

水撃モデルによる管路系定常流計算の収束性加速に関する理論

THEORY ON TIME MARCHING APPROACH GIVING STEADY FLOW
CONDITION IN PIPELINES WITH WATERHAMMER ANALYSIS

島田 正志*

By Masashi SHIMADA

The principle of Time Marching Approach, defining the steady flow in pipelines as the flow in the limiting case where the transients finally converge, is explained theoretically in this paper. The speed of convergence in TMA depends on the spectrum radius of the coefficient matrix related to the characteristic finite difference equations for the linear partial differential equations, which are derived through perturbation from the steady flow equations, and a new method is proposed to converge rapidly to the steady flow.

Keywords: pipelines, steady flow, time marching approach, waterhammer, computations

1. ま え が き

パイプラインの水撃解析等の過渡現象の数値解析には初期条件の設定が不可欠であり、通常、想定する定常流れの条件を与える。この与え方は、(1)剛体モデルを基礎として、流量およびエネルギーの連続条件より、節点水頭・管路流量を決定する定常流管網解析、(2)非定常流解析で境界条件を固定して、疑似的過渡流れが収束した極限として定常流れを与える、2つの方法がある。前者は、節点解析、閉路解析(流量解析)としてすでに確立されている^{1)~4)}。後者は、“Time Marching Approach (TMAと略記することとする)”とよばれ⁵⁾、初期定常流れを計算するために延々と疑似的過渡流れを解析する必要があり冗長な方法となる。制御施設を多く有する複雑なパイプラインでは、後者の方法が実際には広く用いられている。そこで、本論文では、(1)定常流れ・過渡的流れを一貫した手法で計算する、(2)各種の制御施設を有するパイプラインを弾力的に計算可能とする、ために後者の弾性体モデルを基礎とするTMAを対象とした手法の改善を計る。TMAの考え方、研究の現状と問題点は以下のとおりである。水撃解析の場合、

時間ステップが管路長と圧力伝播速度に強く規定される。Fox⁵⁾はパイプラインの定常状態が管路や水の弾性には依存しない点^{6),7)}に着目し、系内の各管路を計算上1格子(全長を ΔX)として仮想的な圧力伝播速度を設定し、大きな時間ステップの採用により計算の効率化を計った。しかし、Foxの方法は、既存の1次近似差分モデルを採用、また各管路で共通の時間ステップを使用していないため、計算上の不安定性および複雑さの点で問題があり、大規模系の解析には実際上応用できない。Vardy⁸⁾はこれらの問題を次のように解決した。次式より共通の時間ステップ Δt を定める。この時間ステップは、各管路に対して共通とはなり得ないから、管路の長さを不変とすれば、圧力伝播速度を実際とは異なる値に設定することを意味する。

$$\Delta t = \frac{L_i}{a_i} \dots \dots \dots (1)$$

ここで、 L_i =管路*i*の管路長(m)、 a_i =管路*i*の仮想的な圧力伝播速度(m/s)。

また、無条件安定である2次近似モデルの採用を示唆したが、1次近似モデルを念頭に置き最適な時間ステップを決める目安として、次式を提案した。

$$f_i L_i Q_i / (A_i D_i a_i) < 1 \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 A_i =管路の断面積(m²)、 D_i =管径(m)、 f_i =

* 正会員 農博 研究員 農業土木試験場
(〒305 茨城県筑波郡谷田部町観音台2-1-2)

Darcy-Weisbach の摩擦損失係数, Q_i =管路流量 (m³/s), subscript i は, 管路 i を意味する.

Fox, Vardy の考え方は, TMA の収束性の改良をもたらした点で大きな意義があるが, TMA の本質的な意味が十分に解明されたとはいいがたい. 本論文の目的は, TMA の理論的な側面を解明し, さらに, 収束性の一層の改善を計り, TMA 手法の確立に資するところにある.

2. 基礎方程式

基礎方程式は, 水撃現象を記述する次式を使用する⁹⁾.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial t} + g \frac{\partial H}{\partial x} + \frac{f}{2D} |V| |V| &= 0 \\ \frac{\partial H}{\partial t} + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial x} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3)$$

ここで, g =重力加速度 (m/s²), V =流速 (m/s), H =基準位に対するピエゾ水頭 (m), t =時間 (s), x =下流を正とする位置座標 (m), また, 圧力伝播速度は管内流速より十分大きいと仮定する.

式 (3) を流量 Q とピエゾ水頭 H を変数とした特性方程式に変換すると,

$$\left. \begin{aligned} C^+ : dH + BdQ + RQ|Q| dt &= 0 \\ dx/dt &= a \\ C^- : -dH + BdQ + RQ|Q| dt &= 0 \\ dx/dt &= -a \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4)$$

ここで, $B = a/(gA)$, $R = fa/(2gDA^2)$.

上式の特性差分式としては, Fig. 1 の規定時間格子に適用した 2 次近似モデル (LINEAR SECOND ORDER APPROXIMATION MODEL, LSAM と略記)¹⁰⁾ の次式を使う.

$$\left. \begin{aligned} C^+ : (H_p - H_A) + B(Q_p - Q_A) + R_0 Q_p |Q_A| &= 0 \\ C^- : -(H_p - H_C) + B(Q_p - Q_C) + R_0 Q_p |Q_C| &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5)$$

ここで, $R_0 = R\Delta t$.

式 (5) の差分モデルは, 計算の無条件安定を保証し, 大きな時間ステップによる計算と収束性の加速においてきわめて重要な役割を果たす. なお, 1 次近似差分式 (FIRST ORDER APPROXIMATION MODEL, FAM と略記) は, 次式となる.

$$\left. \begin{aligned} C^+ : (H_p - H_A) + B(Q_p - Q_A) + R_0 Q_p |Q_A| &= 0 \\ C^- : -(H_p - H_C) + B(Q_p - Q_C) + R_0 Q_p |Q_C| &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (5')$$

次に, TMA の理論解析に必要となる, 定常流れに対する摂動方程式を導入する.

$$\left. \begin{aligned} Q &= Q_0 + q \\ H &= H_0 + h \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

ここで, subscript 0 は, 定常流成分を意味し, $|Q_0| > |q|$, $H_0 > |h|$ とする.

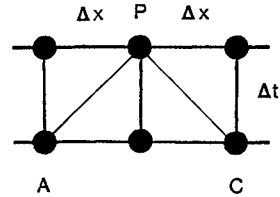


Fig. 1 規定時間格子 (Time specified grids).

式 (6) を式 (4) に代入し, 次の関係式を用いて定常流の成分を除けば, 摂動方程式 (7) を得る.

$$\left. \begin{aligned} (Q_0 + q) |Q_0 + q| &= Q_0 |Q_0| (1 + q/Q_0)^2 \\ &= Q_0 |Q_0| (1 + 2q/Q_0) \\ C^+ : dh + Bdq + 2R_1 q dt &= 0 \\ C^- : -dh + Bdq + 2R_1 q dt &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

ここで, $R_1 = R|Q_0|$.

式 (8) は, 式 (7) の 2 次近似差分式である.

$$\left. \begin{aligned} C^+ : (h_p - h_A) + B(q_p - q_A) + R_2 (q_p + q_A) &= 0 \\ C^- : -(h_p - h_C) + B(q_p - q_C) + R_2 (q_p + q_C) &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ここで, $R_2 = R_1 \Delta t$.

線形化した差分方程式 (8) は, 以下の TMA 解析の基礎となる.

3. Time Marching Approach の理論解析

解析の対象とするパイプラインシステム の非定常流の初期条件 (定常流れ) を TMA 法で計算する場合, 収束性を規定するメカニズムと収束を加速する方法を明らかにし, 次に, 具体的なシステムに対して応用例を示す.

問題とする疑似的過渡流れを線形化した差分方程式 (8), 線形化した境界条件 (パイプ接合部の流量と水頭の連続条件等) で記述した場合, 未知量と既知量は線形に含まれるので両者を分離して状態方程式 (9) で一般的に表現できる.

$$X_{k+1} = AX_k + b \dots\dots\dots (9)$$

ここで, X_{k+1} は独立な未知量からなる状態ベクトル, X_k は既知量からなる状態ベクトルで k は k 時間ステップを意味し, A は定数マトリックス (各管路の B , R_2 からなる), b は定数ベクトル (各管路の B , R_2 および境界条件からなる) となる. システムにあるパイプの数を NP とすれば, 境界条件とパイプ接合部の流量と水頭の連続条件が拘束条件になるので, 式 (9) のベクトルの次数 $ND = 2 NP$ となる. ベクトル X_k は, 定常流ではゼロ, すなわちゼロに収束するので, 収束条件はマトリックス A のすべての固有値の絶対値が 1 より小さい条件と一致する¹¹⁾. この条件は, 単一な管路系ではよく分析されており, 式 (2) は 1 次近似モデルの安定条件と関連して提案されたと理解でき⁹⁾, 一方, 2 次近似モ

デルの差分方程式では無条件安定となる¹⁰⁾。複雑な系に対して A の固有値の絶対値がすべて 1 より小さいことを一般的に証明するのは困難であるので、これを前提にしたうえで、さらに、収束を加速する条件を考える。 A の固有値の絶対値の最大値、すなわち、スペクトル半径 $\rho(A)$ が小さいほど、差分方程式の解は任意の初期値に対して速やかに収束することが、理論上予測される。すなわち、最適な時間ステップは、次式より決定できる。

$$\text{Optimal } \Delta t \equiv \text{Minimize } (\rho(A)) \dots \dots \dots (10)$$

既存の TMA の考え方は、圧力伝播速度のみを式 (1) に従って仮想的に変化させ、式 (10) により Δt の最適化を行うと理解できる。まず、単一管路系に対して、このことを実証しよう。

(1) 単一管路系

モデルは上流に一定水頭 H_0 の貯水池、末端には流量制御弁をもつ単一管路系の定常流解析を考える。静止した状態から、圧力波が管内を 1 往復する間 (2 ステップ) に流量を定常値まで時間線形に変化させる下流境界条件を与え、定常流に収束する繰り返し計算の回数 ITC を Δt に対して求めた (Fig. 2)。また、1 次近似モデルの差分式を使った計算結果も示した。収束条件は

$$|Q - Q_*| / Q_* < 10^{-5}$$

$$|H - H_*| / H_0 < 10^{-5}$$

ここで、 Q_* = 定常流量、 H_* = 水頭の真値。

この場合、マトリックス A の固有値 λ を、LSAM を例にして求める。

$$C^+ : X_2 - H_0 + B(Q_b - \bar{X}_1) + R_2(Q_b + \bar{X}_1) = 0$$

$$C^- : -H_0 + \bar{X}_2 + B(X_1 - \bar{Q}_b) + R_2(\bar{Q}_b + X_1) = 0$$

ここで、 X_1, X_2 は、おのおの、上流の未知流量・下流の未知水頭、 \bar{X}_1, \bar{X}_2 は 1 ステップ前の X_1, X_2 の値、同様に、 Q_b, \bar{Q}_b は下流の境界流量を意味する。

マトリックス A は次のとおりとなる。

$$A = \begin{bmatrix} 0 & , & -1/(B+R_2) \\ (B-R_2) & , & 0 \end{bmatrix}$$

したがって、 A の固有値 λ は式 (11) の解で与えられる。

$$\lambda^2 + (1 - \phi)/(1 + \phi) = 0 \quad (2 \text{ 次近似モデル}) \dots \dots \dots (11)$$

ただし、 $\phi = R_2/B$ 。

同様にして、FAM の場合には式 (12) を得る。

$$\lambda^2 + (1 - 2\phi) = 0 \quad (1 \text{ 次近似モデル}) \dots \dots \dots (12)$$

おのおの、 $\phi = 1$ と $\phi = 1/2$ でスペクトル半径 $\rho(A)$ はゼロとなる。一方、式 (5)、(5)' を使った数値計算でも最適な Δt は、おのおの、 $\phi = 1$ と $\phi = 1/2$ 与えられ、両者は完全に一致する。Fig. 2 の計算結果は、パイプの抵抗特性に依存せず、無次元抵抗係数 $\sigma = fQ_b L / (2gDH_0 A) = 0.2, 0.4, 0.8$ の広い範囲でほとんど同一となる。なお、FAM の場合 $1 < \phi$ では、不安定となり正しい解に収束しなかった。 $\sigma = 0.2, 0.4, 0.8$ のいずれ

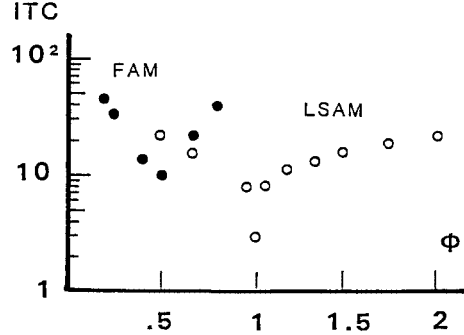


Fig. 2 単管路系の計算時間ステップと繰返し計算回数 ITC (Number of iterations vs. $\phi = R_2 \Delta t / B$ for single pipe system).

の場合にも、 $\phi = 0.95, 0.99$ では、おのおの、ITC = 170, 744 で解に収束した。

式 (11) は、あらゆる場合に固有値の絶対値が 1 より小さいので 2 次近似モデルは無条件安定となる。 $\phi = 1$ は、慣性項と摩擦抵抗項がバランスしていることに対応するので、厳密な証明はできないが臨界振動に近い条件が形成されていると推測される¹²⁾。この場合、圧力振動が時間的に継続する通常の過渡的流れはみられず、境界条件が固定されてわずか 1 ステップ (3 ステップ目) で定常流が形成される。式 (2) は $(1/2) > \phi$ なる条件と一致する。また、FAM の安定条件は、 $2 > \phi$ とされているが⁹⁾、著者の解析では式 (12) で $|\lambda| < 1$ より $1 > \phi$ となる。Fig. 2 の FAM の計算結果も、 $1 < \phi$ の条件では計算が不安定となり、既存の安定条件に重大な疑義を投げかけるものである。2 次近似モデルの優位性は明らかであり、ここでは FAM の安定性についてこれ以上立ち入らない。

(2) 複合管

同様の考え方で、上流・下流に一定水頭 (H_1, H_2) の貯水池をもつ複合管 (Fig. 3 ただし、 $L_1 = 5000, D_1 = 1.0, f_1 = 0.016, H_1 = 40, L_2 = 1000, D_2 = 0.75, f_2 = 0.032, H_2 = 15$) で解析を行った。式 (11) を求めたのと同様の方法により、1 次・2 次近似モデルに対する固有値は、おのおの、次式で決定できる。

$$\lambda^4 + (-\alpha(\beta y_2(y_2 + 1) + y_1(y_1 - \beta)) + y_2)^2 - \alpha y_1 y_2 (y_1 + \beta) = 0 \quad (\text{FAM}) \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 $y_1 = 1 - \phi_1, y_2 = 1 - \phi_2, \alpha = (1 + ld), \beta = ld, l = L_2/L_1, d = A_1/A_2$, subscript 1 と 2 は上流および下流のパイプをおのおの意味する。

$$C_0 \lambda^4 + C_1 \lambda^2 + C_2 = 0 \quad (\text{LSAM}) \dots \dots \dots (14)$$

ここで、 $C_0 = (1 + \phi_1)(1 + \phi_2), C_1 = z(1 - \phi_1)(1 + \phi_2)(1 + \phi_2) - (1 - \phi_1) + z(1 - \phi_2)(1 + \phi_1)(-ld(1 - \phi_2) + (1 + \phi_1)), C_2 = -z^2(1 - \phi_1)(1 - \phi_2), (1/z) = (1 + \phi_1)$

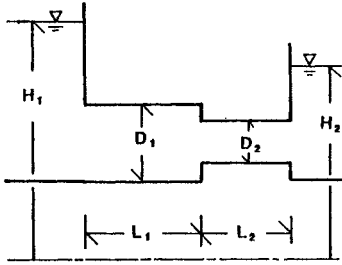


Fig. 3 複合管路モデル (Series pipe system).

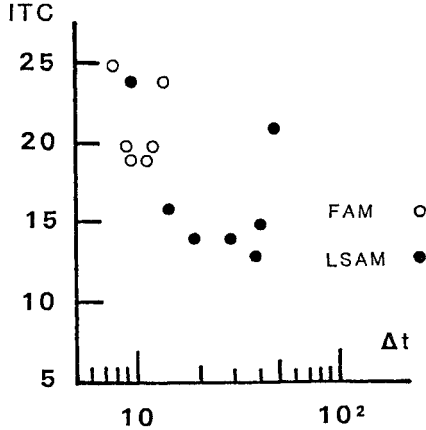


Fig. 4 複合管路モデルの計算時間ステップと繰返し計算回数 ITC (Number of iteration vs. Δt for series pipe).

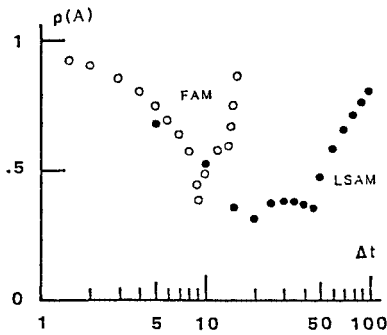


Fig. 5 スペクトル半径 $\rho(A)$ と計算時間ステップ (Spectrum radius $\rho(A)$ vs. time step size Δt).

$+ld(1+\phi_2)$.

式 (13), (14) のいずれも, 4 重根をもつ場合に $\rho(A)$ が最小となる. Fig. 4 は Fig. 2 と同様の計算結果 (ITC は計算回数, Δt は時間ステップ) を示した. Fig. 5 は, Δt に対応する $\rho(A)$ の値を示す. FAM の場合, $\rho(A)$ を最小とする最適な Δt と ITC を最小とする Δt がほぼ一致する. LSAM の場合, $\rho(A)$ を最小とする最適な Δt は 13~40 s で, ITC を最小とする Δt は 20~40 s とほぼ対応する. 以上のように, 理論と数値実験との対応も良好である.

4. TMA 法の収束の加速

既存の TMA 法では, 圧力伝播速度のみを式 (1) により修正して共通の時間ステップを最適化した. パイプラインに長さのかなり異なるパイプが混在する場合には, 長いパイプでは大きな圧力伝播速度を短いパイプでは小さな圧力伝播速度を仮想することになる. 前者は, 大きな圧力変動を作り, 後者は, 計算上の不安定性をもたらす. 不安定性の問題は, 2 次近似モデルの導入で解決したが, 強い非定常性を産み出す効果を軽減し, 結果的に $\rho(A)$ を減少させる方法は存在しないであろうか?

TMA 法は, 単一管路系で考察したように系の慣性と摩擦効果をバランスさせて速やかに定常状態を実現しようとする方法といえる. したがって, 今の場合長いパイプで圧力伝播速度の修正を少なめに, また, 同時に摩擦効果を強めて, 過剰なエネルギーを適切に散逸させることが可能となればよい.

そこで, 定常流管網解析の基本的関係式, すなわち, 流量とエネルギーの連続性を一定不変として, 同一の定常流解をもつという意味で等価な仮想的なパイプライン系に現実の系を変換し, 上述の可能性を検討する. 流量の連続性を不変に保つには, 各パイプの流量を不変とすればよい. すなわち,

$$Q = A_0 V_0 = A_i V_i \dots \dots \dots (15)$$

ここで, subscript 0 と i は, おのおの, original と imaginary パイプラインシステムを意味する.

同様に, エネルギーの場合は, 各パイプの摩擦損失水頭を不変とすればよい, すなわち,

$$\Delta H_L = f_0 L_0 Q_0^2 / (2 g D_0 A_0^5) = f_i L_i Q_i^2 / (2 g D_i A_i^5) \dots \dots (16)$$

ここで, ΔH_L = 摩擦損失水頭.

一般的には, 式 (15), (16) により, 管路の長さ, 管径, 摩擦損失係数を変化させ, スペクトル半径を最小化する最適化問題となる. しかし, 大規模パイプラインに対して固有値計算を実行するのではなかなか面倒であり, 簡単に TMA で近似計算できるように実用上の工

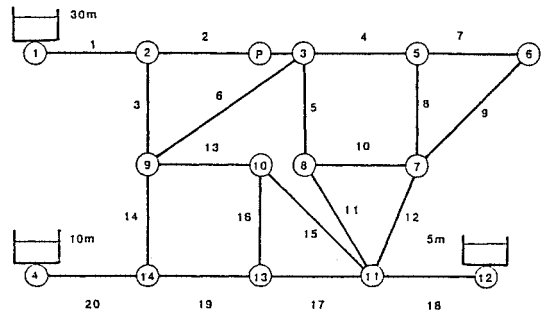


Fig. 6 種々の長さの管路を含むパイプラインモデル (Model system of pipeline (By Vardy)).

夫をすることが重要である。そこで式 (15), (16) から、たとえば、管径 D を一定に保てば流速も不変で、管路長と摩擦損失係数の積を不変とすればよく、物理的にも当面の目的に妥当な変換を与える。

次に、著者の考え方が、実際、収束性の改善につながることを具体的な例で実証する。Fig. 6 は、Vardy が TMA 法の有効性を示すために取り上げたバイブラインシステム (NP=20) で 3 つの貯水池と 1 つのポンプをもつ配水系である。

Table 1 には、各パイプの L_i, D_i, f_i を示す。この系には、ポンプに接続する 2 m から 2000 m に至るパイプが混在し、現実の諸元では、比較的緩やかな条件を与えても、3000 回以上の iteration を、実際、必要とした。初期値は、静止状態と適当な水頭配分値で与えることとし、収束基準は式 (17) を採用する。

$$\left. \begin{aligned} \Delta V^* &= (V_v - V_p) / [2g(H_{\max} - H_{\min})]^{0.5} \\ |\Delta V^*| &< 0.0001 \\ \text{および} \\ \Delta H^* &= [(H_v - H_p) - \Delta H_L] / (H_{\max} - H_{\min}) \\ |\Delta H^*| &< 0.0001 \end{aligned} \right\} \dots\dots(17)$$

ここで、subscript U と D は、任意のパイプの上流および下流 section を意味するものとする。

式 (1) により圧力伝播速度のみを修正する既存の TMA 法では、Fig. 7 に示すように、 $\Delta t = 1.9$ のときに ITC = 130 回で最適値をとる。しかし、 Δt の変化に対

して大きな影響を受ける。同様に、著者の方法により、20 本のパイプをすべて 50 m、あるいは、500 m に仮想的に変換した場合の計算結果を Fig. 7 に示す。

最適な Δt は、約 3 s (50 m)、30 s (500 m) となり、繰り返し計算の回数 ITC も 30 程度と 1 オーダー下げることができる。パイプの長さを 100 m、1000 m としても同様の結果が得られ、最小となる ITC は 30 程度である。このときの、スペクトル半径 $\rho(A)$ は、Fig. 8 に示すとおりで、 $\rho(A)$ と ITC の最小値を与える最適な Δt はよい精度で一致する。なお、非対称実行列の固有値計算は、ダブル QR 法で求めた^{[13], [14]}。

収束速度の改善が、スペクトル半径の減少によって実現していることは明らかであろう。以上、すべての管路長を同一に変換して、仮想的なシステムを考える手法は有効と考えられるが、この手法の評価を次のように行った。パイプの長さ 50 m、 $\rho(A) = 0.7475$ (Fig. 8 の最適値の 1 つ) を初期値として 1 m の増減を許してパイプの長さを変化させ、降下法により $\rho(A)$ を小さくして、最適化問題の局所解を求めた結果、パイプの長さ 65, 46, 59, 45, 50, 47, 49, 47, 52, 52, 52, 50, 55, 57, 50, 50, 49, 55, 49, 50 m、 $\rho(A) = 0.7278$ を得た。この結果を使えば、繰り返し計算回数 ITC = 30 となった。したがって、対象とするシステムにかなり異なる長さのパイプを含む場合には、ここで提示した手法が有効であるといえる。

最後に、TMA で定常流れを計算する場合の考え方と手順について整理しておく。

(1) 各管路の流量を不変として、すべての管径を現実の値に保つ。これで、各管路の定常流速も現実の値に一致する。この処置は、各種の弁の損失特性を速度水頭に対する係数で表現する場合、係数も変化しないので便利である。

(2) 管路長をすべて同一長さ (L_i とする) に仮想変換し、各管路の損失水頭が不変となるよう摩擦損失係数を次式で求める。

Table 1 モデルの諸元 (System parameters).

No	L	D	f	No	L	D	f
1	200	0.3	0.016	2	4	0.254	0.02
3	300	0.254	0.02	4	200	0.152	0.024
5	1500	0.152	0.024	6	2	0.254	0.02
7	200	0.152	0.024	8	150	0.152	0.024
9	25	0.254	0.024	10	200	0.152	0.032
11	150	0.152	0.024	12	250	0.254	0.02
13	2000	0.152	0.024	14	30	0.254	0.02
15	200	0.152	0.028	16	150	0.152	0.028
17	25	0.254	0.02	18	2000	0.3	0.02
19	250	0.254	0.02	20	30	0.3	0.016

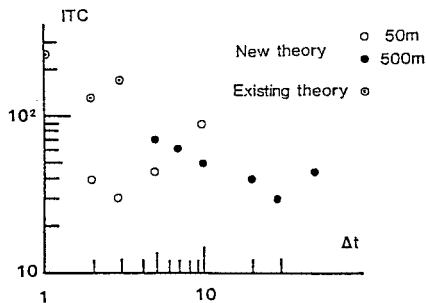


Fig. 7 計算時間ステップと繰り返し計算回数 ITC (Number of iterations ITC vs. Δt).

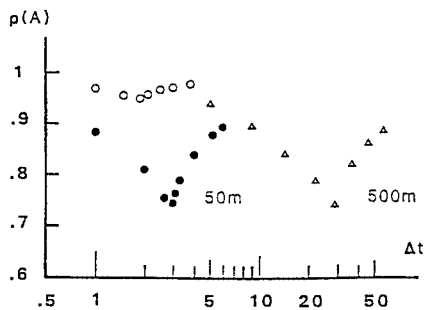


Fig. 8 スペクトル半径 $\rho(A)$ と計算時間ステップ (Spectrum radius $\rho(A)$ vs. Δt).

$$f_{ij} = f_{0j} L_{0j} / L_i \quad (j=1, NP)$$

ここで、suffix $i, 0$ は imaginary, original system を意味する。

(3) 特性直線法(規定格子法)で非定常流計算を行うが、特性差分式は2次近似モデルを使用して大きな時間ステップに対して安定性を高める。1次近似モデルでは、時間ステップに対して安定性上の制約があり、効果を発揮しない。

(4) 各管路とも1格子のみ(内点は存在しない)とし、共通の時間ステップを設定して、圧力伝播速度 a を次式から定める。

$$a = L_i / \Delta t$$

(5) あるシステムで最適な Δt を実際決める方法は、何通りかの Δt に対する計算から近似値を求め、経験的に最適な Δt を蓄積することが望ましい。もちろん、厳密には、いったん知られた定常流れを基に固有値解析から最適な Δt を決定できる。

5. 結 論

パイプラインの水撃解析の初期定常条件の設定方法として、境界条件を固定した非定常計算(特性直線法)で解が収束した極限を定常解とみなす手法(Time Marching Approach)を採用し、以下のことが解明された。

(1) TMAの理論的問題として最も重要な収束の速度は、想定する定常流れの周りに関する摂動方程式で記述した線形差分方程式系の係数行列のスペクトル半径の大きさに依存する。

(2) 単一管路系、複合管路系について、圧力伝播速度のみを修正する既存のTMAの理論で計算した結果、“繰り返し計算回数を最小にする”という意味で最適な時間ステップが、与えられた条件下で最小のスペクトル半径とはほぼ対応する。

(3) 収束のスピードをさらに加速する方法として、流量とエネルギーの連続条件を不変に保ちつつ、圧力伝播速度に加えてパイプ長さ、抵抗係数を仮想的な値に修正し、すなわち、現実のシステムを仮想的なシステムに等価変換し、スペクトル半径を減少させる方法を提案した。この手法は、種々の長さのパイプを含むパイプラインの解析にきわめて有効である。

以上、本論文は、TMA法の理論的根拠と定常解へ速

やかに収束させる手法の改善に一定の前進をもたらした。各種の弁、オリフィス等の制御施設を含むシステムの異なる条件下での定常流解析に対しても、弾力的に対応できる点でも非定常解析法は、大変有効と考えられる。

なお、計算はすべてPC 9801F2で倍精度計算した。

参 考 文 献

- 1) 高桑哲男：配水管網の解析と設計，森北出版，1978。
- 2) Jeppson, R. W. : Analysis of Flow In Pipe Networks, Ann Arbor Science Publishers, 1976.
- 3) Chandrashekar, M. : Extended Set of Components In Pipe Networks, Jour. of the Hydraulic Div., ASCE, Vol.106, No. HY1, pp.133~149, 1980.
- 4) 西川禎一・宇土顕彦：大規模管網計算の高速化と管路取り出しモデルによる高精度化，水道協会雑誌，No.603, pp.2~16, 1984.
- 5) Fox, J. A. and Keech, A. E. : Pipe network analysis-a novel steady state technique, Jour. of Inst. Water Engrs. and Sci., 29, pp.183~194, 1975.
- 6) Wylie, E. B. : Fundamental Equations of Water Hammer, Jour. of Hydraulic Engrg., ASCE, Vol.110, No.4, pp.537~542, 1984.
- 7) Wylie, E. B. : Closure of the discussion for the above paper, Jour. of Hydraulic Engrg., ASCE, Vol.111, No.8, 1985.
- 8) Vardy, A. E. : Rapidly Attenuated Water Hammer and Steel Hammer, 4th Int. Conf. on Pressure Surges, AI, Univ. of Bath, England, BHRA, 1983.
- 9) Wylie, E. B. and Streeter, V. L. : Fluid Transients, McGraw-Hill book Company, 1978.
- 10) Wylie, E. B. : The Microcomputer and Pipeline Transients, Jour. of Hydraulic Engrg., ASCE, Vol.109, No.12, pp.1723~1739, 1983.
- 11) 矢嶋信男・野木達夫：発展方程式の数値解析，岩波書店，1977。
- 12) Landau, L. D. and Lifshitz, E. M. : Mechanics (translation from Russian into English by Sykes, J. B. and J. S. Bell), Pergamon Press, 1976.
- 13) Smith, B. T. et al. : Matrix Eigensystem Routines EISPACK Guide, (No.6 Lecture Notes in Computer Science), Springer-Verlag, 1976.
- 14) Wilkinson, J. H. and Reinsh, C. : Handbook for Automatic Computation, Vol.2, Linear Algebra, Springer-Verlag, New York, 1971.

(1986.2.25・受付)