

貯留施設をもつ水処理系による雨天時汚濁負荷の削減効果の理論

A THEORY OF STORAGE-TREATMENT SYSTEMS

江藤 剛治*・栗田 秀明**

By Takeharu ETOH and Hideaki KURITA

A simple expression is presented on the capability of storage-treatment systems to reduce non-point pollutant runoff load. The effectiveness depends on capacities of the facilities and probabilistic properties of the runoff, such as the interval, duration, volume and concentration of the runoff events. Assuming the compound Poisson process for the runoff time series, the exact expressions of the ratio of treated load in terms of storage and treatment capacities are theoretically derived on the neighbourhoods of all boundaries of the domain on which the problem is defined. Then, an approximate expression over the whole domain is presented of which the value and the first order derivative coincide with those of the exact ones near the boundaries. The accuracy is checked by means of Monte Carlo simulations.

Keywords : detention storage, non-point pollutant, compound Poisson process

1. 序 論

降雨時に下水道から公共用水域に流出する非特定汚染源負荷を削減するための方策として、種々の方式が考えられている^{1a)}。その1つは降雨時の流出水を一時貯留して、降雨終了時に処理して公共用水域に放流するという方式である。多くの湖沼をもつアメリカ合衆国北部・カナダでは、湖沼への流入負荷削減のために、1970年頃からこのような貯留施設と水処理施設を併用した水質保全施設が築造され、実用に供されるようになってきた。日本でもこのような貯留施設をもつ水処理系が築造されつつある。武田・中村は横浜市下水道局で試験的に設置した例を紹介し、その効果を前もって評価したときの評価方法と、その標準化の試みについて報告している^{2),3)}。

このような方式の負荷削減効果は、通常個々の流域について、数年間を通じての、連続した降雨量時系列資料を入力とする、流出量および流出負荷量に関する流出シミュレーションによって評価される。これは、年間の総流出負荷量のうち、頻繁に生じる中小規模の降雨によ

る流出負荷量の占める割合がかなり大きいことによる。比較のために治水計画の場合を考えると、対象降雨は数年～数10年に1回生起する大きな降雨なので、年を通しての流出シミュレーションは不要である。汚濁負荷の流出シミュレーションのための標準プログラムも開発されている。米陸軍工兵隊のSTORMや、米環境保護庁のSWMM、土研モデルなど^{1b)}がそれである。これらのプログラムでは治水効果も同時に評価することができる。

当然すでにこのような汚濁負荷削減効果を、理論式や、多くのシミュレーション結果を整理して、標準的な経験式で表現しようとした試みが示されている。Howardは貯留施設容量（以下貯留容量とよぶ）が小さく、降雨のたびに貯留施設が必ず満水になるという条件下で、貯留施設に貯えられずに直接公共用水域に放流される流量を貯留容量と処理能力（以下処理容量とよぶ）の関数として表わす式を導いた⁴⁾。その後の理論開発の経緯については、最近のLoganathanらの論文⁵⁾に要領よく要約されている（補遺5参照）。先述の横浜市の例では標準的な単位都市流域を考え、種々の条件に対するシミュレーション結果を整理して、経験的に流出負荷量推算方式を標準化・単純化することを試みている。

著者らも、少なくとも年平均負荷量のような平均量を

* 正会員 工博 近畿大学教授 理工学部土木工学科
(〒577 東大阪市小若江3-4-1)

** 正会員 工修 (株)建設技術研究所大阪支社技術第3部
(〒541 大阪市東区本町1-24-1 ニューホンマチビル)

問題にするかぎり、シミュレーションのような個別的な計算ではなく、一般的かつすっきりした評価の理論を開発し得るのではないかと考えた。

根拠は次のようなものである。

著者らはすでに貯留施設による治水の安全度について、貯留容量・排水容量と治水安全度の関係を表わす理論式を導いた^{6),7)}。平均量を問題とする汚濁負荷解析は、極値の分布を問題とする治水問題に関する解析よりも理論的取り扱いが容易であると予想した(補遺1参照)。

確率的に変動する量を入出力とし、これらを貯えたときの時系列特性の変化を検討する理論は、貯水池理論や在庫理論である。ただ、貯水池理論に基づいて厳密解が得られるかどうかについては疑問がある。HowardはMoranのことば⁸⁾を引用して、まず不可能であろうと述べている⁴⁾。少なくとも、陽形式の厳密解を解析的な関数で与えることは難しい。もちろん数値解は得られるが、数値解では一般性に欠ける。よって以下では次のような方針に沿って理論的検討を進める。

- ① いくつかの特別な条件下、具体的には取り扱う領域のすべての境界の近傍で厳密解を導く。
- ② 少なくともそれらの条件下では、得られた厳密解を満たすような近似関数を考える。これを第1次近似解とする。

以上により、できる限り厳密な解析を通じて、簡便な結論を得ることを目標とする。

貯留容量・処理容量と負荷減少率(定義は後述)との関数関係は、飛躍や振動などを伴うような複雑な関係ではなく、比較的単純な関係であることは明らかである。たとえば水処理における負荷除去率(定義は後述)が1の場合を考える。施設容量が大きくなると、負荷減少率は単調に大きくなり、両施設容量がともに大きいときは1に漸近する。よってすべての境界近傍で厳密解に一致する式は、境界内部の任意の点上であまり無理のない近似式となることが期待される。

ただし残念なことに、後述のごとく、最適解、すなわち最適な施設容量の組合せは、通常、領域の中央部、すなわち境界から最も離れた部分に存在すると考えられる。よって、上記の方針で解析を行う限り、最適解近傍で第1次近似解の精度がやや悪くなるのはやむを得ない(補遺6参照)。

2. 理 論

(1) 確率模型

次のような仮定・記号を用いる。

a) 雨量時系列に関するもの

- ① 雨量時系列は複合ポアソン過程^{9a)}で表示されるものとする。降雨時間間隔を t 、一雨の総流量(以下一雨

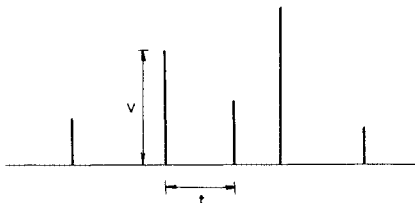


Fig.1 Compound Poisson process.

流量と書く)を v で表わす (Fig.1 参照)。

- ② 雨量強度がある閾値 y_B 以下の雨量は流出には参与しないとする。以後 y_B 以上の雨による流量を一雨流量 v とする。

- ③ t, v ともに指数分布に従う。尺度母数を β_t, β_v で表わす。

b) 流出負荷に関するもの

- ④ 一雨の総流出負荷量 w を次式で表わす(補遺2参照)。

$$w = w_{p0}(1 - e^{-k_c v}) \dots \dots \dots (1)$$

定数 w_{p0}, k_c は一定とする。

- ⑤ 一雨の途中までの流出負荷量は、その時点までの流出水量を累加したものを式(1)の v に代入して計算されるものとする。

c) 貯留施設に関するもの

- ⑥ 全量カット方式とする。すなわち、貯留施設が満水になるまでは全流出水をカットするものとする。貯留容量を z_0 とする。

- ⑦ 貯留施設が満水になった後は、流出水は貯留施設には流入せず、直接公共用水域に放流するような構造になっているものとする(ファースト・フラッシュを貯留するため)。

- ⑧ 貯留施設内では完全混合とする。

d) 処理施設に関するもの

- ⑨ 単位時間当たりの処理水量 d (処理容量) は一定とする。単位時間に処理施設を通過する汚濁負荷量のうち、処理されて公共用水域には出ないものの割合 k_e (以後除去率とよぶ) は一定とする。対策を講じない状態での平均放流負荷量 (= 平均流出負荷量) に対する、対策後の平均放流負荷量の減少量の割合を負荷減少率 ε とよぶことにする。

- ⑩ 貯留施設内の沈殿等による負荷減少量は、前記⑨の処理施設による除去量に含める。

以上について補足する。

複合ポアソン過程では、降雨時間間隔は指数分布に、任意の期間内の降雨回数はポアソン分布に従う。

一雨雨量の分布は平方根K分布あるいは平方根指数分布に従う^{6),10)}。一雨流量も同じと考えてよい。これらの分布を仮定すると以後の理論展開はかなり複雑となる。

よって残念ながら通例のごとく、一雨流量も指数分布に従うものとする。マクロに、あるいは、平均的にものをみるときは、この仮定は許容し得るものと考えられる。

非特定汚染源負荷量の式としては、種々の式形が提案されている^{1b), 9b), 12)}。負荷の種類ごとに定数のみならず式形も変わるようである。たとえば、路面流出負荷量については次のような式が用いられるようである¹¹⁾。

$$\frac{dw_p}{dt} = -k_c w_p q \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 w_p : 残存負荷量, k_c : 係数, q : 雨水流出強度。 k_c は流域に溜まった負荷の降雨流出による洗い出されやすさを示す。よって k_c を洗浄係数とよぶことにする。 k_c が一定のときは、

$$w_p = w_{p0} \cdot \exp\left(-k_c \int_0^t q dt\right)$$

ここに、 w_{p0} : 降雨初期残存負荷量。さらに w_{p0} が一定のときは、 w は w_{p0} と w_p の差、すなわち式 (1) で表わされる。中村によれば、たとえば k_c はその時点の流量、雨水流出強度等多くの要因に支配される。また、 w_{p0} は当然、先立つ無降雨期間長に依存する。ただ最終的には年平均値を問題とするので、これらの要因によるばらつき成分は平均化されるのではないかと期待される。

式 (1) より濃度を求める。

$$c = d w / d v = w_{p0} k_c e^{-k_c v} = c_0 e^{-k_c v} \dots \dots \dots (3)$$

ここに、 $c_0 = w_{p0} k_c$ は初期濃度。

平均一雨流量 \bar{v} , 平均降雨時間間隔 \bar{t}_R , 降雨周期当たりの平均流出負荷量 ${}^R\bar{w}$ は、

$$\bar{v} = \int_0^\infty v \beta_v e^{-\beta_v v} dv = 1/\beta_v \dots \dots \dots (4)$$

$$\bar{t}_R = \int_0^\infty t \beta_t e^{-\beta_t t} dt = 1/\beta_t \dots \dots \dots (5)$$

$${}^R\bar{w} = \int_0^\infty w_{p0} (1 - e^{-k_c v}) \beta_v e^{-\beta_v v} dv = \frac{w_{p0} k_c}{k_c + \beta_v} = c_0 \frac{1}{\beta_v + 1/K_c} \dots \dots \dots (6)$$

ここに、

$$K_c = k_c / \beta_v \dots \dots \dots (7)$$

流量や負荷量のうち、貯留施設に貯留されるもの、溢流するもの、処理されるもの、除去されるものをそれぞれ添字 s, e, t, r で表わす。それらの平均値は 'ー' で表わす。一雨を周期とするサイクルを降雨サイクル、貯留施設が満水になり次に満水になるまでの期間を1周期とするサイクルを満水サイクルとよび、区別を必要とする場合は、式 (6) の例に示すようにそれぞれ添字 R, F をつけて区別する。この区別は後述の領域 D での解析に必要な。

除去率 k_t が 1 であっても、負荷減少率 ϵ は 1 にはな

らない。これは、大きな降雨時には貯留施設が満水となつて、未処理水が溢流するからである。 $\epsilon = 1$ とするには巨大な施設を必要とする。本論文では ϵ と施設容量の関係式を理論的に導く。すなわち、 ϵ を貯留容量 z_0 と処理容量 d の関数として表わす。 d, z_0 ともに正である。

(2) 境界近傍の領域の数式表現

d, z_0 を変数とする平均負荷減少率 ϵ の関数について、境界条件があらかじめ完全にわかっているわけではない。逆に、各境界近傍の関数形を求めることがさしあたっての目標である。

まず境界近傍の領域を表わす条件を数式的に表現する。処理容量 d の大小は 2 つの基準で判断される。1 つは平均一雨流量 $\bar{v} (= 1/\beta_v)$ と平均降雨時間間隔 $\bar{t}_R (= 1/\beta_t)$ との関係、他は貯留容量 z_0 との大小関係である。たとえば、降雨周期当たりの平均処理水量は $\bar{t}_R d = d/\beta_t$ であるから、これが平均流入量より大きい場合、すなわち $d/\beta_t > \bar{v}$ ならば貯水位は平均的には減少し、基本的に空の状態を中心として推移する。 $d/\beta_t > z_0$ の場合も同様。不等号が逆の場合の貯水位は、満水状態を基本として推移する。これより境界近傍の領域の種類は Table 1 あるいは Fig. 2 のように整理される。表中の D, Z_0 は無次元処理容量、貯留容量であり次式で表わされる。

$$D = (\beta_v / \beta_t) d, Z_0 = \beta_v z_0 \dots \dots \dots (8)$$

(i) 領域 A (Infinitesimal Reservoir)

Table 1 Domains near boundaries.

	A	B	C	D
領域	$z_0 \ll \frac{1}{\beta_t} d$	$d \gg \frac{\beta_t}{\beta_v} (= \frac{\bar{v}}{\bar{t}_R})$ $z_0 \gg \frac{1}{\beta_v} (= \bar{v})$	$d \ll \beta_t z_0$ $d > \frac{\beta_t}{\beta_v}$	$d \ll \beta_t z_0$ $d < \frac{\beta_t}{\beta_v}$
無次元表示	$Z_0 \ll D$	$D \gg 1$ $Z_0 \gg 1$	$D < Z_0$ $D > 1$	$D < Z_0$ $D < 1$
物理的意味	Infinitesimal Reservoir 処理容量過大	処理容量、貯留容量ともに過大	貯留容量過大 処理容量やや過大	Infinite Reservoir 貯留容量過大

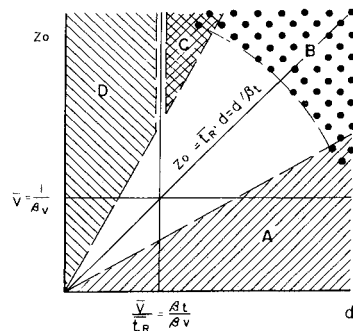


Fig. 2 Domains near boundaries.

貯留容量に対して処理容量が十分大きいので、次の降雨が来る前に貯留施設は必ず空になる。一雨流量 v が z_0 より小さいときは、 v はすべていったん貯留されるので、溢流量は 0 となる。よって総流出負荷が処理施設を通る。よって処理される水量 v_t は v に等しく、処理される負荷量 w_t は v によって流入した全負荷、

$$w = w_{p0}(1 - e^{-k_c v}) \dots\dots\dots (1)$$

に等しい。逆に、 v が z_0 より大きいときは、 v のうち最初の z_0 が貯えられ処理される。また、 $v_e = v - z_0$ が溢流量となる。ただし、この領域では処理容量が過大で、貯留施設がすぐ空になり処理施設が稼動しない状態が長くなる。

(ii) 領域 B

d, z_0 ともに十分大きいので全流出負荷量を処理できる。処理されて、なお公共用水域に流出する負荷の割合は 1 から除去率 k_t を差し引いたもの、すなわち $(1 - k_t)$ となる。

(iii) 領域 C

平均処理水量が平均流入量より大きいので平均的には貯留量は減少する。また貯留容量は十分大きいので満水となって溢流することはない。また流出量はすべていったん貯留されるので、全流出負荷が処理される。よって結果は領域 B と同じになる。貯留容量は過大、処理容量はやや過大な領域である。

(iv) 領域 D (Infinite Reservoir)

最もめんどろな解析を必要とする領域である。平均処理水量は平均流入量より小さいので貯留量は平均的には増大する。また平均処理水量 $\bar{t}_R d$ が z_0 より十分小さいので、貯留施設が空になることはない。貯留量はいずれ必ず満水となり、しかるのちまた減少満水を繰り返すが、何回の降雨ののち満水となるかが問題となる。降雨ごとに貯留される水量は、水処理によって生じる空容量のオーダー $\bar{t}_R d$ 程度である。常時貯留されている水量のオーダーは z_0 である。すなわち常時貯留されている水量は、降雨ごとに新たに貯留される水量に比べて十分大きいので、貯留水の濃度、すなわち処理されるべき水の濃度は常に一定である。貯留容量が処理容量に比べて過大な領域である。

以上の説明からわかるように、 (d, z_0) 平面上の直線 $z_0 = \bar{t}_R d$ は、両施設容量がおおむねバランスの取れた状態を意味する。また、降雨周期当たりの平均処理水量 $\bar{t}_R d$ が平均流入量 \bar{v} に等しいとき、すなわち、 $d = \beta_t / \beta_v$ のとき、 d はおおむね妥当な容量となろう。よって、最適解はこれらの条件を満たす点 $(d, z_0) = (\beta_t / \beta_v, 1 / \beta_v)$ の近傍にあることが予想される。この点は、領域 A~D から最も離れた点である。

(3) 解 析

a) 領域 A

前項の説明を数式により表現する。

$v \leq z_0$ のとき

$$v_t = v, w_t = w = w_{p0}(1 - e^{-k_c v}) \dots\dots\dots (9)$$

$v > z_0$ のとき

$$v_t = z_0, w_t = w_{p0}(1 - e^{-k_c z_0}) \dots\dots\dots (10)$$

よって降雨周期当たりの除去負荷量の期待値 \bar{w}_r は、

$$\begin{aligned} \bar{w}_r &= k_t \left[\int_0^{z_0} w_{p0}(1 - e^{-k_c v}) \beta_v e^{-\beta_v v} dv \right. \\ &\quad \left. + w_{p0}(1 - e^{-k_c z_0}) \int_{z_0}^{\infty} \beta_v e^{-\beta_v v} dv \right] \\ &= w_{p0} k_t \frac{k_c}{k_c + \beta_v} [1 - e^{-(k_c + \beta_v) z_0}] \\ &= k_t c_0 \frac{1}{\beta_v} \frac{1}{1 + K_c} [1 - e^{-(1 + K_c) z_0}] = k_t \bar{w} [1 - e^{-(1 + K_c) z_0}] \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

負荷減少率 ϵ は、 \bar{w}_r / \bar{w} となるが、これは無次元除去負荷量 \bar{W}_r でもある。

$$\begin{aligned} \epsilon &= \bar{w}_r / \bar{w} = \bar{W}_r = k_t [1 - e^{-(k_c + \beta_v) z_0}] \\ &= k_t [1 - e^{-(1 + K_c) z_0}] \dots\dots\dots (12) \end{aligned}$$

b) 領域 B, C

降雨周期当たりの平均除去量 \bar{w}_r は、その間の総流出負荷量の期待値 \bar{w} (式 (6) 参照) に除去率 k_t を乗じたものに一致する。またこれは式 (11) で z_0 を無限大としたものと一致する。よって、

$$\epsilon = \bar{w}_r / \bar{w} = k_t \dots\dots\dots (13)$$

c) 領域 D

まず貯留水の濃度 c_0 を求める。これは満水周期当たりの平均貯留負荷量 \bar{w} を平均貯留水量 \bar{v} で割ることにより求められ、この領域では一定となる。 \bar{v} は平均満水周期 \bar{t}_F 、すなわち満水状態から次の満水状態にいたる期間 t_F の期待値に、処理容量 d を乗じたものとして求められる。すなわち、 t_F の間に処理される水量 $t_F d$ を満たして余りあるだけの水量が流出 (貯留施設に流入) したときに再び満水となる。 \bar{w}_s は満水周期当たりの平均流出負荷量 \bar{w} から、平均溢流負荷量 \bar{w}_e を差し引いたものとして求められる。また \bar{w} は、降雨周期当たりの平均流出負荷量 \bar{w} (式 (6) 参照) に、平均満水周期 \bar{t}_F 、平均降雨周期 $\bar{t}_R (= 1 / \beta_t)$ の比を乗じることにより求められる。これらの関係を Fig. 3 に示す。結局最初に求めなければならないのは、 \bar{t}_F, \bar{w}_e の 2 個の平均量である。

\bar{t}_F を求める。Fig. 4 に示すように、1 回目の流出で満水になる場合、1 回目では満水にならないが、2 回目の流出で満水になる場合のように場合わけをし、それぞれの場合の生起する確率を重みとして期待値を取るにより \bar{t}_F を求める。

Fig. 4 に示すように 1 回目の流出量を v_1 、満水状態か

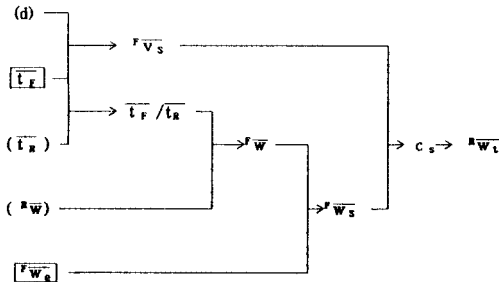


Fig. 3 Procedure to derive the expression of removal rate for infinite reservoirs.
 () ; Given □ ; Original unknowns.

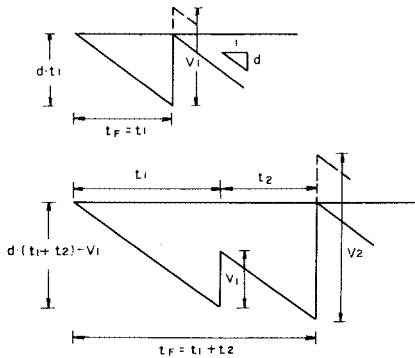


Fig. 4 Cycles of reservoir storage.

ら 1 回目の流出が起する間の時間間隔を t_1 とする。同様に添字で何回目の流出に対応する量を指定する。

① 1 回目の流出で満水になる場合

この場合の生起する条件は、

$$v_1 \geq dt_1 \dots\dots\dots (14)$$

このとき

$$t_F = t_1 \dots\dots\dots (15)$$

よってこのときの \bar{t}_F は、 t_1 に (t_1, v_1) の結合確率密度関数を乗じて、式 (14) で示される範囲について積分すればよい。

② 2 回目の流出で満水になる場合

この場合の生起する条件の集合 S と、このときの満水周期 \bar{t}_F は、

$$S \{v_1 < dt_1, v_1 + v_2 \geq d(t_1 + t_2)\} \\ = S \{v_1 < dt_1, v_2 \geq d(t_1 + t_2) - v_1\} \dots\dots\dots (16)$$

$$t_F = t_1 + t_2 \dots\dots\dots (17)$$

以下同様。

よって平均満水周期 \bar{t}_F は (補遺 3 参照)、

$$\bar{t}_F = \int_0^\infty \int_{dt_1}^\infty t_1 \beta_t e^{-\beta t_1} \beta_v e^{-\beta v_1} d v_1 d t_1 \\ + \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_0^\infty \int_{d(t_1+t_2)-v_1}^\infty (t_1+t_2) \beta_t e^{-\beta t_1} \beta_v e^{-\beta v_1} \\ \cdot \beta_t e^{-\beta t_2} \beta_v e^{-\beta v_2} d v_2 d t_2 d v_1 d t_1$$

$$+ \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_0^\infty \int_0^{d(t_1+t_2)-v_1} \int_0^\infty \int_{d(t_1+t_2+t_3)-(v_1+v_2)}^\infty \\ \cdot (t_1+t_2+t_3) \beta_t e^{-\beta t_1} \beta_v e^{-\beta v_1} \dots \beta_t e^{-\beta t_3} \beta_v e^{-\beta v_3} \\ \cdot d v_3 d t_3 d v_2 d t_2 d v_1 d t_1 + \dots = \frac{1}{\beta_t} \frac{1}{1-D} \dots (18)$$

満水周期当たりの平均貯留水量 \bar{v}_s 、流出負荷量 \bar{w} は、

$$\bar{v}_s = \bar{t}_F d = \frac{1}{\beta_t} \frac{1}{1-D} d = \frac{1}{\beta_v} \frac{D}{1-D} \dots\dots\dots (19)$$

$$\bar{w} = \bar{w} \frac{\bar{t}_F}{t_R} = c_0 \frac{1}{\beta_v} \frac{1}{1+K_c} \cdot \frac{1}{\beta_t} \frac{1}{1-D} \cdot \beta_t \\ = c_0 \frac{1}{\beta_v} \frac{1}{1+K_c} \frac{1}{1-D} \dots\dots\dots (20)$$

満水周期当たり平均溢流負荷量を求める。

① 1 回目の流出で満水になる場合

1 回目の流出が生起する時点の貯水池の空容量は dt_1 である。満水になるから $v_1 > dt_1$ である。 v_1 のうちはじめの dt_1 の水量が貯留され、残りの $(v_1 - dt_1)$ が溢流する。

全流出負荷 w は、式 (1) で表わされる。このうちはじめの dt_1 の流出量で流出する負荷量は、

$$w_s = w_{p0}(1 - e^{-K_c dt_1}) \dots\dots\dots (21)$$

よって溢流負荷量は、

$$w_{e1} = w_{p0}(1 - e^{-K_c v_1}) - w_{p0}(1 - e^{-K_c dt_1}) \\ = w_{p0}(e^{-K_c dt_1} - e^{-K_c v_1}) \dots\dots\dots (22)$$

② 2 回目、3 回目の流出で満水になる場合

同様に考えて、

$$w_{e2} = w_{p0}(1 - e^{-K_c v_2}) - w_{p0}[1 - e^{-K_c(d t_1 + t_2 - v_1)}] \\ = w_{p0}[e^{-K_c(d t_1 + t_2 - v_1)} - e^{-K_c v_2}] \dots\dots\dots (23)$$

$$w_{e3} = w_{p0}[e^{-K_c(d t_1 + t_2 + t_3 - (v_1 + v_2))} - e^{-K_c v_3}] \dots\dots\dots (24)$$

以下同様。ここに添字の数字は、何回目の流出で満水になるかを示す。

以上より w_e の期待値 \bar{w}_e を求めると (補遺 4 参照)、

$$\bar{w}_e = c_0 \frac{1}{\beta_v} \frac{1}{1+K_c} \frac{1}{1+K_c D} \dots\dots\dots (25)$$

満水周期平均貯留負荷量 \bar{w}_s は、

$$\bar{w}_s = \bar{w} - \bar{w}_e = c_0 \frac{1}{\beta_v} \frac{D}{(1-D)(1+K_c D)} \dots\dots\dots (26)$$

よって濃度 c_s は、

$$c_s = \bar{w}_s / \bar{v}_s = c_0 \frac{1}{1+K_c D} \dots\dots\dots (27)$$

よって降雨周期平均除去負荷量 \bar{w}_r は、

$$\bar{w}_r = k_t c_s \bar{t}_R d = k_t c_0 \frac{1}{\beta_v} \frac{D}{1+K_c D} \dots\dots\dots (28)$$

よって負荷減少率 ϵ は、

$$\epsilon = \bar{w}_r / \bar{w} = k_t \frac{(1+K_c) D}{1+K_c D} \dots\dots\dots (29)$$

d) ま と め

以上まとめると、

$$\epsilon = \begin{cases} k_t [1 - e^{-(1+K_c)Z_0}] & (\text{領域 A}) \\ k_t & (\text{領域 B, C}) \dots\dots\dots (30) \\ k_t \frac{(1+K_c)D}{1+K_c D} & (\text{領域 D}) \end{cases}$$

領域D上では $0 \leq D < 1$ である。無次元処理容量 D が 0 のとき、 ϵ は当然 0 となる。 $D=1$ のときは $\epsilon = k_t$ となり、領域C上の解 k_t に接続する。

領域A上では、無次元貯留容量 Z_0 が 0 のとき $\epsilon=0$ 。 Z_0 が無限大のときは領域B上の解に接続して $\epsilon = k_t$ 。

以上よりすべての境界近傍の領域で負荷減少率 ϵ が求まった。当然それぞれの境界近傍の領域に対する ϵ の式は領域の接する所で接続する。

e) 1つの近似式

各境界値と、境界上の一次の微係数が、式 (30) のそれに一致するような式を考える。

$$\epsilon' = k_t(1+K_c)C(1 - e^{-Z_0/C}) \dots\dots\dots (31)$$

ここに、

$$C = \begin{cases} D/(1+K_c D) & (D \leq 1 \text{ のとき}) \\ 1/(1+K_c) & (D > 1 \text{ のとき}) \end{cases}$$

式 (31) は、 D, Z_0 軸上で一次の微係数までが、式 (30) のそれに一致し、 D あるいは Z_0 が大きいときは完全に式 (30) に一致することは容易に証明される。よって式 (31) は全領域にわたって負荷減少率 ϵ の式の、1つの近似式になっていることが期待される。

3. モンテ・カルロ・シミュレーション

流出量と流出時間間隔を、標準指数乱数 ($\beta_t = \beta_v = 1$) として発生させる。これを貯留施設に流入させ、貯留施設が満水になれば残量は溢流させる。流出直後より単位時間当たり D の割合で貯留水を処理する。以上を電子計算機上でシミュレートする。全除去量を流出負荷量で割って ϵ を求める。施設容量 (D, Z_0) の多くの組合せに対して同様の計算を繰り返し、(D, Z_0) と ϵ の関係を求める。これと式 (31) とを比較する。 $k_t=1, K_c=1$ に対する計算結果を Fig. 5, Fig. 6 に示す。

次のようなことがわかる。

- ① 各境界近傍の領域では、式(31)とシミュレーション値はよく一致する。境界近傍の領域では、式(30)と(31)は一致するのでシミュレーション値は式(30)ともよく一致していることとなる。
- ② すべての領域にわたって、シミュレーション値は式(31)と似た形状となる。ただし、 $Z_0=D=1$ の付近では誤差は大きくなり、図の例では最大約 15% の誤差が生ずる。ただし K_c が小さい場合には誤差が大きくなり、 $K_c=0$ では絶対誤差が最大 20%

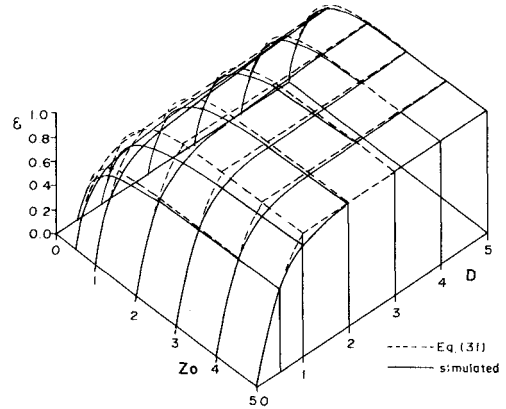


Fig. 5 Comparison between eq. (31) and exact solutions (simulated). $k_t=1, K_c=1$.

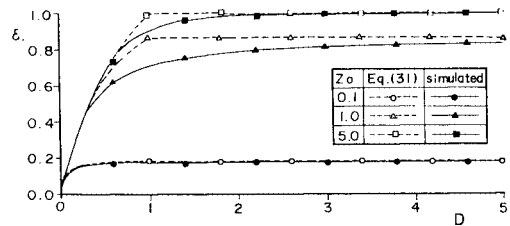


Fig. 6(a) Cross sections of Fig. 5.

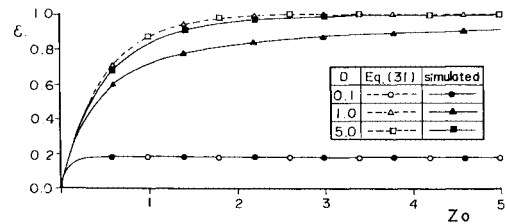


Fig. 6(b) Cross sections of Fig. 5.

に達する場合がある。 K_c が大きいときは誤差は小さい (図は省略)。

以上より式 (30) の理論解が正しく成り立っていることがわかる。式 (31) も第 1 次近似解としては予想された程度の精度をもつことがわかる。ただし次のような問題点がある。

$Z_0=D$ は貯留容量と処理容量がおおむねバランスしている状態を、 $D=1$ は処理容量と平均流出量がバランスしている状態を意味する。よって最適な施設規模は $Z_0=D=1$ の近傍に存在するものと予想される。ただしこの付近は領域の中央部に相当し、各境界から最も離れた所である。よってすでに述べたようにこの付近で近似解の精度が最も低くなる (補遺 6 参照)。

シミュレーション値と式 (31) を比較し、誤差を (D, Z_0) の適当な関数で表示して高い精度をもつ近似式を作

ることは容易である。ただし、現時点でそのような努力をする意味はない。現実の貯留一処理系に現在までに得られた成果を適用し、理論に必要な改良・拡張を加えることが先決である。この後再度精度を検討し、必要なら一部経験式を持ち込むことを考えればよい。

4. おわりに

貯留施設をもつ水処理系による非特定汚染源負荷の処理効率の問題が、理論的なアプローチにより取り扱い得ることが明らかになった。得られた結果である式 (30)、(31) はきわめて簡便な式形で表わされている。

理論の実用化のためには、本論文で示した結果を現実のシステムに適用し、理論に改良・拡張を加える必要があるものと考えられる。その場合でも本論文で示した理論解析の道筋はおおいに参考になろう。少なくとも、これまでのごとく、シミュレーションのみに頼って施設規模と処理効率の関係を調べるのではなく、理論的なアプローチが十分可能であることを示したことの意義は大きいものと考えている。またシミュレーション結果を整理・解釈する際においては、多少粗い近似を含む理論であっても、データの整理・経験式の作成の指針として十分役立つものである。

β_v, β_t が平均一雨流出量および平均降雨時間間隔から与えられるとき、式 (31) で未知定数は k_i, k_c の 2 個のみとなる。 k_i は貯留施設の構造・処理方法と負荷の種類に、 k_c は流域特性と負荷の種類に依存するものと考えられる。また β_0 は、一雨平均雨量と流出特性（流出率等）によって決まる。負荷減少量を問題とするときは、さらに c_0 に関する知識を必要とする。よって種々の条件に対して、式中のパラメーターの概略値を与えることができれば、式 (31) は実用的見地からも非常に有効な公式となる。いわば各パラメーターが、現実の各物理システムと、効果の総合評価の式 (31) とのインターフェイスとなっている。

著者らは水処理の問題については、門外漢である。専門家の方々のご意見・ご批判を期待している。それに基づいて本論文で示した理論に、必要な改良を加えていきたいと考えている。

補遺 1

平均量のみを問題にするからといって確率論的取り扱いが不要であるというわけではない。たとえば完全に決定論的な場合を考えてみよう。降雨時間間隔も一雨流量も常に一定であれば、貯留容量は一雨流量に等しく、処理容量はそれを降雨時間間隔で割ったものに等しく取ればよい。これにより、流量は一雨残らず処理されるし、無駄な容量も全く生じない。実際にそう簡単にいかない

のは、処理効率はむしろ降雨の確率的特性により決まるからにほかならない。建設省のマニュアルでも、計画時に降雨の確率的特性を考慮して効果を評価することの重要性を指摘している¹⁾。

補遺 2

流域からの流出量は、貯留施設への流入量である。また貯留施設からの溢流量・放流量は、水域への流入量である。誤解を避けるために、本論文では「流出量」および「流出負荷量」は、流域から流出し、貯留施設へ流入する量を示すものとする。

補遺 3

式 (18) は以下のようにして導かれる。

$$\begin{aligned} \bar{t}_F = & \int_0^\infty \int_{dt_1}^\infty t_1 \beta_t \beta_v e^{-\beta_t t_1} e^{-\beta_v v_1} dv_1 dt_1 \\ & + \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_0^{dt_1 - t_2} \int_0^{dt_1 - t_2 - v_1} (t_1 + t_2) \beta_t^2 \beta_v^2 \\ & \cdot e^{-\beta_t(t_1 + t_2)} e^{-\beta_v(v_1 + v_2)} dv_2 dt_2 dv_1 dt_1 \\ & + \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_0^{dt_1 - t_2} \int_0^{dt_1 - t_2 - v_1} \int_0^{dt_1 - t_2 - v_1 - v_2} \\ & \cdot (t_1 + t_2 + t_3) \beta_t^3 \beta_v^3 e^{-\beta_t(t_1 + t_2 + t_3)} e^{-\beta_v(v_1 + v_2 + v_3)} \\ & \cdot dv_3 dt_3 dv_2 dt_2 dv_1 dt_1 + \dots \dots \dots (32) \end{aligned}$$

以下の変数変換を行う。

$$\left. \begin{aligned} t'_2 &= t_1 + t_2 \\ v'_2 &= v_1 + v_2 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (33)$$

$$\left. \begin{aligned} t'_3 &= t_1 + t_2 + t_3 \\ v'_3 &= v_1 + v_2 + v_3 \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (34)$$

$$\begin{aligned} \bar{t}_F = & \int_0^\infty \int_{dt_1}^\infty t_1 \beta_t \beta_v e^{-\beta_t t_1} e^{-\beta_v v_1} dv_1 dt_1 + \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_{dt_1}^\infty \int_{dt_1}^\infty \\ & \cdot t'_2 \beta_t^2 \beta_v^2 e^{-\beta_t t'_2} e^{-\beta_v v'_2} dv'_2 dt'_2 dv_1 dt_1 \\ & + \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_{dt_1}^\infty \int_{dt_1}^\infty \int_{dt_1}^\infty t'_3 \beta_t^3 \beta_v^3 \\ & \cdot e^{-\beta_t t'_3} e^{-\beta_v v'_3} dv'_3 dt'_3 dv'_2 dt'_2 dv_1 dt_1 \\ & + \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_{dt_1}^\infty \int_{dt_1}^\infty \int_{dt_1}^\infty \int_{dt_1}^\infty \\ & \cdot t'_4 \beta_t^4 \beta_v^4 e^{-\beta_t t'_4} e^{-\beta_v v'_4} dv'_4 dt'_4 \dots \dots \dots dv_1 dt_1 + \dots \dots \\ = & \frac{\beta_t}{(\beta_t + d\beta_v)^2} + 3 \frac{\beta_t^2 \beta_v d}{(\beta_t + d\beta_v)^4} + 10 \frac{\beta_t^3 \beta_v^2 d^2}{(\beta_t + d\beta_v)^6} \\ & + 35 \frac{\beta_t^4 \beta_v^3 d^3}{(\beta_t + d\beta_v)^8} + \dots \dots = \frac{1}{\beta_t} \left\{ \frac{1}{(1+D)^2} \right. \\ & + 3 \frac{D}{(1+D)^4} + 10 \frac{D^2}{(1+D)^6} + 35 \frac{D^3}{(1+D)^8} \\ & \left. + \dots \dots + {}_{2n-1}C_{n-1} \frac{D^{n-1}}{(1+D)^{2n}} + \dots \dots \right\} \\ = & \frac{1}{\beta_t} \frac{(1+D)^{2n+1} (1+D^2 + D^4 + \dots) + O(D^n)}{(1+D)^{2n}} \\ = & \frac{1}{\beta_t} (1+D) \frac{1}{1-D^2} = \frac{1}{\beta_t} \frac{1}{1-D} \dots \dots \dots (35) \end{aligned}$$

補遺 4

式 (25) を導く。

$$\begin{aligned}
{}^F\bar{w}_e &= \int_0^\infty \int_{dt_1}^\infty w_{e1} \beta_t e^{-\beta t t_1} \beta_v e^{-\beta v t_1} dv_1 dt_1 \\
&+ \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_0^\infty \int_{dt_1+t_2-v_1}^\infty w_{e2} \beta_t e^{-\beta t t_1} \beta_v e^{-\beta v t_1} \\
&\cdot \beta_t e^{-\beta t t_2} \beta_v e^{-\beta v t_2} dv_2 dt_2 dv_1 dt_1 \\
&+ \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_0^\infty \int_0^{dt_1+t_2-v_1} \int_0^\infty \int_{dt_1+t_2+t_3-(v_1+v_2)}^\infty \\
&\cdot w_{e3} \beta_t e^{-\beta t t_1} \beta_v e^{-\beta v t_1} \dots \beta_t e^{-\beta t t_3} \beta_v e^{-\beta v t_3} \\
&\cdot dv_3 \dots dt_1 + \dots \\
&= \int_0^\infty \int_{dt_1}^\infty w_{p0} (e^{-k_c dt_1} - e^{-k_c v_1}) \beta_t \beta_v e^{-\beta t t_1} e^{-\beta v t_1} dv_1 dt_1 \\
&+ \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_0^\infty \int_{dt_1+t_2-v_1}^\infty w_{p0} [e^{-k_c(d t_1+t_2-v_1)} - e^{-k_c v_2}] \\
&\cdot \beta_t^2 \beta_v e^{-\beta t(t_1+t_2)} e^{-\beta v(v_1+v_2)} dv_2 dt_2 dv_1 dt_1 \\
&+ \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_0^\infty \int_0^{dt_1+t_2-v_1} \int_0^\infty \int_{dt_1+t_2+t_3-(v_1+v_2)}^\infty \\
&\cdot w_{p0} [e^{-k_c(d t_1+t_2+t_3)-(v_1+v_2)} - e^{-k_c v_3}] \\
&\cdot \beta_t^3 \beta_v e^{-\beta t(t_1+t_2+t_3)} e^{-\beta v(v_1+v_2+v_3)} dv_3 \dots dt_1 + \dots \\
&\dots \dots \dots (36)
\end{aligned}$$

以下、式 (33), (34) の変数変換を行う。

$$\begin{aligned}
{}^F\bar{w}_e &= \int_0^\infty \int_{dt_1}^\infty w_{p0} (e^{-k_c dt_1} - e^{-k_c v_1}) \beta_t \beta_v e^{-\beta t t_1} e^{-\beta v t_1} dv_1 dt_1 \\
&+ \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_{t_1}^\infty \int_{dt_1}^\infty w_{p0} [e^{-k_c(dt_2'-v_1)} - e^{-k_c(v_2'-v_1)}] \\
&\cdot \beta_t^2 \beta_v e^{-\beta t t_1'} e^{-\beta v v_1'} dv_2' dt_2' dv_1 dt_1 \\
&+ \int_0^\infty \int_0^{dt_1} \int_{t_1}^\infty \int_{v_1}^\infty \int_{t_2'}^\infty \int_{dt_1}^\infty w_{p0} [e^{-k_c(dt_2'-v_2')} - e^{-k_c(v_2'-v_2')}] \\
&\cdot \beta_t^3 \beta_v e^{-\beta t t_1'} e^{-\beta v v_1'} dv_3' \dots dt_1 + \dots \\
&= c_0 \frac{1}{\beta_v} \frac{1}{1+K_c} \left\{ \frac{1}{B} + \frac{D}{AB^2} + \left(\frac{D}{A^3 K_c B} - \frac{D}{AK_c B^3} \right) \right. \\
&+ \left(2 \frac{D^2}{A^5 K_c B} - \frac{D}{A^3 K_c^2 B^2} + \frac{D}{AK_c^2 B^4} \right) \\
&+ \left(5 \frac{D^3}{A^7 K_c B} - 2 \frac{D^2}{A^5 K_c^2 B^2} + \frac{D}{A^3 K_c^3 B^3} - \frac{D}{AK_c^3 B^5} \right) \\
&+ \left(14 \frac{D^4}{A^9 K_c B} - 5 \frac{D^3}{A^7 K_c^2 B^2} + 2 \frac{D^2}{A^5 K_c^3 B^3} \right. \\
&\left. - \frac{D}{A^3 K_c^4 B^4} + \frac{D}{AK_c^4 B^6} \right) + \dots \dots \dots (37)
\end{aligned}$$

ここに、

$$A=(1+D), B=1+(1+K_c)D \dots \dots \dots (38)$$

分子の D の次数に従って各項を整理する。

$$\begin{aligned}
{}^F\bar{w}_e &= c_0 \frac{1}{\beta_v} \frac{1}{1+K_c} \left\{ \frac{1}{B} + \left(\frac{1}{AB^2} - \frac{1}{AK_c B^3} \right) \right. \\
&+ \left. \frac{1}{AK_c^2 B^4} - \frac{1}{AK_c^2 B^5} + \frac{1}{AK_c^2 B^6} \dots \dots \right\} D \\
&+ \left(\frac{1}{A^3 K_c B} - \frac{1}{A^3 K_c^2 B^2} + \frac{1}{A^3 K_c^3 B^3} \dots \dots \right) D
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&+ \left(\frac{1}{A^5 K_c B} - \frac{1}{A^5 K_c^2 B^2} + \frac{1}{A^5 K_c^3 B^3} \dots \dots \right) 2 D^2 \\
&+ \left(\frac{1}{A^7 K_c B} - \frac{1}{A^7 K_c^2 B^2} \dots \dots \right) 5 D^3 \\
&+ \left(\frac{1}{A^9 K_c B} \dots \dots \right) 14 D^4 + \dots \dots \left. \right\} \\
&= c_0 \frac{1}{\beta_v} \frac{1}{1+K_c} \left\{ \frac{1}{B} + \frac{1}{AB^2} - \frac{1}{1+\frac{1}{K_c B}} D \right. \\
&+ \frac{1}{A^3 K_c B} \frac{1}{1+\frac{1}{K_c B}} D + \frac{1}{A^5 K_c B} \frac{1}{1+\frac{1}{K_c B}} 2 D^2 \\
&+ \frac{1}{A^7 K_c B} \frac{1}{1+\frac{1}{K_c B}} 5 D^3 + \dots \dots \left. \right\} \\
&= c_0 \frac{1}{\beta_v} \frac{1}{1+K_c} \left[\frac{1}{1+(1+K_c)D} \right. \\
&+ \frac{K_c D}{(1+D)(1+K_c)(1+K_c D)\{1+(1+K_c)D\}} \\
&+ \frac{D}{(1+D)(1+K_c)(1+K_c D)} \left\{ \frac{1}{(1+D)^2} + 2 \frac{D}{(1+D)^4} \right. \\
&+ 5 \frac{D^2}{(1+D)^6} + 14 \frac{D^3}{(1+D)^8} + \dots \dots \\
&\left. \left. + ({}_{2n}C_n - {}_{2n}C_{n-1}) \frac{D^{n-1}}{(1+D)^{2n}} + \dots \dots \right\} \right] \dots \dots (39)
\end{aligned}$$

{ } の中の項について整理する。たとえば上記の第 4 項までの和を取ると、分子の第 4 項 (D⁰~D³ までの項) までの係数は分母の第 4 項までの係数と一致する。領域 D では D<1 であるから、D の高次の項は無視できる。よって n が十分大きいとき { } の中の級数は 1 になる。このとき式 (39) は非常に簡単な形にまとめられて、式 (25) となる。

補遺 5

Loganathan らの論文⁵⁾に要約されているように、すでに何人かの研究者が本論文で取り扱った問題の陽解を得ることを試みている。本論文の最初の投稿原稿ではこれらの研究については一切触れていなかったが、紹介することを強調した査読意見もあるので、最新の Loganathan らの論文を例にして、既往の研究の問題点を明らかにしておく。種々問題はあがるが基本的なものは次の 2 点であると考える。

- ① 領域 D に関する陽解が得られていない。というより、このような領域わけの重要性が認識されていなかった。
 - ② 負荷量収支を直接解析対象とした研究はない。
- 第 1 点について述べる。Loganathan らの結果の例を Fig. 7 に示す。詳しい説明は省略するが、陽解として得られているものは図中点線あるいは一点鎖線で示されている upper bound, lower bound の式である。後者は著

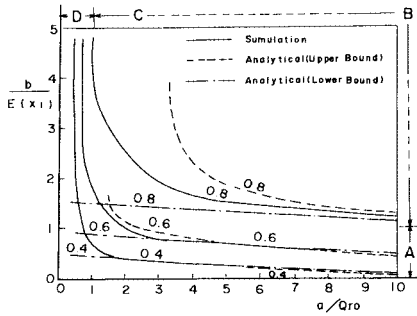


Fig. 7 Solutions by Loganathan et al.

者らの領域 A に対する解に対応する。よって領域 A (Fig. 2 参照) に対応する下右方の領域では一応の精度を保っているが、領域 D では全くシミュレーション値(実線)とあっていない。特に重要な $D=Z_0=1$ 付近も同様。

第 2 点について述べる。これまでの論文はいずれも水量の収支に関する確率模型を扱っていた。たとえば貯留施設による水の補償率を求めておき、これに平均的な濃度を乗することで負荷量に換算するような方式である。これでは貯留施設併用の目的の 1 つである、ファースト・フラッシュの補償による効率の向上などの効果を評価し得ない。

マート・ポイント・プロセスでは表現し得ない、降雨中の水処理の効果を評価するために、降雨継続時間を確率模型に導入したことが改善点の 1 つであるという主張もあろう。これまでの研究ではいずれも、降雨継続時間と一雨流量の独立性を仮定しているが、この両者の相関係数は 0.5~0.8 とかなり高く⁹⁾、このような仮定にも無理がある。特別な地域を除いて、通常降雨時間が全時間に占める割合は小さいので、当面はポイント・プロセス模型でできるかぎり高精度の解を得よう努力することが先決であると考えられる(補遺 6 参照)。

補遺 6

本論文提出後、約 1 年が経過したので、これらの問題点も実用上はほぼ解決された^{13),14)}。

参考文献

- 1) たとえば、建設省都市局下水道部監修：合流式下水道越流水対策と暫定指針—1982 年版—, a) 第 3 章 改善策, pp. 77~234, b) 第 2 章 雨天時合流式下水の特性, pp. 7~75, c) pp. 143, (社) 日本下水道協会, 1982.
- 2) 武田篤夫・中村芳之：合流式下水道における汚濁負荷量の算定方法, 下水道協会誌, Vol. 21, No. 244, pp. 37~53, 1984, 同その II, Vol. 21, No. 246, pp. 117~126, 1984.
- 3) 武田篤夫：雨水滞水池による汚濁負荷削減効果の算定方法, 下水道協会誌, Vol. 22, No. 253, pp. 51~60, 1985.
- 4) Howard, C. D. D. : Theory of storage and treatment-plant overflows, Journal of the Environmental Engineering Div., Proc., ASCE, Vol. 102, No. EE4, pp. 709~722, 1976.
- 5) Loganathan, V. G., Delleur, J. W. and Segarra, R. I. : Planning detention storage for stormwater management, Journal of Water Resources Planning and Management Div., Proc., ASCE, Vol. 111, No. WRP4, pp. 382~398, 1985.
- 6) 江藤剛治・室田 明：一雨降雨の 1 確率模型, 土木学会論文集, No. 345/II-1, pp. 101~109, 1984.
- 7) 室田 明・江藤剛治・中右祐啓：標準等危険度線による都市河川の治水安全度評価, 土木学会論文集, No. 369/II-5, pp. 155~164, 1986.
- 8) Moran, P. A. P. : The theory of storage, Munthen and Co. Ltd., London, England, 1959.
- 9) 土木学会：水理公式集, 昭和 60 年版, a) p. 137, b) p. 151, 1985.
- 10) 江藤剛治・室田 明・米谷恒春・木下武雄：大雨の頻度, 土木学会論文集, No. 369/II-5, pp. 165~174, 1986.
- 11) 中村栄一：雨水による路面堆積物の除去速度, 土木技術資料, Vol. 26, No. 8, pp. 45~50, 1984.
- 12) 和田安彦：たとえば、負荷流出パターンを考慮した雨天時流出負荷の研究, 第 17 回衛生工学研究討論会講演論文集, 土木学会, pp. 17~24, 1981.
- 13) 江藤剛治・栗田秀明：流入量と処理水量が等しい場合の雨水滞水池の効果についての近似理論, 土木学会論文集投稿中.
- 14) 栗田秀明・金川正晴・田村 譲：雨水滞水池の効果に関する理論の実用化, 衛生工学研究論文集, 第 23 巻, 1987. (1985. 11. 7・受付)