

直線礫床河川の動的安定横断形状とそのスケール

STABLE CHANNEL CROSS-SECTION OF STRAIGHT GRAVEL RIVERS WITH ACTIVELY TRANSPORTED BED MATERIALS

池田 駿介*・Gary PARKER**・千代田将明***・木村 善孝****

By Syunsuke IKEDA, Gary PARKER, Masaaki CHIYODA and Yoshitaka KIMURA

Mathematical models for defining stable straight rivers are presented, in which poorly-sorted coarse bed materials are transported without altering their channel cross-section. Introduction of lateral turbulent diffusion in the momentum balance equation makes it possible to obtain a bed shear stress distribution which allows a mobile bed and immobile banks. A condition of threshold at junctions of the bed and the banks and a resistance formula are used to obtain the stable depth and width, respectively. Laboratory tests are conducted by changing size distributions of bed material but keeping the same median size, which reveals that the channel cross-section is considerably affected by the size distribution. The theory predicts the effect of mixtures very well, and it is also applied successfully to actual rivers. Rational regime relations are presented based on the analysis.

Keywords: bedload, gravel rivers, stable channel cross-section

1. 序 論

移動床を有する流路内の流れがどのような境界面を自己形成するかという問題は移動床水理学上の重要な課題の1つとして、従来から数多くの研究が積み重ねられてきた。KennedyやLindleyはインドにおいて安定な水路の設計のためにレジーム理論¹⁾を提案し、この問題への取組みの端緒となった。Leopold・Maddock²⁾は河川地形学の立場からこの理論を継承し、流速、水深、河幅、勾配、粗度を流量のべき関数として表現し、これらの間の関係を水理幾何学として詳細に調べた。この後、同様な方法論によって数多くの研究が行われている³⁾⁻⁵⁾。しかし、これらの研究には力学関係が全く含まれていないか、仮定やエントロピーのような概念が持ち込まれており、現象の力学的解明からはほど遠いものとなっている。一方、力学的アプローチはLane⁶⁾による静的安定河道の研究がその嚆矢となるが、この理論では川幅/中央水深の比が一定値（水中安息角が40°であれば後述の

ように4.52)となり、現実に存在する河川の形状を説明できない。このことは流路内で土砂移動が存在する領域を考えた動的安定理論によらなければならないことを示唆している。このような土砂の移動を考慮して、流路の横断形状を論じた最初の試みとして平野⁷⁾の研究がある。平野の研究は直線流路の横断形状の変形過程を取り扱うことに成功したが、平坦な流路中央部と側岸部の接続点において常に流砂量が存在するために、流路は拡がり続ける。したがって、流路中央部で土砂移動が存在し、かつ側岸部では静的安定状態にあるという動的安定横断形状を説明できるまでには至らなかった。Parker⁸⁾はこれを“Stable channel paradox”と名付け、問題点の指摘を行うとともに、乱れによる横断方向の運動量輸送を取り入れることによって、動的平衡河川の横断形状を説明することに初めて成功した。しかし、Parkerの理論には混合砂の効果が取り入れられていないので、後述の実験結果を説明することができない。実際の礫床河川は混合粒径から成り立っているため、この点の解明が必要である。

本研究はParkerの理論を基礎としつつ、混合粒径が河川の動的安定横断形状に及ぼす効果について取り扱ったものである。なお、砂床河川については流路中央部から側岸部への浮遊砂の乱流拡散が河幅の維持に重要な役

* 正会員 工博 埼玉大学助教授 工学部建設基礎工学科 (〒338 浦和市下大久保255)

** Ph. D. Minnesota 大学教授 St. Anthony Falls 水理研究所

*** 工修 (株)東京電力

**** 福島県庁

割を演じており⁹⁾、本研究で取り扱っている礫床河川とは機構が異なるので、本研究の対象ではない。

2. 動的安定横断形状とその維持機構

Fig. 1 において実線で示されているように、横断方向に平衡に達している河川は M を境界点とする平坦な流路中央部と、これに滑らかに接合する側岸部を有する横断形状をもつと考えられる。ここで、流路中央部で平坦となる理由は以下のとおりである。流路中央部では掃流砂が存在するので、もし横断方向に傾きがあれば重力の効果によって横断方向流砂が生じ¹⁰⁾、安定な形状を維持し得ない。したがって、流路中央部は平坦床でなければならない。流路が動的に安定であるためには M 点から右側の側岸部では静的安定状態（限界掃流力状態）となり、 M 点から左側の流路中央部では流下方向の流砂が存在しなければならない。

もしここで、流砂量を算定するに際していわゆる断面分割法によるせん断力、 $\tau = \rho g S dA / dP$ を用いると、 M 点から左では τ が一定であるので有限な流砂量が常に存在し、かつ τ は M 点より右側の側岸部に滑らかにつながっていくので側岸部でも流砂量が存在することになり、結果として河幅は常に際限なく広がっていくことになる。このように、流砂が存在すること、動的安定横断形状が存在することは断面分割法を用いてせん断力を見積る限り、相矛盾することになる (stable channel paradox)。このような矛盾を解決するには乱れによる横断方向運動量輸送、 $\rho \overline{u'v'}$ を考慮した式¹¹⁾

$$\tau = \rho g S \frac{dA}{dP} - \frac{d}{dP} \int_0^{h_n} \rho \overline{u'v'} dz \dots \dots \dots (1)$$

を用いねばならない。ここに ρ は流体密度、 g は重力加速度、 S は水面勾配、 dA は微小断面積、 dP はそれに対応する潤辺、 h_n は境界面に垂直な水深、 z はその座標を表わす (Fig. 1)。Fig. 1 のような断面形状の場合に適用すると C から M 、 E へと単調に減少する分布形となるが、Parker⁸⁾ は流路中央部と側岸部の解を接合漸近展開法を用いてマッチングさせることにより積分定数を定め、水路中央部のせん断力分布を次のように求めている。

$$\frac{\delta}{D_c} = 1 - \epsilon \frac{\gamma(1+2\Phi)}{\sinh \theta + \cosh \theta} \cosh \left(\frac{1}{\sqrt{\Phi}} \frac{y}{D_c} \right) \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 $\delta = \tau / \rho g S$ 、 D_c は中央部水深、 $\epsilon = (2 D_c / B_s)^2$ 、 B_s は側岸部の幅、 $\theta = (1 - \epsilon_1) / (\sqrt{\Phi} \epsilon_1 \sqrt{\epsilon})$ 、 $\epsilon_1 = B_s / B$ 、 B は全幅、 y は水路中心からの横断方向座標、 Φ は相当粗度 k と D_c の関数であり、次式で表わされる。

$$\Phi = \left[\frac{1}{12} \ln \left(30 \frac{D_c}{k} \right) - \frac{5}{72} \right] \left[1 + \frac{1}{2 \ln \left(30 \frac{D_c}{k} \right) - \frac{17}{3}} \right] \dots \dots \dots (3)$$

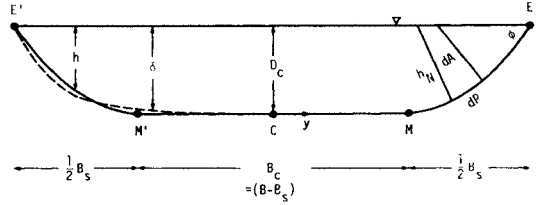


Fig. 1 Channel cross-section and definition sketch.

また、 γ は

$$\gamma = \frac{(\cos^{-1} r)^2}{2(1-r)} \dots \dots \dots (4)$$

である。ここで、 r は後に述べる側岸部の形状を決定する定数で 0.714 であり、このとき $\gamma = 1.05$ となる。式 (2) で表現される δ は “stress depth” とよばれ、その分布形の概略図は Fig. 1 に破線で示されている。したがって M 点で限界掃流力となるような状態で動的平衡状態が実現されることになる。このとき、側岸部では全域で限界掃流力状態となっているので、この条件から側岸部の形状は余弦形状として求められ、

$$\frac{h}{D_c} = \frac{1}{1-r} \left\{ \cos \left[\frac{2y - (B - B_s)}{B_s} \cos^{-1} r \right] - r \right\} \dots \dots \dots (5)$$

ここに h は鉛直方向の局所水深、 $r = 0.714$ であるが、この値は水際の傾き $\phi = 40^\circ$ に対応する。このとき、式 (2) 中の $\epsilon = (2 D_c / B_s)^2 = 0.196$ となる。以上が、Parker⁸⁾ による理論の概略である。

上記の横断面形状に対応する潤辺長 P 、横断面積 A 、径深 R は次のように求まる。

$$P = \left(1 + 5.048 \frac{D_c}{B_c} \right) B_c \dots \dots \dots (6)$$

$$A = \left(1 + 2.982 \frac{D_c}{B_c} \right) D_c B_c \dots \dots \dots (7)$$

$$R = \frac{A}{P} \approx \left(1 - 2.066 \frac{D_c}{B_c} \right) D_c \dots \dots \dots (8)$$

3. 動的安定水深

式 (2) において M 点、 $y = (B - B_s) / 2$ 、で限界掃流力 τ_{thr} となるようにとれば

$$\tau_{thr}^* = \tau_c^* \left[1 - \epsilon \frac{\gamma(1+2\Phi)}{1 + \tanh \theta} \right] \dots \dots \dots (9)$$

となる。ここに、 $\tau_{thr}^* = \tau_{thr} / (\rho_s - \rho) g d_i$ 、 $\tau_c^* = \rho g D_c S / (\rho_s - \rho) g d_i$ であり、 ρ_s は河床材料の密度、 d_i は粒径である。 ϵ 、 γ はそれぞれ、0.196、1.05 と与えられているので、 τ_c^* / τ_{thr}^* は $\epsilon_1 = B_s / B$ と D_c / k の関数となる。この関数関係を Fig. 2 に示す。 $B_s / B < 0.6$ では τ_c^* / τ_{thr}^* の値は変化しなくなり、しかも D_c / k に対しては弱い関数となる。以上から流路中心における無次元掃流力 τ_c^* は $5 < D_c / k < 100$ の範囲で平均値をとり、

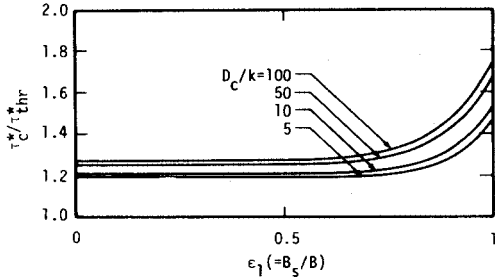


Fig. 2 τ_c^*/τ_{thr}^* versus ϵ_1 and D_c/k .

$$\tau_c^* \approx 1.23 \tau_{thr}^* \dots \dots \dots (10)$$

とする。

本研究では混合粒径をもつ河床を考えているので、 τ_{thr}^* を与える場合に d_i としてどの粒径を用いるかが問題となる。Egiazaroff⁽¹²⁾によれば、混合粒径の無次元限界掃流力は $\tau_{thr}^* = 0.1 / (\log_{10} 19 d_i / d_{50})^2$ で与えられる。ここに d_{50} は 50% 粒径 (中央粒径) である。このとき $d_i / d_{50} = 1$ とすれば、 $\tau_{thr}^* = 0.06$ となり、一般に知られている値よりもやや過大な値を与える。さらに一般に限界掃流力として用いられる値は砂粒が若干移動している状態で測定された値である。したがってここでは、 $d_i / d_{50} = 1$ において $\tau_{thr}^* = 0.03$ (後の流砂量式とも一致する値である) となるように調節した式

$$\tau_{thr}^* = \frac{0.05}{\left[\log_{10} \left(19 \frac{d_i}{d_{50}} \right) \right]^2} \dots \dots \dots (11)$$

を用いる。M 点から右側の側岸部では拡幅が終了した最終状態では静的平衡状態であるので、後に示されるように表面にはアーサー・コートが形成される。したがって、大きい砂粒子が動かなければ、安定状態となる。 d_{100} の値は一般に不確定であり、現象を支配していると考えられないので、ここでは d_{90} を用いることとする。ここに、 d_{90} は 90% 粒径である。

以上の考察から、中心部における水深 D_c は式 (10)、(11) を用いて

$$D_{cm} = 0.0615 (\log_{10} 19 \sigma)^{-2} R_s \sigma d_{50} / S \dots \dots \dots (12)$$

となる。ここに $\sigma = d_{90} / d_{50}$ であり、付け加えられた suffix “m” は混合砂であることを表す。特に一様砂の場合には

$$D_{cu} = 0.0376 R_s d_{50} / S \dots \dots \dots (13)$$

となる。ここに suffix “u” は一様砂であることを表す。なお、 $R_s = (\rho_s - \rho) / \rho$ であり、一般に 1.65 としてよい。

4. 動的安定幅

水深が局所的な底面せん断力分布に関する考察から得られたのに対し、流路幅を求めるには流路全体としての

力のつり合い式を用いねばならない。ここでは数多くのデータによってよく検討されている Keulegan⁽¹³⁾ の抵抗式を用いる。

$$\frac{U}{U_*} = 2.5 \ln \left(11 \frac{R}{k} \right) \dots \dots \dots (14)$$

ここに、 U は断面平均速度、 U_* は断面平均摩擦速度であり、 $U = Q/A$ (Q は流量)、 $U_* = \sqrt{gRS}$ であるので、式 (7)、(8) の関係を用いて式 (14) を書き直せば、

$$Q = \left(1 + 2.982 \frac{D_c}{B_c} \right) D_c B_c \sqrt{g \left(1 - 2.066 \frac{D_c}{B_c} \right) D_c S} \times 2.5 \ln \frac{11 \left(1 - 2.066 \frac{D_c}{B_c} \right) D_c}{k} \dots \dots \dots (15)$$

となる。 D_c/B_c を微小項として Taylor 展開し、 $(D_c/B_c)^2$ 以上のオーダーの項を無視して B_c の値を求め、この値に前述の側岸部形状から求まる $B_s = 4.520 D_c$ を加えると全流路幅は

$$B = B_c + B_s = \frac{Q}{D_c \sqrt{g D_c S} 2.5 \ln \left(11 \frac{D_c}{k} \right)} + \left[2.571 + \frac{2.066}{\ln \left(11 \frac{D_c}{k} \right)} \right] D_c \dots \dots \dots (16)$$

と求められる。

式 (16) を計算するに際して相当粗度 k をどのように取り扱うかが次に問題となる。Kellerhals⁽¹⁴⁾ は自身の観測による 12 の野外データおよび Lane・Carlson⁽¹⁵⁾ の礫床灌漑水路のデータを用いて $k \approx d_{90}$ であることを報告し、Bray⁽¹⁶⁾ は 67 の平坦な礫床河川のデータを用いて、 $k = d_{50}$ 、 d_{65} 、 d_{90} として検討し、 d_{90} が最も適合性がよいことを報告している。一方、実験水路では、Kamphuis⁽¹⁷⁾ が $k = 2 d_{90}$ を、千代田・池田・荒井⁽¹⁸⁾ は $k = 2.5 d_{90}$ を得ている。以上のように若干のばらつきはあるものの、 k は d_{90} と最も密接な関係があることが知られている。したがってここでは以上の中間的な値

$$k = 1.5 d_{90} = 1.5 \sigma d_{50} \dots \dots \dots (17)$$

を採用する。式 (17) を式 (16) に代入すれば、 D_c は混合粒径の場合の D_{cm} であることに注意して、

$$B_m = \frac{Q}{D_{cm} \sqrt{g D_{cm} S} 2.5 \ln \left(7.333 \frac{D_{cm}}{\sigma d_{50}} \right)} + \left[2.571 + \frac{2.066}{\ln \left(7.333 \frac{D_{cm}}{\sigma d_{50}} \right)} \right] D_{cm} \dots \dots \dots (18)$$

となる。 D_{cm} は式 (12) により与えられる。一様砂の場合には

$$B_u = \frac{Q}{D_{cu} \sqrt{g D_{cu} S} 2.5 \ln \left(7.333 \frac{D_{cu}}{d_{50}} \right)}$$

$$+ \left[2.571 + \frac{2.066}{\ln \left(7.333 \frac{D_{cu}}{d_{50}} \right)} \right] D_{cu} \dots\dots\dots (19)$$

となる。\$D_{cu}\$は式(13)により与えられる。

以上の結果から、式(12)によって中央部の水深が、式(18)によって全流路幅が与えられるが、これらの平衡形状を決定する一次量は \$Q, S, d_{50}\$ および \$\sigma\$ であることが知られる。

5. 流下方向流砂量

本研究で考えられているような安定形状の維持機構では流路中央部では河床材料が掃流砂として流下方向に移動していることになる。掃流砂量は式(2)から求まる局所底面せん断力を適切な掃流砂量式に代入して各点の流砂量を求め、これを Fig.1 の \$M'\$ から \$M\$ まで積分し、流路中央部の幅 \$B_c\$ で割れば単位幅当たり平均流砂量が求まる。しかし、この方法は式(2)が \$\epsilon_1 (= B_s/B = 4.520 D_c/B)\$ と \$D_c/k\$ の関数であるので、条件が変わるたびに数値積分を行わねばならず、厄介である。ところが、\$\delta\$ の値は流路中央部の大部分の領域であまり変化せず、しかも \$\delta\$ の平均値

$$\bar{\delta} = \frac{2}{B_c} \int_0^{B_c/2} \delta dy \dots\dots\dots (20)$$

を式(2)から求めると、Fig.3に示されているように、\$\bar{\delta}\$ の値は通常用いられる \$D_c/B\$ と \$D_c/k\$ の範囲に対してほとんど変化しない。したがって、ここでは Fig.3 の範囲での平均値 \$\bar{\delta}/D_c = 0.9745\$ を用いる。このとき、流路中央部の平均底面せん断力は

$$\bar{\tau} = \bar{\delta} \rho g S = 0.9745 D_c \rho g S \dots\dots\dots (21)$$

となる。

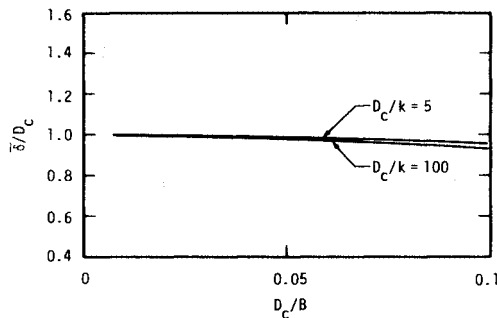


Fig. 3 \$\bar{\delta}/D_c\$ versus \$D_c/B\$ and \$D_c/k\$.

混合砂であっても、全流砂量は \$d_{50}\$ を用いてよく表わし得ることが知られているので¹⁹⁾、流砂量式として平坦床の場合の Einstein の掃流砂関数の近似式²⁰⁾

$$q_b = 11.2 \sqrt{R_s g d_{50}^3} \tau_*^3 (\tau_* - 0.03)^{4.5} \dots\dots\dots (22)$$

を用いる。ここに、\$q_b\$ は単位幅当たり掃流砂量であり、

無次元底面せん断力 \$\tau_*\$ は式(21)を用いて

$$\tau_* = \bar{\tau} / (\rho_s - \rho) g d_{50} \dots\dots\dots (23)$$

によって与えられる。

6. 実験

直線流路の安定幅、水深に関する実験や野外観測は比較的多いが、河床構成材料の粒度分布の効果に関する系統的な実験は皆無である。したがって、この点を明らかにするために同一の中央粒径 \$d_{50} = 1.3\$ mm を有するが、\$\sigma = d_{90}/d_{50}\$ の異なる3種類の汚過砂、\$\sigma = 1.72\$ (B砂)、1.89 (C砂)、2.44 (D砂)、を用いて実験を行った。なお、著者の一人²¹⁾は同じ種類の砂を用いて \$d_{50} = 1.3\$ mm、\$\sigma = 1.38\$ (A砂)の場合について、本研究で用いられたのと同じ水路を用いて実験を行っており、4種類の粒度分布の効果調べることができる。これらの砂の粒度分布の測定結果を Fig.4に示す。また、著者の一人²¹⁾は \$d_{50} = 0.85\$ mm、\$\sigma = 1.40\$ (S砂)についても実験を行っているので、粒径の効果も比較することができる。

実験は水路長 14 m、水路幅 50 cm の直線可変勾配水路において行われた。このとき、一方の鉛直水路壁を対称面とし、片岸のみを移動床とした。このように対称面を固定壁に置き換えると、局所的な流れの変動が抑えられて安定性が増し、奇麗な河床形状と側岸形状を得ることができる。

流路横断面の初期形状は Fig.5(a) に破線で示されているような台形断面とした。通水を開始すると、Fig.5(b)に示されている Run C1 (Cは砂の種類を表わす)の場合のように、流路幅はしだいに広がり、それとともに横断方向流砂による埋め戻しによって流路中央部の水深は減少する。このとき、流入口から4~5 m 下流から流路幅、水深が一様な等流区間が形成され、砂堆や交互砂州の発生は全くみられなかった (Fig.6)。このことはその他のすべての実験例についても同様であった。移動床末端に運ばれてくる掃流砂は金網で採取して上流端へ

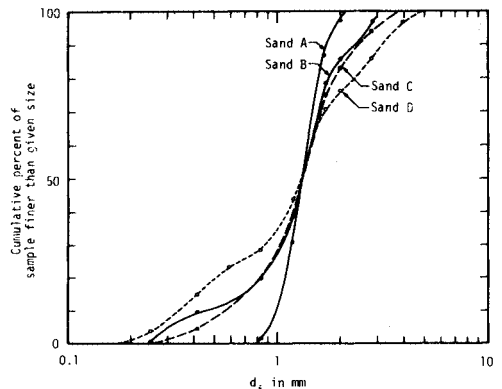


Fig. 4 Size distribution of sands.

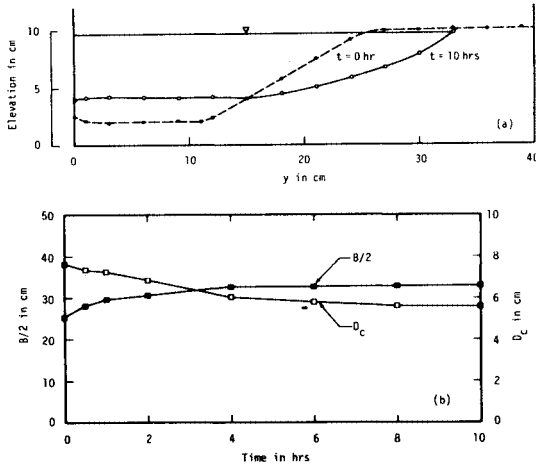


Fig. 5 Variation of channel cross-section with time for Run C1.

返し、河床低下が発生しないようにした。なお、水路床末端で低下背水が発生するのを防ぐために若干の堰上げを行った。Fig. 5(b) からわかるように本ケースでは約8時間で安定形状に達したが、流砂量が多い場合には4~5時間で達した。最終状態の安定横断形状がFig. 5(a)に実線で示されているが、完全に平坦な流路中央部 (y = 0 から 15 cm までの領域) と側岸部が形成されており、2. で述べられたような動的安定横断形状が実現されていることが知られる。

実験はB砂について10ケース、C砂について5ケース、D砂について5ケース行った。いずれの場合も通水時間は10時間で、横断面形状の変化を測定し、最終安定形状に達して後に、勾配、表面の粒度分布、C砂およびD砂の一部については流砂量を測定した。これらの実験データを付録のTable 1に示す。A砂、S砂の実験データについては文献21)に掲載されている。

7. 理論値と実験値の比較

Fig. 7は中央水深 D_c に関する理論値 (実線) と実験値の比較である。このうち、(a) は粒度が一樣 ($\sigma=1$) であると仮定して式 (13) から計算される D_{cu} と実験値を、(b) は粒度分布の効果をとり入れた式 (12) から求められる D_{cm} と実験値を比較したものである。混合の効果を取り入れると、ばらつきが小さくなり、しかも実際的水深をよく表わすことができることが知られる。

Fig. 8は流路幅 B に関する結果である。Fig. 7と同様に一樣砂と仮定した理論値 [式 (19)], 粒度分布の効果をとり入れた理論値 [式 (18)] と実験値の比較がそれぞれ (a), (b) に示されている。流路幅は一樣粒径を仮定するとばらつきが水深の場合よりもずっと大きく、

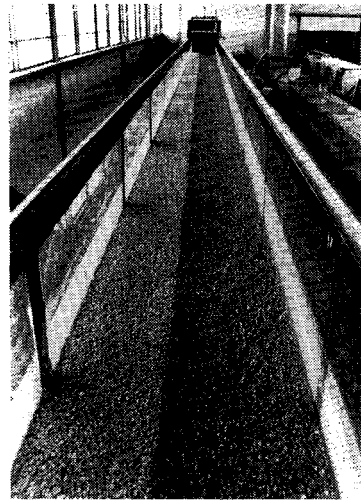


Fig. 6 View of channel at stable state of Run D3. Looking downstream.

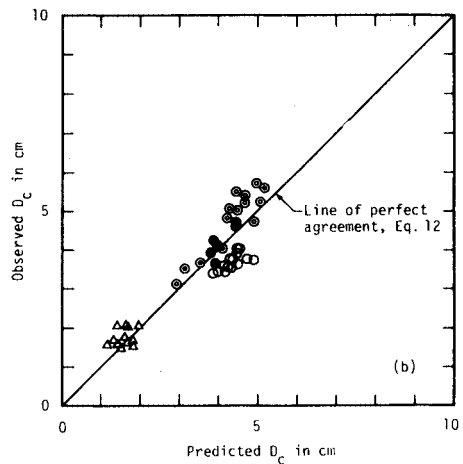
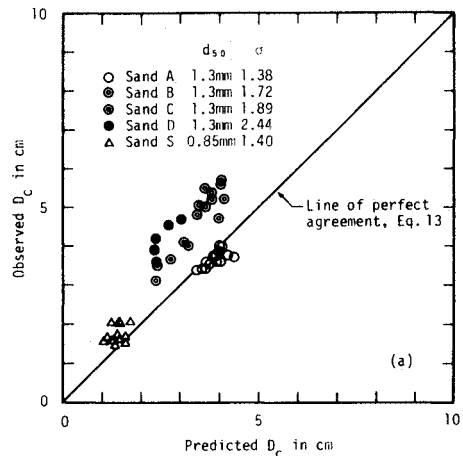


Fig. 7 Test of D_c by laboratory data.

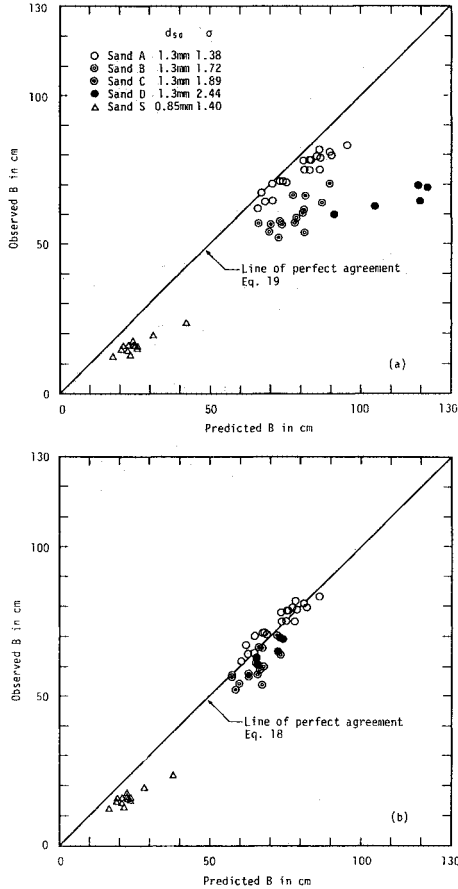


Fig. 8 Test of B by laboratory data.

しかも σ の増加につれて理論値からのずれが系統的に大きくなるのが知られる。混合砂の効果を取り入れると、理論値と実測値はよく一致するようになる。このうち、粒度分布が最も広いD砂 ($d_{50}=1.3\text{ mm}$, $\sigma=2.44$) の場合は表面の粗粒化が著しく、理論値を計算するにあたっては安定形状が形成された後の表面粒度 $d_{50}=1.5\text{ mm}$, $\sigma=2.40$ を用いた。この値は、実験を行った5ケースについてほぼ同一であった。

以上のように条件を制御した実験によって粒度分布の効果を検討する必要があることが明らかとなり、理論はこの効果を取り入れて安定水深、流路幅を予測できることが判明した。

2. で述べたような動的安定横断形状が存在するためには安定状態になっても流路中央部で掃流砂が存在しなければならない。Fig. 9はこの点を明らかにするために、式(22)から得られる流砂量式を流砂量を測定した9ケースの実験値と比較したものである。Fig. 5で示したRun C1を含めて、実験値は理論式とよく一致していることが知られる。

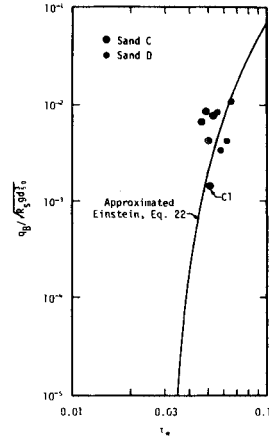


Fig. 9 Test of q_b by laboratory data.

8. 実際河川への適用

礫床を有する自然河川や灌漑水路の横断形状については Kellerhals¹⁴⁾, Lane・Carlson¹⁵⁾, Bray¹⁶⁾ などが報告しているが、本研究の仮定および理論構成から以下の条件を満足する実測値でなければならない。

1. 礫床であること、すなわち水理学的に粗い状態であること。ここでは $u_* d_{50} / \nu \geq 50$ とした。
2. 直線流路に近いこと。ここでは屈曲度 (sinuosity) ≤ 1.2 とした。
3. 動的平衡状態にあること。ここでは d_{50} を用いた $\tau_* \geq 0.03$ とした。
4. Q, S, d_{50}, σ がわかっていること。Kellerhals¹⁴⁾, Bray¹⁶⁾ は流量 Q として確率年が2年の流量を掲げている。ここでも、その流量を用いた。

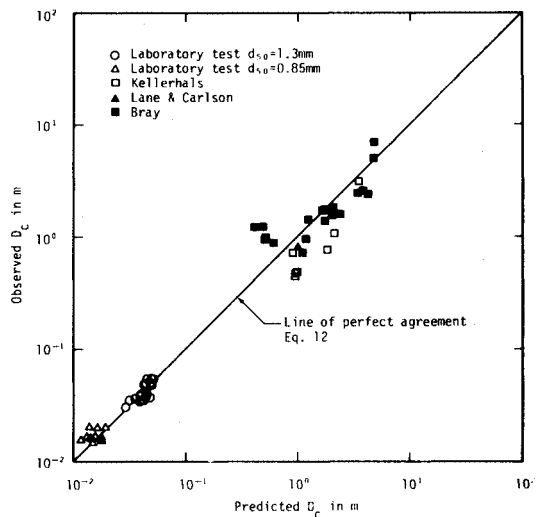


Fig. 10 Test of D_c by laboratory and field data.

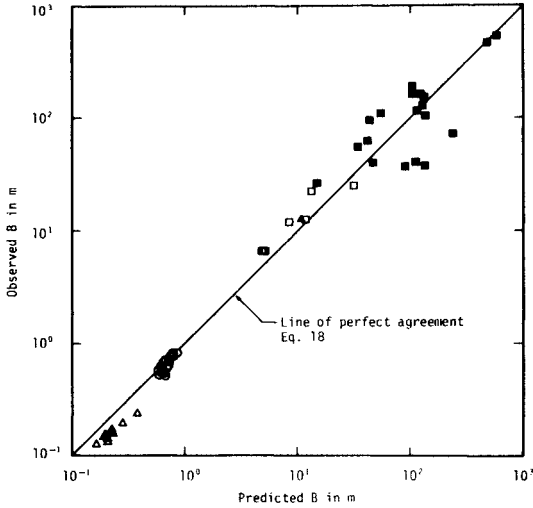


Fig. 11 Test of B by laboratory and field data.

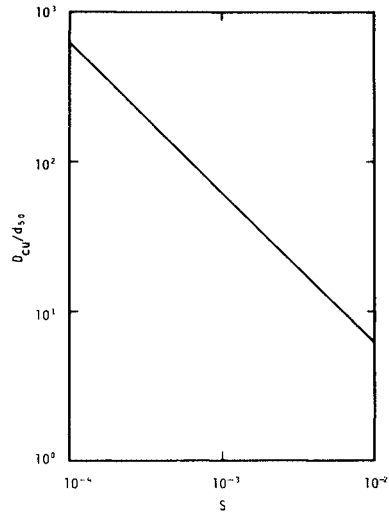


Fig. 12 D_{cu}/d_{50} versus S .

これらの4つの条件をすべて満足したのは Kellerhals のデータが7, Bray が19, Lane・Carlson が1であった。これらのデータは付録に Table 2 として掲げられている。

水深 D_{cm} , 流路幅 B_m をそれぞれ式 (12), (18) を用いて計算した値を以上の野外測定値および前述の実験値と比較した結果を Fig. 10, 11 に示す。理論値は D_{cm} , B_m ともに実験値のみならず, 野外測定値をも非常によく説明しており, 本研究で述べられた機構によって礫床河川の動的安定形状が維持されていることを示唆している。

以上から本理論は実際河川へも適用できる。なお, 礫床河川の抵抗はほとんど表面粗さによって決定されるので, 河床波の効果を考慮する必要はない。

9. レジーム式表示および従来の結果との比較

従来のこの種の研究は, 水深や流路幅を一次量と考えられる流量などのベキで表現するレジーム式がほとんどである。ここでは, 力学的に定められた関係式をベキ表示式で近似し, 従来の研究結果との比較を試みる。

まず水深については, 式 (13) において $R_s=1.65$ として

$$\frac{D_{cu}}{d_{50}} = 0.0620 S^{-1} \dots\dots\dots(24)$$

となる (Fig. 12)。次に粒度分布の効果は式 (12), (13) から D_{cm}/D_{cu} を求めると σ のみの関数となり, Fig. 13 に描かれているような関数関係となる。これをベキで近似すれば次式が得られる。

$$\frac{D_{cm}}{D_{cu}} \approx \sigma^{0.431} \dots\dots\dots(25)$$

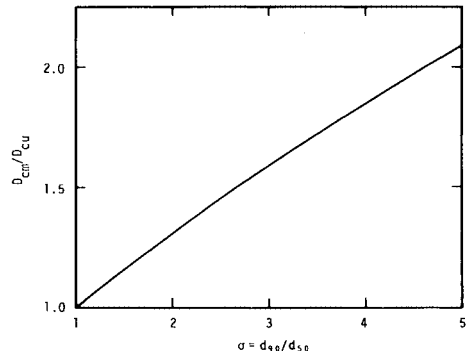


Fig. 13 D_{cm}/D_{cu} versus σ .

式 (24), (25) からベキ表示で表わした水深は,
 $D_{cm} = 0.0620 d_{50} S^{-1} \sigma^{0.431} \dots\dots\dots(26)$
 となる。

次に流路幅について調べてみる。まず, 一様砂の場合の関係式 (19) から検討する。式 (19) を無次元化するに際して, 長さに関する一次量は d_{50} のみであるので B_u, D_{cu} は d_{50} で, Q は長さや時間の次元を含んでいるので $\sqrt{gd_{50}^3}$ で無次元化する。Fig. 14 は B_u/d_{50} と $Q/\sqrt{gd_{50}^3}$ の間の関係を勾配 S をパラメーターとして描いたものである [式 (19) 中の D_{cu}/d_{50} は式 (13) から S のみのパラメーターとなる]。本実験では $Q/\sqrt{gd_{50}^3}$ の値は 5×10^4 程度, Bray による野外測定値の値も 10^5 を超える程度の値であったので, $10^4 \leq Q/\sqrt{gd_{50}^3} \leq 10^6$ の領域で計算を行っている。なお, Fig. 14 中, 左下で曲線が切れているのは, Fig. 2 において, τ_c^*/τ_{hr}^* が一定となる条件 (前に述べた値を用いて, $B_s/B = 4.52 D_c/B < 0.6$ でなければならない。すなわち, $B/D_c > 7.5$ である) を満足する領域で計算を行ったからである。

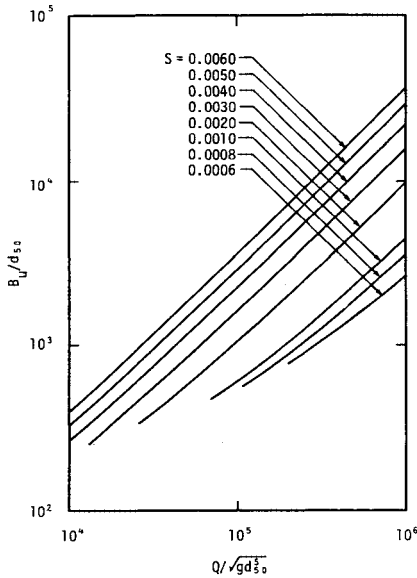


Fig. 14 B_m/d_{50} versus $Q/\sqrt{gd_{50}^3}$ and S .

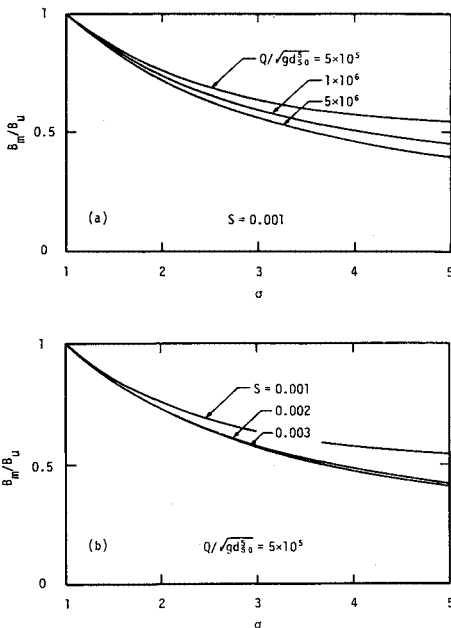


Fig. 15 B_m/B_u versus σ at : (a) $S=0.001$ and (b) $Q/\sqrt{gd_{50}^3}=5 \times 10^5$.

Fig. 14 について similarity collapse を行い, $Q/\sqrt{gd_{50}^3}$ と S の効果を分離して

$$\frac{B_m}{d_{50}} \approx 12.4 \left(\frac{Q}{\sqrt{gd_{50}^3}} \right)^{0.986} S^{1.11} \dots \dots \dots (27)$$

となる。次に σ の効果について検討する。Fig. 15(a) は $S=0.001$ に固定し, $Q/\sqrt{gd_{50}^3}$ をパラメーターとして, B_m/B_u と σ の関係を, Fig. 15(b) は $Q/\sqrt{gd_{50}^3}=5$

$\times 10^5$ に固定し, S をパラメーターとして同様の関係を調べたものである。 S と $Q/\sqrt{gd_{50}^3}$ の値は B_m/B_u にあまり大きな効果を与えないことが知られる。したがってここでは近似的に

$$\frac{B_m}{B_u} \approx \sigma^{-0.5} \dots \dots \dots (28)$$

とする。式 (27), (28) から

$$\frac{B_m}{d_{50}} \approx 12.4 \left(\frac{Q}{\sqrt{gd_{50}^3}} \right)^{0.986} S^{1.11} \sigma^{-0.5} \dots \dots \dots (29)$$

となる。あるいは, レジーム式風に表示すれば

$$\begin{aligned} B_m &\approx 12.4 Q^{0.986} g^{-0.493} d_{50}^{-1.465} S^{1.11} \sigma^{-0.5} \dots \dots \dots (30 \cdot a) \\ &= 12.4 \left(\frac{Q}{\sqrt{gd_{50}^3}} \right)^{-0.014} S^{0.11} \sigma^{-0.5} \times Qg^{-0.5} d_{50}^{-1.5} S \dots \dots \dots (30 \cdot b) \end{aligned}$$

が得られる。

山本²²⁾は外国河川のデータも含めて, 礫床河川から礫床河川まで数多くの日本の河川の資料から平均年最大流量時の低水路に関する平均水深 \bar{D} , 幅 \bar{B} について次式を提案している。

$$\bar{D} = f_2(d_{50})R_s d_{50} S^{-1} \dots \dots \dots (31)$$

$$\bar{B} = f_1^{-1}(d_{50}S) f_2^{-1.5}(d_{50}) R_s^{-1.5} \times Qg^{-0.5} d_{50}^{-1.5} S \dots \dots \dots (32)$$

ここに, f_1 は流速係数, f_2 は平均年最大流量時の d_{50} に対する無次元掃流力であり, f_1, f_2 は d_{50} の関数として与えられている。ただし, 式 (31), (32) は本論文の記法を用いて書き直している。山本²²⁾の結果によれば, 礫床河川と考えられる $d_{50} \geq 1.5$ cm の領域では f_1, f_2 の値は d_{50} に対して変化しなくなり, ほぼ一定値をとる。すなわち, $f_1 = U/U_*$ の値は 11~17 [式 (14) において $5 \leq R/k \leq 100$ に相当する] であり, $f_2 = U_*^2/R_s g d_{50}$ の値は 0.04~0.08 である。以上から, $f_1 \approx 13$, $f_2 \approx 0.06$, $R_s \approx 1.65$ を用いて式 (31), (32) を書き直すと次式が得られる。

$$\bar{D} \approx 0.099 d_{50} S^{-1} \dots \dots \dots (33)$$

$$\bar{B} \approx 2.5 Qg^{-0.5} d_{50}^{-1.5} S \dots \dots \dots (34)$$

式 (26) と式 (33), 式 (30) と式 (34) を比較すると σ の効果を除いて, その表現方法はよく一致していることが知られる。次にこれらの値の比較を行う。

Bray¹⁶⁾の野外測定値によれば, 礫床河川では $\sigma = 1.63 \sim 3.70$ である (Table 2 参照)。したがって, $\sigma \approx 2.7$ とし, 本研究の結果から得られた水深の式 (26) の概略値を求めれば次のようになる。

$$D_{em} \approx 0.095 d_{50} S^{-1} \dots \dots \dots (35)$$

また, 同様に安定幅について概略値を求めると前述の検討から, $Q/\sqrt{gd_{50}^3} \approx 1 \times 10^5$ であり, $S=0.001$ 程度を代表値にとれば式 (30・b) の \times 印の前のほぼ係数と考えてよい部分の値は約 3.0 となり, 式 (30・b) は

$$B_m \approx 3.0 Qg^{-0.5} d_{50}^{-1.5} S \dots \dots \dots (36)$$

となる。式 (33) と式 (35), 式 (34) と式 (36) は見積りの誤差の範囲内程度で一致する。以上から, 日本の礫床河川の低水路の水深, 幅は自己形成される流路の値とほぼ一致していることがわかる。

Leopold・Maddock²⁾ の水理幾何学によれば, $D_c \propto Q^{0.3}$, $B \propto Q^{0.5}$ であるが, この結果は本研究の理論と一致しない。この原因は山本²²⁾ も述べているように, Leopold・Maddock は Q のみを一次量とし, S, d_{50} も Q の関数となっているためであると考えられる。実際の河川では, 河川の流下方向にふるい分けが生じ, それに応じて粒径や勾配が変化していく。この点については水理学的な説明はなされていない。今後の課題であろう。

10. 結 論

以上の研究により次の諸点が明らかとなった。

(1) レイノルズ応力による横断方向の運動量輸送を考慮して底面せん断力分布を求め, 流路中央部と側岸部の接合点で, 限界掃流力となる条件と Egiazaroff¹²⁾ の限界掃流式から, 安定水深を導いた。同様に, Keulegan¹³⁾ の抵抗式を用いて安定幅を得た。

(2) 以上の理論結果は, 完全に制御された実験の下で得られた実験値と比較され, 非常によい一致を示すことが明らかにされるとともに, 混合粒径が安定水深, 幅に及ぼす効果についても明らかとなった。また, 掃流砂量についても測定され, 動的平衡状態が存在することが示された。

(3) 安定水深, 幅に関する理論は諸外国で得られた野外測定値をよく説明できた。また, これらのべき表示された式は本邦河川の低水路において得られた式と少なくとも礫床河川については表示法, 値ともほぼ一致した。

(4) 流下方向に一樣な流路のスケールを決定する一次量は Q, S, d_{50}, σ であることが理論的に示され, 実験および野外測定値によって確かめられた。

謝 辞：本研究は文部省科学研究費自然災害特別研究「沖積地河川における洪水流の制御と治水安全度の向上に関する研究」(代表：岸力北大教授, 課題番号：59020003) の補助を受けた。また, G. Parker の本邦滞在については日本学術振興会・米国科学財団による日米科学共同研究「河川の蛇行現象の解明と河道設計への応用に関する研究」の補助を受けた。記して謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 高山茂美：河川地形, 共立出版, 1974.
- 2) Leopold, L. B. and Maddock, T. Jr. : The hydraulic geometry of stream channels and physiographic implications, U. S. G. S. Prof. Paper, 252, 1953.

付 録

Table 1 Summary of laboratory data. B, C and D in Run number indicate kinds of sand.

Run number	Q/2, in cm ³ /s	S ×10 ⁻³	D _c in cm	B/2 in cm	Q _B /2, in cm ³ /s
B1	5000	2.04	4.70	33.3	not measured
B2	4250	1.96	5.20	28.5	"
B3	4190	2.12	5.40	27.0	"
B4	5230	2.22	5.00	32.0	"
B5	4480	2.36	4.80	30.1	"
B6	4480	2.13	5.20	28.3	"
B7	4360	2.33	5.05	28.6	"
B8	3050	3.40	3.10	26.9	"
B9	4730	2.00	5.70	28.8	"
B10	4610	2.23	5.50	29.5	"
C1	5370	1.99	5.60	33.1	0.0903
C3	3400	2.61	4.10	28.3	0.222
C4	4690	2.51	4.00	35.2	0.444
C5	2750	3.30	3.50	26.0	0.375
C6	3550	2.92	3.65	30.6	0.500
D1	4570	3.37	4.20	32.3	0.667
D2	4610	3.33	3.60	34.9	0.556
D3	4610	2.95	4.55	31.4	0.250
D4	4620	3.40	3.90	34.5	not measured
D5	4400	2.67	4.70	30.5	0.194

Table 2 Summary of field data. Note that the original units are used.

(a) Kellerhals						
Sample No.	Q, in ft ³ /s	S ×10 ⁻³	D _c in ft	B in ft	d ₅₀ in ft	d ₉₀ in ft
2-1	1500	2.8	3.5	73	0.27	0.41
2-6	159	2.95	1.60	21.7	0.14	0.19
2-12	128	2.43	1.46	21.9	0.11	0.15
2-14	110	1.39	1.56	21.4	0.066	0.082
2-15	477	1.99	2.5	39.4	0.16	0.27
2-17	531	2.74	2.35	41	0.12	0.16
3-3	8120	1.9	10.2	81	0.25	0.59
(b) Lane & Carlson						
Test Section	Q, in ft ³ /s	S ×10 ⁻³	D _c in ft	B in ft	d ₅₀ in in.	d ₉₀ in in.
17	531	2.74	2.60	41	1.50	2.36
(c) Bray						
Sequence number	Q, in ft ³ /s	S ×10 ⁻³	D _c in ft	B in ft	d ₅₀ in mm	d ₉₀ in mm
1	215000	0.74	16.4	1559	46	81
2	255000	0.69	22.4	1787	41	81
7	16000	3.0	5.7	377	60	132
8	32000	0.92	8.48	627	43	86
9	1700	5.4	2.85	130	42	78
16	17000	2.6	7.81	311	117	319
17	24400	2.5	5.86	495	63	127
19	3000	5.7	3.22	132	27	100
20	4400	1.2	4.56	206	27	49
22	6000	4.9	4.00	235	28	60
30	11100	2.0	4.69	341	33	56
31	15500	1.8	5.58	412	40	65
32	17000	1.2	5.23	526	26	72
33	26500	0.81	7.94	543	32	73
35	2850	5.8	4.01	123	30	60
36	840	2.5	2.33	86	30	80
38	2600	5.9	3.11	122	37	75
47	10000	1.7	5.19	360	49	101
57	2400	1.9	3.11	180	30	51

- 3) Wolman, M.G. : The natural channel of Brandy wine creek, Pennsylvania, U.S.G.S. Prof. Paper, 271, 1955.
- 4) Schumm, S.A. : The effect of sediment type on the shape and stratification of some modern fluvial deposits, Amer. J. Sci., Vol.258, pp.177~184, 1960.
- 5) Leopold, L.B., Wolman, M.G. and Miller, J.P. : Fluvial processes in geomorphology, W.H. Freeman, 1964.
- 6) Lane, E.W. : Design of stable channels, Trans. ASCE, Vol.120, pp.1234~1279, 1955.
- 7) 平野宗夫：拡幅を伴う流路変動について，土木学会論文報告集，210号，pp.13~20, 1973.
- 8) Parker, G. : Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. Part 2. The gravel river, JFM, Vol. 89, Part 1, pp.127~146, 1978.
- 9) Parker, G. : Self-formed straight rivers with equilibrium banks and mobile bed. The sand-silt river, JFM, Vol. 89, Part 1, pp.109~125, 1978.
- 10) 吉川秀夫・池田駿介・北川 明：湾曲水路の河床変化について，土木学会論文報告集，251号，pp.65~75, 1976.
- 11) Lundgren, H. and Jonsson, I.G. : Shear and velocity distribution in shallow channels, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol.90, HY1, pp.1~21, 1964.
- 12) Egiazaroff, I.V. : Calculation of nonuniform sediment concentrations, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol.91, HY4, pp.225~247, 1965.
- 13) Keulegan, G.H. : Laws of turbulent flow in open channels, Research Paper No. RP 1151, NBS, 1938.
- 14) Kellerhals, R. : Stable channels with gravel paved beds, J. WW Div., ASCE, Vol.93, WW1, pp.63~84, 1967.
- 15) Lane, E.W. and Carlson, E.J. : Some factors affecting the stability of canals constructed in coarse granular materials, Proc. Minnesota Intern. Hydraul. Conv., IAHR, pp.37~48, 1953.
- 16) Bray, D.I. : Estimating average velocity in gravel-bed rivers, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol.105, HY9, pp.1103~1122, 1979.
- 17) Kamphuis, J.W. : Determination of sand roughness for fixed beds, J. Hydraulic Res., IAHR, Vol.12, No.2, pp.193~203, 1974.
- 18) 千代田将明・池田駿介・荒井 研：直線水路内の交互砂州の粒度分布等に及ぼす混合砂の影響について，土木学会第40回年次学術講演会講演集，pp. II.429~430, 1985.
- 19) 平野宗夫：Armoringをともなう河床低下について，土木学会論文報告集，195号，pp.55~66, 1971.
- 20) Parker, G. : Hydraulic geometry of active gravel rivers, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol.105, HY9, pp.1185~1201, 1979.
- 21) Ikeda, S. : Self-formed straight channels in sandy beds, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol.107, HY4, pp.389~406, 1981.
- 22) 山本晃一：沖積地河川の河道特性に関する研究，東京工業大学学位請求論文，1985.

(1986.2.13・受付)