

水平加振を受ける囲堤内の二次元係留浮体の運動

TWO-DIMENSIONAL MOTIONS OF A FLOATING BODY MOORED IN A VIBRATED, RESTRICTED REGION

永田修一*・新井信一**・巻幡敏秋***

By Syuuichi NAGATA, Shinichi ARAI and Toshiaki MAKIHATA

Two methods of analysis for two-dimensional motions of a floating body moored in a vibrated, restricted region are developed assuming the irrotational fluid motion and the small amplitude motions of waves and a floating body. One method is the boundary element method. The other is the method based on variational principle derived from the Hamilton-Kelvin principle. In the latter, we can obtain the explicit solution by assuming that the water surface moves up and down in keeping a horizontal plane.

As a result of calculation for rectangular cylinders, it is found that (1) the calculated values by two method are in good agreement at low frequency range (2) four types of resonant oscillation exist in the motions of the floating body.

Keywords: floating body, boundary element, variational principle

1. 序 論

洋上備蓄基地あるいは洋上発電所などのように堤防で囲った制限水域内（以下、囲堤内と称する）に備蓄タンクあるいはプラント台船を浮かべる方法がある。この浮体には、風、浸透波および地震による外力が作用するが、それらに対する運動応答特性を把握することは、この工法の実現化を図るために重要なことである。

囲堤内で流体と浮体の運動が起こると、後述するようにその様態は複雑である。本論文では、囲堤が水平方向に加振されたときの流体および浮体の挙動を対象とする。浮体は二次元矩形断面浮体で、囲堤内に線形のばねで係留されているものとする。

一般に、地震動に対する構造物の応答は、時間領域と周波数領域で表現されるが、フーリエ変換または逆変換を用いることにより、お互いの領域に変換可能である。このことは、流体と浮体の連成問題に対しても全く同様と考えられる。

本論文では、囲堤内の流体と浮体の応答についての基

本的な特徴をつかむことを目的とするため、囲堤は水平方向に周期的な加振を受けるものと考え、周波数領域での計算を行う。用いた計算手法は境界要素法と変分法であるが、いずれも流体運動の速度ポテンシャルの存在と微小振幅運動を仮定している。両者の解を比較することによって解の検証を行うとともに、浮体運動の同調周期などについて議論する。

境界要素法を浮体運動の解析に使用した例としては、Yeung¹⁾、Harter ほか²⁾、井島ほか^{3)~6)}、清川ほか⁷⁾などがあるが、これらは積分方程式の核関数に Green 関数を用いるものと、単純特異点を用いるものに分類できる。ここでは、単純特異点を用いる手法を本問題に適用する。

一方、変分問題として、有限要素法を用いて解いた例としては、Bai⁸⁾、高品ほか⁹⁾、瀬戸ほか^{10)~12)}、滝川ほか¹³⁾などがある。これらの計算は、Luke¹⁴⁾、別所¹⁵⁾、Bai⁸⁾などの変分原理に基づくものである。本論文で用いる変分法とは、一色^{16)、17)}によって提案された Hamilton-Kelvin の原理に従う変分問題として解く方法である。この原理は、定常流体運動の Kelvin の原理を自由表面のある場合へ拡張したものである。一色ほか^{18)、19)}は、これを半開状態のドック内の係留浮体運動計算に使用した。ただし、それは浮体水平運動のみを許したものであるため、ここでは浮体の鉛直および回転方向の運動も含

* 正会員 工博 日立造船技術研究所(株)
(〒554 大阪市此花区桜島 1-3-22)

** 正会員 工博 日立造船技術研究所(株) (同上)

*** 正会員 工博 日立造船技術研究所(株) (同上)

めて解析できるように拡張し、本問題に適用する。

なお、境界要素法、変分法ともに、本問題への適用例はないと思われるため、解析手法についても詳細に説明する。

2. 境界要素法による解法

この方法は、任意断面形状の浮体および囲堤に適用できる。

(1) 流体運動

図-1に示すように、囲堤内に没水面BCB'をもつ浮体が点D, D'において弾性索により係留されているとする。囲堤壁が水平方向に f_H (変位)の加振を受けるとき浮体は左右揺(Sway), 上下揺(Heave), 横揺(Roll)の運動を行う。流体は非粘性、非圧縮性の完全流体で、重力の場で静止状態から始まる二次元運動を行うとすると、この運動は速度ポテンシャルをもつ。図-1のように、座標系を囲堤に固定し、静水面に原点0, 水平と鉛直に x, z 軸, 時間を t で表わすと速度ポテンシャル $\Phi(x, z, t)$ はラプラスの式(1)を満たす。流体の密度を ρ , 重力加速度を g , 流体の水平と鉛直流速および圧力をそれぞれ u, w, p とするととき、これらは次のようになる。

$$\nabla^2 \Phi = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$u = \Phi_x, w = \Phi_z, p/\rho = -\Phi_t - x\dot{f}_H - gz \dots\dots\dots (2)$$

上式のサフィックスは偏微分を、ドットは時間に関する微分を示す。

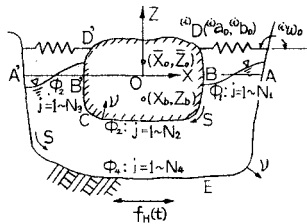


図-1 解析領域

自由表面を $z = \zeta(x; t)$ とすると、微小運動の自由表面条件式として次式が得られる。

$$\zeta_t = \Phi_z, \Phi_t = -g\zeta - x\dot{f}_H \quad (z=0) \dots\dots\dots (3)$$

上式から ζ を消去して、 Φ に対する自由表面条件式は次のようになる。

$$\Phi_{tt} = -g\Phi_z - x\dot{f}_H \quad (z=0) \dots\dots\dots (4)$$

囲堤壁面では、外向き法線ベクトルを ν とすると次式が成り立つ。

$$\Phi_\nu = 0 \dots\dots\dots (5)$$

微小運動を行う浮体の没水面上での境界条件は、浮体のSway, Heave, Roll(反時計回りを正とする)を、それぞれ ξ, η, θ とすると次のようになる。

$$\Phi_\nu = l\dot{\xi} + m\dot{\eta} + (m\bar{x} - l\bar{z})\dot{\theta} \dots\dots\dots (6)$$

ここで、 l, m は方向余弦であり、 (\bar{x}_0, \bar{z}_0) を浮体静止時の重心、 (x, z) を没水面上の点とすると、

$$\left. \begin{aligned} l &= \cos(\nu : x) = dz/ds, \quad \bar{x} = x - \bar{x}_0 \\ m &= \cos(\nu : z) = -dx/ds, \quad \bar{z} = z - \bar{z}_0 \end{aligned} \right\} \dots\dots (7)$$

である。

(2) 浮体の運動方程式

浮体の質量を M , 重心 (\bar{x}_0, \bar{z}_0) に関する慣性モーメントを I , 浮体に作用する流体力の水平と鉛直合力および重心に関する回転モーメントを P_x, P_z, T_θ , 静水圧による復原力と復原モーメントを P_s, T_s , 係留索の弾性による係留力とモーメントを F_x, F_z, M_θ とすると浮体の微小運動の方程式は次式で表わされる。

$$\left. \begin{aligned} M\ddot{\xi} &= P_x + F_x - M\dot{f}_H \\ M\ddot{\eta} &= P_z + P_s + F_z \\ I\ddot{\theta} &= T_\theta + T_s + M_\theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここで、 M および I は流体域の大きさを代表する値として h (たとえば、代表水深)を選ぶと、定数 ν_1, ν_2 を用いて次のように表わされる。

$$M = \nu_1 \rho h^2, I = \nu_2 \rho h^4 \dots\dots\dots (9)$$

また、 P_x, P_z, T_θ および P_s, T_s は、没水面BCB'に沿う線積分を \int , 平衡状態における浮体の没水断面積を $V (= \nu_3 h^2)$, 水線幅を $2b$, 浮心の座標を (x_b, z_b) とすると次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} P_x &= -\rho \int (\Phi_t + x\dot{f}_H) l ds \\ P_z &= -\rho \int (\Phi_t + x\dot{f}_H) m ds \\ T_\theta &= \rho \int (\Phi_t + x\dot{f}_H) (-\bar{x}m + \bar{z}l) ds \\ P_s &= -2\rho g b \eta \\ T_s &= -\rho g V \left\{ \frac{2}{3} \frac{b^3}{V} - (\bar{z}_0 - z_b) \right\} \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

図-1に示すように、 i 番目の係留索について、係留点を ${}^{(i)}D({}^{(i)}a_0, {}^{(i)}b_0)$, 浮体静止時の平衡状態における係留索の長さを ${}^{(i)}m_0$, ばね定数を ${}^{(i)}K$, 初期張力を ${}^{(i)}F_0$, 係留索と水平軸のなす角度を ${}^{(i)}\omega_0$ とすると、 n^* を係留索の数として、 F_x, F_z, M_θ は次のようになる⁶⁾。

$$F_x = \sum_{i=1}^{n^*} {}^{(i)}F_x, F_z = \sum_{i=1}^{n^*} {}^{(i)}F_z, M_\theta = \sum_{i=1}^{n^*} {}^{(i)}M_\theta \dots\dots\dots (11)$$

$$\left. \begin{aligned} {}^{(i)}F_x &= {}^{(i)}K_\xi \cdot \xi + {}^{(i)}K_\eta \cdot \eta + {}^{(i)}K_\theta \cdot \theta \\ {}^{(i)}F_z &= {}^{(i)}K_\xi \cdot \xi + {}^{(i)}K_\eta \cdot \eta + {}^{(i)}K_\theta \cdot \theta \\ {}^{(i)}M_\theta &= {}^{(i)}K_\xi \cdot \xi + {}^{(i)}K_\eta \cdot \eta + {}^{(i)}K_\theta \cdot \theta \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (12)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned} {}^{(i)}K_\xi &= -({}^{(i)}K \cdot \cos^2({}^{(i)}\omega_0 + {}^{(i)}f_0 \cdot \sin^2({}^{(i)}\omega_0)) \\ {}^{(i)}K_\eta &= {}^{(i)}K_\xi = -[K] \sin({}^{(i)}\omega_0) \cos({}^{(i)}\omega_0 \\ {}^{(i)}K_\theta &= {}^{(i)}K_\xi = {}^{(i)}K \cdot ({}^{(i)}S_1 \cos({}^{(i)}\omega_0 - {}^{(i)}f_0 \cdot {}^{(i)}S_2 \cdot \sin({}^{(i)}\omega_0) \\ {}^{(i)}K_\eta &= -({}^{(i)}K \cdot \sin^2({}^{(i)}\omega_0 + {}^{(i)}f_0 \cdot \cos^2({}^{(i)}\omega_0)) \end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
 {}^{(i)}K_\theta &= {}^{(i)}K_\eta = {}^{(i)}K \cdot {}^{(i)}S_1 \cdot \sin {}^{(i)}\omega_0 + {}^{(i)}f_0 \cdot {}^{(i)}S_2 \cdot \cos {}^{(i)}\omega_0 \\
 {}^{(i)}K_\phi &= -{}^{(i)}K \cdot {}^{(i)}S_1^2 + {}^{(i)}f_0 \cdot {}^{(i)}S_2^2 + {}^{(i)}m_0 \cdot {}^{(i)}S_2 \\
 {}^{(i)}S_1 &= (\bar{x}_0 - {}^{(i)}a_0) \sin {}^{(i)}\omega_0 - (\bar{z}_0 - {}^{(i)}b_0) \cdot \cos {}^{(i)}\omega_0 \\
 {}^{(i)}S_2 &= (\bar{x}_0 - {}^{(i)}a_0) \cos {}^{(i)}\omega_0 + (\bar{z}_0 - {}^{(i)}b_0) \cdot \sin {}^{(i)}\omega_0 \\
 {}^{(i)}f_0 &= {}^{(i)}F_0 / {}^{(i)}m_0, [K] = {}^{(i)}K - {}^{(i)}f_0
 \end{aligned} \dots\dots\dots(13)$$

(3) グリーンの公式

流体域境界上のポテンシャルとその法線方向微分値の間には、式(1)を用いて次の積分方程式が成り立つ。

$$\Phi(x_1, z_1; t) = \frac{1}{\pi} \int \left[\Phi(x_2, z_2; t) \frac{\partial}{\partial \nu} (\log R) - \log R \cdot \frac{\partial}{\partial \nu} \Phi(x_2, z_2; t) \right] ds \dots\dots(14)$$

ここで、 R は流体域境界上の点 (x_1, z_1) と点 (x_2, z_2) の間の距離である。次に、流体域の境界面 AB, BCB', B'A', A'EA をそれぞれ N_1, N_2, N_3, N_4 個の線分に分割し、各線分は十分に小さく各線分上における Φ と $\partial\Phi/\partial\nu$ が一定値をとるものとすれば式(14)は次のように離散化される。

$$\Phi(i) = \left(\sum_{j=1}^{N_1} + \sum_{j=1}^{N_2} + \sum_{j=1}^{N_3} + \sum_{j=1}^{N_4} \right) [\bar{E}_{ij} \cdot \Phi(j) - E_{ij} \cdot \bar{\Phi}(j)] \quad (i=1 \sim N_1 + N_2 + N_3 + N_4) \dots\dots\dots(15)$$

ここで

$$\left. \begin{aligned}
 \Phi(i) &= \Phi(x_1, z_1; t) \\
 \Phi(j) &= \Phi(x_2, z_2; t) \\
 \bar{\Phi}(j) &= \partial\Phi(x_2, z_2; t) / \partial\nu \\
 E_{ij} &= \frac{1}{\pi} \int_{A_{S_j}} \log R_{ij} ds \\
 \bar{E}_{ij} &= \frac{1}{\pi} \int_{A_{S_j}} \frac{\partial(\log R_{ij})}{\partial\nu} ds
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(16)$$

いま、囲堤壁が振幅 A_0 、角周波数 σ の加振を受けるものとする、 f_H は次式で与えられる。

$$f_H(t) = A_0 \cos \sigma t = R_e [A_0 e^{i\sigma t}] \dots\dots\dots(17)$$

また、次のような無次元化を行う。

$$\begin{aligned}
 \Phi(x, z; t) &= R_e \left[i \frac{g h}{\sigma} \phi(x, z) e^{i\sigma t} \right], \\
 \xi &= R_e [h X e^{i\sigma t}], \quad \eta = R_e [h Z e^{i\sigma t}], \quad \theta = R_e [\Theta e^{i\sigma t}], \\
 x' &= x/h, \quad z' = z/h, \quad \zeta' = \zeta/h, \quad A_0' = A_0/h \dots\dots(18)
 \end{aligned}$$

各境界のポテンシャルをそれぞれ $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4$ で表わすと、式(4)~(6)を代入して式(15)および(8)はダッシュを除いた形で次のようになる。

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^{N_1} [F_{ij} - \Gamma E_{ij}] \phi_1(j) + \sum_{j=1}^{N_2} F_{ij} \cdot \phi_2(j) \\
 & + \sum_{j=1}^{N_3} [F_{ij} - \Gamma E_{ij}] \phi_3(j) + \sum_{j=1}^{N_4} F_{ij} \phi_4(j) \\
 & - \Gamma \sum_{j=1}^{N_2} E_{ij} \frac{\Delta z_j}{\Delta S_j} X + \Gamma \sum_{j=1}^{N_3} E_{ij} \frac{\Delta x_j}{\Delta S_j} Z \\
 & + \Gamma \sum_{j=1}^{N_2} E_{ij} \left[\bar{x}_j \cdot \frac{\Delta x_j}{\Delta S_j} + \bar{z}_j \cdot \frac{\Delta z_j}{\Delta S_j} \right] \Theta
 \end{aligned}$$

$$= \Gamma^2 A_0 \left[\sum_{j=1}^{N_1} E_{ij} \cdot x_j + \sum_{j=1}^{N_2} E_{ij} \cdot x_j \right] \quad (i=1 \sim N_1 + N_2 + N_3 + N_4) \dots\dots\dots(19)$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^{N_2} \phi_2(j) \cdot \Delta z_j + \alpha_1 X + x k_\eta \cdot Z + x k_\theta \cdot \Theta \\
 & = -A_0 \Gamma \left[\sum_{j=1}^{N_2} x_j \cdot \Delta z_j + \nu_1 \right] \dots\dots\dots(20)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^{N_3} \phi_3(j) \Delta x_j - z k_\xi \cdot X - a_2 Z - z k_\theta \Theta = -A_0 \Gamma \sum_{j=1}^{N_3} x_j \cdot \Delta x_j \\
 & \dots\dots\dots(21)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \sum_{j=1}^{N_4} \phi_4(j) [\bar{x}_j \cdot \Delta x_j + \bar{z}_j \cdot \Delta z_j] - \theta k_\xi X - \theta k_\eta \cdot Z - \alpha_3 \Theta \\
 & = -A_0 \Gamma \sum_{j=1}^{N_4} x_j [\bar{x}_j \cdot \Delta x_j + \bar{z}_j \cdot \Delta z_j] \dots\dots\dots(22)
 \end{aligned}$$

ここで、

$$\begin{aligned}
 F_{ij} &= -\delta_{ij} + \bar{E}_{ij} \quad (\delta_{ij} \text{はクロネッカーのデルタ}) \\
 \Gamma &= \frac{\sigma^2 h}{g}, \quad \alpha_1 = \sum_{i=1}^{N_2} \frac{{}^{(i)}K_\xi}{\rho g h} + \nu_1 \Gamma, \quad x k_\eta = \sum_{i=1}^{N_2} \frac{{}^{(i)}K_\eta}{\rho g h}, \\
 x k_\theta &= \sum_{i=1}^{N_2} \frac{{}^{(i)}K_\theta}{\rho g h^2}, \quad z k_\xi = \sum_{i=1}^{N_3} \frac{{}^{(i)}K_\xi}{\rho g h}, \quad \alpha_2 = \sum_{i=1}^{N_3} \frac{{}^{(i)}K_\eta}{\rho g h} - 2b + \nu_1 \Gamma \\
 z k_\theta &= \sum_{i=1}^{N_3} \frac{{}^{(i)}K_\theta}{\rho g h^2}, \quad \theta k_\xi = \sum_{i=1}^{N_4} \frac{{}^{(i)}K_\xi}{\rho g h^2}, \quad \theta k_\eta = \sum_{i=1}^{N_4} \frac{{}^{(i)}K_\eta}{\rho g h^2} \\
 \alpha_3 &= \sum_{i=1}^{N_4} \frac{{}^{(i)}K_\theta}{\rho g h^2} + \nu_2 \Gamma - \frac{2}{3} b^3 + \nu_3 (\bar{z}_0 - z_b) \dots\dots\dots(23)
 \end{aligned}$$

式(19)~(22)における未知数は、 $\phi_1, \phi_2, \phi_3, \phi_4, X, Z, \Theta$ の $(N_1 + N_2 + N_3 + N_4 + 3)$ 個で、式の数も同数であるため、連立一次方程式として解を得ることができる。また、水面波形は次式で求まる。

$$\zeta(x; t) = R_e [\phi(x, 0) + \Gamma A_0 x_i e^{i\sigma t}] \dots\dots\dots(24)$$

過渡的な解を求める場合には、時間方向にも離散化を行うことによって容易に求めることができる^{(5), (6)}。

3. 変分法の直接解法

本章では、本問題を変分法を用いて解く方法を述べる。まず、2. で示した境界値問題が流体の連続性を拘束条件とした変分問題と等価であることを示す。次に、流体の速度分布を簡単な関数で近似することによって、流体運動および浮体運動を陽的な形で求める。ここでは、問題を簡単にするために、囲堤および浮体形状は矩形で z 軸に関して左右対称とする。

(1) Hamilton-Kelvin の原理^{(6), (7)}

囲堤に固定した座標系をとり、囲堤および浮体の寸法を図-2のように示す。本問題に Hamilton-Kelvin の原理を適用すると以下ようになる。

汎関数 $I^0[\xi, \eta, \theta, u, w, \zeta]$;

$$\begin{aligned}
 I^0[\xi, \eta, \theta, u, w, \zeta] &= \int_{t_1}^{t_2} dt \left[\frac{1}{2} M \dot{\xi}^2 + \frac{1}{2} M \dot{\eta}^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \right. \\
 & \left. + \frac{\rho}{2} \iint_{\Omega_0} (u^2 + w^2) dx dz - \frac{\rho g}{2} \int_{-a}^{-b} \zeta^2 dx \right]
 \end{aligned}$$

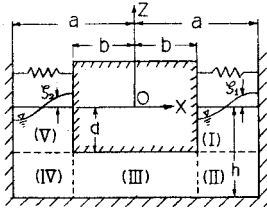


図-2 解析領域

$$\begin{aligned}
 & -\frac{\rho g}{2} \int_b^a \xi^2 dx - \rho g b \eta^2 - \rho g b d \left\{ \frac{2}{3} \frac{b^3}{V} - (\bar{z}_0 - z_b) \right\} \theta^2 \\
 & - M \ddot{f}_n \xi - \rho \ddot{f}_n \left[\int_{-a}^{-b} x \xi dx + \int_b^a x \xi dx \right] \\
 & - \int_{-b}^b \rho x \ddot{f}_n \eta dx - \int_{-d}^0 \rho x \ddot{f}_n \xi dz + \int_{-a}^a \rho x \ddot{f}_n \xi dz \\
 & + \int_{-d}^0 \rho x \ddot{f}_n \bar{z} \theta dz - \int_{-a}^a \rho x \ddot{f}_n \bar{z} \theta dz - \int_{-b}^b \rho x \ddot{f}_n x \theta dx \\
 & + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n^*} \int_{-d}^0 K_{\xi} \cdot \xi^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n^*} \int_{-d}^0 K_{\eta} \cdot \eta^2 + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^{n^*} \int_{-d}^0 K_{\theta} \cdot \theta^2 \\
 & + \sum_{i=1}^{n^*} \int_{-d}^0 K_{\eta} \cdot \xi \cdot \eta + \sum_{i=1}^{n^*} \int_{-d}^0 K_{\theta} \cdot \xi \theta + \sum_{i=1}^{n^*} \int_{-d}^0 K_{\theta} \cdot \eta \theta \Big] \dots\dots\dots (25)
 \end{aligned}$$

を以下の拘束条件 (式 (26), (27)) の下で停留化すると

$$\left. \begin{aligned}
 \xi(t_i) &= \bar{\xi}_i, \quad \eta(t_i) = \bar{\eta}_i, \quad \theta(t_i) = \bar{\theta}_i, \\
 \xi(x; t_i) &= \bar{\xi}_i(x), \quad (i=1, 2)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

ここで、 $\bar{\xi}_i, \bar{\eta}_i, \bar{\theta}_i, \bar{\xi}_i(x), (i=1, 2)$ は与えられた定数である。

$$\left. \begin{aligned}
 u_x + w_z &= 0 \quad (\Omega_0 \text{ (流体域内部)}) \\
 w &= \zeta_i \quad (-a < x < -b, z=0 \text{ \& } b < x < a, z=0) \\
 ul + wm &= l\dot{\xi} + m\dot{\eta} + (mx - lz)\dot{\theta} \quad (\text{浮体表面}) \\
 u &= 0 \quad (x = \pm a, -h < z < 0) \\
 w &= 0 \quad (-a < x < a, z = -h)
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

自然条件として次式が得られる。

$$\begin{aligned}
 M\ddot{\xi} &= -\rho \int_{-d}^0 (\Phi_i + x \ddot{f}_n) dz + \rho \int_{-a}^a (\Phi_i + x \ddot{f}_n) dz \\
 & + \sum_{i=1}^{n^*} \left[\int_{-d}^0 K_{\xi} \cdot \xi + \int_{-d}^0 K_{\eta} \cdot \eta + \int_{-d}^0 K_{\theta} \cdot \theta \right] - M \ddot{f}_n \dots\dots\dots (28)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 M\ddot{\eta} &= -\rho \int_{-b}^b (\Phi_i + x \ddot{f}_n) dx - 2\rho g b \eta + \sum_{i=1}^{n^*} \int_{-d}^0 K_{\eta} \cdot \xi \\
 & + \int_{-d}^0 K_{\eta} \cdot \eta + \int_{-d}^0 K_{\theta} \cdot \theta \dots\dots\dots (29)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 I\ddot{\theta} &= \rho \int_{-a}^a (\Phi_i + x \ddot{f}_n) \bar{z} dz - \rho \int_{-d}^0 (\Phi_i + x \ddot{f}_n) \bar{z} dz \\
 & - \rho \int_{-b}^b (\Phi_i + x \ddot{f}_n) x dx - 2\rho g b d \left\{ \frac{2}{3} \frac{b^3}{V} \right. \\
 & \left. - (\bar{z}_0 - z_b) \right\} \theta + \sum_{i=1}^{n^*} \left[\int_{-d}^0 K_{\theta} \cdot \xi + \int_{-d}^0 K_{\theta} \cdot \eta \right. \\
 & \left. + \int_{-d}^0 K_{\theta} \cdot \theta \right] \dots\dots\dots (30)
 \end{aligned}$$

$$u = \Phi_x, \quad w = \Phi_z \quad (\Omega_0 \text{ 内}) \dots\dots\dots (31)$$

$$\Phi_i + g\xi + x \ddot{f}_n = 0$$

$$(-a < x < -b, z=0 \text{ \& } b < x < a, z=0) \dots\dots\dots (32)$$

式 (28)~(32) は、浮体の運動方程式、流体の非回転運動、自由表面上で圧力が大気圧に等しいことを意味するが、一色¹⁷⁾と同様の方法で誘導できる。ここで Φ は、拘束条件を緩和するための Lagrange 乗数として導入されている。

(2) 連続条件を満たす流速分布の仮定

式 (25) の右辺第 4 項は流体域内部の運動エネルギーの総量を意味する。ここでは、この量を計算するために流体域を 5 つに分割し、それぞれの領域の流速分布を求める。図-2 に示すように流体域を以下のように分ける。

$$\left. \begin{aligned}
 \text{[I]} \quad & b \leq x \leq a, \quad -d \leq z \leq 0 \\
 \text{[II]} \quad & b \leq x \leq a, \quad -h \leq z \leq -d \\
 \text{[III]} \quad & -b \leq x \leq b, \quad -h \leq z \leq -d \\
 \text{[IV]} \quad & -a \leq x \leq -b, \quad -h \leq z \leq -d \\
 \text{[V]} \quad & -a \leq x \leq -b, \quad -d \leq z \leq 0
 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (33)$$

式 (27) のうち、第 2 式以外の式、すなわち、連続の式と浮体、囲堤壁上の境界条件を満足する速度ベクトルを各領域で次のように近似する¹⁸⁾。

$$\left\{ \begin{aligned}
 u_i(x, z; t) &= \frac{-(x-a)}{a-b} [\dot{\xi} - (z-\bar{z}_0)\dot{\theta}] \\
 w_i(z; t) &= \frac{1}{a-b} [(\dot{\xi} + \bar{z}_0\dot{\theta})z - \frac{\dot{\theta}}{2}z^2 - b\dot{\eta} \\
 & \quad + (a-b)w_0(t)]
 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 u_{ii}(x; t) &= \frac{-(x-a)}{(a-b)(h-d)} \left[-d\dot{\xi} - b\dot{\eta} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{2}(d^2 + 2d\bar{z}_0)\dot{\theta} + (a-b)w_0(t) \right] \\
 w_{ii}(z; t) &= \frac{z+h}{(a-b)(h-d)} \left[-d\dot{\xi} - b\dot{\eta} \right. \\
 & \quad \left. - \frac{1}{2}(d^2 + 2d\bar{z}_0)\dot{\theta} + (a-b)w_0(t) \right]
 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 u_{im}(x; t) &= \frac{-1}{h-d} \left(\dot{\eta}x + \frac{\dot{\theta}}{2}x^2 \right) + \frac{1}{h-d} \left[-d\dot{\xi} \right. \\
 & \quad \left. + \frac{1}{2}(b^2 - d^2 - 2d\bar{z}_0)\dot{\theta} + (a-b)w_0(t) \right] \\
 w_{im}(x, z; t) &= \frac{z+h}{h-d} (\dot{\eta} + x\dot{\theta})
 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 u_{iv}(x; t) &= \frac{x+a}{(a-b)(h-d)} \left[-d\dot{\xi} + b\dot{\eta} - \frac{1}{2}(d^2 \right. \\
 & \quad \left. + 2d\bar{z}_0)\dot{\theta} + (a-b)w_0(t) \right] \\
 w_{iv}(z; t) &= \frac{-(z+h)}{(a-b)(h-d)} \left[-d\dot{\xi} + b\dot{\eta} - \frac{1}{2}(d^2 \right. \\
 & \quad \left. + 2d\bar{z}_0)\dot{\theta} + (a-b)w_0(t) \right]
 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned}
 u_v(x, z; t) &= \frac{x+a}{(a-b)} [\dot{\xi} - (z-\bar{z}_0)\dot{\theta}] \\
 w_v(z; t) &= \frac{-1}{a-b} [(\dot{\xi} + \bar{z}_0\dot{\theta})z - \frac{\dot{\theta}}{2}z^2
 \end{aligned} \right.$$

$$+ b\dot{\eta} + (a-b) \cdot w_0(t) \Big] \dots\dots\dots(34)$$

上式中の $w_0(t)$ は Sway, Roll の場合に生じる積分定数である。式 (27) の第 2 式を満足させるためには、浮体左右の水面変動量 ζ を図-2 のように ζ_1, ζ_2 で表わすと、 w_1, w_2 を用いて次式が成立すればよい。

$$\dot{\zeta}_1 = w_0 - \frac{b}{a-b} \dot{\eta}, \dot{\zeta}_2 = -w_0 - \frac{b}{a-b} \dot{\eta} \dots\dots\dots(35)$$

いま、対称成分と反対称成分を分離するために新変数 y_1, y_2 を次のように定義する。

$$y_1 = \zeta_1 + \zeta_2, y_2 = \zeta_1 - \zeta_2 \dots\dots\dots(36)$$

式 (35) と (36) より次式が得られる。

$$w_0 = \frac{1}{2} \dot{y}_2, \dot{\eta} = -\frac{(a-b)}{2b} \dot{y}_1 \dots\dots\dots(37)$$

式 (35) よりわかるように、 ζ_1, ζ_2 は時間のみの関数であって x の関数でない。すなわち、以上の流速分布では水面は水平面を保ちながら上下することを仮定したことになる。また、式 (34) は、各領域境界面上の接線方向流速が不連続となる流速分布を仮定しているが、この仮定は、以下の計算例にみるように、加振周波数が小さい場合は、十分に許容できるものである。

(3) 運動方程式

式 (34) の流速分布および式 (37) を式 (25) に代入すると流体と浮体の運動は最終的に次の条件によって決定される。

拘束条件： $\xi(t_i) = \bar{\xi}_i, \theta(t_i) = \bar{\theta}_i, y_1(t_i) = \bar{y}_{1i}, y_2(t_i) = \bar{y}_{2i}$ の下で、

$$I^0 [\xi, \theta, y_1, y_2] = \int_{t_1}^{t_2} H(\xi, \theta, y_1, y_2, \dot{\xi}, \dot{\theta}, \dot{y}_1, \dot{y}_2) dt \dots\dots\dots(38)$$

を停留化する。

ここで、 H は式 (25) の被積分関数に相当するものである。

式 (38) の変分をとると、 $t = t_1, t_2$ で $\delta\xi = \delta\theta = \delta y_1 = \delta y_2 = 0$ を考慮して次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} -\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{\xi}} \right) + \frac{\partial H}{\partial \xi} &= 0, & -\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{\theta}} \right) + \frac{\partial H}{\partial \theta} &= 0 \\ -\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{y}_1} \right) + \frac{\partial H}{\partial y_1} &= 0, & -\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial H}{\partial \dot{y}_2} \right) + \frac{\partial H}{\partial y_2} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(39)$$

上式は、具体的には次の形となる。

$$\left. \begin{aligned} \beta_1 \dot{\xi} + \beta_2 \dot{\theta} + \beta_3 \dot{y}_2 + \beta_{11} g \xi + \beta_{12} g y_1 + \beta_{13} g \theta &= \gamma_1 \ddot{f}_n \\ \beta_2 \dot{\xi} + \beta_4 \dot{\theta} + \beta_5 \dot{y}_2 + \beta_6 g \theta + \beta_{13} g \xi + \beta_{14} g y_1 &= \gamma_2 \ddot{f}_n \\ \beta_3 \dot{\xi} + \beta_5 \dot{\theta} + \beta_7 \dot{y}_2 + \beta_8 g y_2 &= \gamma_3 \ddot{f}_n \\ \beta_2 \dot{y}_1 + \beta_{10} g y_1 + \beta_{12} g \xi + \beta_{14} g \theta &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots(40)$$

ここで

$$\begin{aligned} \beta_1 &= \frac{2}{3(a-b)} \{ d(a-b)^2 + d^3 \} + \frac{2d^2}{3} \frac{c}{(a-b)(h-d)} \\ &\quad + \frac{2bd^2}{h-d} + \frac{M}{\rho} \\ \beta_2 &= \frac{1}{a-b} \left\{ \frac{(a-b)^2}{9} (3d^2 + 6d\bar{z}_0) + \frac{2}{3} d^2 \bar{z}_0 + \frac{d^4}{4} \right\} \\ &\quad + \frac{cd(d^2 + 2d\bar{z}_0)}{3(a-b)(h-d)} - \frac{bd}{h-d} \left(\frac{2b^2}{3} - d^2 - 2d\bar{z}_0 \right) \\ \beta_3 &= -\frac{d^2}{2} - \frac{d}{3} \cdot \frac{c}{h-d} - \frac{bd(a-b)}{h-d} \\ \beta_4 &= \frac{2}{a-b} \left\{ \frac{(a-b)^2}{9} (d^3 + 3d^2\bar{z}_0 + 3d\bar{z}_0^2) + \frac{d^3}{3} \bar{z}_0^2 \right. \\ &\quad + \frac{d^5}{20} + \frac{d^4}{4} \bar{z}_0 + \frac{c(d^2 + 2d\bar{z}_0)^2}{6(a-b)(h-d)} + \frac{2}{h-d} \\ &\quad \cdot \left[\frac{b^5}{20} - \frac{b^3}{6} (b^2 - d^2 - 2d\bar{z}_0) + \frac{b}{4} (b^2 - d^2 - 2d\bar{z}_0)^2 \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{b^3}{9} (h-d)^2 \right] + \frac{I}{\rho} \right\} \\ \beta_5 &= \frac{1}{2} \left[-d^2 \left(\frac{d}{3} + \bar{z}_0 \right) - \frac{c(d^2 + 2d\bar{z}_0)}{3(h-d)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{b(a-b)}{h-d} \left(\frac{2}{3} b^2 - d^2 - 2d\bar{z}_0 \right) \right] \\ \beta_6 &= 2bd \left[\frac{b^2}{3d} - (\bar{z}_0 - z_b) \right] - \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i K_{\theta}}{\rho g} \\ \beta_7 &= \frac{1}{2} \left[d(a-b) + \frac{c(a-b)}{3(h-d)} + \frac{b(a-b)^2}{h-d} \right] \\ \beta_8 &= \frac{1}{2} (a-b) \\ \beta_9 &= \frac{(a-b)^2}{4b^2} \left[\frac{2b^2 d}{a-b} + \frac{2b^2 c}{3(a-b)(h-d)} \right. \\ &\quad \left. + \frac{2b|b^2 + (h-d)^2|}{3(d-c)} + \frac{M}{\rho} \right] \\ \beta_{10} &= \frac{a(a-b)}{2b} - \frac{(a-b)^2}{4b^2} \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i K_{\eta}}{\rho g} \\ \beta_{11} &= -\sum_{i=1}^n \frac{\theta_i K_{\xi}}{\rho g}, \quad \beta_{12} = \frac{(a-b)}{2b} \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i K_{\eta}}{\rho g} \\ \beta_{13} &= -\sum_{i=1}^n \frac{\theta_i K_{\theta}}{\rho g}, \quad \beta_{14} = \frac{a-b}{2b} \sum_{i=1}^n \frac{\theta_i K_{\theta}}{\rho g}, \\ \gamma_1 &= 2bd - \frac{M}{\rho}, \quad \gamma_2 = 2b \left[d \left(\bar{z}_0 + \frac{d}{2} \right) - \frac{b^2}{3} \right], \\ \gamma_3 &= -\frac{1}{2} (a^2 - b^2) \\ c &= (a-b)^2 + (h-d)^2 \dots\dots\dots(41) \end{aligned}$$

いま、 $\xi = R_e[hXe^{i\omega t}], \eta = R_e[hZe^{i\omega t}], \theta = R_e[\Theta e^{i\omega t}]$
 $y_1 = R_e[hY_1 e^{i\omega t}], y_2 = R_e[hY_2 e^{i\omega t}], \zeta = R_e[h\zeta' e^{i\omega t}]$
 $f_n = R_e[hA_0 e^{i\omega t}], \beta_1 = h^2 \beta'_1, \beta_2 = h^2 \beta'_2, \beta_3 = h^2 \beta'_3,$
 $\beta_4 = h^4 \beta'_4, \beta_5 = h^2 \beta'_5, \beta_6 = h^3 \beta'_6, \beta_7 = h^2 \beta'_7,$
 $\beta_8 = h \beta'_8, \beta_9 = h^2 \beta'_9, \beta_{10} = h \beta'_{10}, \beta_{11} = h \beta'_{11},$
 $\beta_{12} = h \beta'_{12}, \beta_{13} = h^2 \beta'_{13}, \beta_{14} = h^2 \beta'_{14},$
 $\gamma_1 = h^2 \gamma'_1, \gamma_2 = h^2 \gamma'_2, \gamma_3 = h^2 \gamma'_3,$
 $x = hx', z = hz' \dots\dots\dots(42)$

と、複素振幅 $X, Z, \theta, Y_1, Y_2, \zeta, A_0$ を用いて、周期性の仮定および無次元化を行うと、式 (37), (40) より浮体運動と水面変動がダッシュを除いた形で次のように求まる。

$$\frac{X}{A_0} = \frac{k_{22}j_1 - k_{12}j_2}{k_{22} \cdot k_{11} - k_{12} \cdot k_{21}}, \quad \frac{\theta d}{A_0} = \frac{k_{11} \cdot j_2 - k_{21} \cdot j_1}{k_{22} \cdot k_{11} - k_{12} \cdot k_{21}} d$$

$$\frac{Y_2}{A_0} = \frac{1}{h_{13}(k_{22} \cdot k_{11} - k_{12} \cdot k_{21})} [i_1(k_{22} \cdot k_{11} - k_{12} \cdot k_{21}) + h_{11}(k_{22} \cdot j_1 - k_{12} \cdot j_2) - h_{12} \cdot (k_{11} \cdot j_2 - k_{21} \cdot j_1)]$$

$$Y_1 = 0, \quad Z = 0, \quad \zeta_1 = 0.5 Y_2, \quad \zeta_2 = -\zeta_1 \dots \dots \dots (43)$$

ここで、

$$k_{11} = h_{23} \cdot h_{11} - h_{13} \cdot h_{21}, \quad k_{12} = h_{23} \cdot h_{12} - h_{13} \cdot h_{22}$$

$$k_{21} = h_{33} \cdot h_{21} - h_{23} \cdot h_{31}, \quad k_{22} = h_{33} \cdot h_{22} - h_{23} \cdot h_{32}$$

$$j_1 = h_{23} \cdot i_1 - h_{13} \cdot i_2, \quad j_2 = h_{33} \cdot i_2 - h_{23} \cdot i_3$$

$$h_{11} = \Gamma\beta_1 - \beta_{11}, \quad h_{12} = \Gamma\beta_2 - \beta_{13}, \quad h_{13} = \Gamma\beta_3,$$

$$h_{21} = \Gamma\beta_2 - \beta_{13}, \quad h_{22} = \Gamma\beta_4 - \beta_6, \quad h_{23} = \Gamma\beta_5,$$

$$h_{31} = \Gamma\beta_5, \quad h_{32} = \Gamma\beta_5, \quad h_{33} = \Gamma\beta_7 - \beta_6,$$

$$i_1 = \Gamma\gamma_1, \quad i_2 = \Gamma\gamma_2, \quad i_3 = \Gamma\gamma_3 \dots \dots \dots (44)$$

式 (43) より、Heave は零であることがわかる。また、浮体の運動と水面変動が無限大となるのは、 $k_{22} \cdot k_{11} - k_{12} \cdot k_{21} = 0$ となるときで、式 (44) を代入すると固有周期 T_n は次の 3 次方程式の解として得られる。

$$a_1 \Gamma^3 + a_2 \Gamma^2 + a_3 \Gamma + a_4 = 0 \dots \dots \dots (45)$$

ここで、

$$a_1 = \beta_1 \cdot \beta_4 \cdot \beta_7 - \beta_1 \cdot \beta_5^2 + 2\beta_2 \cdot \beta_3 \cdot \beta_5 - \beta_2^2 \cdot \beta_7 - \beta_3^2 \cdot \beta_4$$

$$a_2 = -\beta_1 \cdot \beta_4 \cdot \beta_6 - \beta_1 \cdot \beta_6 \cdot \beta_7 - \beta_4 \cdot \beta_7 \cdot \beta_{11} + \beta_5^2 \cdot \beta_{11} - 2\beta_3 \cdot \beta_5 \cdot \beta_{13} + \beta_3^2 \cdot \beta_6 + 2\beta_3 \cdot \beta_7 \cdot \beta_{13} + \beta_3^2 \cdot \beta_6$$

$$a_3 = \beta_6 \cdot \beta_7 \cdot \beta_{11} + \beta_1 \cdot \beta_6 \cdot \beta_6 + \beta_4 \cdot \beta_6 \cdot \beta_{11} - \beta_7 \cdot \beta_{13}^2 - 2\beta_2 \cdot \beta_5 \cdot \beta_{13}$$

$$a_4 = -\beta_6 \cdot \beta_6 \cdot \beta_{11} - \beta_8 \cdot \beta_{13}^2$$

$$\Gamma = \sigma^2 h / g, \quad T_n = 2\pi / \sigma \dots \dots \dots (46)$$

4. 計算結果および考察

(1) 計算モデル

計算モデルとして幅/吃水の大きい Model (1) と、その小さな Model (2) を選んだ。その諸元は以下のごとくである。

Model (1) :
 $a = 50 \text{ m}, \quad b = 40 \text{ m}, \quad d = 10 \text{ m}, \quad h = 15 \text{ m}, \quad \bar{x}_0 = 0 \text{ m},$
 $\bar{z}_0 = 2 \text{ m}, \quad a_0 = 40 \text{ m}, \quad b_0 = 2 \text{ m}, \quad x_0 = 0 \text{ m}, \quad z_0 = -5 \text{ m},$
 $K = 12.9 \text{ tf/m}^2, \quad \omega_0 = \pi, \quad \nu_1 = 2, \quad \nu_2 = 2.862$

Model (2) :
 $a = 30 \text{ m}, \quad b = 20 \text{ m}, \quad d = 20 \text{ m}, \quad h = 30 \text{ m}, \quad \bar{x}_0 = 0 \text{ m},$
 $\bar{z}_0 = 2 \text{ m}, \quad a_0 = 20 \text{ m}, \quad b_0 = 2 \text{ m}, \quad x_0 = 0 \text{ m}, \quad z_0 = -10 \text{ m},$
 $K = 12.9 \text{ tf/m}^2, \quad \omega_0 = \pi, \quad \nu_1 = 0.889, \quad \nu_2 = 0.272$

係留方式は、図-2 に示すような対称係留とし、初期張力は零としている。また、境界要素法の計算における計算点数は、両モデルに共通して、 $N_1 = N_3 = 10, N_2 = 30, N_4 = 50$ とした。この計算点数は、線形計算においては水面波の 1 波長当たり 8 点程度とれば十分であることを考えると、以下の計算の範囲内では妥当と考えられる。以下の図においては、境界要素法による解を BEM (実線)、変分法による解を VM (破線) で表わすが、Heave については両解析法で零であったので図示していない。

(2) 浮体の運動応答

図-3, 4 は、Model (1) に関する Sway 振幅 $|X'/A_0|$ と Roll 振幅 $|\theta d/A_0|$ の無次元周波数 $\sigma\sqrt{d}/g$ に対する変化を示したものである。ここで、 X' は絶対空間に固定された座標系に対する Sway 振幅を表わし、

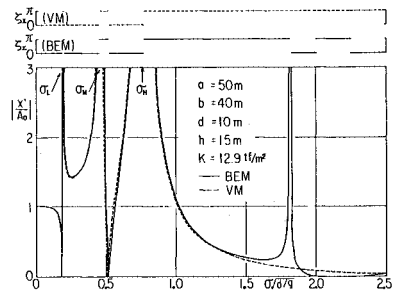


図-3 Sway の運動振幅および位相

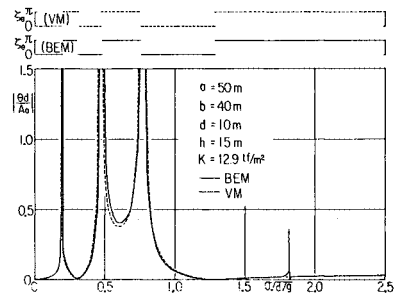


図-4 Roll の運動振幅および位相

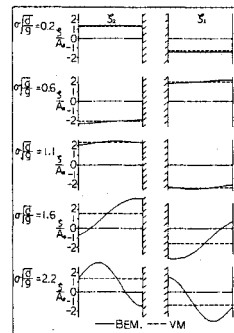


図-5 水面波形

$X' = A_0 + X$ である。また、図の上部には、次式で定義される位相 ϕ の周波数に対する変化を示している。

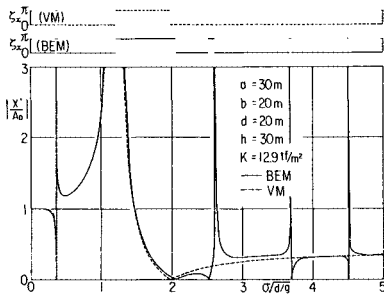
$$X' = |X'| e^{-i\phi x}, \quad \theta = |\theta| e^{-i\phi \theta} \dots \dots \dots (47)$$

境界要素法による解と変分法による近似解は、振幅、位相ともに、無次元周波数 1.3 以下では非常によく一致している。

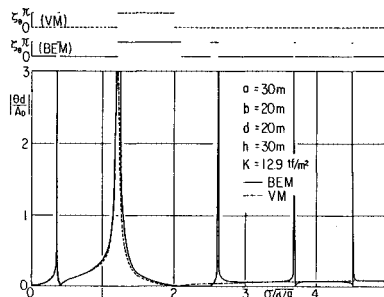
厳密解と考えることのできる境界要素法では、無次元周波数 1.8 において、浮体運動に同調が生じているが、変分法では生じない。この理由は、水面波形の空間分布を示した図—5 より明らかである。この図は無次元周波数が 0.2, 0.6, 1.1, 1.6, 2.2 における浮体両側の水面波形を例示したものである。これによれば、無次元周波数が 1.1 以下の周波数域で、水面はほぼ水平面を保ちながら上下し、境界要素法による解と変分法による近似解はほとんど一致していることがわかる。一方、無次元周波数が 1.6 以上になると水面波形は空間的に一様でなくなり、変分法による近似解法が適用できなくなることがわかる。

また、 $\sigma\sqrt{d/g} \approx 1.8$ での運動の同調は、水面波形の図から明らかのように、囲堤壁面と浮体側面を腹とするような水面の 2 次モード(ここでは、水面が水平面を保っているときの水面形を 1 次モードとよぶ)に起因するものである。

興味深いことは、無次元周波数が 0 と 1.3 の間で水面はほぼ水平面を保ちながら振動するにもかかわらず、Sway と Roll の運動に 3 個の同調点が存在することで



図—6 Sway の運動振幅および位相



図—7 Roll の運動振幅および位相

ある。

図—6, 7 は、Model (2) に関する Sway と Roll の周波数特性を示したものである。この場合は、無次元周波数が 2 程度まで両解析法の解はよく一致している。境界要素法解においては、 $\sigma\sqrt{d/g} \approx 2.6, 3.7, 4.5$ で浮体運動の同調が生じているが、これは囲堤壁面と浮体側面の間の水面に、順に、2 次、3 次、4 次モードの波が生じることによる。したがって、囲堤の存在による特徴的な同調といえる。

このモデルでは、1 次モードの水面形に対して、Sway と Roll は 2 個の同調点しか存在せず、Model (1) の場合より 1 個少ないことが興味をひく。この現象について以下に考察してみる。

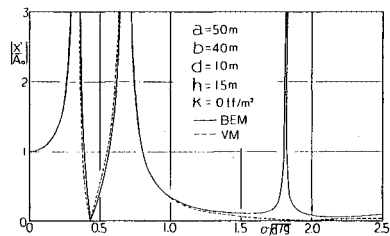
(3) 同調現象の性質

ここでは、各運動の同調が何に起因して発生するかについて考える。式 (43) より明らかのように、Sway, Roll および水面変動の同調周波数は一致する。境界要素法による解と変分法による近似解が一致しなくなる高周波数域での運動の同調の原因についてはすでに述べた。以下では浮体両側の水面が水平面を保って振動する場合の同調について考える。

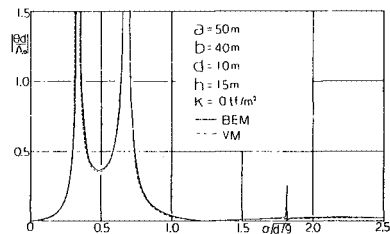
a) Model (1)

まず、Model (1) について考えるが、図—3, 4 の同調周波数を小さい方から大きい方へ順に $\sigma_L, \sigma_M, \sigma_H$ で表わすことにする。

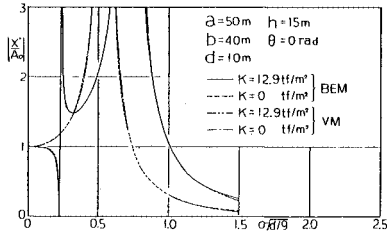
図—8, 9 は、係留力を零とした自由浮体に関する Sway と Roll 振幅の周波数特性を示したものであるが、図—3, 4 と比較することにより、 σ_L が係留ばねと浮体の質量による同調周波数であることがわかる。また、係



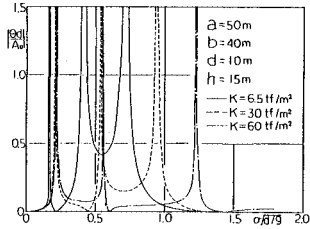
図—8 Sway の運動振幅 (自由浮体)



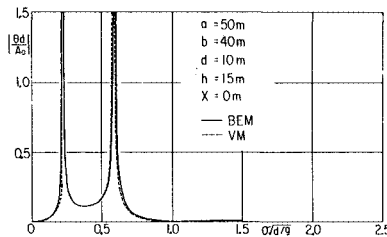
図—9 Roll の運動振幅 (自由浮体)



図一10 Swayの運動振幅 (Rollを拘束)



図一11 Rollの運動振幅



図一12 Rollの運動振幅 (Swayを拘束)

留力が存在すると、 σ_M, σ_H が高周波数側へ移動する。それに対し、2次モードの水面形が原因で生じる同調周波数はほとんど変化しない。

図一10はRollを拘束し ($\theta=0$)、Sway, Heaveを許した浮体で、係留力が存在する場合と存在しない場合のSway振幅を $\sigma\sqrt{d/g}$ が、0から1.5までを示したものである。係留力が存在する場合には2個の同調点、係留力が存在しない場合は1個の同調点が現われている。このことから、 σ_M, σ_H はRoll, Swayのいずれかが誘因として生じる同調点であることが予想される。

図一11は、図一4と同様の条件で、ばね定数を変化させたときのRoll振幅の周波数特性を変分法の近似解法で計算したものである。ばね定数を大きくすると、 $\sigma_L, \sigma_M, \sigma_H$ は高周波数側へ移動するが、 σ_H が単調に移動するのに対し、 σ_L, σ_M はほぼ一定値に漸近していく。

ばね定数が無限大となる時Swayは零となるが、図一12はこの場合を示したものである。これはSwayを拘束したもので ($X=0, X'=A_0$)、図一11の極限状態を示している。同調点は2個生じ、低周波数のものが σ_L に、高周波数のものが σ_M であることは明らかである。なお係留力は、一般に浮体の回転にも復元力として働く

が、この場合には係留索が水平であり、浮体重心と係留点のz座標が等しいため、係留力のRollに与える影響はない。

以上のことから、 σ_M は浮体のRoll方向慣性モーメント、Rollの復元力および流体の振動によって生じる同調周波数、また、 σ_H は浮体の質量と流体の振動による同調周波数であることがわかる。

b) Model (2)

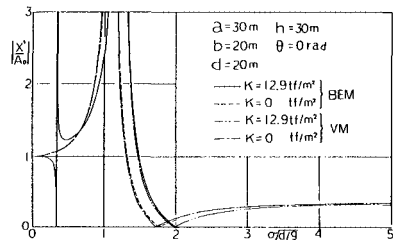
前述のようにModel (2)に対しては、 $\sigma_L, \sigma_M, \sigma_H$ のうち、2個の同調周波数が存在するだけである。このうちで、低周波数側の同調点は図一3, 4と図一6, 7の比較から σ_L であることがわかる。

図一13はRollのみ拘束した浮体の、係留力の有無によるSway振幅の周波数特性を示したものである。係留力が存在する場合の曲線と図一6の $|X'/A_0|$ の曲線は非常によく似ている。このことから、図一6の $\sigma\sqrt{d/g} \approx 1.2$ の同調周波数は σ_H に相当することがわかる。すなわち、Model (2)においては σ_M が存在しない。この理由は、Model (2)に比べModel (1)が、偏平の浮体、囲堤形状をもつため、わずかな浮体の回転に対しても流体の移動が大きくなり、回転の効果が現われやすいためと考えられる。

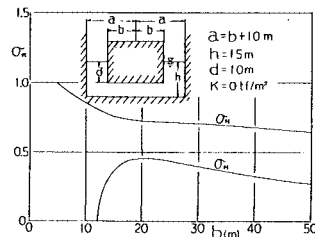
(4) 浮体幅の変化に対する固有周波数の変化

先の議論より、 σ_M はある浮体幅以上の浮体幅領域で存在するのではないかと予想される。 $\sigma_L, \sigma_M, \sigma_H$ は変分法の近似解法が適用できる周波数域に存在するので、以下、式(45)より固有周波数を求め議論を行う。

図一14は、水深、吃水および浮体両側の水面幅を一定とし、浮体幅と囲堤幅を変化させたときの固有周波数



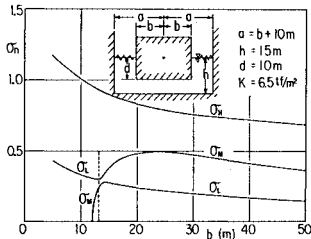
図一13 Swayの運動振幅 (Rollを拘束)



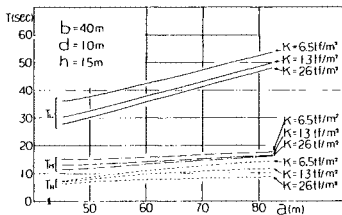
図一14 浮体幅の変化に対する固有周波数の変化

の変化を示したものである ($\bar{x}_0 = \bar{z}_0 = 0$)。この例は係留力を零とした自由浮体であるので σ_M, σ_H が存在するだけである。式 (45) は Γ に関する 3 次方程式であり解は 3 個存在するが、1 つの解は負となり Γ が正であるという条件に反するため、有効な解は 2 個となる。この図から、 σ_M は $b=12\text{ m}$ 付近において始めて現われることがわかる。

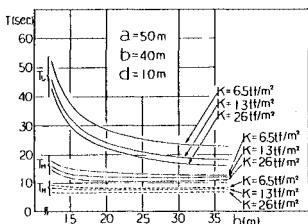
図一15は、静水面位置で水平に対称係留された浮体に関する図一14と同様な図である。浮体幅/吃水が小さい時は、 σ_H と σ_L 、浮体幅/吃水が大きいたきは $\sigma_H, \sigma_M, \sigma_L$ が存在することがわかる。ここで興味をひくのは $b=12\text{ m}$ 付近の σ_L, σ_M の変化の仕方であろう。Sway 周波数応答関数の形状の σ_L 近傍での特徴は、図一3の $\sigma\sqrt{d/g}$ の 0.2 前後にみられるように、 $\sigma\sqrt{d/g}$ が大きくなるにつれ、 $|X'/A_0|$ の値が、正の値、零、無限大、正の有限値をとることである。一方、 σ_M 近傍でのその特徴は、図一3の $\sigma\sqrt{d/g}$ の 0.45 前後にみられるように、 $\sigma\sqrt{d/g}$ が大きくなるに従い、 $|X'/A_0|$ の値が正の値、無限大、零、正の有限値をとることである。実際、ここでは示していないが、 b を変化させ Sway 振幅 $|X'/A_0|$ の周波数特性を調べていくと、 $b=13\text{ m}$ 付近



図一15 浮体幅の変化に対する固有周波数の変化



図一16 囲堤幅の変化に対する固有周期の変化



図一17 囲堤水深の変化に対する固有周期の変化

で上に述べた σ_L と σ_M 近傍の $|X'/A_0|$ の形が、図中の破線のところで逆転しているのがわかる。

(5) 水深と囲堤幅の変化に対する固有周期の変化

最後に、固有周波数 $\sigma_L, \sigma_M, \sigma_H$ に対応する固有周期 T_L, T_M, T_H が囲堤の水深および幅によってどのように変化するかを式 (45) を用いて調べる。

図一16は、Model (1) において水深、浮体幅、吃水を一定としたとき、囲堤幅の変化に対する T_L, T_M, T_H の変化を、3種のばね定数について示したものである。この図によると、囲堤幅が大きくなるにつれて、 T_L, T_M, T_H はいずれも大きくなるが、その割合は T_L において最も大きく、 T_M において最も小さい。また、一定の囲堤幅においてばね定数が大きくなると3種の固有周期はいずれも短くなる。図一17は、浮体幅、囲堤幅、吃水を一定とし、囲堤水深を変化させたときの固有周期の変化を3種のばね定数について示したものである。水深が大きくなると固有周期は短くなるが、 T_L は最も大きく影響を受け、 T_M, T_H はほとんど影響を受けないことがわかる。

Model (2) に対しても、図一16, 17と同様な図が書けるが、この場合は T_M が存在しないだけで、他の2種類の固有周期は、囲堤幅、水深の変化に対して Model (1) と同様な傾向を示す。

また、囲堤壁面と浮体側面の間の水面が重複的に振動することによって起こる同調点の固有周期は、水深よりも囲堤幅に大きく影響されることは明らかであり、囲堤幅が大きくなるにつれて、固有周期は長くなる。

5. 結 論

本論文では、水平方向に振動外力を受ける囲堤内の係留浮体の運動を解析するために、まず、境界要素法による解法を示した。この方法によると、原理的には、いかなる加振周期に対しても解析が可能である。ついで対象としている問題が Hamilton-Kelvin の原理に従う変分問題に変換されることを示し、水面が水平面を保ちながら上下すると仮定したときの近似解を示した。両方法により計算した結果、次のようなことが得られた。

(1) 境界要素法解によると、加振周波数が小さいとき、水面は水平面を保ちながら上下する。このような周波数領域では、浮体運動および水面形について変分法の近似解法による解と非常によく一致する。加振周波数が大きいときには水面に定在波が発生する。

(2) 浮体運動は加振周波数によって複雑に変化し、運動の同調点として次の4種類のものがあることがわかった。

- a) 浮体の質量と係留ばねによる同調 (σ_L)
- b) 浮体の Roll 方向慣性モーメント、Roll の復元力

および流体の振動による同調 (σ_M)

- c) 浮体の質量と流体の振動によって生じる同調 (σ_M)
 d) 浮体と囲堤間の水面が重複的に共振することによる複数の同調

このうち、a), b), c) の同調時の水面形はほぼ水平面を保っている。また、b) の同調は浮体幅/吃水が大きいために生じる同調であり、浮体幅/吃水が小さいときには生じない。各同調周波数は係留力が大きくなるにつれて大きくなり、c) の同調周期は囲堤の広さおよび水深に大きく左右される。

2つの解析法を比較すると、境界要素法の方が低周波数域から高周波数域までの厳密な解析ができるので、すぐれているといえるが、変分法の近似解法も低周波域に対しては、十分精度のよい解を容易に得ることができるので、十分意味があると思われる。

実際の地震動は過渡的であるにもかかわらず、本論文では周波数領域での計算のみを行った。時間領域での計算は今後の課題としたい。

なお、境界要素法の計算には、日立造船情報システムの HITAC M280-H を用いた。

本研究を進めるにあたり、ご教示を賜りました日立造船(株)電波・音響研究部の一色 浩、村上光功両博士に深く謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) Yeung, R.W. : A singularity distribution method for free-surface flow problems with an oscillating body, Univ. of Calif., Berkeley, Rep. No. NA 73-6, 1973.
- 2) Harten, A. and Chung, Y.K : Green's function techniques for the solution of floating body problems, Proc. Ocean Eng. III, Univ. Delaware, 1975.
- 3) 井島武士・吉田明德・山本督夫：任意断面浮体の2次元係留運動と波の変形，土木学会論文報告集，第272号，1978. 4.
- 4) 井島武士・松井 創・永田修一：任意断面形の空隙浮体の2次元運動と波の変形，土木学会論文報告集，第296号，1980. 4.
- 5) Ijima, T. and Nagata, S. : Numerical analysis of transient, finite amplitude waves by boundary integral and perturbation expansion, Coastal Engrg. in Japan, Vol. 23, 1980.
- 6) 井島武士・永田修一・小山文男：水中係留物体の非定常有限振幅運動の解析，第29回海岸工学講演会論文集，1982.
- 7) 清川哲志・平山彰彦・高梨和光・小林 浩：ハイブリッド境界要素法による任意反射率防波堤前面の船体動揺解析，第30回海岸工学講演会論文集，1983.
- 8) Bai, K.J. : A variational method in potential flow with a free surface, Univ. of Calif. Berkeley, Rep. NA 72-2, 1972.
- 9) 高品純志・藤野正隆・山本 茂：有限要素法による流体力の計算例，日本造船学会論文集，第136号，1974.
- 10) 瀬戸秀幸・山本善之：有限要素法による定常波動問題の基礎的研究，日本造船学会論文集，第136号，1974.
- 11) 瀬戸秀幸：有限要素法による定常波動問題の基礎的研究（第3報），日本造船学会論文集，第141号，1977.
- 12) 瀬戸秀幸：有限要素法による定常波動問題の基礎的研究（第4報），日本造船学会論文集，第144号，1978.
- 13) 滝川 清・田淵幹修：有限要素法による波動解析について，第27回海岸工学講演会論文集，1980.
- 14) Luke, J.C. : A variational principle for a fluid with a free surface, J. Fluid Mech, Vol. 27, Part 2, 1967.
- 15) Bessho, M. : On boundary value problems of an oscillating body floating on water, Mem. of Defense Academy, 8, 1968.
- 16) 一色 浩：自由表面を有するポテンシャル流の変分原理について，関西造船協会誌，第166号，1977.
- 17) 一色 浩：波浪中の浮体の運動に関するHamilton-KelvinおよびHamilton-Dirichletの原理，関西造船協会誌，第169号，1978.
- 18) 一色 浩・村上光功：入射波によるドック内の船の運動，関西造船協会誌，第169号，1978.
- 19) 村上光功・一色 浩・門野 明：制限水域における複数個の浮体の運動，西部造船会々報，第60号，1980. (1985. 8. 9・受付)