

# 研究展望

## 粗粒化について

### ON ARMORING

パーカー・ゲイリー\*

By Gary PARKER

#### 1. はじめに

粗粒化現象と混合砂礫の流送特性について検討するために、Fig. 1 に示されているような思考実験を行うことにしよう。N 個の同じ実験水路の中に、広く分布している粒度累加曲線を有する同じ砂礫をむらなく一様に敷き、上流端から通水とともに同じ粒度分布をもつ砂礫を給砂する。流量 Q は水路にも時間にもよらず、一定に保ち、給砂によって決定される単位幅当たり体積掃流流量を第 1 水路において  $q_T$  と設定し、第 2 水路において  $q_T/2$  とし、また第 N 水路において  $q_T/N$  として、いずれの場合も平衡状態に達するまで給砂量を時間的に一定に保つ。さて、平衡状態における河床構成についてどう推定できるだろうか。

まず、N が増大するにつれて流砂量が減少するからには、河床が静的状態に漸近することがいえよう。なお、流砂量が微少になればなるほど、河床表層が粗粒化することも推定できる。一方、表層下の貯累層 (substrate) は元河床かあるいは堆積した給砂からなり、不変であろう。したがって、河床の粗粒化状態が予測できる。しかし、N の値があまり小さくない場合、すなわち有限流砂量の場合の河床特性については不明である。上述の束縛においては、貯累層の分布はやはり N と無関係に元河床の分布と等しいといえても、表層に粗粒化状況が出現するかどうかは判断し兼ねる。 $q_T$  の値が適当に大きければ、N=1 の場合については動的平衡状態における

表面粗粒化の必要性があまりないように思えるが、N が増大するにつれて、動的粗粒化状態が徐々に現われ、静的状態に滑らかに取れんするか、あるいは特定の値で初めて静的粗粒化状態が出現するかが問題である。本論文は以上の考察を踏まえ、現象を総括的に取り扱ったものである。

#### 2. 流砂の遮断による静的粗粒化現象

通常、われわれが対象としている粗粒化表面は前項で述べたような、平衡状態の静的限界によるものではない。むしろダム等の築造後、流砂の遮断による下流へ伝はんする河床低下とともに、非平衡過程を通じて静的状態に達するものとして粗粒化現象をとらえやすいからであろう。このような研究の例として、Livesey<sup>1)</sup>の古典が挙げられるが、元来少量の礫を含む砂床河川 Missouri River にある Fort Randall Dam 下流部の礫面形成に着目し、粗粒化した表層の厚さ L が  $d_{s50}$  (添字 s : surface) にほぼ等しいことを明らかにしている。

砂床河川の場合には、築造前の砂床からその後の最終状態への変遷過程はかなり極端なものであろう。概略図 Fig. 2 に示すように、2 年洪水に相当する無次元掃流力

$$\tau_* = \frac{\tau}{\rho R g d_{s50}} \dots \dots \dots (1)$$

と摩擦 Reynolds 数

$$Re_* = \frac{\sqrt{\tau/\rho} d_{s50}}{\nu} \dots \dots \dots (2)$$

によって、砂床河川は礫床河川と大きくかけ離れている。ここに  $\tau$  : 底面せん断応力、R : 水中比重、 $\nu$  : 動粘性係数。Missouri River 等のもと砂床河川の場合について流砂の遮断による変遷経路を矢印で示してあるが、流

\* Ph. D. アメリカ合衆国ミネソタ大学教授 St. Anthony Falls Hydraulic Laboratory (Minneapolis, Minnesota 55414 U. S. A.)

Keywords : *armoring, bed load, gravel rivers, sediment mixture, sorting*

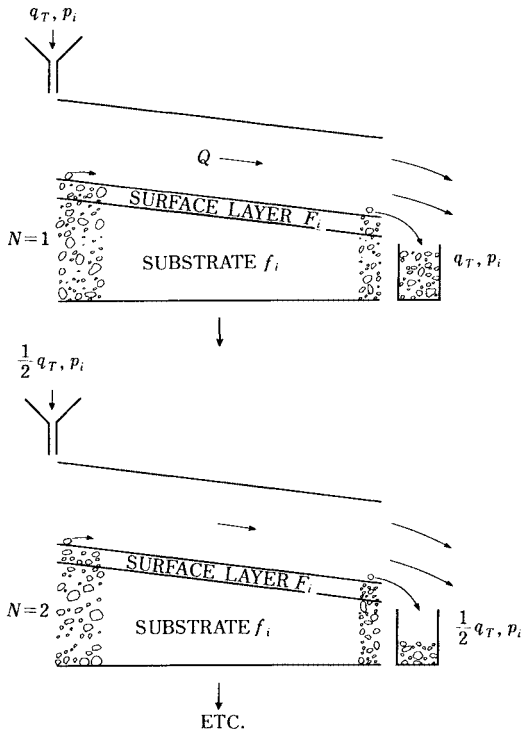


Fig. 1 Thought experiment.

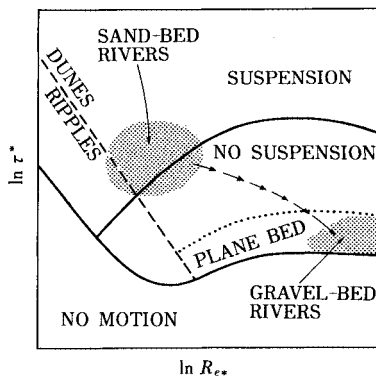


Fig. 2 Regime diagram for sand- and gravel-bed rivers.

砂量が極端に減少し河床形態が抑制され、結局表層上の礫床河川へ遷移することになる。粗粒化現象が静的現象とみなされる原因はここにある。

以上の過程を実験水路で再現するために、さまざまな研究がなされているが、いずれも広く分布している河床材料を用い、しかも上流端で土砂の給砂を行っていない。日本の数多くの研究のほかに、たとえば Harrison<sup>2)</sup>, Kellerhals<sup>3)</sup>, Gessler<sup>4)</sup>, Davies<sup>5)</sup>, Little・Mayer<sup>6)</sup>, Proffitt<sup>7)</sup>, Parker<sup>8)</sup>のものが挙げられる。これらの資料を使用して、次項以下で理論による予測値との比較検討を行うが、興味深い実験結果の1つとして、河床低下の

末期においては流砂量は微少ながら粒度分布は初期河床または貯累層のものとよく一致していることが、Harrison<sup>2)</sup>, Proffitt<sup>7)</sup>, Parker<sup>8)</sup>によって指摘されている。

この考察を定量化するにあたって、粒度分布を  $i=1 \dots N$  範囲  $d_{r,i-1} < d < d_{r,i}$  に分ける。第  $i$  範囲の平均粒径を

$$d_i = \sqrt{d_{r,i-1} d_{r,i}} \dots \dots \dots (3)$$

とし、またその砂礫が表層、貯累層、流砂に占める割合をそれぞれ  $F_i, f_i, p_i$  とすると、低下末期状態においては次式が近似的に成立する。

$$p_i = f_i \dots \dots \dots (4)$$

### 3. 礫床河川における表面粗粒化

低水時にみられる礫床河川の表層は大体において貯累層と比較して粗粒化している。Kellerhals・Bray<sup>9)</sup>が指摘したように、全く粗粒化していなくても任意に表層からサンプルした数百個の粒子より求められた体積分布は、掘削によって得られたサンプルの体積分布よりも必然的に粗い方に偏る傾向にあり、見掛け上の粗粒化を見出すおそれがある。Kellerhals・Bray<sup>9)</sup>によると、後者と比較するには前者のみ個数分布として評価しなければならない。一方、Milhous<sup>10)</sup>は標準面積内に露出している粒子のうち最大粒径に着目し、その底部までを表層と定義し、そのすべてを掘削して体積分布として解析しているが、概念的には前項で述べた  $L=d_{s50}$  の定義と同様の考察に基づいている。礫床の実河川においては、いずれの手法を使用しても、一部特例を除けば粗粒化現象が認められることは Andrews<sup>11)</sup> や Parker ら<sup>12)</sup> によってすでに例証されている。

一例としてアメリカ合衆国 Oregon 州の Oak Creek における表層と貯累層の粒度加積曲線が Fig. 3 に示されているが、表層の  $d_{s50}$  は貯累層の  $d_{50}$  より約 2.7 倍程度粗くなっている。ちなみに自然の礫床河川における  $d_{s50}/d_{50}$  の値は、1.5 から 3 の間にあるものが多い。Milhous<sup>10)</sup> が示すとおり、Oak Creek のような網状を呈しない単流路河川の場合は、満水流量に相当する洪水の

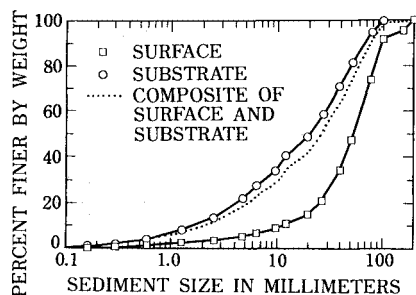


Fig. 3 Surface and substrate size distributions, Oak Creek, Oregon.

直後にみられる表面砂粒子構成はその直前のものと比べて大きく変化していないようであるが、はたして表層が出水時に破壊され、流量が減少するにつれて再生するものなのか、あるいは洪水中ですら粗粒化したまま存続するものなのかは最近まで不明であった。Harrison<sup>21</sup>, Kellerhals<sup>13</sup>, や Gomez<sup>14</sup>は早くから存続説らしきものを示唆しているが、正確に現象を把握するには第1項に述べたような土砂の給砂あるいは循環を伴う実験が必要であると思われる。

Dhamotharan ら<sup>15</sup>, Parker<sup>8</sup>, Parker ら<sup>16</sup>は Oak Creek を対象に Froude 相似則に基づいて縮率 1/10 程度の移動床水理模型実験を行い、掃流砂量が微小ながら、河床のすべての粒径が流砂中に含まれるような動的平衡状態においても、なお粗粒化した表層が存続することを観察している。この結論を Oak Creek に適用すれば、粗粒化作用は減水時の非平衡過程によるものではなく、洪水の最中にも有効であり、礫床河川の根本機能の1つであると思われる。その後 Andrews・Erman<sup>17</sup>は実河川 Sagehen Creek において、満水流量の2倍に相当する大洪水の最中でも、低水時とあまり変わらない表層粒度分布を観測することに成功している。彼らの得た  $d_{50}$  の値は 30 mm で  $d_{95}/d_{50}$  の値は約 1.9 である。Helley・Smith 形サンプラーより得た掃流砂量の最大粒径は貯累層の  $d_{80}$  (～86 mm) に相当するが、サンプラーの入口を考慮すればさらに粗い礫も移動していたものと推定できる。一方、単位幅当たり掃流砂量はわずか 0.002～0.02 kg/s/m の間にとどまり、砂床河川に置き換えれば何も移動していないのと同様に誤解を招く可能性すらある。

以上の考察から次のような単流路礫床河川に特有な性質を抽出することができる。

- ① 低水から満水状況程度の範囲内で表面は粗粒化している。変化する水理条件下における実河川の場合も本来 Fig. 1 のような動的平衡現象として説明できる。
- ② Fig. 2 のとおり満水状況においても、無次元掃流力  $\tau_{*50}$  は、いわゆる限界掃流力  $\tau_{*c}$  を大きく上回らず、 $\tau_{*50}/\tau_{*c}$  は 1.5 程度にとどまっている。
- ③ したがって、河床は低水時においては、ほぼ静的状況にあり、比較的頻度の少ない洪水以外は移動床を呈しない。
- ④ 出水時においても、砂床河川と比較して流砂量はきわめて少ないが、流砂は貯累層に存在するほとんどの粒径を含有し、かつ双方の粒度分布はほぼ酷似している。

移動性表面粗粒化といえば、従来の考え方からすると矛盾しているように思われるが、次のように簡単に説明

できる。流砂量が微量になればなるほど表層における粒子の離脱・落下過程は間欠性を呈し、移動している粒子は河床面積のごく一部しか占め得ないので、一時的に停止している粒子が粗粒化表面を形成し得ることになる。

以上の考察は第1項の議論と大いには関係があっても、第2項の河床低下による現象との関連性については不明な点が残されている。

#### 4. 日本の研究業績とその応用

日本では、混合砂の流送やそれに付随した粗粒化作用に関する研究は従来からなされてきたが、近年のものとしては、水山<sup>18</sup>, 中川・辻本<sup>19</sup>, 村本・河田・布村<sup>20</sup>, 林・尾崎・石橋<sup>21</sup>の論文が掲げられる。いずれも程度の差はあるものの、芦田・道上<sup>22</sup>と平野<sup>23, 24</sup>の立てた基盤によっていって過言ではない。この基盤は次の4つの要素からなるものである。

- ① 河床の二層分割。
- ② 掃流砂量式における相似仮説。
- ③ 遮蔽概念。
- ④ 流砂の粒径別保存式。

平野<sup>23</sup>は貯累層を「原河床」とよび、表層を「交換層」と名づけているが、後者はまさに現象を物理的に正確に表現している。すなわち、流砂は離脱・落下によって表層と交換し、貯累層は河床上昇・低下によって表層と交換する。

砂床河川においては、砂堆を考慮せずに流砂過程を把握することができないのと同様、掃流力が小さい範囲において大粒径砂礫の輸送特性を調べるには、河床の2層分割の概念なくしては何ら進展し得ない。逆説的に芦田・道上<sup>22</sup>の言葉を借りれば、 $\tau_{*50}/\tau_{*c} > 2 \sim 3$  の範囲においては、「混合砂礫の流砂現象は均一砂のそれと同一になるものと考えられる」と述べているが、これは第3項に挙げられた第2項目と一致している。

芦田・道上<sup>22</sup>や平野<sup>23</sup>は混合砂礫の流砂量を算定するために、均一砂を対象にする式を修正適用しているが、ここではその誘導をさらに一般化することを試みる。均一砂については、次のように Einstein 無次元掃流砂量  $q^*$  と無次元掃流力  $\tau^*$  を定義する。

$$q^* = \frac{q}{\sqrt{Rgd}d}; \quad \tau^* = \frac{\tau}{\rho Rgd} \dots \dots \dots (5 \cdot a, b)$$

ここに、 $q$ : 単位幅当たり体積掃流砂量、 $d$ : 粒径である。Einstein<sup>43</sup>が直接  $q^*$  と  $\tau^*$  を関係付けているところを、

$$W^* = \frac{q^*}{\tau^{*3/2}} \equiv G^*(\tau^*) \dots \dots \dots (6)$$

としているが、式 (5・a, b), (6) から

$$W^* = \frac{Rgq}{(\tau/\rho)^{3/2}} \dots \dots \dots (7)$$

となり、 $W^*$ において粒径  $d$  が消去されることは興味深い。Bridge・Dominic<sup>27)</sup>が指摘しているように、佐藤・吉川・芦田<sup>25)</sup>や芦田・道上<sup>26)</sup>の式のみならず、多くの流砂量式は  $\tau^* \gg \tau_c^*$  ( $\tau_c^*$ =限界掃流力)の領域において

$$q^* \sim \tau^{*3/2} \dots\dots\dots (8)$$

に取れんし、式(6)から

$$W^* = \text{一定} \dots\dots\dots (9)$$

になる。式(5・a, b), (8)から  $q \sim \tau^{3/2}/(Rg)$  となり、この範囲において流砂量  $q$  は粒径  $d$  と無関係になる。

さて、混合砂に適用するにあたって、表層含有率  $F_i$  と粒径  $d_i$  を基準に粒径別に、 $q_{si}^*$ ,  $\tau_i^*$  と  $W_{si}^*$  を定義する。

$$q_{si}^* = \frac{q_i}{\sqrt{Rgd_i} F_i} \dots\dots\dots (10 \cdot a)$$

$$\tau_i^* = \frac{\tau}{\rho Rgd_i} \dots\dots\dots (10 \cdot b)$$

$$W_{si}^* = \frac{q_{si}^*}{\tau_i^{*3/2}} \dots\dots\dots (10 \cdot c)$$

式(7)と同様に

$$W_{si}^* = \frac{Rgq_i}{(\tau/\rho)^{3/2} F_i} \dots\dots\dots (11)$$

となり、また  $W_{si}^*$  も粒径  $d_i$  と無関係である。

概略図 Fig. 4 に示すように、実験値をプロットすると  $W_{si}^*$  と  $\tau_i^*$  の値は式(6)から予想されるように、1本にまとまらず、粒径別に分かれる。ここで、平野<sup>23)</sup>や芦田・道上<sup>22)</sup>の相似仮定は次のように表現できる。式(6)において任意に微少の基準流砂量  $W_{\tau}^*$  を選択し、 $W_{\tau}^* = G^*(\tau^*)$  の関係から  $\tau_i^*$  に近いと思われる基準掃流力  $\tau_{\tau}^*$  を求め、式(6)を

$$\frac{W_{si}^*}{W_{\tau}^*} = G(\phi) \dots\dots\dots (12)$$

と書き直す。ここに

$$\phi = \frac{\tau_i^*}{\tau_{\tau}^*}; \quad W_{\tau}^* G(\phi) \equiv G^*(\tau^*) \dots\dots\dots (13)$$

と定義するが、 $\phi=1$ において  $G=1$  となる。Fig. 4 に示

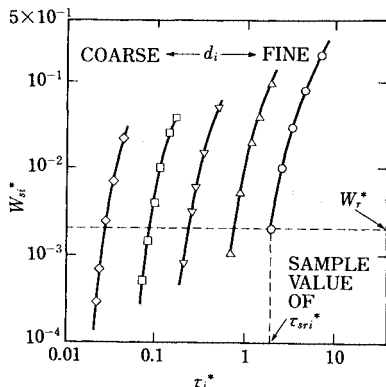


Fig. 4 Sketch of bedload relations for various grain sizes.

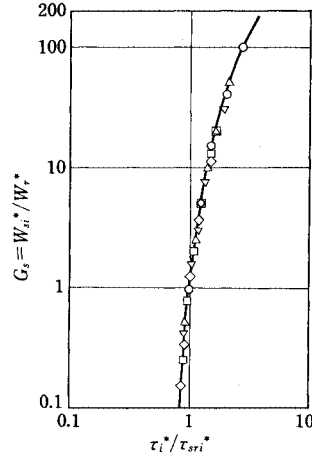


Fig. 5 Similarity collapse of Fig. 4.

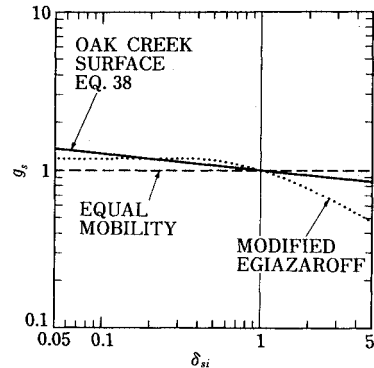


Fig. 6 Several standardized hiding functions.

すように、この  $W_{\tau}^*$  に相当する粒径別基準値  $\tau_{\tau}^*$  を求め、 $W_{si}^*/W_{\tau}^*$  と

$$\phi_{si} = \frac{\tau_i^*}{\tau_{\tau}^*} \dots\dots\dots (14)$$

を Fig. 5 に示すようにプロットし直す。相似仮説によると、粒径によらずすべての点が互いに重なり、

$$\frac{W_{si}^*}{W_{\tau}^*} = G_s(\phi_{si}) \dots\dots\dots (15)$$

のように1本の曲線を成す。

平野<sup>23)</sup>や芦田・道上<sup>22)</sup>はさらに、式(15)から得られる関数  $G_s$  は式(12)のものと同じし、しかも、表層の幾何的平均粒径  $d_{sg}$  によって定義された  $\tau_{sg}^* = \tau/(\rho Rgd_{sg})$  は均一砂の値に等しいことを仮定している。したがって

$$\delta_{si} = \frac{d_i}{d_{sg}}; \quad g_s(\delta_{si}) = \frac{\tau_{sg}^*}{\tau_{\tau}^*} \frac{1}{\delta_{si}} \dots\dots\dots (16 \cdot a, b)$$

とすれば式(6), (11), (14), (15)から次式が得られる。

$$W_{si}^* = W_{\tau}^* G_s [g_s(\delta_{si}) \tau_{sg}^*/\tau_{\tau}^*] \dots\dots\dots (17)$$

ここに、 $g_s$  を表層基準遮蔽係数と名づける。平野<sup>23)</sup>や

芦田・道上<sup>22)</sup>は遮蔽係数として Egiazaroff<sup>28)</sup>の公式を使用しているが、芦田・道上<sup>22)</sup>が若干修正したものを基準化すると

$$g_s(\delta_{st}) = \begin{cases} 1.18, & \delta_{st} < 0.4 \\ \frac{1}{\delta_{st}} \left( \frac{\log_{10}(19\delta_{st})}{\log_{10}(19)} \right)^2, & \delta_{st} \geq 0.4 \end{cases} \dots\dots\dots(18)$$

となる。

Fig. 6 に示すように、 $\delta_{st} > 1$  の比較的粗い領域において  $g_s$  は 1 をかすかに上回り、一方、 $\delta_{st}$  の細かい領域において 1 をかすかに下回る。式 (6) や Fig. 5 の関数  $G_s$  は単調に  $\tau^*$  とともに増加すると思われるので、式 (18) において粒径が粗くなるにつれて流砂量が減ることになる。したがって、選択輸送が当然予想される。

粗粒化現象を予測するには、以上の流砂量算定法に粒径別の土砂保存式を加える必要があるが、流路幅が一定の場合は下記のように表わせる。

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_0^\eta (1-\lambda) f_i' dz = - \frac{\partial q_{\tau} p_i}{\partial x} \dots\dots\dots(19)$$

ここに、 $z$  : 垂直方向の座標、 $x$  : 流下方向の座標、 $\eta$  : 底面の高さ、 $t$  : 時間、 $\lambda$  : 空隙率、 $f_i'$  : 第  $i$  粒径範囲の砂礫が高さ  $z$  において河床に占める割合。さらに、 $q_{\tau}$ 、 $q_i$  と  $p_i$  は次の関係にある。

$$q_{\tau} = \sum q_i; \quad p_i = \frac{q_i}{q_{\tau}} \dots\dots\dots(20 \cdot a, b)$$

式 (19) は河床上昇・低下と無関係に成立するものであるが、流砂の 2 層モデルに適用するにあたって、近似的に空隙率を一定とし、下記のように  $z$  の値によって  $f_i'$  を分割し、

$$f_i' = \begin{cases} F_i, & \eta - L < z < \eta \\ f_i, & z \leq \eta - L \end{cases} \dots\dots\dots(21)$$

しかも第 1 項の説明のとおり、 $f_i$  を不変とすると、式 (19) は

$$f_i \frac{\partial \eta}{\partial t} + L \frac{\partial F_i}{\partial t} = - \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_{\tau} p_i}{\partial x} \dots\dots\dots(22)$$

となるが、添字  $i$  について合計すると、

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = - \frac{1}{1-\lambda} \frac{\partial q_{\tau}}{\partial x} \dots\dots\dots(23)$$

となじみの均一流砂の連続式に相当するものが得られる。

式 (22) は、Ribberink<sup>29)</sup> や Andrews・Parker<sup>30)</sup> のほかにさまざまな研究者によって独立に導入されたが、平野<sup>23)</sup>の研究が先駆的であるように思える。平野<sup>23)</sup>は、式 (22) を河床低下にのみ応用し、上昇過程に対しては別式を導入しているが、Parker<sup>8)</sup>が行った実験においては、上昇過程が十分に遅ければ、表層下に堆積する土砂は掃流砂と同様の粒度分布をもつという知見が得られているので、式 (4) が近似的に成立するかぎり、式 (22) は

河床上昇の場合にも適用できるものと思われる。

平野<sup>23)</sup>は粗粒化表面の粒度分布を予測するにあたって、1)  $t=0$  において、表面がまだ粗粒化していないので

$$F_i = f_i \dots\dots\dots(24)$$

さらに、2) 上流端からの流砂の遮断のため

$$q_i|_{x=0} = 0 \dots\dots\dots(25)$$

としている。下流へ伝ばする粗粒化作用を算出するにあたっては、式 (16) と (17) から粒径別選択輸送を求め、その結果をもって式 (23) より河床低下を、式 (22) より表層含有率  $F_i$  の変化を数値計算によって求めている。時間が経つにつれて、地点  $x$  における  $F_i$  と  $\eta$  との変化はしだいに減少し、静的粗粒化表面に漸近するものと思われる。

芦田・道上<sup>22)</sup>は低下過程の末期状態における平行低下に着目し、土砂保存式 (22) を簡略化した式より表層の粒度分布を予測している。Proffitt<sup>7)</sup>は芦田・道上<sup>22)</sup>の保存式を

$$\frac{dF_i}{d(-\eta/L)} = f_i - p_i \dots\dots\dots(26)$$

と修正しているが、水理条件を普遍と仮定し、初期条件として式 (24) を用い、粒径別流砂量式より  $p_i$  を求め、式 (26) より微小河床低下  $\Delta(-\eta)$  に対して表層含有率の変化  $\Delta(F_i)$  を計算するが、これもやはり低下が進むにつれて静的の値に取れんするものと思われる。後節で述べるが、平行低下の条件下において式 (26) を式 (22) より厳密に誘導することが可能である。

芦田・道上の研究成果は、IAHR の国際学会<sup>31)</sup>で発表されて以来、Proffitt<sup>7)</sup>、Borah ら<sup>32)</sup>、Church<sup>33)</sup>、Ribberink<sup>34)</sup>、Andrews・Parker<sup>30)</sup>等の多くの外国人研究者に影響を与えているが、一方、平野<sup>23)</sup>の業績は残念ながらほとんど外国では知られておらず、精々 Ribberink<sup>29)</sup>、Proffitt<sup>7)</sup>、Shen・Lu<sup>35)</sup>らに引用されているのが現状である。

上記の研究より以後のものに関しては、その国際的影響を判断するには早計かもしれないが、たとえば、中川・辻本<sup>19)</sup>の微視的見地による粗粒化の確率モデルは大いに発展性のあるものと思われる。

### 5. 予知方法の万屋

Gessler<sup>4)</sup>による粗粒化の推算法は、日本以外での研究に近年まで支配的影響を及ぼしてきたが、次のように定量化することができる。

$$F_i = \frac{k_i f_i}{\sum k_i f_i} \dots\dots\dots(27)$$

ここに、 $k_i$  の定義は、「第  $i$  粒径範囲の粒子が移動しないで残存する確率」とされているが、Kellerhals<sup>36)</sup>が指

適したように、時間間隔を指定しないかぎり、 $k_i$ は物理量として無意味である。Gessler<sup>4)</sup>の手法は河床上昇・低下を予知する米陸軍のHEC-6数値モデルに使用されている(Thomas<sup>37)</sup>)。

Gardeら<sup>38)</sup>はGessler<sup>4)</sup>の手法を若干訂正し、さらに、粗面の中央粒径 $d_{50}$ を予測する経験式を提案しているが、物理的根拠が不明確で大きな進展とはいえない。Shen・Lu<sup>35)</sup>の計算法はGessler<sup>4)</sup>による残存確率の概念をやはり疑問に思わないものの、それを遮蔽係数と関係づける点において興味あるところが見出せる。

また、Shen・Lu<sup>35)</sup>は別の手法として、Little・Mayer<sup>6)</sup>とDavies<sup>5)</sup>と同様に、データに基づく経験式を提案しているが、Sutherland<sup>39)</sup>が指摘したように、式を決定するために使用された以外のデータ、たとえばProffitt<sup>7)</sup>のデータ、に応用した場合、 $d_{95} > d_{50}$ というきわめて疑わしい予測が得られる場合もある。このことから物理的解釈を伴わない、最小二乗法によって作成された予知方法の危険性が推測されよう。

一方、Borahら<sup>32)</sup>の計算法は解釈に困難なほど複雑であるにもかかわらず、遮蔽効果の考察によって混合砂に適用した流砂量式を一切用いていない点においてRibberink<sup>40)</sup>が批判を加えている。Karimら<sup>41)</sup>の数値モデルもBorahら<sup>32)</sup>と同様な欠点をもっているが、両者とも交換層の概念は考慮している。

Bayazit<sup>42)</sup>は表層粒度分布を計算するにあたって、Einstein<sup>43)</sup>の流砂量式によって計算を行うものの、便宜のために遮蔽係数を修正適用している。さらに、流砂の保存式として式(26)に類似したものを提案している。Bayazit<sup>42)</sup>の方法は全体として芦田・道上<sup>22)</sup>のものに類似しているが、後者と異なるところの1つとして、限界掃流力に依存しない流砂量式によって計算を行っていることが掲げられる。

Proffitt<sup>7)</sup>、Proffitt・Sutherland<sup>44)</sup>、Sutherland・Proffitt<sup>45)</sup>も上述のBayazit<sup>42)</sup>と同様、限界掃流力の概念を含まない手法を提案している。実験結果によるPaintalの考察を出発点にしているが、Paintal<sup>46), 47)</sup>によると均一砂も混合砂も正確な移動限界状態は存在せず、むしろ、無次元掃流力 $\tau^*$ がいわゆる限界値と思われるものに近い基準値を下回る領域において、 $q^*$ と $\tau^*$ は下記の関係にあるとしている。

$$\frac{q^*}{q_r^*} = \left( \frac{\tau^*}{\tau_r^*} \right)^N \dots\dots\dots(28)$$

Paintal<sup>46)</sup>は指数 $N$ を16と見積もっているが、Pazis・Graf<sup>48)</sup>やBell<sup>49)</sup>は異なった条件下においてそれぞれ11と8の値を得ている。Proffitt・Sutherland<sup>44)</sup>は混合砂の実験値をもってPaintal<sup>47)</sup>の均一砂流砂量式に適用した遮蔽係数を誘導し、粒径別に訂正している。粗粒化過

程を予測するにあたっては、流砂の連続式として式(26)を用いている。明らかに河床低下の末期に漸近するにつれて、流砂含有率 $p_i$ が有限であるかぎり、式(26)において表層含有率 $F_i$ が一定値に収れんするためには、式(4)のとおり、 $p_i$ が貯累層含有率 $f_i$ に漸近しなければならないことになる。Proffitt・Sutherland<sup>44)</sup>の予知方法は第3項に掲げられた4条件をすべて満たしており、評価すべきモデルといえる。

Bettess<sup>50)</sup>やBettess・White<sup>51)</sup>は、White・Day<sup>52)</sup>によって混合砂に適用されたAckers・White<sup>53)</sup>の流砂量式に、式(22)に類似した式をさらに加えて粗粒化過程の算定を行っているが、式(22)の左辺の最初の項を $f_i \cdot \partial\eta/\partial t$ ではなく $F_i \partial\eta/\partial t$ と誤って導入しているようである。

### 6. 動的平衡粗粒化の原理と予測

前述の研究報告のすべては、河床低下による静的粗粒化に限定されたものである。一方、動的平衡現象の予知に関して、平野<sup>24)</sup>は早くから狭搾部における粗粒化に着目し、算定方法を提案している。計算は、上流の基準点で任意の表層粒度分布を与えない限り、実行に及ばない欠点を有するが、着想としては当時の他の諸研究よりも20年も進んだものといえる。

現象を把握するために第1項に述べた給砂実験を考えよう。給砂の粒度分布が初期の河床材料のそれと一致しているなら、最終的平衡状態においてもなお、式(4)は恒等的に成立し、貯累層は掃流砂と同一の粒度構成を有することになる。式(11)との類似により、貯累層含有率 $f_i$ を基準に、無次元掃流砂量 $W_i^*$ を下記のように定義する。

$$W_i^* = \frac{Rgq_i}{(\tau/\rho)^{3/2} f_i} \dots\dots\dots(29)$$

$W_i^* \cdot \tau_i^*$ の関係はFig. 4のとおり粒径別に分離されるが、式(4)、(20・a, b)により式(29)は

$$W_i^* = \frac{Rgq_r p_i}{(\tau/\rho)^{3/2} f_i} = \frac{Rgq_r}{(\tau/\rho)^{3/2}} \dots\dots\dots(30)$$

となり、相似性は正確に成立する。前述と同様に基準流砂量 $W_r^*$ における貯累層基準掃流力 $\tau_r^*$ を定義すると、下記の式を満たす相似関数 $G$ が得られる。

$$\frac{W_i^*}{W_r^*} = G \left( \frac{\tau_i^*}{\tau_r^*} \right) \dots\dots\dots(31)$$

上式を若干整理すると

$$\frac{W_i^*}{W_r^*} = G [g(\delta_i) \phi_g] \dots\dots\dots(32)$$

となる。ここで

$$\phi_g = \frac{\tau_g^*}{\tau_{rg}^*}; \quad \tau_g^* = \frac{\tau}{\rho Rg d_g} \dots\dots\dots(33 \cdot a, b)$$

$$\delta_i = \frac{d_i}{d_g}; \quad g(\delta_i) = \frac{\tau_{rg}^*}{\tau_{ri}^* \delta_i} \dots \dots \dots (34 \cdot a, b)$$

とおき、さらに、 $d_g$  = 貯累層平均粒径、 $g(\delta_i)$  = 貯累層遮蔽係数。式(4)が成立する限り、式(30)と式(32)を連立させると

$$g(\delta_i) = 1 \dots \dots \dots (35)$$

というきわめて簡単でかつ興味深い結論が得られる。すなわち、給砂の場合は、貯累層を基準にすると流砂量の絶対値と無関係に、粒径によらない「等移動性」の性質が抽出されることになる。

この貯累層粒度分布における等移動性の条件を理解するにあたって、貯累層中央粒径を境として、河床材料を容積上、粗い半分と細かい半分と恒等的に分割できよう。粗い半分に相当する粒径範囲内の掃粒砂量は  $0.5 q_T$  となり、細かいものと等しくなる。この事実こそ肝腎な問題点が隠されている。河床材料の粗大な半분을構成する粒子は微粒子からなる半分より重く、1個当たりの微視的移動性が当然低いにもかかわらず、双方とも輸送率が正確に一致する巨視的な等移動性の状態はどのような機構によるのであろうか。

謎の鍵は河床材料のほとんどを占める貯累層と薄膜を成すと考えられる表層との差にある。以下に示すが、前者を独立変数と考えれば、後者は貯累層等移動性の条件を満たすように変化せざるを得ない従属変数になる。

一方、給砂実験に関する結論ははたして実河川にそのまま応用できるかどうか疑問があろう。Parker<sup>12)</sup>は上述の相似解析によって Oak Creek における観測値を整理し、次の性状を明らかにしている。

- ① 若干の系統的なずれはあるものの、貯累層基準準次元掃流砂量の相似性は近似的に成立する。
- ② 貯累層基準遮蔽係数は式(35)をほぼ満足する。
- ③ 掃流力が比較的に大きい場合は流砂は貯累層よりやや粗大な方に傾き、反対に掃流力が小さい場合は微細な方に傾くが、等移動性の条件はかなり広範囲にわたって近似的に満たされる。

要するに、Oak Creek は実河川の一例として、第一近似において給砂実験と同様の性状を表わすことがいえるよう。

表層粒度分布を従属変数と置けば当然予知できるものになるが、実際に流砂と交換を繰り返す粒子は貯累層ではなく表層にあるので、このために第4項で述べたような表層基準の流砂量式が必要になる。予測のために、たとえば、平野<sup>23)</sup>や Proffitt・Sutherland<sup>44)</sup>の方法を使用することもできるが、整合性を保つために、本論文では Oak Creek による Parker・Sutherland<sup>44)</sup>の計算法を用いることにする。

$$\frac{W_{st}^*}{W_T^*} = G_s(\phi_{st}) = G_s[g_s(\delta_{st}) \phi_{sg}] \dots \dots \dots (36)$$

ここに、 $\phi_{st}$ 、 $\delta_{st}$ 、 $g_s$  は式(14)、(16・a, b)で与えられ、しかも

$$\phi_{sg} = f n(\phi_{sgo}); \quad \phi_{sgo} = \frac{\tau_{sg}^*}{\tau_{sgo}^*} \dots \dots \dots (37 \cdot a, b)$$

$$\tau_{sgo}^* = 0.0382; \quad W^* = 0.002 \dots \dots \dots (37 \cdot c, d)$$

$\phi_{sg}$  と  $\phi_{sgo}$  との関係は Fig. 7 に示されている。Oak Creek の観測範囲内では表層基準遮蔽係数  $g_s$  と相似関数  $G_s$  は次のようにおける。

$$g_s(\delta_{st}) = \delta_{st}^{-m}; \quad m = 0.0933 \dots \dots \dots (38 \cdot a, b)$$

$$G_s(\phi) = \begin{cases} \exp[14.2(\phi-1) - 9.28(\phi-1)^2], & 1 \leq \phi \leq 1.5 \\ \phi^{M_0}, & \phi < 1 \end{cases} \dots \dots \dots (39)$$

ただし

$$M_0 = 14.2 \dots \dots \dots (40)$$

$G_s$  と  $\phi$  との関係は  $1 \leq \phi \leq 1.5$  の範囲で、式(12)のとおり基準化した Einstein<sup>43)</sup>の均一砂流砂量式をよく追従するものである。 $\phi \leq 1$  の範囲においては、式(6)より  $W^*$  を  $q^*$  に換算すると

$$N = M_0 + 1.5 = 15.7$$

となり、Paintal<sup>46)</sup>の得た実験値16に近い値となる。したがって、上記の方法には限界掃流力の概念は含まれていないが、 $\phi$  が1を下回る ( $\tau_{sg}^* < 0.0382$ ) と流砂量はきわめて微量になり、実質上の静的状態に近いと解釈しても差し支えないと考えられる。

式(38)で与えられる Oak Creek における表層基準遮蔽係数は Egiazaroff<sup>28)</sup>による式(18)と同様に、表面に露出する粒子が、粗大になるにつれて移動性を減少させるので、表層における等移動性条件  $p_i = F_i$  は成立し得ない。たとえば、 $\phi < 1$  の場合は、式(11)、(20・a, b)、(32)、(38)、(39)より次の関係式が得られる。

$$p_i = \frac{F_i d_i^{-M_0 m}}{\sum F_i d_i^{-M_0 m}} \dots \dots \dots (41)$$

ここに、 $M_0 m = 1.325$  で、掃流砂粒度分布は表層よりはるかに細くなる。

さて、以上の算定式に従って、第1項の定義による給砂実験における表層粗粒化の予知方法を誘導しよう。式(41)の導入を  $\phi \leq 1.5$  の範囲において一般化すると

$$p_i = \frac{F_i G_s[g_s(\delta_{st}) \phi_{sg}]}{\sum F_i G_s[g_s(\delta_{st}) \phi_{sg}]} \dots \dots \dots (42)$$

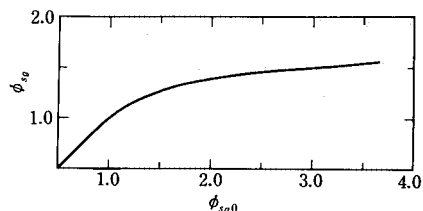


Fig. 7 Plot of  $\phi_{sg}$  versus  $\phi_{sgo}$ .

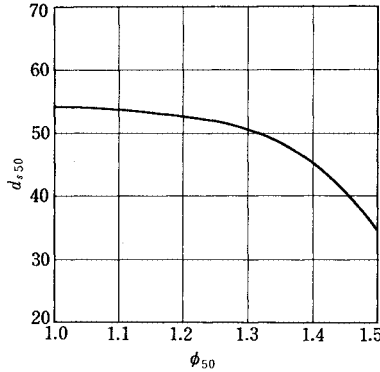


Fig. 8 Predicted relation for  $d_{550}$  versus  $\phi_{50}$ , Oak Creek.

となる。さらに貯累層における等移動性の条件式 (4) を式 (42) に代入し、 $F_i$  を逆算すると

$$F_i = \frac{f_i / G_s [g_s (\delta_{si}) \phi_{sg}]}{\sum f_i / G_s [g_s (\delta_{si}) \phi_{sg}]} \dots\dots\dots (43)$$

と求められる。すなわち、底面せん断応力の絶対値  $\tau$  (あるいは掃流砂量の絶対値  $q_T$ ) と貯累層(あるいは元河床)の粒度累加曲線 ( $f_i$  と  $d_i$  との関係) を与えれば表層粒度分布が求められる。ただし、 $\delta_{si} = d_i / d_{sg}$  で、 $d_{sg}$  の定義により

$$\ln d_{sg} = \sum F_i \ln d_i \dots\dots\dots (44)$$

となるので解は直接得られず、逐次近似法によって式 (43)、(44) を同時に解くことになる。

解の傾向を示すために、一例として、式(43) によって予測された Oak Creek における表層中央粒径  $d_{550}$  と貯累層中央粒径  $d_{50}$  に基づく無次元掃流力  $\tau_{50}^* = \tau / \rho R g d_{50}$  との関係を図. 8 に示す。図. 8 によると表層は掃流力が減少するにつれて粗大になるが、 $d_{550}$  は低水時の現地観測値 54 mm にほぼ近い値に収れんすることがわかる。式 (39) は  $\phi > 1.5$  の範囲にまで及ばないが、第 4 項で述べたごとく掃流力が增大するにつれて  $G_s (W_{si}^*)$  は一定値に漸近するものと思われる、式 (43) によって

$$F_i = f_i \dots\dots\dots (45)$$

となり、表層粗粒化の必要性がなくなる。

以上の考察により、動的粗粒化現象の物理的機構がきわめて簡単な解釈によって理解される。つまり、表層に露出する粒子は粗大になるにつれて、1 個当たりの微視的移動性が減少する傾向にあるので、表面での含有頻度が高めにならないと、流砂の粒度分布は貯累層の分布と一致し得ないことになる。

7. 静的状態への漸近過程

静的状態を次のように定義する。

$$F_{ai} = \lim_{\phi_{sg} \rightarrow 0} F_i \dots\dots\dots (46)$$

(添字  $a = \text{armor}$ ) が、式 (38・a, b), (39), (43), (46) より

$$F_{ai} = \frac{f_i d_i^{M_0 m}}{\sum f_i d_i^{M_0 m}} \dots\dots\dots (47)$$

となり、逐次近似法を必要としない簡単な予知式が得られる。

式 (47) は明らかに第 1 項で述べたような、平衡給砂条件における静的極限を表わすものであるが、第 2 項で述べたような、流砂の遮断による非平衡過程を通じての静的極限でもあることは注目に値する。式 (22) を式 (23) によって変形すると

$$L \frac{\partial F_i}{\partial t} = (p_i - f_i) \frac{\partial \eta}{\partial t} - \frac{1}{1 - \lambda} q_T \frac{\partial p_i}{\partial x} \dots\dots\dots (48)$$

と求められるが、低下過程の末期状態においては平行低下の近似が成立し、流下方向  $x$  の変化を無視することができるので、式 (48) はさらに式 (26) となる。限界掃流力に依存しない流砂量式さえ使用すれば、式 (26) より得られる静的粗粒化状態は極限において等移動性の条件式 (4) を満足し、式 (46) による式 (43) の極限と厳密に一致する。

Oak Creek による観測値と Little・Mayer<sup>6)</sup>, Davies<sup>5)</sup>, Proffitt<sup>7)</sup>, Gessler<sup>4)</sup>, Parker<sup>8)</sup> による実験データをもって式 (47) の適合性を調べたが、 $M_0$  の値に若干の補正を加え、14.2 ではなく 13.5 としたので  $M_0 \cdot m = 1.260$  となる。図. 9 (a), (b), (c), (d) はそれぞれ静的粗粒化表層の  $d_{50}$ ,  $d_{550}$ ,  $d_{70}$ ,  $d_{90}$  の計算値と実験値との比較である。図から明らかなように、式 (47) は広範囲にわたって表層の粒度分布をよく表わすことが知られる。

8. むすび

粗粒化機構は従来、流砂の遮断によって生じ、過程が進むにつれて粗大な粒子から微細な粒子へと、粒径の順番にしないで停止しながら最終状態へ漸近するものと考えられてきた。一方、動的平衡粗粒化現象はこの仮定では説明し得ない。本論文は、給砂実験を一例に、流砂の粒度分布を不変にしても、流砂量の減少を伴う動的粗粒化の出現を明らかにしている。表層の粒度分布は従属変数となり、貯累層における等移動性の条件を満足するように、表面に露出する粗大な粒子の実質上の移動性を必要に応じて高めるために含有率を増し、粗粒化表面を構成することになる。

動的現象は実河川で認められ、実験水路においても再現できるが、極限において流砂の遮断による静的現象にも漸近することを理論的に明らかにした。

給砂実験はともかく、本論文の説が実河川にどれほど厳密に成立するか疑問が残る。Oak Creek で示したよ



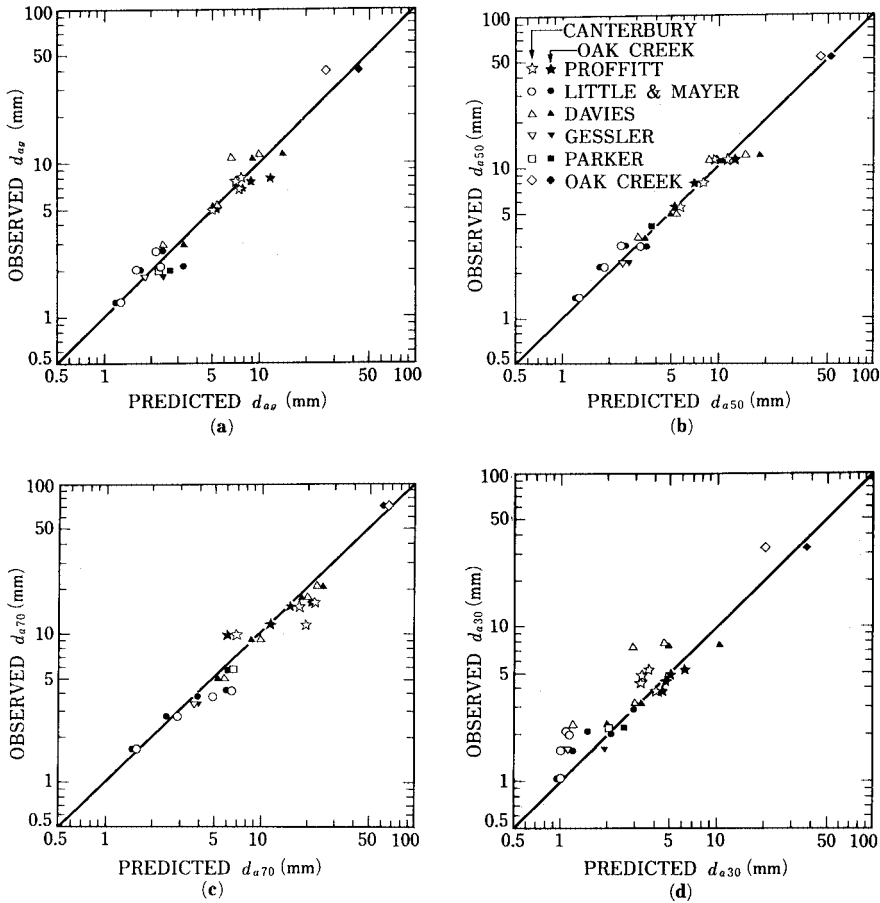


Fig. 9 Comparison of predicted and observed values of various characteristic surface grain sizes. Only the black points correspond to the method described herein.

うに、第一近似として応用できるものの、相似性が正確に満たされないために、流砂量が減少するにつれて流砂が微細な方に傾く傾向が一般に見出されることが予想できる。実河川での実状は、従来の説と本説との中間にあたると思われるが、前述の考察により、本説の方が現実に近いことが推定されよう。

本論文は、埼玉大学の池田駿介助教授による親切な指導と激励があってこそのものである。記して謝意を表す。著者の日本語に大いに悩まされながら原稿を訂正して下さったアメリカ合衆国ミネソタ大学の秋山寿一郎氏に感謝する次第である。

参 考 文 献

- 1) Livesey, R. H. : Channel armoring below Fort Randall Dam, Proc., Fed. Interagency Sed. Conf., Paper No. 54, pp. 461~473, 1963.
- 2) Harrison, A. S. : Report on special investigation of bed sediment segregation in a degrading bed, Ser. No. 33,

Issue 1, Inst. of Eng. Res., Univ. of Calif., Berkeley, U. S. A., 205 p., 1950.

- 3) Kellerhals, R. : Stable channels with gravel-paved beds, J. Waterways and Harbors Div., ASCE, Vol. 93, No. WW 1, pp. 63~84, 1967.
- 4) Gessler, J. : Self-stabilizing tendencies of alluvial channels, J. Waterways and Harbors Div., ASCE, Vol. 96, No. WW 2, pp. 235~249, 1970.
- 5) Davies, B. E. : The armoring of alluvial channel beds, M. E. Thesis, Dept. of Civil Engineering, University of Canterbury, New Zealand, 1974.
- 6) Little, W. C. and Mayer, P. C. : Stability of channel beds by armoring, J. Hydraulics Division, ASCE, Vol. 102, No. HY 11, pp. 1647~1661, 1976.
- 7) Proffitt, G. T. : Selective transport and armoring of non-uniform alluvial sediments, Report No. 80/22, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Canterbury, New Zealand, 203 p., 1980.
- 8) Parker, G. : Experiments on the formation of mobile pavement and static armor, Report, Dept. of Civil En-

- gineering, Univ. of Alberta, Canada, 57 p., 1980.
- 9) Kellerhals, R. and Bray, D.I. : Sampling procedures for coarse fluvial sediments, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol. 97, No. HY 8, pp. 1165~1180, 1971.
  - 10) Milhous, R. T. : Sediment transport in a gravel-bottomed stream, Ph.D. Thesis, Dept. of Civil Engineering, Oregon State University, U. S. A., 232 p., 1973.
  - 11) Andrews, E. D. : Bed-material entrainment and hydraulic geometry of gravel-bed rivers in Colorado, Geol. Soc. Am. Bull., Vol. 95, pp. 371~378, 1984.
  - 12) Parker, G., Klingeman, P. C. and McLean, D. G. : Bedload and size distribution in paved gravel-bed streams, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol. 108, No. HY 4, pp. 544~571, 1982.
  - 13) Kellerhals, R. : Gravel rivers with low sediment charge, M.S. Thesis, Dept. of Civil Engineering, University of Alberta, Canada, 157 p., 1963.
  - 14) Gomez, B. : Definition and interpretation of paved surfaces, Paper presented to BGRG at Annual Conference of the Institute of British Geologists, 4 p., 1980.
  - 15) Dhamotharan, S., Wood, A., Parker, G. and Stefan, S. : Bedload transport in a model gravel stream, Proj. Report No. 190, St. Anthony Falls Hydraulic Lab., Univ. Minn., U. S. A., 75 p., 1980.
  - 16) Parker, G., Dhamotharan, S. and Stefan, S. : Model experiments on a mobile, paved gravel bed stream, Water Resources Research, Vol. 18, No. 5, pp. 1395~1408, 1982.
  - 17) Andrews, E. D. and Erman, D. C. : Persistence in the size distribution of surficial bed material during an extreme snowmelt flood, Water Resources Research, Vol. 22, No. 4, pp. 191~197, 1986.
  - 18) 水山高久 : Bedload transport in steep channels, 京都大学学位請求論文, 1977.
  - 19) 中川博次・辻本哲郎・原 稔明 : 混合砂れき床面の粗粒化過程について, 京都大学防災研究所年報, 第 20 号 B-2, pp. 355~370, 1977.
  - 20) 村本嘉雄・河田恵昭・布村明彦 : 砂れき河川の掃流砂に関する基礎的研究, 京都大学防災研究所年報, 第 20 号 B-2, pp. 451~474, 1977.
  - 21) 林 泰造・尾崎幸男・石橋 毅 : 混合砂れきの掃流砂量に関する研究, 第 24 回水理講演会講演集, pp. 35~43, 1980.
  - 22) 芦田和男・道上正規 : 混合砂れきの河床変動 armoring について, 第 15 回水理講演会講演集, pp. 31~36, 1971.
  - 23) 平野宗夫 : Armoring をともなう河床低下について, 土木学会論文報告集, 第 195 号, pp. 55~65, 1971.
  - 24) 平野宗夫 : 混合砂れき河床の変動と平衡河床に関する研究, 土木学会論文報告集, 第 207 号, pp. 51~60, 1972.
  - 25) 佐藤清一・吉川秀夫・芦田和男 : 河川の土砂流送に関する研究 ( I ), 建設省土木研究所報告, 第 98 号, 1957.
  - 26) 芦田和男・道上正規 : 移動床流れの抵抗と掃流砂量に関する基礎的研究, 土木学会論文報告集, 第 206 号, pp. 59~69, 1972.
  - 27) Bridge, J. S. and Dominic, D. F. : Bed load grain velocities and sediment transport rates, Water Resources Research, Vol. 20, No. 4, pp. 476~490, 1980.
  - 28) Egiazaroff, I. V. : Calculation of non-uniform sediment concentrations, J. Hydraulic Div., ASCE, Vol. 91, No. HY 4, pp. 225~247, 1965.
  - 29) Ribberink, J. S. : Experiments with non-uniform sediment in case of bedload transport, Report No. 83-2, Dept. of Civil Engineering, Delft University of Technology, 163 p., 1983.
  - 30) Andrews, E. D. and Parker, G. : Formation of a coarse surface layer as the response to gravel mobility, Proc. 2 nd Workshop on Gravel Rivers, Pingree Park, Colorado, U. S. A., 1986.
  - 31) Ashida, K. and Michiue, M. : An investigation of river bed degradation downstream of a dam, Proc. IAHR, 14 th Congress, Vol. 3, pp. 247~255, 1971.
  - 32) Borah, D. K., Alonso, C. V. and Prasad, S. N. : Routing graded sediments in streams : formulations, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol. 108, No. HY 12, pp. 1486~1503, 1982.
  - 33) Church, M. : Bed load in gravel rivers : observed phenomena and implications for computation, Proc. 2 nd Workshop on Gravel Rivers, Pingree Park, Colorado, U. S. A., 1986.
  - 34) Ribberink, J. S. : Bedload formulae for non-uniform sediment, Report No. 4-78, Dept. of Civil Engineering, Delft Univ. of Technology, 20 p., 1978.
  - 35) Shen, H. W. and Lu, J. Y. : Development and prediction of bed armoring, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol. 109, No. 4, pp. 611~629, 1983.
  - 36) Kellerhals, R. : 私信
  - 37) Thomas, W. A. : Calculation of sediment movement in gravel-bed rivers, Proc. 1st Workshop on Gravel Rivers, Newtown, Wales, U. K., pp. 487~511, 1980.
  - 38) Garde, R. J., Ali, A. S. and Diette, S. : Armoring process in degrading streams, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol. 103, No. HY 9, pp. 1091~1095, 1977.
  - 39) Sutherland, A. J. : 私信
  - 40) Ribberink, J. S. : Discussion of "Routing graded sediments in streams : formulations", J. Hydraulic Eng., ASCE, Vol. 110, No. 2, pp. 203~204, 1984.
  - 41) Karim, M. F., Holly, F. M. and Kennedy, J. F. : Bed armoring procedures in IALLUVIAL and application to Missouri River, Rept. No. 269, Iowa Institute of Hydraulic Research, Univ. of Iowa, U. S. A., 197 p., 1983.
  - 42) Bayazit, M. : Simulation of armor coat formation and destruction, Proc. IAHR, 16 th Congress, Vol. 2, pp. 73~80, 1975.
  - 43) Einstein, H. A. : The bed-load function for sediment transport in open channel flows, Tech. Bull. No. 1026, U. S. Dept. of Agriculture, Soil Conservation Service, 71 p., 1950.
  - 44) Proffitt, G. T. and Sutherland, A. J. : Transport of

- non-uniform sediments, J. Hydraulic Res., IAHR, Vol. 21, No. 1, pp. 33~43, 1982.
- 45) Sutherland, A.J. and Proffitt, G.T. : Armoring of non-uniform sediment beds by selective erosion, Proc. 2nd Workshop on Gravel Rivers, Pingree Park, Colorado, U.S.A., 1986.
- 46) Paintal, A.S. : Concept of critical shear stress in loose boundary open channels, J. Hydraulic Res., IAHR, Vol. 9, No. 1, pp. 91~113, 1971.
- 47) Paintal, A.S. : A stochastic model of bed-load transport, J. Hydraulic Res., IAHR, Vol. 9, No. 4, pp. 527~554, 1971.
- 48) Pazis, G.C. and Graf, W.H. : Weak sediment movement, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol. 103, No. HY 7, pp. 799~801, 1977.
- 49) Bell, R.G. : Non-equilibrium bedload transport by steady and non-steady flows, Rept. No. 80/23, Dept. of Civil Engineering, Univ. of Canterbury, New Zealand, 237 p., 1980.
- 50) Bettess, R. : Degradation of river beds and associated change in the composition of the sediments, Proc. Euromech 156 Conf., Istanbul, Turkey, pp. 237~242, 1982.
- 51) Bettess, R. and White, W.R. : Mathematical simulation of sediment movement in streams, Proc. Inst. of Civ. Engrs., Part 2, Vol. 71, pp. 879~892, 1981.
- 52) White, W.R. and Day, T.J. : Sediment transport in gravel bed rivers, Proc. 1st Workshop on Gravel Rivers, Newtown, Wales, U.K., pp. 181~223, 1980.
- 53) Ackers, P. and White, W.R. : Sediment transport : new approach and analysis, J. Hydraulics Div., ASCE, Vol. 99, No. HY 11, pp. 2014~2060, 1973.
- 54) Parker, G. and Sutherland, A.J. : Fluvial armoring, submitted to J. Hydraulic Res., IAHR, 1986.  
(1986. 8. 19・受付)
-