

# 二次元表層放出密度流の流動形態と混合に関する研究

## CLASSIFICATION AND MIXING OF TWO-DIMENSIONAL BUOYANT SURFACE DISCHARGES

有田正光\*・Gerhard H. JIRKA\*\*・玉井信行\*\*\*

By Masamitsu ARITA, Gerhard H. Jirka and Nobuyuki TAMAI

On the basis of flow force conservation the two-dimensional buoyant surface discharge of a light fluid over a stagnant ambient fluid can be classified into four regimes: a fully entraining buoyant jet, a jet/jump combination, a direct jump, or a flooded jump. A depth-discharge diagram for such entraining flows is presented to assess these different transition paths between a supercritical discharge and an imposed subcritical downstream condition. Certain flow instabilities are predicted to occur at downstream Froude numbers of 1 or 1/2, respectively. Comparison with various experimental data, including additional data by the authors, confirms the flow force conservation theory. Furthermore, a more detailed analysis of the spatial development of a buoyant surface jet is made using an entrainment formulation with buoyant damping for closure of the governing equation. The predictions compare favorably with experimental data.

*Keywords*: Hydraulics, Environmental engineering, Buoyant surface jet, Internal jump, Mixing

### 1. はじめに

二次元表層密度流の内部跳水の問題に関して、運動比力 (Flow Force) が流動過程で保存されるという考え方に基づく解析は Wilkinson<sup>1)</sup>, Wilkinson-Wood<sup>2)</sup>, Stefan-Hayakawa<sup>3)</sup> を初め多くの研究者により行われ、同様な解を得てきた。しかし解析結果に与えられた物理的解釈は研究者相互間で異なってきたように思える。

著者らは前報<sup>4)</sup>においても同問題を取り扱ったが、前報においては旧来の無次元諸量を使用したのに対し、本報においては、この種の問題に適切な無次元諸量を導入する。その結果、放出条件によらない統一的な解を得、現象のより明瞭な物理的解釈が可能となった。また、前報において使用しなかったデータを追加し理論の検証を補強した。さらに積分法モデルの解も合わせて本論文中に示す。このようにして本論文は前報を著しく改善し、密度噴流と内部跳水の関連など問題を総合的に明らかに

したものである。

### 2. 運動比力一定の条件に基づく方程式の解

考える場合は Fig.1 に示すとおりである。同図で  $\rho$  は水の密度、 $h$  は水深、 $q$  は単位幅流量、 $F_m$  は密度フルード数である。また添字 0 は放出口、 $j$  は内部跳水の始点、 $f$  は最終流動における諸値であることを示す。ここで  $\rho_a$  は周囲水密度、 $F_0$  は放出密度フルード数である。

#### (1) 放出比力一定の条件

放出口運動比力 ( $M_0$ ) は流下方向に保存される量であ

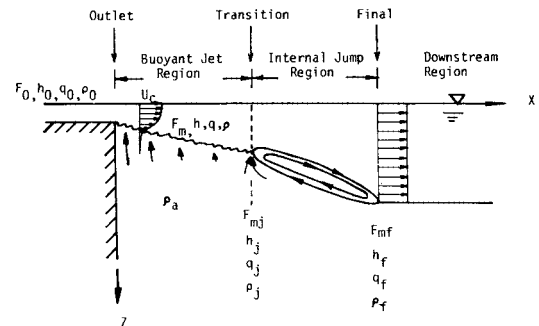


Fig. 1 General Definition Sketch.

\* 正会員 工博 東京電機大学助手 理工学部建設工学科  
(〒350-03 埼玉県比企郡鳩山町)

\*\* Ph. D. Cornell 大学助教授 土木工学科  
(Hollister Hall, Ithaca, New York, 14850)

\*\*\* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科  
(〒113 文京区本郷 7-3-1)

るので、放出口における流速・濃度分布を矩形分布で近似して次式が成立する。

$$M = \frac{I_2}{I_1^2} \frac{q^2}{h} + \frac{I_1 I_3}{I_4} \frac{P}{q} h^2 = \frac{q_0^2}{h_0} + \frac{1}{2} \frac{P_0}{q_0} h_0^2 = M_0 \dots\dots (1)$$

ここに、 $P$  は浮力流束 (Buoyancy Flux) であり、 $P_0$  を放出浮力流束とすると、 $P_0 = \Delta\rho_0 / \rho_a \cdot g q_0 = I_2 \Delta\rho_c / I_1 \rho_a \cdot g q = P$  である。 $\Delta\rho_c$  は  $\Delta\rho = (\rho - \rho_a)$  の水表面における値、 $g$  は重力の加速度である。 $I_1 \dots I_4$  は積分定数であり  $f$  を速度の  $t$  を濃度の分布形状とするとそれぞれ  $I_1 = \int_0^\infty f d\zeta$ ,  $I_2 = \int_0^\infty f^2 d\zeta$ ,  $I_3 = \int_0^\infty \int_0^\infty t d\zeta$ ,  $I_4 = \int_0^\infty f t d\zeta$  で与えられる。速度、濃度に矩形分布およびガウス分布： $u/u_c = \Delta\rho/\Delta\rho_c = \exp(-\zeta^2)$  を仮定すると、それぞれの場合の積分定数は式 (2) で与えられる。ここに  $\Delta\rho$  は  $\rho_a$  よりの密度上昇、 $u$  は流速、 $u_c$  は水表面最大流速、 $\zeta = z/h$  である。

$$I_1 = I_2 = I_4 = 1 \text{ (矩形分布)}$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{\pi}}{2}, I_2 = \frac{\sqrt{\pi}}{2\sqrt{2}}, I_3 = \frac{1}{2}, I_4 = I_2 \text{ (ガウス分布)}$$

..... (2)

(2) 方程式の無次元化

流下方向に保存される量  $M_0$ ,  $P_0$  を使用して無次元化のための代表長さ  $l_m$ , 代表流量  $q_m$  を次式で与える。

$$l_m = M_0 / P_0^{2/3} = h_0 F_0^{2/3} (1 + 1/2 \cdot F_0^2) \dots\dots (3)$$

$$q_m = M_0 / P_0^{1/3} = q_0 F_0^{2/3} (1 + 1/2 \cdot F_0^2)$$

ここに  $F_0$  は前記のように放出密度フルード数であり、 $F_0^2 = q_0^2 / (\Delta\rho_0 / \rho_a \cdot g h_0^3)$  で与えられる。以上より本報においては次の無次元諸量を導入する。

$$h_* = \frac{h_1}{l_m}, q_* = \frac{q}{q_m}, x_* = \frac{x}{l_m} \dots\dots (4)$$

流動過程での保存量を使用した、この種の無次元化は Ellison-Turner<sup>5)</sup> の先駆的な研究によって示唆されて以来、その重要性は認められてきたが、一般的にはあまり使用されなかった。その後放水管から水中放出される密度噴流の問題について List-Imberger<sup>14)</sup> が導入した。また Chu ら<sup>5)</sup> は二次元密度流の問題に初めて適用した。この無次元化により解の表現およびデータの整理が簡単となり、現象の正しい理解が可能となる。

(3) 方程式の解

式 (1) で与えられる基本式は流量  $q$  を与えれば上層厚  $h$  についての三次方程式となる。これは玉井・有田<sup>4)</sup> によって解かれている。彼らの解を式 (4) の無次元諸量を使用して書き直すと矩形分布、ガウス分布についてそれぞれ次式を得る。

$$h_* = \begin{cases} A \cos B \dots\dots (5\cdot a) \\ -A \cos(B - \pi/3) \dots\dots (5\cdot b) \\ -A \cos(B + \pi/3) \dots\dots (5\cdot c) \end{cases}$$

ここに

$$A = \frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{3}} q_*^{1/2}, B = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left( \frac{-\sqrt{27}}{2\sqrt{2}} q_*^{3/2} \right)$$

..... 矩形分布

$$A = \frac{2^{7/4}}{\sqrt{3}} q_*^{1/2}, B = \frac{1}{3} \cos^{-1} \left( \frac{-\sqrt{27}}{2^{3/4}\sqrt{\pi}} q_*^{3/2} \right)$$

..... ガウス分布

ただし、ガウス分布の場合は上層厚を  $\sqrt{2} h$  ( $h$  は流速、濃度が水表面値の  $e^{-1}$  倍となる深さ) と定義してある。また解 (5・b) は負解であり物理的意味のない解である。

3. 流れの流動形態分類と解析結果

(1) 流れの流動形態分類

本研究においては流れの流動形態を Fig.2 の (a), (b), (c), (d) に示すように分類し、その特徴について以下に説明を加える。

(a) 全域密度噴流 (Fully Entraining Jet) 全域密度噴流から成る形態で希釈が大きい。

(b) 噴流混在型内部跳水 (Jet/Jump Combination) 全域連行領域から成るためには下層水の希釈水量が不足し連行途中で内部跳水を生ずる形態。ゲートなどで下流水深が定められた場合も同様となる。

(c) 完全内部跳水 (Direct Jump) 放出口端においてただちに内部跳水を生ずる場合で連行希釈はない。

(d) 潜り内部跳水 (Flooded Jump) 放出口端において上層の潜りを生ずる内部跳水で連行による希釈はない。

実験的観察によれば、跳水による渦領域は明らかに連行を抑止するように働く。もちろん渦領域 (内部跳水域)

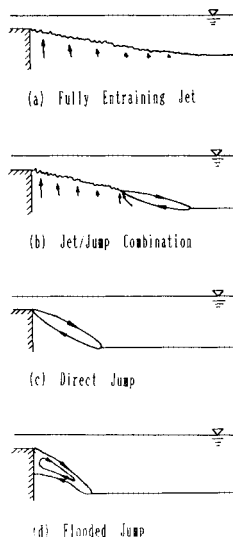


Fig.2 Classification of Flow.

およびその下流の領域において密度界面に発生する微小な界面波の崩壊による混合が生じ得るがその混合量は無視し得るほど小さい。また噴流混在型内部跳水の場合、連行渦前面付近に連行渦の存在に基づく比較的強い局所的連行域が存在すると考えられる (Fig.1 参照) が本論文ではこの連行域も密度噴流としての連行域に含めて考えることとする。またこの連行量は跳水始点が放出口から離れるに従い全体の連行量に比較して無視し得る。

(2)  $h_*-q_*$  図と流動形態分類

Fig.3 は式 (5) で与えられる解を図示したものである。図中には矩形分布の解を実線、ガウス分布の解を破線で示してある。また同図中の  $F_m$  は流れの任意の断面の密度フルード数であり次式で定義される。

$$F_m = R_{im}^{-1/2} = \left(\frac{P}{u_m}\right)^{-1/2} = \left(\frac{q_*}{h_*}\right)^{2/3} \dots\dots\dots (6)$$

上式で  $u_m$  は流れの上層平均流速であり矩形分布の場合は  $u_m = q/h$ , ガウス分布の場合は  $u_m = q/\sqrt{2} h$  で定義されている。

以下に  $F_0 = 20$  の場合を例にとって各流動形態が図中において通る軌跡を示す。

(a) 全域密度噴流 放出口においては速度・濃度の分布形状を矩形と考えるとよから放出口の条件は  $F_m = 20$  の線と矩形分布に対する解との交点 (a) で与えられる。流れは  $F_m$  の値を減少させガウス分布の解に漸近し流動する。最終的には流れは矩形分布となり  $F_{mJ} = 1$

となる。したがって図上でその軌跡は (a)→C'→A となる。ただし実際の流れでは流れの最終状態は完全な矩形分布とはならないのでその到達点は A 点に近い A' 間に位置することになると考える。

(b) 噴流混在型内部跳水 (a) 点を出発した流れは連行域の長さに応じ (a)→C'→A 間で跳水を起こし、矩形分布に対する解 0→B→A 上に至る (たとえば (a)→(b')→(c))。

(c) 完全内部跳水 (a) 点を出発した流れは混合を伴わずに直接 (d) 点へ至る。(a) 点、(d) 点の与える上層厚を  $h_{*a}$ ,  $h_{*d}$  とすると、 $h_{*d}/h_{*a} = 1/2 \cdot (\sqrt{1+8F_{mJ}^2}-1)$  であり、これは Yih-Guha の解と一致するものである。

(d) 潜り内部跳水 (a) 点を出発した流れは混合を伴わずに直接跳水を起こし、下流側条件に応じて 0→B→A 曲線の上側の点、たとえば図中の (e) 点へ至る。

以上のことより、Fig.3 で流れが密度噴流の場合 ( $h_*$ ,  $q_*$ ) は曲線 0→C→A と 0→C'→A の間の値を取る。また内部跳水を起こした後の最終状態の流れは流速・濃度分布が矩形分布に近いと考えられるので 0→B→A 上の値を取る。したがって現実には流れは 0→B'→A'→A の過程をとることがない。ここで図中の A, A'.....E, E' についてそれぞれの点のもつ意味について記すと次のとおりである。A, A': 全域密度噴流として流動する場合の最終状態を与える点; B, B': 噴流混在型・完全内部跳水の最大値を与える点; C, C': 噴流混在型・完全内部跳水の最終状態が B 点となるための内部跳水の始点; D, D': A, A' 点と一致する最終上層厚をもつ内部跳水の終点を与える点; E, E': 内部跳水の最終状態が D 点となるための跳水始点の条件を与える点。ここで Fig.3 上の各点の ( $h_*$ ,  $q_*$ ) 座標での位置と密度フルード数は解析的に求められて次表のとおりである。

Table 1 Table of Flow Parameters.

A = (2/3, 2/3),	$F_{mA} = 1;$	A' = (0.690, 0.807),	$F_{mA'} = 0.792$
B = (0.529, 0.840),	$F_{mB} = 1/2;$	B' = (0.547, 1.017),	$F_{mB'} = 0.396$
C = (0.529, 0.307),	$F_{mC} = 2.26;$	C' = (0.529, 0.343),	$F_{mC'} = 1.92$
D = (0.243, 2/3),	$F_{mD} = 0.220;$	D' = (0.253, 0.807),	$F_{mD'} = 0.175$
E = (0.243, 0.06),	$F_{mE} = 8.15;$	E' = (0.243, 0.07),	$F_{mE'} = 6.91$

Fig.3 に示す解は図中に示すように3つの領域に分割できる。以下の条件のもとに内部跳水の最終状態はこれらの三領域のいずれかに解をもつ。

$h_{*J} < h_{*A}$ ,  $F_0 > F_{mE}$  の場合、内部跳水の最終状態は領域 I のみに解をもつ。

$h_{*B} > h_{*J} > h_{*A}$ ,  $F_0 > F_{mC}$  の場合、内部跳水の最終状態は領域 II もしくは領域 III に解をもつ。

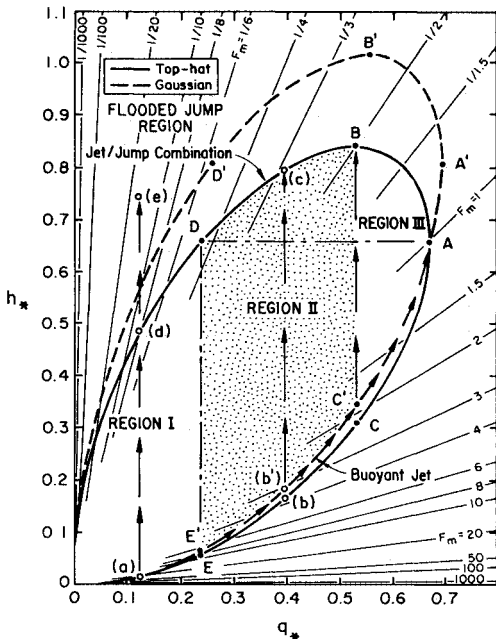


Fig.3  $h_*-q_*$  Diagram and Classification of Flow Showing Different Transition Possibilities: Buoyant Jet, Jet/Jump Combination, Direct Jump and Flooded Jump.

$h_{*B} > h_{*I} > h_{*A}$ ,  $F_0 < F_{mc}$  の場合、内部跳水の最終状態は領域Ⅲのみに解をもつ。

もちろん上述の議論にあたっては噴流混在型内部跳水の流動過程において流量は減少しないことを念頭に置く必要がある。また Fig. 3 は領域Ⅰ+Ⅱと領域Ⅲに二分して考えることもできる。前者は  $F_0 > 2.26$  の場合であり、噴流混在型内部跳水は最終土層厚の最大値を与える B 点に達することが可能である。後者は  $F_0 < 2.26$  の場合であり、いかなる場合も B 点に達することはできない。なお、B 点は Table 1 に示すように  $h_* = 2/3$ ,  $F_m = 1/2$  を与える点でありきわめて重要な意味をもっている。

### 4. 積分法による解

#### (1) 基本式

流量増加の割合、運動比力の保存式、浮力流束の保存式は次式で与えられる。

$$\frac{dq}{dx} = \alpha_m u_m, \quad \frac{dM}{dx} = 0, \quad \frac{dP}{dx} = 0 \dots\dots\dots (7)$$

ここに、 $\alpha_m$  は上層平均流速： $u_m$  に対する連行係数であり、 $w_e$  (連行流速) =  $\alpha_m u_m$  で定義される。式 (7) を式 (4) の無次元諸量を使用し無次元化したのち積分法に基づいて解析を進めると最終的に次式を得る。

$$\frac{dq_*}{dx_*} = \alpha_m F_m^{2/3}, \quad \frac{dh_*}{dx_*} = \frac{1}{2} \alpha_m \frac{4F_m^2 - F_{mcr}^2}{F_m^2 - F_{mcr}^2}$$

$$\frac{dh_*}{dq_*} = \frac{1}{2} \frac{4F_m^2 - F_{mcr}^2}{F_m^{2/3} (F_m^2 - F_{mcr}^2)} \dots\dots\dots (8)$$

ここに、 $F_{mcr}$  = 限界密度フルード数であり、矩形分布に対しては  $F_{mcr} = 1$ 、ガウス分布に対しては  $F_{mcr} = I_1^{1/2} = 0.792$  となる。以上の計算式において、ガウス分布を考える場合の上層厚は前章と同様に  $h_* = \sqrt{2} h/l_m$  と定義してある。

#### (2) 連行係数

連行係数については Ellison-Turner<sup>6)</sup> による研究以来、彼らの実験結果が多く応用モデル計算に使用されてきた。最近になり彼らの与えた連行係数は過大であるとする指摘<sup>9)</sup> があり議論がなされた。そもそも混乱の原因は Ellison-Turner の使用した代表流速が不明確であることによる。そこでここでは Ellison-Turner のデータはそのままにして、最近なされた Chu-Vanvari<sup>5)</sup>、椿・小松<sup>7)</sup>、室田・中辻<sup>8)</sup> のデータを  $\alpha_m - R_{im}$  ( $= F_m^{-2}$ ) 図上で再整理して Fig. 4 に示す。Chu-Vanvari および椿・小松のデータは  $\alpha_c - R_{ic}$  ( $= P/u_c^3$  ;  $u_c$  は水表面における流速であり、最大流速) 図上で整理されているが、流速・濃度の鉛直分布形より  $\alpha_m - R_{im}$  図上に引き直した。Fig. 4 に示すように各実験値は比較的よく一致している。このことより Ellison-Turner の実験における代表流速は  $u_m$  に近いものであったと考えられる。

最近、連行係数を理論的に求めようとする試みが椿・小松<sup>7)</sup>、Jirka<sup>8)</sup> などによってなされた。ここでは Jirka の理論式を修正新たに提案されている。次式を採用する<sup>11)</sup>。

$$\alpha_m = \alpha_{m0} \left( 1 - \frac{1}{\sqrt{1 + 6.5 R_{i*}^2 / R_{im}^2}} \right) \dots\dots\dots (9)$$

ここで、 $\alpha_{m0}$  = 均質噴流における連行係数であり、Baddour-Chu<sup>9)</sup>、Rajaratnam-Subramanian<sup>12)</sup> の実験結果より  $\alpha_{m0} = 0.06$  を採用する。 $R_{i*}$  は界面における流速・濃度分布が直線と与えられる場合の勾配型限界リチャードソン数であり、その理論値は 0.25 であるが、ここでは実験結果と一致するように 0.14 を与える。

また式 (10) は実験結果に一致するように選ばれた実験式であるが、式 (10) を使用しても後章の計算結果には大差がない。

$$\alpha_m = \alpha_{m0} e^{-3.3 R_{im}} \dots\dots\dots (10)$$

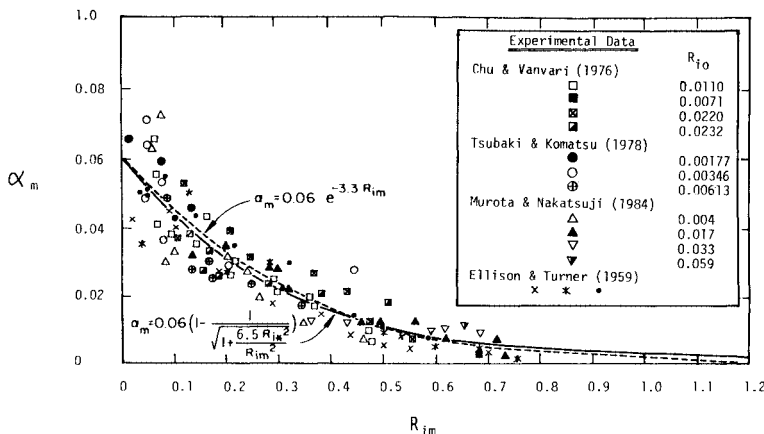


Fig. 4 Entrainment Coefficient as a Function of Richardson Number Based Upon Mean Values.

(3) 初期条件の設定

式(8)で与えられる基本式を積分するにあたり初期条件を設定する必要がある。以下に流速・濃度分布を矩形分布とガウス分布で近似する場合についてその結果を示す。ただし、ガウス分布で近似する場合の放出条件は放出口において、流量、欠損密度流量、運動量が一樣分布で近似する場合と等しいという条件から求めた。結果は次式で与えられる。

$$\begin{aligned}
 h_{*0} &= 1/F_0^{1/3} L, \quad q_{*0} = 1/F_0^{2/3} L \quad (\text{矩形分布}) \\
 h_{*0} &= \sqrt{4/\pi}/F_0^{1/3} L, \quad q_{*0} = 1/F_0^{2/3} L \quad (\text{ガウス分布})
 \end{aligned}
 \tag{11}$$

ここに、 $L = (1 + 1/2 \cdot F_0^{-2})$

5. 実験による理論の検証

(1) 著者らの実験および実験データの収集

実験に使用した水槽は東京電機大学の長さ：10 m，幅：10 cm，高さ：1 mの鉛直二次元水槽である。流速分布の測定には直径5 mmの小型プロベラ流速計が，温度分布の測定には直径1 mmのサーミスタが使用された。また温水は放出口高：1 cmの放出口より定常的に放出された。下層水補給量と上層取水量をバランスさせることにより内部跳水始点を移動させ，また跳水位置は染料による可視化によって定めた。

理論との比較のために収集された他の研究者のデータは表層放出二次元密度流に関する，Baddour-Chu<sup>13)</sup>，

Stefan-Hayakawa<sup>9)</sup>，Rajaratnam-Subramanian<sup>12)</sup>のものである。同様な研究として，下層放出二次元密度流に関するものがあるが，これらのデータは底面に掛かるせん断力によって内部跳水後の最終上層厚を小さく見積る傾向があるので今回は除外した。

(2)  $h_*-q_*$ 図と実験データとの比較

Fig.5は著者ら( $F_0=14$ )およびRajaratnamらの噴流混在型内部跳水に関するデータと $h_*-q_*$ 図との比較を示すものである。Rajaratnamらのデータは最終上層厚が0→B→A上に達していないが，これは彼らのデータの測定範囲が流下方向に短かったことによると考えられる。また，彼らのデータは内部跳水後，上層流量が減少してゆくことを示しているが，これは彼らの使用したプロベラ流速計の測定範囲を超えて流速が小さくなった領域でのことであると考えられた。したがって最大流量を与える点より下流側では流量は一定であると考えて処理した。

Fig.6は著者ら，Stefan-Hayakawa，Baddour-Chuの密度噴流領域および内部跳水後の最終状態における実験値と本報に示す理論との比較を行ったものである。図中においてそれぞれの実験者の密度噴流領域のデータは○，□，△で，完全内部跳水もしくは噴流混在型内部跳水の最終状態は●，■，▲で，潜り内部跳水の最終状態は⊗，⊠，△で示されている。Fig.6より密度噴流領域の

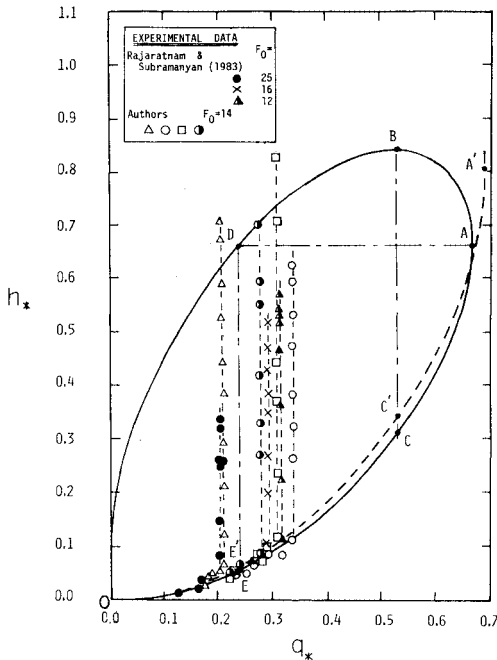


Fig.5 Experimental Data for Jet/Jump Combination Including Measurements Within the Jump.

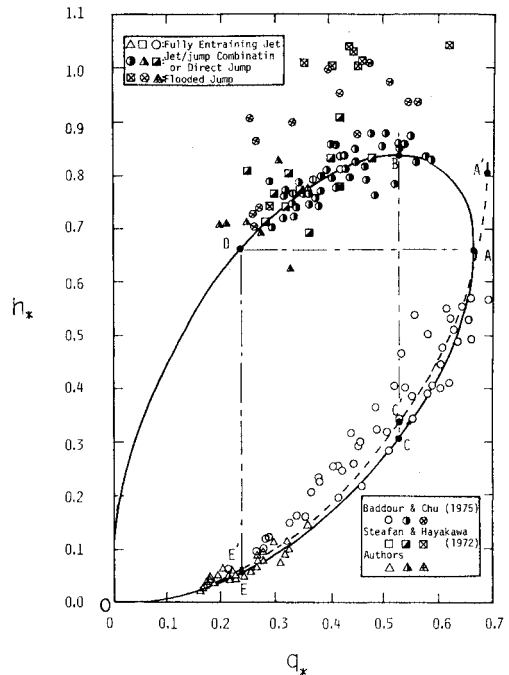


Fig.6 Experimental Data for Fully Entraining Jet, Final Stages of Jet/Jump Combination, Direct and Flooded Jump.

データは  $0 \rightarrow C$ ,  $C' \rightarrow A$  曲線上に、噴流混在型内部跳水、完全内部跳水の最終値は  $0 \rightarrow B \rightarrow A$  曲線上に、さらに潜り内部跳水の最終値は  $0 \rightarrow B \rightarrow A$  曲線の上側に位置していることが認められる。

以上のことより運動比力一定の条件のもとに導かれる理論解は実験結果とよく一致すると考えることができる。

### (3) 理論により導かれる2つの不安定現象についての考察

密度噴流の最終状態  $F_{mJ}=1$  (点A) では  $dh_*/dq_* = \infty$  となる。このことはA点周辺ではわずかな希釈水量の不足によって跳水を起こし、最終水深が大きく変化することを示している。下層水補給量がわずかでも過多であれば流れの場全体が破壊されるし、また、実験水槽両壁面のせん断力の効果もあって全域密度噴流を実験的に得ることはきわめて困難であると考えられる。さらに、A点付近の解の性質により  $F_m=1$  では界面に大きな振幅、波長をもつ界面波を伴うことになると考えられる (Fig. 7(a) 参照)。

一方、内部跳水後の最終厚がその最大値を与える点Bについて考える。B点においては  $dh_*/dq_* = 0$  となる。このことは微小な界面波の発生などによるわずかな下流側的水深の変化によって希釈率が大きく変化することを意味している。したがってB点周辺はきわめて不安定であり、結果として跳水始点の振動現象を引き起こすこととなる。Chuら<sup>13)</sup>は完全内部跳水についての実験を行いこの振動現象を報告している。彼らはこの跳水の状態を“半潜り跳水 (Semi-Flooded Jump)”とよんだ。

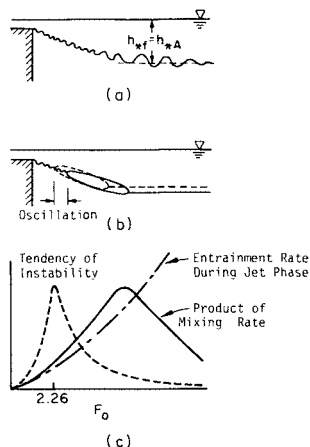


Fig. 7 Behavior Near Instability Points; (a) Wave Formation Near Point A; (b) Jump Oscillation Near Point B; (c) Special Case, Direct Jump Oscillations Displayed Qualitatively as a function  $F_0$ .

このような跳水の挙動は著者らの理論解より自明のことであり、この不安定は  $F_{mJ}=1/2$  の場合に最大であり、 $F_{mJ} < 1/2$  の場合には安定な内部跳水が得られることとなる (Fig. 7(b) 参照)。

このような観点に立てば、従来のいくつかの研究にみられる“完全内部跳水による希釈”という概念は内部跳水の安定性に関する実験結果についての議論であったと考えることができる。室田・中辻・中村<sup>15)</sup>はこのような場合に希釈率が  $F_0$  に関してピークをもつと報告しているが、これは Fig. 7(c) に示すように不安定性が  $F_0 \approx 2.26$  ( $F_{mJ}=0.5$ ) でピークをもつこと、および  $F_0$  の増加に伴って連行量が指数関数的に増加することを考えれば説明できる。

### (4) 積分モデルの実験結果との比較による検証

式(8)は密度噴流域についてのモデルを与えているが、同式を式(11)の初期条件のもとに数値積分した結果と実験結果との比較を Fig. 8 に示す。比較のために使用した実験データは Baddour-Chu<sup>9)</sup>, Rajaratnam-Subramanyan<sup>12)</sup>, Wilkinson<sup>11)</sup> および著者らのデータである。図中の実線は矩形分布、破線はガウス分布に対する解をそれぞれ示している。実験と理論曲線との比較は  $F_m=1$  では矩形分布、 $F_m > 1$  ではガウス分布に対する解と比較すべきである。また同図右端に密度フルード数の値が与えてある。モデルの予測結果は比較的良好であると考えられる。

ところで、式(5)の解は  $F_m=1$  で  $\alpha_m=0$  となることを示している (Fig. 3 参照)。これは式(1)の基本式が密度界面の微小な乱れの効果など、微細構造の影響

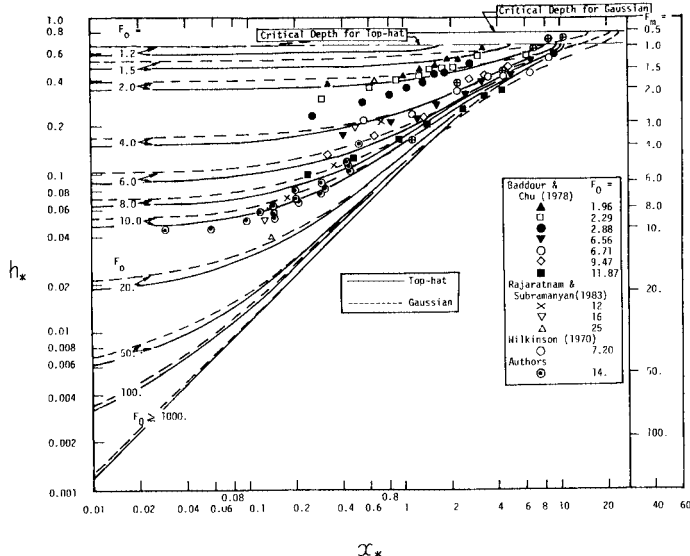


Fig. 8 Spatial Development of Buoyant Surface Jet: Comparison Between Experimental Data and Model Prediction.

を含まないためである。これに対して空間的に数値積分によって解を求める積分法モデルの場合は微小な乱れの効果による連行を連行係数を通してモデルの中に考慮することができる。したがって、積分法モデルに使用する連行係数は式(5)と一致せず、 $F_m=1$ で $\alpha_m>0$ となる連行係数(式(9), 式(10))を使用するのが妥当である。

## 6. 結 論

本研究によって流れの各流動形態相互の関連が明らかになったと考える。本論文を要約すると次のとおりである。

(1) 二次元表層密度流の流量と水深の関係は式(3)の無次元量を使用して式(5)で与えられる。同解は $F_0$ の関数ではなく1本の曲線で表わされる。

(2) 流れの流動形態分類をFig.2に示すように、全域密度噴流、噴流混在型内部跳水、完全内部跳水、潜り内部跳水、に分類した。

(3)  $h_*-q_*$  図を式(5)の解より描きFig.3に示した。同図中に各流動形態の通る軌跡を示した。同図からは多くの知見が得られるが特に、 $F_0 \geq 2.26$ における内部跳水後の最終上層厚が $h_* = 2/3$ で与えられること、そしてその場合、下流側の密度フルード数が0.5となることは重要である。これは密度流的な等流条件を表わしている。

(4) Fig.3のA点( $dh_*/dq_* = \infty$ )およびB点( $dh_*/dq_* = 0$ )の流れが不安定であることを示した。

(5) 積分法モデルの解：式(8)を示した。同式は式(5)と一致するものである。また連行係数を $\alpha_m-R_m$  図(Fig.4)上で整理した。さらに同モデルの妥当性を検討した。

最後に、本論文の第一著者はMcGill大学にChu教授を訪ねた際、同教授と本問題について討論する機会を得た。本報をまとめるにあたり同教授との討論が大いに参考になったことを記し、感謝の意を表わします。

## 参 考 文 献

- 1) Wilkinson, D.L. : Studies in density stratified flows,

Univ. of New South Wales, Rep. 118, 1970.

- 2) Wilkinson, D.L. and Wood, I.R. : A rapidly varied flow phenomenon in a two-layer flow, J. of Fluid Mech., Vol.47, pp.241~256, 1971.
- 3) Stefan, H. and Hayakawa, N. : Mixing Induced by an internal hydraulic jump, Water Resources Bull., Vol. 8, pp. 531~545, 1972.
- 4) 玉井信行・有田正光：表層放出二次元密度流の形態分類および最終上層厚について，第28回水理講演会論文集，pp.121~127, 1984.
- 5) Chu, V.H. and Vanvari, M.R. : Experimental Study of turbulent stratified shearing flow, J. of Hyd. Div., Proc. ASCE, HY 6, pp.691~706, 1976.
- 6) Ellison, T.H. and Turner, J.S. : Turbulent entrainment in stratified flow, J. of Fluid Mech., Vol.6, pp.423~488, 1959.
- 7) 椿東一郎・小松利光：二次元表層密度噴流における流れの特性と連行現象，土木学会論文報告集，第273号，pp.69~81, 1978.
- 8) 室田 明・中辻啓次：二次元表層密度噴流における連行特性に関する研究，土木学会論文報告集，第351号/II-2, pp.97~106, 1984.
- 9) Baddour, R.E. and Chu, V.H. : Turbulent gravity stratified shear flow, McGill Univ., Rep. 78-3, 1978.
- 10) Jirka, G.H. : Turbulent buoyant jet in shallow fluid layers, in turbulent buoyant jets and plumes, Ed. by Rodi, Pergamon Press, pp.69~119, 1982.
- 11) Jirka, G.H. : Entrainment model based on rapid distortion theory jet/wake/mixing layer transitions (to be submitted).
- 12) Rajaratnam, N. and Subramanyan, S. : An experimental study of plane turbulent buoyant jets and jumps, Univ. of Alberta, Rep.83-3, 1983.
- 13) Baddour, E. and Chu, C.E. : Buoyant Surface discharge on a step and sloping bottom, McGill Univ., Rep.75-2, 1983.
- 14) List, E.J. and Imberger, J. : Turbulent entrainment in a buoyant jets and plumes, J. of Hyd. Div., Proc. ASCE, Vol.99, HY 9, pp.1461~1474, 1973.
- 15) 室田 明・中辻啓次・中村圭次郎：内部跳水に観られる反転流動の混合機構に及ぼす役割，第29回水理講演会論文集，pp.419~424, 1985.

(1985.9.28・受付)