域 1, 2, 3 とする。またモデルとして領域 1, 2, 3 の真の透水係数、貯留係数をそれぞれ以下のように設定した。

領域 1 透水係数 =  $1.0 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$

領域 2 透水係数 =  $1.0 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$

領域 3 透水係数 =  $1.0 \times 10^{-1} \text{ cm/s}$

全領域 貯留係数 = 0.2

ここでは未知パラメーターである透水係数の初期値の大きさによる解の精度への影響は大差ないことがわかったので、3領域の不均質地盤において水頭を観測する位置について調べることにする。そこで、領域 1, 2, 3 の透水係数の初期値を以下のように設定した。

領域 1 透水係数 =  $5.0 \times 10^{-5} \text{ cm/s}$

領域 2 透水係数 =  $5.0 \times 10^{-3} \text{ cm/s}$

領域 3 透水係数 =  $5.0 \times 10^{-1} \text{ cm/s}$

これらの初期値を用いて、水頭を観測する節点を種々変化させて逆解析する。3領域になれば境界条件が2領域の場合より増えるため1節点だけの水頭を観測するだけでは3領域の透水係数をそれぞれ一義的に求めることは理論的に不可能になるためである。そこで、3領域の滯水層では少なくとも2つ以上の水頭観測節点が必要となる。その節点の位置をどこに選べば最も解の精度がよくなるかを調べてみる。

解析結果を表-4に示す。Case A の場合を除いてほぼ精度よく解が求まっている。Case A で求まった透水係数の値を用いて順解析した場合の水位変化と真の滯水

表-4 3領域滯水層における逆解析結果

Case	Permeability (cm/s) Analyzed Value	Observation Nodal Point	CPUTime (sec)	Iteration
A	REGION 1 $1.49175 \times 10^{-3}$			
	REGION 2 $3.21612 \times 10^{-3}$	5, 8	216	26
	REGION 3 $4.92107 \times 10^{-3}$			
B	REGION 1 $1.00304 \times 10^{-3}$			
	REGION 2 $1.00288 \times 10^{-3}$	11, 20	350	36
	REGION 3 $1.00168 \times 10^{-3}$			
C	REGION 1 $1.002 \times 10^{-3}$			
	REGION 2 $1.00184 \times 10^{-3}$	8, 14	268	32
	REGION 3 $9.84964 \times 10^{-4}$			
D	REGION 1 $1.00003 \times 10^{-3}$			
	REGION 2 $9.99997 \times 10^{-4}$	14, 17	259	21
	REGION 3 $1.00002 \times 10^{-3}$			

層での水位変化を比較すると確かに節点5と8での水位変化には差が認められないが、その他の水位が大きく変化する節点でははっきりと水位変化に差が認められる。要するにここでも水位変化が乏しいと思われる地点を水頭観測節点に選ぶことは好ましくないことがいえる。

### 3. 逆解析手法におけるモデルの最適化

#### (1) モデル最適化の概念

浸透流問題における逆解析では、同定する未知パラメーターによって次のように分類できる。

- 対象場の形状を決める幾何学的特性を同定する問題
- 滞水層定数（透水係数、貯留係数）を同定する問題

本研究では、これまで透水係数を同定する問題を取り扱ってきたが、幾何学的特性を考えていくことにする。実際、広域な地下水を解析する際に、全領域と同じ透水係数を有するもの、すなわち均質として解析するには無理がある。そこで、地質調査などによる地盤の情報より、ある程度、領域を分割し対象地盤のモデル化を行い解析することによって、よりよい真の地盤の挙動把握が可能になる。このような滞水層定数を推定する前段階としてのモデル化が最適であるか否かによって逆解析された解の信頼度もおのずと異なることは当然のことである。対象地盤のモデル化、つまり対象とする地盤がいくつの領域から構成されているか、またその領域がどこで他の領域との境界をもつかを決定するのは容易なことではない。

一般に、解析モデルの組み立ては経験的に行われ、領域分割を細かくしたり位置をずらしたりの試行錯誤を経て満足のいくモデルを求めているのが現状である。こうした操作を回避するにはモデルの良し悪しが選別できる効果的な基準が必要である。そこで、統計モデルの選択に有効である、赤池の情報量基準として知られている AIC (Akaike's Information Criterion)<sup>7)</sup>を採用する。AIC は推計学で用いる尤度ならびに一番もっともらしい値をみつける最尤法の概念を利用して、

$$AIC = -2 \ln(\text{最大尤度}) + 2m$$

と表わされている。ここに、 $m$  はパラメーター数である。具体的な AIC の算定には SALS (東大型計算機センター開発) のような統計解析パッケージプログラムの利用が便利である。

AIC はモデルの適切さを評価するための基準であり、AIC の小さい方がモデルがよりよいと判断される。2つのモデルの間に格段の差がないときにはパラメーター数の少ない方がよいものと評価される。すなわち、なるべく少数のパラメーターによってモデルを表現することの

重要性を示唆している。ここでは、解析対象となる地盤を適切と思われる数個のモデルで表わし、そのそれぞれの地盤モデルで逆解析により透水係数を求めるときに AIC を計算する。その中で最も小さい AIC の値を有するモデルを最適モデルと判定する<sup>8)</sup>。

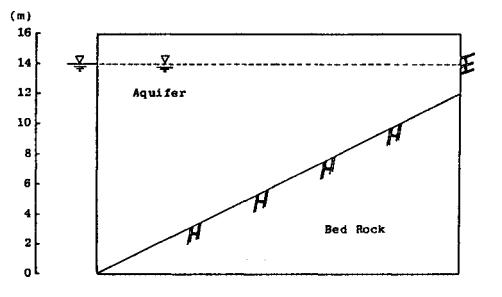


図-6 滞水層断面図

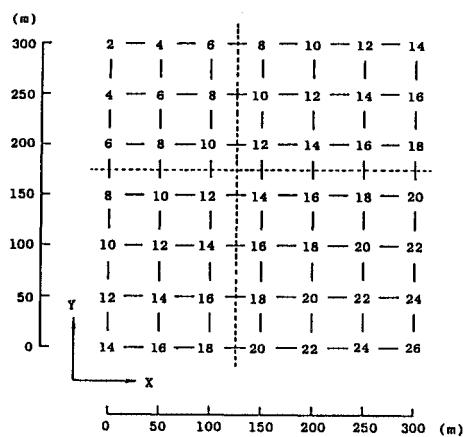


図-7 透水係数分布図 (単位:m/day)

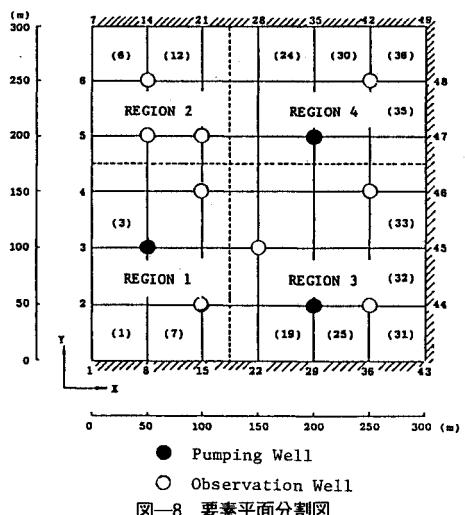


図-8 要素平面分割図

## (2) 手法の検討

図-6に示すような滯水層を想定する。この滯水層の透水係数分布図は図-7のとおりであり、それぞれの値は各節点での透水係数(m/day)を表わしている。その要素分割平面図は図-8のようであり図中の3節点において揚水井戸を、9節点において観測井戸を設定する。ここでの境界条件は図面左側の水位が14mに固定され、その他の境界は不透水層と接しているとする。この条件のもとで揚水井戸において $500 \text{ m}^3/\text{day}$ の流量で揚水を行ったことによる地下水位の挙動から透水係数の逆解析を試みる。

この滯水層を逆解析する際に、すべての節点での透水係数を未知パラメーターとすると未知パラメーターの数が多くなりすぎて計算機の計算時間が膨大なものとなり、経済的にも不利である。この問題を解消するために逆解析する未知パラメーターの数を減らすことを考えなければならない。

そこで、全解析領域を数個のブロックに分割し、そのおのののブロック内では透水係数は等しいものと仮定、おのののブロックの透水係数を未知パラメーターとして逆解析することとした。こうすれば、未知パラメーターの数もブロックの数と同じ数に減少する。さらに、この仮想した滯水層モデルにおいて逆解析して求まったおのののブロックの透水係数を用いて順解析を行い、解析対象地盤での地下水位の挙動との比較を行って分割モデルの精度を検討する。ここで、その仮想滯水層モデルを作る際の領域の分割方法が問題となるが、透水係数の値に大差ない領域を1つのブロックにまとめるという常識的な方法で、ここでの滯水層モデルを解析する。

まず始めに、この滯水層を均質と考え(滯水層モデル-1)、全解析領域が同じ透水係数を有するものと仮定する。したがって、求める未知パラメーターは全領域の透水係数1個である。逆解析して求まった結果が表-5であり、設定した地盤の透水係数の平均値( $14 \text{ m/d}$ )に非常に近い値となっていることがわかる。

解析地盤での水位変化と、全領域が均質と考えて逆解析して求まった透水係数の値を用いて順解析した場合の水位変化を比較したのが図-9である。横軸に時間、縦軸に水頭の値をとってあり、節点30, 33での結果を載せてある。全節点のなかには節点30のように比較的違ひがみられる節点もあれば、節点33のようにほとんど違ひが認められない節点もある。全体として、この均質滯水層モデルでは平均的には設定した地盤の水位挙動をかなりよく追えている結果を得ている。

次に、滯水層を人為的に、透水係数の値が近い領域が同じブロック内に入るように4つの領域に分割した境界が図-7, 8の破線である。この滯水層モデル-2では未

知パラメーターは4つの領域での透水係数となる。解析結果を表-6に示す。ここでも求められた各ブロックの透水係数の値は、それぞれのブロック領域での透水係数の平均値に非常に近い値となっている。この値を用いて

表-5 解析対象領域を均質とした場合の逆解析結果

Initial Value	Permeability (m/d)		AIC
	Mean Value	Analyzed Value	
20.0	13.1427	$1.6650 \times 10^3$	
100.0	13.1178	$1.6649 \times 10^3$	

表-6 解析対象領域を4領域に分割した場合の逆解析結果

REGION	Permeability (m/d)		AIC
	Mean Value	Analyzed Value	
REGION 1	13.0	13.0720	
REGION 2	6.0	5.34595	
REGION 3	20.0	19.4543	
REGION 4	13.0	11.5020	$1.4344 \times 10^3$

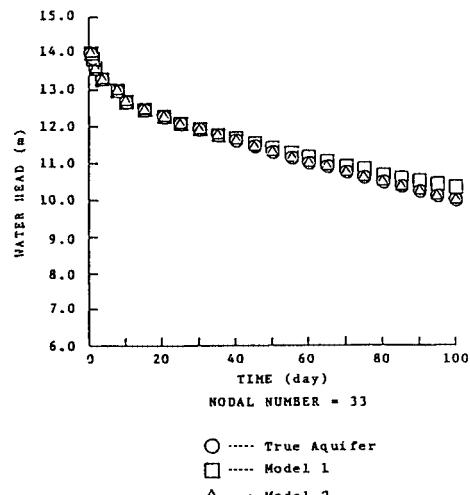
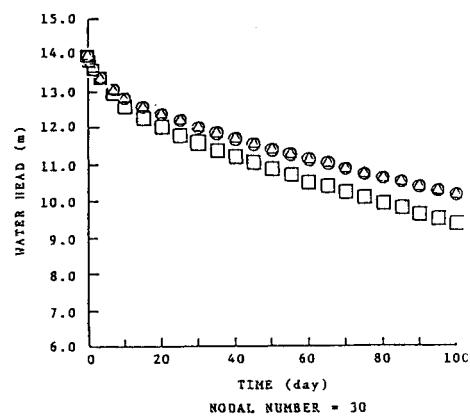


図-9 解析地盤と滯水層モデルとの水位変化比較図

順解析した場合と解析地盤での実際の水位変化の比較を図-9に示す。設定地盤とモデル地盤との間に最も違いがみられる節点は節点30, 33であり、その他の節点ではこのモデルでは最終定常状態に至るまではほとんど違いがみられなかった。

ここであらためて、AICの立場から滯水層モデル-1と2の比較検討を試みる。表-5, 6からもわかるようにモデル2の方がAICが小さい値となっており、観測値の適合度合はモデル2の方が優れているといえる。このことは図-9をみれば明らかである。

以上の結果より、この解析例においては領域を細かく分割した方がよりよい近似モデルが得られるといえる。ただし、ここでは人為的に領域を分割しているので、より一般的な結論を導出するためには、客観的分割法によるモデルに対する解析例が必要であると考え、以下に示す方法を提案する。

#### 4. 水位等高線による領域分割

##### (1) 領域分割方法

透水係数の異なる領域間の境界では定常状態において動水勾配が急に変化する。そこで、その動水勾配の変曲点を、実際の現場においては不可欠な水位等高線図から判断し、ブロック分割することを試みる。つまり広域地盤をほぼ等しい透水係数を有すると考えられるいくつかのブロックに分割し地盤モデルを想定する。それぞれのブロック内では同じ透水係数としてブロックごとの透水係数を逆解析して求める。この地盤モデルにおいて逆解析して得られた透水係数の値を用いて順解析し、解析地盤での水位挙動を表現可能か否かを検討する。複雑な解析地盤を独立した透水性をもついくつかのブロックの集合した地盤で浸透流の挙動を表現することが最終目的である。

##### (2) 手法の検討

図-10に示すような滯水層を想定し、その要素分割平面図を図-11に示す。ここで境界条件は、y座標が300mでのA区域と、x座標が300mでのB区域の2つの境界がともに水位10mに固定され、その他の境界を不透水としたものである。この条件のもとでt=0にA境界の水位が2m上昇した場合の滯水層内の水位挙動を考える。ただし、解析地盤の領域が図-12に示されているように分割されているものとし、それぞれの領域の滯水層定数は以下のようであるとする。

領域1 透水係数=10.0 m/day

領域2 透水係数=100.0 m/day

領域3 透水係数=1.0 m/day

領域4 透水係数=10.0 m/day

まず最初の滯水層モデルとして、この滯水層を領域分

割せずに全領域が均質であるとして観測井戸での非定常時の水位より逆解析する。その結果が表-7のCase Aである。その際の透水係数の初期値は50.0 m/dayにした。求められた透水係数の値はどの領域の透水係数の値よりも大きい。

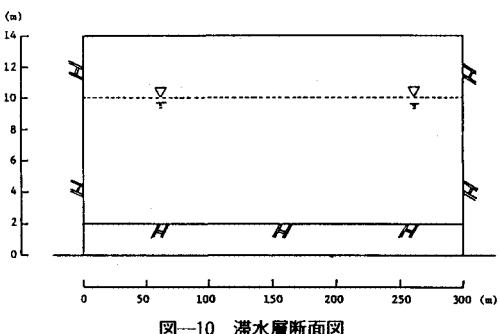


図-10 滞水層断面図

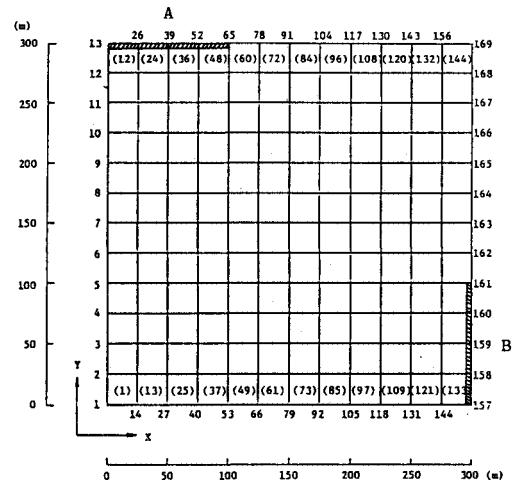


図-11 要素平面分割図

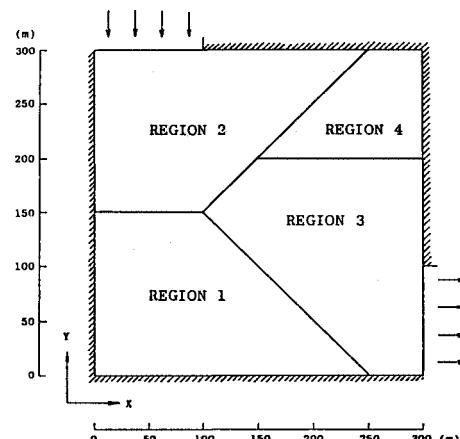


図-12 解析例-2での真の滯水層領域図

表-7 逆解析結果

Case	Total Observation Well Nodal Number	Analyzed Permeability (m/d)	AIC
A	12 1, 5, 9, 53, 57, 61, 105, 109, 113, 117, 165, 169	106.492	172.15
B	12 1, 5, 9, 53, 57, 61, 105, 109, 113, 117, 165, 169	Reg. 1 9.9918 Reg. 2 99.7879 Reg. 3 0.9997 Reg. 4 9.9738	-610.26
C	12 1, 5, 9, 53, 57, 61, 105, 109, 113, 117, 165, 169	Reg. 1 19.6842 Reg. 2 105.315 Reg. 3 2.4356 Reg. 4 79.1987	-27.27
D	12 1, 4, 10, 43, 49, 79, 85, 91, 121, 124, 163, 169	Reg. 1 12.3495 Reg. 2 110.935 Reg. 3 1.8464 Reg. 4 20.0278	-112.99

次の滯水層モデルとして、定常状態での水位から領域分割したものを考える。対象地盤において縦横 25 m おきに水頭の値を観測して、その観測値をもとに等水位線を描かせたものが図-13 である。この図をもとに、動水勾配の急激に変化する点を連ねて領域分割するとすれば、滯水層モデルも設定した解析地盤とほぼ同じように図-12 のように作成できる。このモデルを用いて逆解析を試みる。この解析例での未知パラメーターである透水係数の初期値は以下の値を用いた。

領域 1 透水係数=12.0 m/day

領域 2 透水係数=120.0 m/day

領域 3 透水係数=5.0 m/day

領域 4 透水係数=12.0 m/day

その解析結果が表-7 の Case B である。どのブロック領域の透水係数も精度よく求まっている。現実の地盤で分かれている領域が正確に推定できれば求まる解の精度も非常によい。

#### a) 滞水層モデル-1

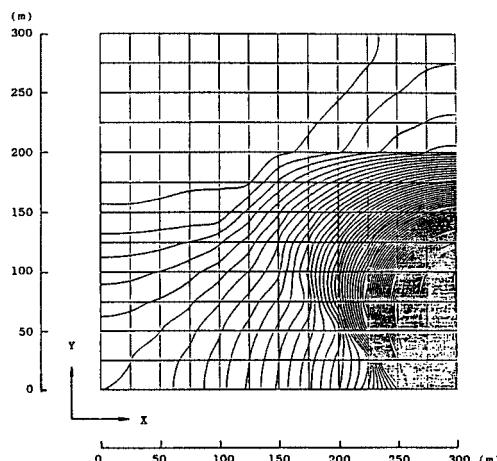


図-13 水位等高線コンター図  
(25 m おきの観測データ)

実際の現場においてはこのように密に水頭の値を観測することは困難である。そこで、水頭を観測する位置を 100 m おきにした場合のデータから領域を分割することを考える。このときの水頭観測節点を図-15 中に示してある。ただし、節点 13, 65, 157, 161 は水位固定節点なので観測節点にはしていない。この節点での水頭の値をもとにして水位等高線図を描かせると図-14 のようになる。これをもとに領域の境界を判断させた図が図-15 である。ただし、図中の破線は設定した解析地盤での領域間の真の境界を表わす。この図よりほぼ解析対象地盤に近い領域に分割できたものと判断できる。そこで、この滞水層モデルを使って逆解析を行うことにする。その結果を表-7 の Case C に示す。均質な仮想滞水層モデルとした場合よりも Case C での AIC の値がかなり小さくなつておりモデルとしての精度がよくなつていると考えられる。

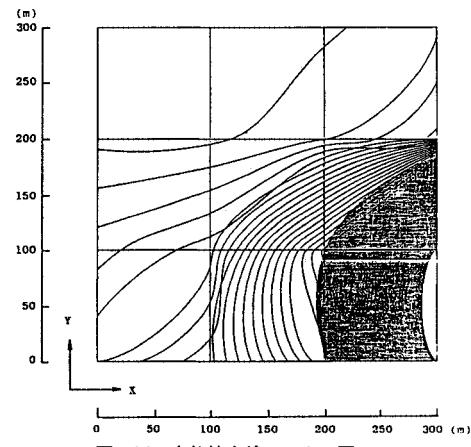


図-14 水位等高線コンター図  
(100 m おきの観測データ)

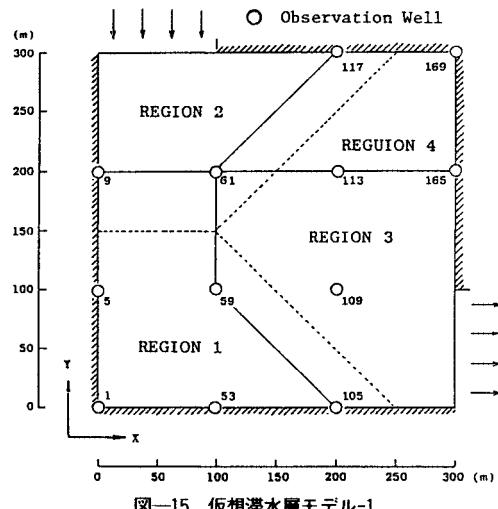


図-15 仮想滞水層モデル-1

## b) 滞水層モデル-2

次に前節でのモデル1よりもよい領域分割を行うとい

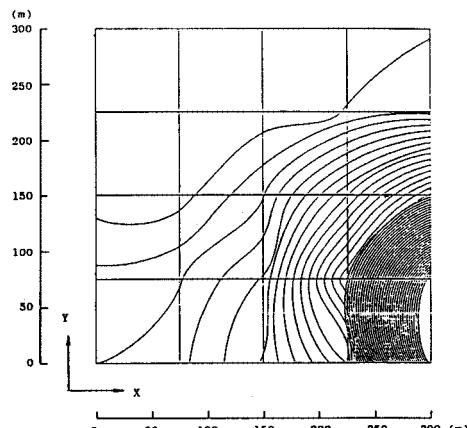


図-16 水位等高線コンター図  
(75 m おきの観測データ)

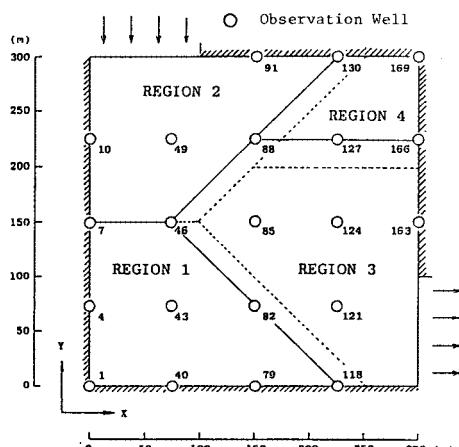


図-17 仮想滞水層モデル-2

う目的で75 m おきの観測データを用いた。水位等高線コンター図は図-16で、これより判断し領域を分割した図が図-17である。モデル1よりも解析対象地盤に近づいたことがわかる。

このモデルでは、水位を観測する節点が計21個あるけれども、モデル-1とのAICの比較を容易にするために観測データ数を12個にし逆解析を試みる。その結果が表-7のCase Dである。均質滞水層モデルや滲水層モデル-1よりもAICの値も小さくなっている。

## c) 各解析結果の比較

全領域を均質としたCase Aと、100 m おきの水位観測データによる滲水層モデル1のCase Cと75 m おきのデータによる滲水層モデル2のCase Dとを比較する。3つの場合とも観測データ数は等しく、AICの値を比較するとCase Dが最も優れていると思われる。

そこで、逆解析された透水係数の値を用いてそれぞれのモデルで順解析したときの水位変化と設定した解析地盤内での水位変化を比較したのが図-18である。ここには、節点5, 109, 113での水位変化を示す。他の節点についてもいえることはCase Aのモデルでは満足に解析地盤の水位挙動を追跡しているとはとてもいえない。またCase CとCase DではCase Cの方が節点113のようによく挙動を再現できている節点もあるけれども、全体的にみれば、やはりCase Dの方が優れているという水位変化状況が得られた。

以上の結果より、この解析例において提案した領域分割方法を用いることにより、しかも水頭の観測データが多ければ多いほど真の滲水層をよくシミュレートできることがいえる。ただし、この方法が絶対的なものとは考えずに、ボーリングなどの地質調査によって得られた地質状況を加味したうえでこの方法を用いることによって、より適切に現実の地盤のモデル化を行うのが望ましい。

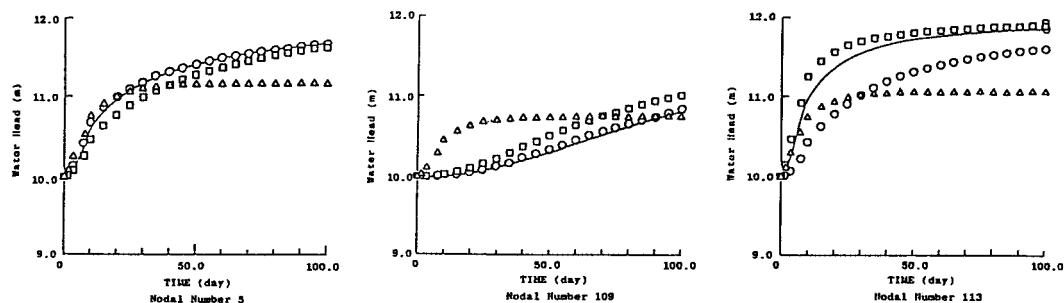


図-18 真の滲水層と仮想滲水層との水位変化比較

- 真の滲水層での水位挙動

▽ 仮想均質滲水層モデルでの水位挙動

□ 領域分割による仮想滲水層モデル-1での水位挙動

○ 領域分割による仮想滲水層モデル-2での水位挙動

## 5. 結 語

実際の複雑な地盤を全領域が均質と仮定し、浸透流計算を実施することには無理があることが多い。そこで、定常時の水位勾配変化より対象地盤の幾何学的特性を考えて地盤をモデル化し、逆解析を併用することにより対象地盤の水位挙動を表現可能かどうかを検討した。その結果、本研究で用いた領域分割方法によって地盤を数個のブロックに分けることにより対象地盤をモデル化できること、不均質地盤でも逆解析により透水係数の推定が可能であること、これらの方法を組み合わせると効果的に水位変動の挙動が追跡できることが判明した。ただし、水頭のデータの必要数などにまだまだ不明確な点も多く、今後の研究の発展が望まれる。

最後に日頃からご指導を頂いている京都大学工学部足立紀尚教授、また解析面で有益な批評や助言をいただいた岡山大学工学部 西垣 誠助教授に深甚の謝意を表します。

### 参 考 文 献

- 1) Frind, E. O. and Pinder, G. F. : Galerkin Solution of

the Inverse Problem for Aquifer Transmissivity, WRR, 9-5, pp. 1397~1410, 1973.

- 2) Neuman, S. P. and Yakowitz, S. : A Statistical Approach to the Inverse Problem of Aquifer Hydrology, 1, Theory, WRR, 15-4, pp. 845~860, 1979.
- 3) 中屋真司・大西有三・西垣 誠・岸本英明：FEMによる準三次元地下水逆解析手法の開発、現位置透水試験および地下水調査に関するシンポジウム発表論文集、土質工学会、pp. 139~146, 1985.
- 4) 大西有三・井尻裕二：平面問題における滞水層定数の逆算について、第19回土質工学研究発表会論文報告集、pp. 1361~1364, 1984.
- 5) 河野伊一郎・西垣 誠：有限要素法による広域地下水の準三次元浸透解析——その手法とプログラム解説——、岡山大学工学部土木工学教室、1982.
- 6) 中川 徹・小柳義夫：最小二乗法による実験データ解析プログラムSALS、東京大学出版会、pp. 95~110, 1982.
- 7) 赤池弘次：情報量基準 AIC とは何か——その意味と将来への展望、数理科学、No. 153, pp. 5~11, 1976.
- 8) 大西有三・東出明宏：不均質岩盤の弾性定数と幾何学的特性の同定に関する基礎的研究、土木学会論文集、第358号、pp. 93~101, 1985.

(1986.3.26・受付)