

乾燥砂または砂利層内の立坑に作用する土圧の解析

ANALYSIS OF THE EARTH PRESSURE APPLIED TO THE SHAFT DRIVEN IN THE COHESIONLESS SAND OR GRAVEL LAYER

小野一良*・山田幹雄**

By Kazuyoshi ONO and Mikio YAMADA

In the present paper the earth pressure applied to the shaft driven in the cohesionless sand or gravel layer is experimentally and theoretically studied. Vinyl tubes with various diameters from 20 to 30 cm were swelled by the air pressure and set in the measuring box by holding their axes vertically, and then the fine gravels were packed around the shaft. As the air in the tubes was released gradually, the air pressure and the rate of the shrinkage of the tubes were measured.

It was shown that the tubes hold their shapes until the pressure was lowered below 200 Pa for the tubes with diameter of 300 mm and this critical pressure was in proportion to the diameter of the tubes.

The theoretical analysis was also developed.

Keywords : shaft, earth pressure, arch action

1. まえがき

著者らは、文献1)において乾燥砂または砂利の中に掘削されたトンネルおよび空洞の覆工が受ける土圧を解明する目的で、乾燥砂中に空気圧で膨らませたビニール製のチューブまたはボールを埋め込み、空気圧を徐々に低下させて空気圧とチューブまたはボールの変形との関係を測定し、チューブまたはボールの形を保つために必要とされる最低圧力はチューブの半径の20%程度、ボールの半径の10%程度の厚さの砂層の重量に相当することを明らかにした。このように、わずかな圧力でチューブまたはボールの上部の砂層の重量を支え得る理由としては、チューブまたはボールに接した砂がアーチ作用をするためと考えられる。このアーチの成立に関しては、理論的解析によっても導くことができた。

このようなアーチ作用は、土中に垂直にうがたれた立坑の周辺にも作用すると考えられ、この問題についてもこれまでにいくつかの理論的解法が提案された^{2),3)}。しかし、これらの解法は立坑の周辺の土を弾性または塑性

体と仮定している。立坑の周辺の土を粒状体と仮定すれば、立坑の壁には少なくともランキンの主働土圧に相当するだけの圧力が作用すると考えるのが通例である。実際にこのような土圧が作用するかどうかということについては、これまでの測定例も少なく、また理論的解析もほとんど見当たらない。

本研究においては、この点に関してビニールチューブを用いた実験を行い、かつ理論的解析を試みた。

一般に、円筒状のサイロに粒状体を充填して、これを底の孔から引き出すと孔の上に煙突状の通路が形成され、この通路を通って上部から順次粒状体が流出することが知られている。著者の1人もかつてこのような現象を測定したことがある⁴⁾。このように、粒状体の堆積の中に鉛直の通路ができるということは、この通路周辺の壁は流動する粒状体から受けるわずかな横圧力だけで自立していることになる。このような垂直の円筒状空洞が自立できる理由について論じた論文は、これまでにあまり発表されていない。このため、本研究においてはこの問題についても併せて解析を試みることにした。

2. 立坑に作用する土圧の測定装置

乾燥砂または粒状体中にうがたれた立坑に作用する土圧の大きさを知るために、種々の直径をもつビニール

* 正会員 工博 金沢工業大学教授 工学部土木工学科
(〒921 金沢市南区内野ヶ市町扇が丘7-1)

** 正会員 工博 金沢工業大学講師 工学部土木工学科
(同上)

チューブを空気圧で膨らませた後、これを測定箱の中に立て、この周辺に種々の高さになるまで小砂利を充填した。チューブ内の圧力はマノメータを用いて測定することにし、チューブ内の空気を徐々に抜いたときの圧力の変動とチューブの変形の進行との関係を調べた。測定箱の大きさは、図-1に示すように幅130 cm、奥行き80 cm、深さ100 cmとし、底には蛍光灯を置いてチューブの変形を上から観察できるようにした。チューブの変形を測定するために、チューブの周辺6か所に水糸を取り付け、これを斜め上方または垂直上方に弱いねで引き、水糸に付けた目印の移動量をものさして読んだ。チューブは半径方向に変形するだけでなく、チューブの変形に伴って斜め上方から小砂利が流動し、これに押されて垂直方向にも縮小する。

実験に使用した小砂利の物理的性質を表-1に示し、またその粒度曲線を図-2に示した。この図に示されるように、粒径はほとんど5~10 mm の間にあり、丸味を帯びた川砂利である。表-1に示した摩擦係数を求めるにあたっては、小砂利を平らに敷きならし、その表面に同じ小砂利を一様に接着したコンクリートブロック (40×20×15 cm) を置いた。この上に 6 種類の荷重を載せてブロックを水平方向に引いたときの抵抗力をねね杯によって測定した。測定に際しては引張速度を 2 段階に変化させたが、その間に差は認められなかった。図-3 は測定結果を示すが、荷重と抵抗力との間には比例関係が認められる。この傾斜角は $\phi=40.7^{\circ}$ となり、この値を内部摩擦角とした。また、主働土圧係数 k は次式によつて求められる。

なお、三軸圧縮試験より内部摩擦角として $\phi = 43.2^\circ$ が得られ、この値を式(1)に代入して主働土圧係数を求めた。その結果を表中の括弧内に示した。

3. 測定結果

チューブから空気を抜く過程において、図-1に示したようにチューブの側面6方向の移動量を測定した。これらの移動量がほぼ並行して進行する場合もあったが、多くの場合にはいくらか差を生じ、中にはその差が数倍に達するものもあった。チューブ上方からの観察によれば、空気の排出に伴いチューブの側面全周に縦方向および横方向の細かいしわが寄り、これが並行して成長する場合があり、また当初は全面にしわが寄るが、その後チューブの中ほどが一方向から押されて突出し、これがチューブの中心に向かって進行する場合もあった。

6方向の中で移動量の最も大きいものを横軸にとり、

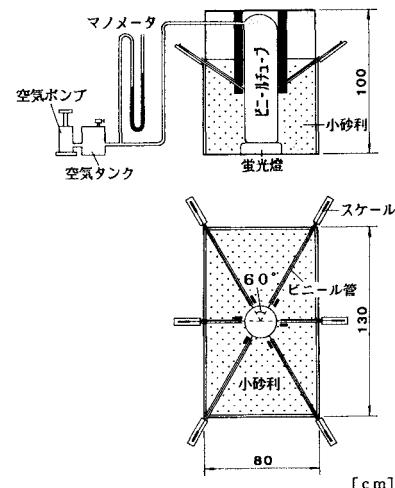


図-1 立坑に作用する土圧の測定装置

表-1 実験に使用した小砂利の物理的性質

単位体積重量	1500 kg/m ³
間隙比	0.767
真密度	2.650
摩擦系数	0.86
内部摩擦角	40.7° (43.2°)
主動土压系数	0.210 (0.187)

注) () 内の数値は三軸圧縮試験より
求めた

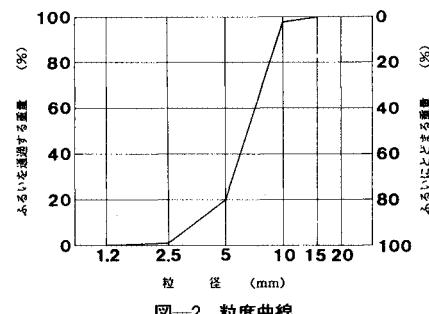


図-2 粒度曲線

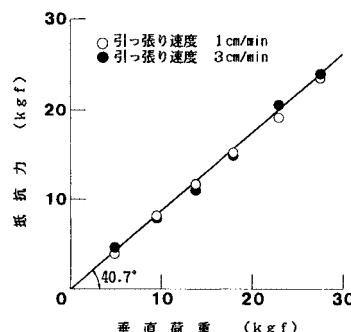
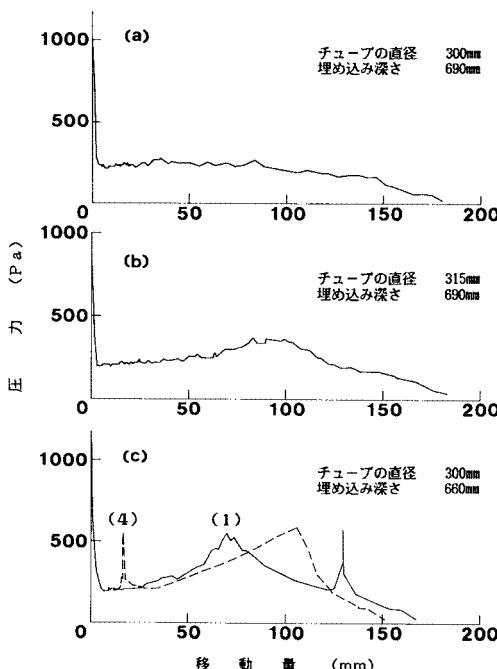


図-3 垂直荷重と摩擦抵抗力との関係

いく過程の数例を図—4～6に示した。ただし、図—4(c)には対向する2方向の移動量が横軸にとられている。図—4は、直径300 mmのビニールチューブを埋め込み深さ690または660 mmとして実験を行った場合であるが、いずれも移動量5 mm程度のときに最低圧力220または260 Paに達した。しかし、その後の圧力の変動には大きな差があり、図—4(a)においては、移動量が90 mmに達するまではわずかに圧力の増減はあるものの大きな変化ではなく、その後は変形の進行とともに圧力は次第に低下して0になった。しかしながら、図—4(b)においては、最低圧力に到達した後さらに空気を抜くとチューブ内の圧力は次第に増加して、移動量85 mmのときに360 Paに達した。その後、圧力はチューブの変形とともに次第に低下した。図—4(c)においては圧力の増減がさらに急であり、最低圧力に到達した後さらに空気を排出すると移動量(1)が70 mmのとき圧力は560 Paに達した。その後、圧力は最低圧力の近くまで低下し、さらに空気を抜くとこのような変化をもう1回繰り返した。

これらの変動の過程について考察すれば、移動量5 mmまでの段階においては、チューブのわずかな変形によって周囲の小砂利は一様にチューブに向かって移動し、砂利の粒子が立坑と同一の中心をもつ円周方向に強く接触して、ここに水平方向のアーチを形成すると考えられる。このアーチによって、立坑は非常にわずかな空



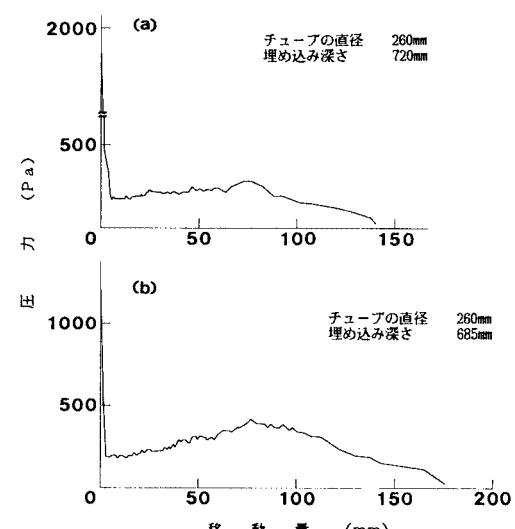
図—4 チューブの変形に伴う空気圧の変化

気圧で周囲の圧力に抵抗できると推定される。さらにチューブから空気を抜くと周辺から小砂利が押してくるのであるが、その際、周辺の砂利層内的一部に大きなすべり面を生じる場合があり、空気の排出量以上の速度ですべりを生じれば、チューブ内の空気圧が増加することになる。これが図—4(b), (c)に示される圧力の上昇過程になると考えられる。立坑の回りに再びアーチが形成され、このすべりが停止したときが圧力の低下する過程であると推定される。このように砂利層の中にすべりが生じたことは、チューブの変形が対称に生じないで、1方向からのみ大きく移動したことによっても推定される。特に、図—4(c)の場合にはこのようなすべりが2回生じ、2回目は1回目のときの反対側にすべりを生じたことが観察された。これに対して、立坑の周辺で多数の小規模な崩壊と停止が繰り返され、全体として立坑のまわりに水平のアーチ作用が継続している場合が図—4(a)であると考えられる。このときには、チューブの変形は対称に進行している。

図—5は直径260 mmのチューブについての実験結果であるが、チューブの移動量が5 mmのときに最低圧力180 Paに達し、その後圧力はしだいに増加する。最高圧力は、図—5(a)においては280 Paであり、図—5(b)では420 Paである。

図—6は直径220 mmのチューブについての実験結果であるが、いずれも移動量3～8 mmのときに最低圧力150～160 Paに達し、その後、図—6(a)においては圧力の変動がほとんどないのに対し、図—6(b)では圧力が再び上昇して560 Paに達した後低下している。

種々の直径のチューブについて、埋め込み深さを各種



図—5 チューブの変形に伴う空気圧の変化

の段階に変えてこのような実験を繰り返したのであるが、測定結果に基づき、最初に到達した最低圧力とその後に生じた最高圧力をチューブの直径別および埋め込み深さ別に示したのが図-7である。この図において、最低圧力は直径にはば比例することが認められる。なお、埋め込み深さによる差は明らかではないが、埋め込み深さ別に最低圧力 p (Pa) とチューブの半径 r (mm) との関係を求めるとき式のようになる。

埋め込み深さ 660~740 mm に対し、 $p=1.37 r$

埋め込み深さ 500~560 mm に対し、 $p=1.23 r$

埋め込み深さ 320~330 mm に対し、 $p=1.06 r$

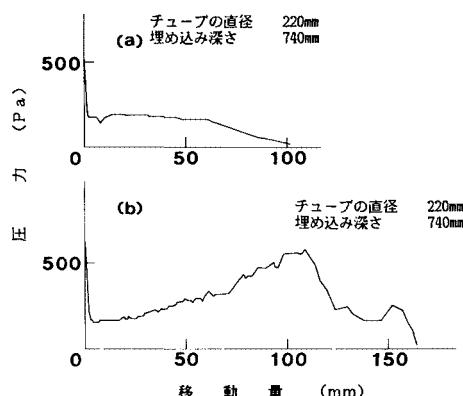


図-6 チューブの変形に伴う空気圧の変化

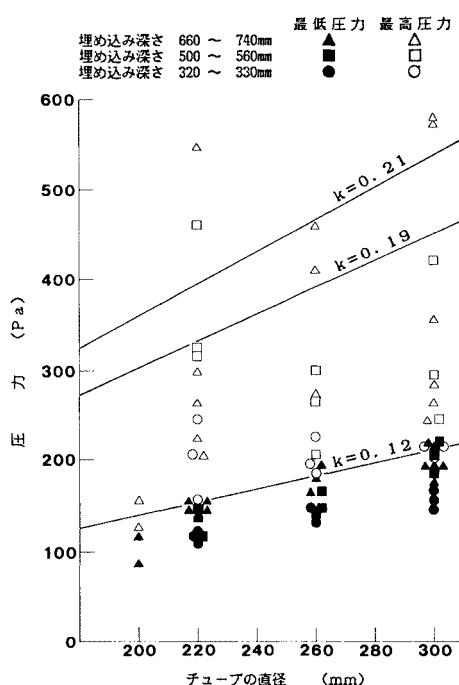


図-7 チューブの変形に伴って現われた最低圧力およびその後に現われた最高圧力

最高圧力に関しては、測定値が広い範囲に散乱して直径による差が現われていないが、埋め込み深さが 320~330 mm のときにはいずれも小さく現われ、また極端に大きな圧力は埋め込み深さが 660~740 mm のときに現われている。

なお、図中に記入した 3 本の直線は理論式による計算値であり、これとの関連については 6. 考察で述べる。

4. 砂または砂利の堆積中に生じた細い垂直通路の周囲の応力解析

さきにも述べたように、骨材貯蔵びんの底の孔から骨材を抜くとこの孔の上に細い垂直通路ができる、この通路を通り骨材の上部から順次骨材が排出されることが知られている。このように、細い通路が周辺からの圧力でつぶされることなく存続できる理由について、力学的に解明したものはこれまでに見当たらない。また、この通路の周囲の応力解析は、立坑の周辺における応力解析と関連する部分が多いと考えられる。したがって、ここではまず細い垂直通路のまわりの応力解析を取り上げることにした。

いま、垂直通路の半径を 0 と仮定し、その中心軸に z 軸をとり、下方向を正とする。また、半径方向を r とし、骨材表面を $z=0$ とする。 r 方向、 z 方向、円周方向における圧縮応力をそれぞれ σ_r 、 σ_z 、 σ_t とし、水平面および円筒面に作用するせん断応力を τ とする。 τ の正の方向は図-8 に示すとおりである。

z 軸を中心とする円周上において、すべての応力は一定であると仮定すれば、微小要素のつり合いの条件より次式が導かれる。ここに、骨材の単位体積重量を γ とする。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r + r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} + r \frac{\partial \tau}{\partial z} - \sigma_t &= 0 \\ r \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \tau + r \frac{\partial \tau}{\partial r} - \gamma r &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

骨材の堆積中の細い通路が安定であるためには、この周囲における応力は深さが増しても増加することなく、

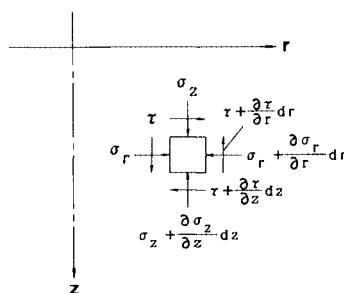


図-8 垂直通路の周囲の粒状体内に生じる応力

ほぼ一定値にとどまっていることが必要となる。したがって、式(2)の中で z で微分した項をすべて0と置けば、次式が導かれる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r + r \frac{\partial \sigma_r}{\partial r} - \sigma_t = 0 \\ \tau + r \frac{\partial \tau}{\partial r} - \gamma r = 0 \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

垂直通路の壁に作用する圧力が最低となる場合を求ることとし、これはこの点に関するモールの応力円が破壊線に接する場合であると考えられる。したがって、骨材層の粘着力を0とすれば、主応力 σ_1 と σ_2 との比は式(1)で示される主働土圧係数に一致することが要求される。主応力 σ_1 、 σ_2 は次式によって求められ、

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 \\ \sigma_2 \end{aligned} \right\} = \frac{1}{2} (\sigma_z + \sigma_r) \pm \frac{1}{2} \sqrt{(\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4 \tau^2} \quad (4)$$

これらの比が主働土圧係数に一致することより、次式が導かれる。

$$(\sigma_z + \sigma_r)^2 \sin^2 \phi = (\sigma_z - \sigma_r)^2 + 4 \tau^2 \quad (5)$$

ただし、ここに ϕ は内部摩擦角を示している。

式(5)を式(4)に代入すれば、 σ_1 、 σ_2 は次式によって表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1 = \frac{1}{1+k} (\sigma_z + \sigma_r) \\ \sigma_2 = \frac{k}{1+k} (\sigma_z + \sigma_r) \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

さきにも述べたように、 σ_r 、 σ_z 、 τ は r のみの関数と仮定したので、次元解析によりこれらの応力はすべて r の1次関数になると考へて、次のように置くことができる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r = \gamma f r, & \quad \sigma_z = \gamma g r \\ \sigma_t = \gamma y r, & \quad \tau = \gamma h r \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

上式を式(3)に代入することによって、次式が得られる。

$$y = 2f, \quad h = 1/2 \quad (8)$$

式(7)で応力が表現される領域は、垂直通路と共通の中心軸をもつ円錐内に限られるとして、この領域をAと名付ける。その外側は垂直通路の発生によって影響を受けない領域であるとして、これを領域Sと名付ける。領域AとSとの境界面に接する平面が水平面となす角を θ とする(図-9)。領域S内は静止土圧の状態にあるとして、内部の応力を次式で示す。ただし、ここに k_n は静止土圧係数とする。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r = k_n \gamma z, & \quad \sigma_z = \gamma z \\ \sigma_t = k_n \gamma z, & \quad \tau = 0 \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

領域AとSとが直接に接続するためには、境界面に作用する垂直応力 σ_θ とせん断力 τ_θ とが連続しなければならない。 σ_θ と τ_θ とは次式によって計算される。

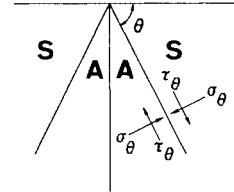


図-9 細い垂直通路または立坑の周辺における応力状態

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\theta = \sigma_z \cos^2 \theta + \sigma_r \sin^2 \theta - 2 \tau \sin \theta \cos \theta \\ \tau_\theta = (\sigma_z - \sigma_r) \sin \theta \cos \theta + \tau (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

式(10)に式(7)を代入して得られた σ_θ 、 τ_θ と式(9)を代入して得られた σ_θ 、 τ_θ とがそれぞれ一致するという条件より、次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} g + f t^2 - t = t + k_n t^3 \\ (g - f) t + \frac{1}{2} (1 - t^2) = (1 - k_n) t^2 \end{aligned} \right\} \quad (11)$$

ただし、 $t = \tan \theta$

上式より f 、 g を解けば、次式が得られる。

$$f = \frac{1}{2} t + k_n t, \quad g = \frac{3}{2} t \quad (12)$$

上式によれば、 f は t および k_n によって定まる。本論文の目的としては水平方向の応力 σ_r の最低値を求めることがあるので、これ以後は k_n を主働土圧係数 k に等しくとることにする。このようにして、任意の θ の値に対して領域A内の応力が決定されるが、この場合式(4)で求められる主応力は、次の条件を満足しなければならない。

$$\sigma_2 \geq k \sigma_1 \quad (13)$$

式(4)、(7)、(8)、(12)を用いて上式を書き直せば、

$$(3 - 2k^2) t^4 - 2 \left(\frac{1}{k} - 1 - k \right) t^2 + 1 \leq 0 \quad (14)$$

が得られる。式(14)によって t のとり得る値の範囲が指定されるが、その中で σ_2 と σ_1 の比を k とする t の値は、式(14)の左辺が0となった場合である。 t として2個の値が得られるが、 $\sigma_r < \sigma_z$ とするためには大きい方の t の値を採用する。

$$t = \left[\frac{1 - k - k^2 + (1 + k) \sqrt{(1 - k)(1 - 3k)}}{k(3 - 2k^2)} \right]^{1/2} \quad (15)$$

上式によれば、 k は1/3以下となることが要求される。領域A内の応力は式(7)、(8)、(12)を用いて求められるが、この中で σ_t は次の条件を満足しなければならない。

$$\sigma_2 \leq \sigma_t \leq \sigma_1 \quad (16)$$

式(7)、(8)、(12)を用いて上式を書き直せば、

$$\frac{3}{1+2k} \leq \frac{1}{t^2} + 2k \leq \frac{3k}{2+k} \quad (17)$$

以上は $u=1$ における σ_t と σ_1 の比について検討したのであるが、 u の増加に伴って σ_t が σ_1 を越えることがあってはならない。式(18)を満足する種々の k について

表-2 立坑周辺の土圧を求めるための係数

k	$F(1)$	$G(1) = Y(1)$
0.10	0.0703	0.7027
0.15	0.1367	0.9113
0.20	0.2236	1.1180
0.25	0.3333	1.3333
0.30	0.4695	1.5649

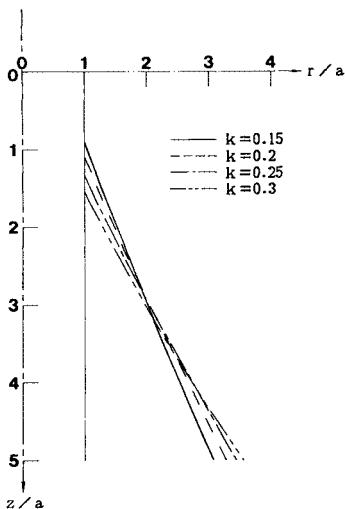


図-10 立坑の周辺でアーチ作用のおよぶ領域と静的荷重状態にある領域との境界面

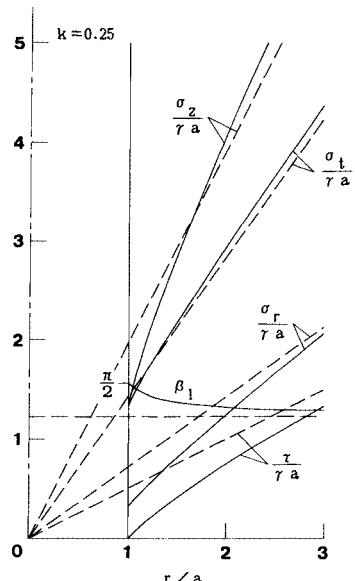


図-11 立坑の周辺における圧縮応力、せん断応力および主応力の傾き

ついて式(31)より v_1 を求め、これを出発点として計算した結果、一般に σ_t/σ_1 は u の増加とともにはじめはわずかに減少し、その後しだいに増加するが、1を越えることはない。しかし、 k が式(18)で示す限界値を越えるときには、 u の増加とともに σ_t/σ_1 が増加して1を越えることになる。 v_1 を式(31)の値より大きくとることによって、当初の σ_t/σ_1 の値を下げることはできるが、それでも u の増加とともにしだいに増加して、ついには1を越えることになった。

図-10に、種々の k の値に対応する境界面を示した。境界面の傾きは $u=1$ の付近が最大となり、 u の増加とともにわずかに減少して一定値に近づく。この一定値とは、前節の式(15)によって与えられる円錐面の母線の傾斜角である。ここに計算例として $k=0.25$ とし、 $u=1$ における v の値を式(31)より求めれば、 $v_1=1.3333$ となる。この点を出発点として、 u をしだいに増加させた場合の σ_r 、 σ_z 、 τ 、 σ_t の値を式(20)、(22)および(29)によって計算した結果を図-11に実線で示した。なお、比較のためこの図には $k=0.25$ として、細い垂直通路の周辺における応力を式(7)、(8)、(11)および(12)によって求めた結果を破線で示してある。中心軸からの距離が立坑の半径の3倍以上になれば、立坑周辺の応力は細い垂直通路周辺の応力分布に近似することが認められる。なお、主応力 σ_1 の水平面からの傾きを β_1 とし、この正の方向は図-9に示した θ の方向と同一とする。 r/a と β_1 (rad) の関係も併せて図-11に示した。主応力 σ_1 の方向は β_1 に $\pi/2$ を加えた値になる。細い垂直通路の周辺においては、主応力 σ_1 の方向はこの図に示されるように $1.234 \text{ rad} = 70.7^\circ$ となる。

6. 考 察

今回の実験で得られた主働土圧係数 $k=0.21$ または 0.19 を前節の式(20)、(29)および(31)に代入して求めた $u=1$ における σ_t の値を図-7に記入した。これらの計算値は、実験で得られた最低圧力の2倍以上になっている。理論式の目的としては、どのような理由により立坑は小さな圧力で周囲の土圧に対抗できるのかを解明することであったが、最低圧力との間にこのような大きな差を生じた理由として、次の2つの事項が考えられる。第1に、立坑の周辺における応力の状態として、前節で導いた式よりさらに小さい応力を与える解法が存在するのではないかという疑問がある。第2は、土圧係数としてさらに小さい値をとるべきではないかという問題である。市原らは、標準砂を用いた土圧実験で塑性平衡状態を過ぎて破壊を生じた段階における土圧の測定値から土圧係数を求めた結果、 $0.11 \sim 0.17$ となったことを文献5)で述べている。これは、同じ標準砂について

三軸圧縮試験を行い、これより求めた土圧係数 0.29～0.34 の半分以下である。小砂利を使用した場合にも同様な関係にあると仮定して、土圧係数を 0.12 として計算した結果を図-7 に併せて記入した。これは、実験より得られた最低圧力にほぼ一致している。

次に、実験においては、埋め込み深さが浅い場合には最低圧力はいくらか小さいことが現われているが、理論式には深さの項が含まれていないため、この現象を説明することができない。埋め込み深さが中程度および最高の場合には測定値が入り交じっているが、ほぼ一定とみることができ、埋め込み深さがこれより深くなても最低圧力が増加することはないと推定される。

次に、最低圧力に統一して現われる最高圧力についてであるが、これはすべり面の発生位置および大きさの仮定によって種々の値が得られ、また測定値もばらつきが多いので、これを表わす式を作ることは困難である。また、立坑において最初に現われる最低圧力に耐え得るだけの支保工を施工しておけば、それ以上に変形の進むことは防止できる。したがって、その後に現われる最高圧力に関してはその重要度も低いので、ここではその検討を打ち切ることとした。

7. 結 論

乾燥砂または粒状体中に掘削された立坑に作用する土圧は、ランキンあるいはクーロンの土圧論によって得られた値よりもはるかに小さいことは、これまでの経験によって知られている。また、貯蔵びんの底から粒状体を引き出すときに、排出孔の上には煙突状の細い通路が形成されることが知られている。このように、粒状体の中に円形の垂直の空間が作られたときに、この空間はどれだけの圧力を保てば、周辺の土圧に対抗してその形状を維持できるかについて、実験および理論的解析を行った。

その結果、立坑の周囲に粒状体がアーチを形成することによって、立坑の壁には非常に小さな圧力しか伝達されないことが明らかになった。この圧力の大きさは立坑の直径には比例するが、深さには関係のないことが実験的にも理論的にも証明された。粒状体の内部摩擦角を 43 度とすれば、立坑の壁に作用する土圧の大きさは、理論上立坑の半径の 20 % に相当する粒状体の重量となる。しかし、実験においてはこれよりさらに小さく、10 % 程度の圧力となることが観察された。

しかし、実験結果は、立坑の壁に変形を許したときには外から作用する圧力が急に増加することを示しているので、立坑の壁にはこの最低の圧力に耐えるだけの支保工強度を用意しなければならない。

謝 辞：本研究は、金沢工業大学土木工学科卒業研究生諸君の協力のもとに遂行されたものであり、ここに深く感謝いたします。

参 考 文 献

- 1) 小野一良・山田幹雄：乾燥砂中のトンネルの周辺に生ずるアーチ作用の研究、土木学会論文報告集、第 339 号、1983.
- 2) 伊藤富雄：円形立て坑の周囲における弾塑性応力状態、土木学会論文集、第 46 号、1957.
- 3) 川本眺万：円形立て坑周辺の弾・塑性応力状態にたいする近似解法、土木学会論文集、第 59 号、1958.
- 4) 小野一良・加藤景一郎・成瀬忠明：コルゲートシートによる骨材貯蔵ビンの応力解析について、土木学会論文報告集、第 197 号、1972.
- 5) 市原松平・松沢 宏：壁変位中における土圧特性と裏込め砂のせん断特性の関連、土木学会論文報告集、第 176 号、1970.

(1986.3.4・受付)