

## 線形応答モデルを適用した広域地下水の揚水最適化の研究

STUDY ON THE OPTIMAL ALLOCATION OF REGIONAL GROUNDWATER WITHDRAWAL  
APPLYING LINEAR RESPONSE MODEL

守田 優\*・高橋 裕\*\*

By Masaru MORITA and Yutaka TAKAHASI

Engineering application of groundwater simulation models is to decide the efficient allocation of limited groundwater resources. Linear response model analysing confined groundwater flow was combined with linear programming (LP) to formulate the method of optimal groundwater withdrawal allocation. For this purpose, linear response coefficient  $\omega_{Lj}$  was introduced as the parameter of linear response model. Linear transformation of the model with the parameter  $\omega_{Lj}$  directly became constraints in the LP formulation. Objective function was written to maximize the total withdrawal of an area. Thus the LP method of optimal withdrawal allocation was formulated applying the model. Some cases of optimal allocation problem at Lowland, Tokyo were solved using the method.

*Keywords*: groundwater, linear response model, simulation model, linear programming, optimal withdrawal allocation

## 1. はじめに

広域的に地下水を管理するには、地下水の合理的な利用、すなわち、地下水障害の抑制等を考慮した揚水の最適配分を設定することが必要となる。

従来、このような揚水の最適配分を検討するため、地下水シミュレーションの手法が採用されてきたが、その方法は、過去の実績水位、実績地盤沈下量等の再現計算からモデルのパラメーターを固定し、そのモデルへ将来の揚水計画案を入力した予測計算の結果を検討するものであった<sup>1)</sup>。しかし、この方法では、入力する揚水案のケースが多くなり、その計算結果の評価も複雑なものとなる。そこで、近年では、揚水配分の最適化に線形計画法の手法を導入することが試みられるようになった。たとえば、地下水流動の基礎方程式を有限差分法や有限要素法で離散化した式が線形となることから、この離散式に線形計画法を適用して最適揚水配分を決定する方法である<sup>2),3)</sup>。あるいは、揚水の最適化に関する計画論的な観点を明確にしたうえで、群井の理論と線形計画法を結

びつけ、最適揚水量の設定について定式化を試みている例もある<sup>4)</sup>。このように、地下水の最適揚水に関する近年の研究は、地下水流動の基礎式を線形計画の手法と結びつける方向で進められている。

ところで、著者らは、揚水量と被圧地下水位の線形応答関係に着目し、被圧地下水位解析のための線形応答モデルを提案した<sup>5)</sup>。このモデルでは、各離散領域の被圧地下水位の変動量を全領域の揚水量増加分の線形結合として表現した。その結果、揚水量と被圧地下水位の対応関係を、既存の有限差分モデルや有限要素モデルより理解しやすい形に表わすことができた<sup>5)</sup>。また、このことは、線形応答モデルの変換式を線形計画法と結びつけるうえでも有利になるといえる。

本研究では、この線形応答モデルを適用して最適揚水の設定手法を確立する。前論文<sup>5)</sup>では、 $\alpha$ マトリックスと $\beta$ マトリックスというパラメーターを用いて、被圧地下水位変動量と揚水量増加分の線形関係を導いた。ここでさらに、線形応答モデルの新たなパラメーターとして、線形応答係数 $\omega_{Lj}$ を導入し、被圧地下水位を揚水量の線形結合として最も一般的な形式で表わした。これから、地下水位を制約条件とする揚水量の最適配分に線形計画法を直接適用することが可能となった。そこで、この線形応答係数 $\omega_{Lj}$ を用いた変換式をもとに、定常系と

\* 正会員 工修 東京都土木技術研究所技術部  
(〒108 港区港南1-1-18)

\*\* 正会員 工博 東京大学教授 工学部土木工学科  
(〒113 文京区本郷7-3-1)

非定常系について、最適揚水配分を線形計画法の手法によって定式化した。さらに、東京下町低地の被圧地下水を対象に、最適揚水の実際の計算例を示し、具体的な検討を行った。

なお、地下水の最適揚水については、地下水流動の空間的なスケールを考慮し、井戸単位の最適揚水と井戸群のそれとを区別する必要がある。著者らの線形応答モデルは、広域的な流動を解析する手法であり、その最適揚水への適用も、井戸群相互の揚水配分が対象となる。

2. 線形応答モデルと線形関係の一般化

線形応答モデルによって最適揚水配分を定式化する前に、モデルの基本式から、線形応答係数という新たなパラメーターを導き出し、揚水量と被圧地下水位変動の線形応答関係を明確化する。

線形応答モデルでは、式(1)のように、各離散領域の水頭変動量を、 $\alpha$ マトリックスを用いて、全領域の揚水量増加分の線形結合として表現する<sup>5)</sup>。

$$\Delta h_i^k = \sum_{r=1}^n \alpha_{i,r} \cdot \Delta \bar{Q}_r^k \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\Delta h_i^k$ ： $k$ 期、 $i$ 領域の被圧水頭変動量、 $\Delta \bar{Q}_r^k$ ： $k$ 期、 $r$ 領域の揚水量増加分、 $\alpha_{i,r}$ ： $r$ 領域の単位揚水量増加分を $i$ 領域の被圧水頭変動量に変換するマトリックスであり、単位時間 $\Delta t$ の関数 $\alpha_{i,r}(\Delta t)$ である。

なお、離散化した全領域数を $n'$ 個とし、そのうち、計算対象領域を $n$ 個( $n < n'$ )とする。これから、外側の境界領域数は、 $(n' - n)$ 個となる。

ここで、式(1)の揚水量増加分 $\Delta \bar{Q}_r^k$ は、 $\beta$ マトリックスを用いて、式(2)で表わされる。

$$\Delta \bar{Q}_r^k = \Delta Q_r^k + \sum_{l=1}^{n-1} \beta_{r,l} \cdot \Delta \bar{Q}_l^{k-1} - \sum_{\nu=n+1}^{n'} Y_{r,\nu} \cdot \Delta h_\nu^k \dots \dots (2)$$

上式で、 $\Delta Q_r^k$ ： $k$ 期、 $r$ 領域の揚水量変化量( $Q_r^k - Q_r^{k-1}$ )、 $\beta_{r,l}$ ： $k-1$ 期、 $l$ 領域の揚水量増加分の $k$ 期、 $r$ 領域のそれへの残留効果を表わすマトリックス、 $Y_{r,\nu}$ ：境界領域 $\nu$ ( $n+1 \leq \nu \leq n'$ )と計算対象領域 $r$ の透水量に関する係数、 $\Delta h_\nu^k$ ：境界領域 $\nu$ の既知の被圧水頭変動量である。

以上、揚水量増加分と被圧水頭変動量の関係について述べてきたが、式(1)にある $k$ 期の揚水量増加分 $\Delta \bar{Q}_r^k$ は、式(2)から明らかなように、 $k$ 期の揚水量変化量 $\Delta Q_r^k$ 、すなわち $k$ 期の揚水量 $Q_r^k$ と $k-1$ 期の揚水量 $Q_r^{k-1}$ の差と、 $k-1$ 期の揚水量増加分 $\Delta \bar{Q}_l^{k-1}$ 、および境界領域の水頭変化による補正量からなっている。つまり、 $k$ 期の揚水量増加分 $\Delta \bar{Q}_r^k$ には、 $k-1$ 期以前の系の状態が、 $k-1$ 期の揚水量増加分 $\Delta \bar{Q}_l^{k-1}$ の項で考慮されている。また、この $k-1$ 期以前の系の状態の残留効果の程度を表わすものが $\beta_{r,l}$ であり、これは、前論文<sup>5)</sup>で明らかにしたように、時刻 $k$ とは独立したパラメー

ターである。

ところで、式(1)に示した線形関係は、水頭変動量と揚水量増加分のそれであって、水頭変動量と揚水量変化量、あるいは、被圧水頭と揚水量に関するものではない。そこで、式(1)をより一般的な形で表わし、最終的には、 $k$ 期の被圧水頭を、それ以前の全領域の揚水量の線形結合として表わす。これは、揚水量と被圧水頭に関する最も一般的な線形関係の表現となる。

ここで、論理を簡明にするため、式(3)のように、境界領域の水頭変化量を零と置く。

$$\Delta \bar{Q}_r^k = \Delta Q_r^k + \sum_{l=1}^n \beta_{r,l} \cdot \Delta \bar{Q}_l^{k-1} \dots \dots \dots (3)$$

この式(3)の右辺第2項を $k-1$ 期から0期まで展開する。ただし、 $\Delta \bar{Q}_r^0$ を零とする。

$$\begin{aligned} \Delta \bar{Q}_r^k &= \Delta Q_r^k + \sum_{l=1}^n \beta_{r,l} \left\{ \Delta Q_l^{k-1} + \sum_{i_2=1}^n \beta_{l,i_2} \left( \Delta Q_{i_2}^{k-2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \sum_{i_3=1}^n \beta_{i_2,i_3} \left( \Delta Q_{i_3}^{k-3} + \dots \right) \right) \right\} \\ &= \Delta Q_r^k + \sum_{i_1=1}^n \beta_{r,i_1} \Delta Q_{i_1}^{k-1} + \sum_{i_1=1}^n \beta_{r,i_1} \sum_{i_2=1}^n \beta_{i_1,i_2} \Delta Q_{i_2}^{k-2} \\ &\quad + \dots + \sum_{i_1=1}^n \beta_{r,i_1} \sum_{i_2=1}^n \beta_{i_1,i_2} \dots \sum_{i_{k-1}=1}^n \beta_{i_{k-2},i_{k-1}} \cdot \Delta Q_{i_{k-1}}^1 \\ &\quad \dots \dots \dots (4) \end{aligned}$$

式(4)を式(1)に代入し、整理することによって、まず、被圧水頭変動量を揚水量変化量の線形結合として表現する。その結果は、式(5)となる。

$$\Delta h_i^k = \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^n \omega_{i,j}^p \cdot \Delta Q_j^{k-p} \dots \dots \dots (5)$$

上式の $\omega_{i,j}^p$ は、 $p \geq 1$ のとき、式(6)で表わされる。

$$\omega_{i,j}^p = \sum_{r=1}^n \alpha_{i,r} \cdot \sum_{l_1=1}^n \beta_{r,l_1} \cdot \sum_{l_2=1}^n \beta_{l_1,l_2} \dots \sum_{l_{p-1}=1}^n \beta_{l_{p-2},l_{p-1}} \cdot \beta_{l_{p-1},j} \dots \dots \dots (6)$$

また、 $p=0$ のとき、式(5)の $\omega_{i,j}^p$ は、式(6)から $\alpha$ マトリックスの $(i, r)$ 要素 $\alpha_{i,r}$ となり、式(5)は、式(1)と等しくなる。そこで、特に $\omega_{i,j}^0$ を、 $\alpha_{i,j}$ と記すことにする。ここで、 $\omega_{i,j}$ は $\alpha_{i,j}$ に等しい。

上の式(5)から、 $k$ 期、 $i$ 領域の被圧水頭変化量は、 $k$ 期の各領域の揚水量変化量だけではなく、それ以前の揚水量変化量の残留効果を受けることが明らかである。すなわち、揚水量の変化によって変動する被圧水頭の応答関係は、空間的かつ時間的に考察されねばならない。

ここで、式(5)の右辺の係数 $\omega_{i,j}^p$ は、 $k-p$ 期、 $j$ 領域の単位揚水量変化に伴う、 $k$ 期、 $i$ 領域の被圧水頭変動量を表わしており、揚水量の変化と被圧水頭変動量の線形応答関係を媒介する係数である。そこで、この $\omega_{i,j}^p$ を線形応答係数とよぶ。この線形応答係数は、式(6)から明らかなように、 $\alpha$ マトリックスと $\beta$ マトリックスを統合したものであり、線形応答モデルという本モデルの本質をなす係数である。

以上、被圧水頭変動量を揚水量変化量の線形結合としてより一般的な形で表現するため、線形応答モデルの基本式(1)、(3)から、線形応答係数を用いた式(5)を導き出した。さらに、ここで、式(5)をもとに、被圧水頭を揚水量の線形結合として表わす。

まず、式(5)を以下のように書く。

$$h_i^\eta - h_i^{\eta-1} = \sum_{p=0}^{\eta-1} \sum_{j=1}^n \omega_{i,j}^p \cdot (Q_j^\eta - Q_j^{\eta-p}) \dots\dots\dots(7)$$

上の式(7)を、 $\eta=1 \sim k$ について合計すると、以下のようになる。

$$h_i^k - h_i^0 = \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^n \omega_{i,j}^p \cdot (Q_j^k - Q_j^p) \dots\dots\dots(8)$$

ここで式(8)を、初期水頭  $h_i^0$ 、初期揚水量  $Q_j^0$  を基準にした変数、すなわち  $\tilde{h}_i^k$ 、揚水量  $\tilde{Q}_j^p$  を用いて書き表わすと式(9)になる。

$$\tilde{h}_i^k = \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^n \omega_{i,j}^p \tilde{Q}_j^p \dots\dots\dots(9)$$

この式(9)が、揚水量と被圧水頭に関する最も一般的な線形関係を表わす式となる。また、式(9)は、降雨-流出系における線形応答モデル、たとえば単位関法の変換式を多重入力形で表わしたものに相当しており、降雨-流出系と揚水量-被圧地下水水位変動の系とのアナロジーの関係を示すものである。

なお、式(9)は線形応答関係を離散型で表現しているが、連続型でもすでに、たたみ込み積分の形で同様の関係を導いている<sup>6)</sup>。

以上、揚水量増加分を被圧水頭変動量に変換する式(1)、(3)から、揚水量変化量と水頭変動量、さらに揚水量と被圧水頭の線形関係を表わす式(5)および式(9)を導いてきた。ただし、これらの式では、論理を簡明にするため境界条件を考慮しなかった。そこで、境界領域の水頭変化を組み込むと、以下の式(10)および式(11)となる。

$$\Delta h_i^k = \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^n \omega_j^p \cdot \left( \Delta Q_j^{k-p} - \sum_{l=\eta+1}^n Y_{j,l} \Delta h_l^{k-p} \right) \dots\dots\dots(10)$$

$$\tilde{h}_i^k = \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^n \omega_j^p \cdot \left( \tilde{Q}_j^{k-p} - \sum_{l=\eta+1}^n Y_{j,l} \tilde{h}_l^{k-p} \right) \dots\dots\dots(11)$$

### 3. 線形応答モデルによる最適揚水の定式化

最適揚水の問題は2つの部分からなる。まず、揚水の地域配分の最適化、次に、時間配分も考慮した揚水地域配分の最適化である。

#### (1) 揚水の地域配分の最適化

揚水の地域配分の最適化は、ある制約条件、たとえばいくつかの領域において、被圧水頭の低下量がある限界値以下にするという条件を与えたとき、揚水量を各領域にいかにか配分したら、目的関数である揚水量の合計値を最大にできるかという問題として設定できる。

この地域配分の最適化は、揚水の各領域への配分、つまり空間的な配分を対象としており、揚水量の時間変化は考慮していない。各領域の揚水量を増加させ、そのまま一定量で揚水を続けると、被圧水頭は、その揚水量の分布に対応したある平衡状態へと近づき、やがて定常状態に達する。揚水の地域配分では、この定常状態が検討の対象となる。

#### 1) 線形応答モデルの定常系の変換式

揚水量変化量と被圧水頭変動の線形応答関係は、すでに導いた次の式(5)である。

$$\Delta h_i^k = \sum_{p=0}^{k-1} \sum_{j=1}^n \omega_{i,j}^p \Delta Q_j^{k-p} \dots\dots\dots(5)$$

上の式で、 $k=1$ 、 $p=0$ とすると、 $\omega_{i,j}^0$ を $\omega_{i,j}$ と略記して、式(5)は式(12)となる。

$$\Delta h_i^1 = \sum_{j=1}^n \omega_{i,j} \Delta Q_j^1 \dots\dots\dots(12)$$

式(12)の $\omega_{i,j}$ は、定常系においては、 $\Delta t \rightarrow \infty$ とした $\alpha$ マトリックスの( $i, j$ )要素、 $\alpha_{i,j}(\infty)$ に等しい。

ここで、 $\Delta h_i^1 = \Delta h_i$ 、 $\Delta Q_j^1 = \Delta Q_j$ と略記し、式(12)を領域*i*について書き表わすと、線形応答モデルの定常系の変換式である式(13)を得る。

$$\Delta h_i = \sum_{j=1}^n \omega_{i,j} \Delta Q_j \dots\dots\dots(13)$$

ここで、 $\omega_{i,j} > 0$ とし、被圧水頭変動量 $\Delta h_i$ は、被圧水頭が初期水頭から低下するとき $\Delta h_i > 0$ とする。

#### 2) 揚水最適化の制約条件

揚水最適化の制約条件は、各領域の許容水頭低下量を設定することによって与える。この設定にあたっては、地盤沈下量の抑制という観点から、Lohmanの式<sup>7)</sup>を用いて、許容地層収縮量より許容水頭低下量 $\Delta h_{ai}$ を計算する方法、あるいは許容水頭 $h_{ai}$ を求め、それから許容水頭低下量 $\Delta h_{ai}$ を算出する方法がある。後者の場合、各領域の現在の被圧水頭を $h_i^0$ として、許容水頭低下量 $\Delta h_{ai}$ は式(14)となる。

$$\Delta h_{ai} = h_{ai} - h_i^0 \dots\dots\dots(14)$$

ただし、上式で被圧水頭は、基準面から下方向を正とする。

以上から、各領域の許容水頭低下量が設定されれば、揚水最適化の制約条件が式(15)として表わされる。

$$\Delta h_i \leq \Delta h_{ai} \quad (i=1 \sim m) \dots\dots\dots(15)$$

式(15)の左辺は、式(13)の右辺の $\Delta h_i$ である。

#### 3) 揚水の最適地域配分の定式化

ここで、式(15)の制約条件式と式(13)を組み合わせると、式(16)が書ける。ただし、 $m \leq n$ である。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{1,1} \Delta Q_1 + \omega_{1,2} \Delta Q_2 + \dots + \omega_{1,n} \Delta Q_n &\leq \Delta h_{a1} \\ \omega_{2,1} \Delta Q_1 + \omega_{2,2} \Delta Q_2 + \dots + \omega_{2,n} \Delta Q_n &\leq \Delta h_{a2} \\ \dots\dots\dots &\dots\dots\dots \end{aligned} \right\}$$

$$\omega_{m,1}\Delta Q_1 + \omega_{m,2}\Delta Q_2 + \dots + \omega_{m,n}\Delta Q_n \leq \Delta h_{am} \quad (16)$$

ここで、式 (17) の条件を与える。

$$\Delta Q_1 \geq 0, \Delta Q_2 \geq 0, \dots, \Delta Q_n \geq 0 \quad (17)$$

これから明らかなように、式 (16) および式 (17) は、線形計画法の制約条件式および非負条件となる。

そして、揚水の最適地域配分は、次の目的関数を最大にする問題として設定できる。

$$Z = \Delta Q_1 + \Delta Q_2 + \dots + \Delta Q_n \quad (18)$$

ところで、式 (16)、(17) および (18) では、制約条件式と目的関数に、変数として揚水量変化量  $\Delta Q$  を用いているが、さらに変数を一般化し、揚水量  $Q$  によってこれらの式を書き表わすことも簡単である。

現在の揚水量を  $Q_j^0$  とすると、揚水量の増加  $\Delta Q_j$  を用いて、計画揚水量  $Q_j$  は次式となる。

$$Q_j = Q_j^0 + \Delta Q_j \quad (19)$$

ここで、 $\sum_j \omega_{i,j} Q_j^0$  ( $i=1 \sim m$ ) を、式 (16) の両辺に加え、式 (19) を考慮して整理すると式 (20) になる。

$$\left. \begin{aligned} \omega_{1,1}Q_1 + \omega_{1,2}Q_2 + \dots + \omega_{1,n}Q_n &\leq \Delta h_{a1} + \sum_{j=1}^n \omega_{1,j}Q_j^0 \\ \omega_{2,1}Q_1 + \omega_{2,2}Q_2 + \dots + \omega_{2,n}Q_n &\leq \Delta h_{a2} + \sum_{j=1}^n \omega_{2,j}Q_j^0 \\ \dots &\dots \\ \omega_{m,1}Q_1 + \omega_{m,2}Q_2 + \dots + \omega_{m,n}Q_n &\leq \Delta h_{am} + \sum_{j=1}^n \omega_{m,j}Q_j^0 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

さらに、式 (17) の条件を一般化し、式 (21) の条件を与える。

$$Q_1 \geq 0, Q_2 \geq 0, \dots, Q_n \geq 0 \quad (21)$$

そして、揚水量の最適地域配分は、次の目的関数を最大にする問題として設定できる。

$$Z = Q_1 + Q_2 + \dots + Q_n \quad (22)$$

この問題は、以下のように要約できる。

“いま、各領域で、計画揚水量  $Q_j$  ( $j=1 \sim n$ ) を汲み上げたとき、それによって生じる領域  $i$  の水頭低下量  $\Delta h_i$  ( $i=1 \sim m$ ) が許容水頭低下量  $\Delta h_{ai}$  以下であるという条件のもとで、合計最大の揚水量を得るように  $Q_j$  を各領域に配分する”。

なお、各領域に揚水量の下限値  $Q_{jmin}$  を設定する場合、式 (23) を制約条件式に追加する。

$$Q_j \geq Q_{jmin} \quad (j=1 \sim n) \quad (23)$$

この式 (23) は、線形計画法の解法では制約条件式として扱うが、特に式 (20) と区別するため、これらの式を揚水量条件式とする。これは、非負条件の式 (21) に代わるものである。

また、式 (16) および式 (20) では、境界条件を考慮していない。もし、境界領域の水頭変化の影響を制約条件式に組み込むときは、次の  $\Delta h_{bi}$  を式 (16)、式 (20)

の右辺から減じる。ここでも、水頭低下を正とする。

$$\Delta h_{bi} = \sum_{j=1}^n \sum_{l=n+1}^n \omega_{i,j} Y_{j,l} \Delta h_l \quad (24)$$

以上、線形応答モデルの定常系の変換式をもとに、式 (16)、(17) および (18)、あるいは式 (20)、(21)、(23) および (22) の形で、揚水の最適地域配分を線形計画法の問題として定式化できた。

### (2) 時間配分も考慮した揚水地域配分の最適化

先述の (1) では、定常状態の線形応答係数  $\omega_{i,j}$  を用いて、揚水の最適地域配分を定式化した。ここではさらに、時間配分も考慮した揚水地域配分の最適化を考える。

このように時間配分を考慮して揚水量の最適地域配分を設定するにあたっては、すでに取り上げた線形計画法のほか動的計画法や最大値原理などの手法を採用することも考えられるが、ここでは、3.(1) と同様、線形応答モデルの変換式を直接適用できる手法である線形計画法を用いて最適揚水配分を定式化する。

この揚水量の時間配分は、地下水需要量の季節的な変化を考慮するものである。たとえば、農業用の地下水ではかんがい期に需要が集中し、また消雪用の地下水では冬期の需要量が多くなる。このため、揚水の最適化も、地域配分と同時に、時間的な配分も考えなければならない。

#### 1) 線形応答モデルの非定常系の変換式

線形応答モデルの非定常系の変換式として、先の式 (11) から、次の式 (25) が得られる。

$$h_i^k - h_i^0 = \sum_{\rho=0}^{k-1} \sum_{j=1}^n \omega_{i,j}^{\rho} \left( Q_j^{k-\rho} - Q_j^0 - \sum_{l=n+1}^n Y_{j,l} \bar{h}_l^{k-\rho} \right) \quad (25)$$

この式 (25) を、式 (26) および (27) に書き直す。

$$\sum_{\rho=0}^{k-1} \sum_{j=1}^n \omega_{i,j}^{\rho} Q_j^{k-\rho} = h_i^k - H_i^k \quad (26)$$

$$H_i^k = h_i^0 - \sum_{\rho=0}^{k-1} \sum_{j=1}^n \omega_{i,j}^{\rho} \left( Q_j^0 - \sum_{l=n+1}^n Y_{j,l} \bar{h}_l^{k-\rho} \right) \quad (27)$$

上の式 (26) と (27) においても、 $\omega_{i,j}^{\rho} > 0$  とし、被圧水頭  $h_i^k$  は、基準面から下方を正とする。

#### 2) 揚水最適化の制約条件

揚水最適化の制約条件は、許容水頭を設定することによって与え、これは、領域  $i$ 、 $k$  期の許容水頭  $h_{ai}^k$  として表わす。

これから、揚水最適化の制約条件が、式 (28) のように表現できる。

$$h_i^k - H_i^k \leq h_{ai}^k - H_i^k = \hat{h}_{ai}^k \quad (28)$$

上の式  $H_i^k$  は式 (27) に示したとおりである。

3) 時間配分も考慮した揚水の最適地域配分の定式化  
ここで、変換式 (26) と制約条件式 (28) から、式 (29)

が導かれる。

$$\left. \begin{aligned}
 &\omega_{1,1}Q_1^k + \omega_{1,2}Q_2^k + \dots + \omega_{1,n}Q_n^k \leq \hat{h}_{a1} \\
 &\omega_{2,1}Q_1^k + \omega_{2,2}Q_2^k + \dots + \omega_{2,n}Q_n^k \leq \hat{h}_{a2} \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\omega_{m,1}Q_1^k + \omega_{m,2}Q_2^k + \dots + \omega_{m,n}Q_n^k \leq \hat{h}_{am} \\
 &(\omega_{1,1}Q_1^k + \omega_{1,2}Q_2^k) + (\omega_{1,2}Q_2^k + \omega_{1,2}Q_2^k) \\
 &\quad + \dots + (\omega_{1,n}Q_n^k + \omega_{1,n}Q_n^k) \leq \hat{h}_{a1} \\
 &(\omega_{2,1}Q_1^k + \omega_{2,1}Q_1^k) + (\omega_{2,2}Q_2^k + \omega_{2,2}Q_2^k) \\
 &\quad + \dots + (\omega_{2,n}Q_n^k + \omega_{2,n}Q_n^k) \leq \hat{h}_{a2} \\
 &\dots\dots\dots \\
 &(\omega_{m,1}Q_1^k + \omega_{m,1}Q_1^k) + (\omega_{m,2}Q_2^k + \omega_{m,2}Q_2^k) \\
 &\quad + \dots + (\omega_{m,n}Q_n^k + \omega_{m,n}Q_n^k) \leq \hat{h}_{am} \\
 &\dots\dots\dots \\
 &(\omega_{1,1}Q_1^{k-1} + \omega_{1,1}Q_1^{k-1} + \dots + \omega_{1,1}^{k-1}Q_1^k) \\
 &\quad + (\omega_{1,2}Q_2^{k-1} + \omega_{1,2}Q_2^{k-1} + \dots + \omega_{1,2}^{k-1}Q_2^k) \\
 &\quad + \dots + (\omega_{1,n}Q_n^{k-1} + \omega_{1,n}Q_n^{k-1} + \dots + \omega_{1,n}^{k-1}Q_n^k) \\
 &\leq \hat{h}_{a1}^k \\
 &(\omega_{2,1}Q_1^{k-1} + \omega_{2,1}Q_1^{k-1} + \dots + \omega_{2,1}^{k-1}Q_1^k) \\
 &\quad + (\omega_{2,2}Q_2^{k-1} + \omega_{2,2}Q_2^{k-1} + \dots + \omega_{2,2}^{k-1}Q_2^k) \\
 &\quad + \dots + (\omega_{2,n}Q_n^{k-1} + \omega_{2,n}Q_n^{k-1} + \dots + \omega_{2,n}^{k-1}Q_n^k) \\
 &\leq \hat{h}_{a2}^k \\
 &\dots\dots\dots \\
 &(\omega_{m,1}Q_1^{k-1} + \omega_{m,1}Q_1^{k-1} + \dots + \omega_{m,1}^{k-1}Q_1^k) \\
 &\quad + (\omega_{m,2}Q_2^{k-1} + \omega_{m,2}Q_2^{k-1} + \dots + \omega_{m,2}^{k-1}Q_2^k) \\
 &\quad + \dots + (\omega_{m,n}Q_n^{k-1} + \omega_{m,n}Q_n^{k-1} + \dots + \omega_{m,n}^{k-1}Q_n^k) \\
 &\leq \hat{h}_{am}^k
 \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} k=1 \\ \\ \\ k=2 \\ \\ \\ k=K \end{array} \tag{29}$$

ここで、式 (30) の条件が付加される。

$$Q_1^k \geq 0, Q_2^k \geq 0, \dots, Q_n^k \geq 0, \dots, Q_1^k \geq 0, Q_2^k \geq 0, \dots, Q_n^k \geq 0 \tag{30}$$

この式 (29) は、線形計画法の制約条件式となっていることから、式 (30) の非負条件とともに、 $Q_j^k$  の 1 次式で目的関数を設定すれば、その目的関数を最大にする最適揚水配分が求まる。

$$Z = (C_{1,1}Q_1^k + C_{1,2}Q_2^k + \dots + C_{1,n}Q_n^k) + (C_{2,1}Q_1^k + C_{2,2}Q_2^k + \dots + C_{2,n}Q_n^k) + \dots + (C_{n,1}Q_1^k + C_{n,2}Q_2^k + \dots + C_{n,n}Q_n^k) \tag{31}$$

また、式 (29) の制約条件に付加する揚水量の条件として、式 (32) の揚水量の下限值  $Q_{jmin}^k$  の設定、式 (33) の  $k$  期の地下水需要量  $Q_a^k$  の設定を新たな条件として与えることができる。

$$Q_j^k \geq Q_{jmin}^k \quad (j=1 \sim n, k=1 \sim K) \tag{32}$$

$$Q_1^k + Q_2^k + \dots + Q_n^k \geq Q_a^k \quad (k=1 \sim K) \tag{33}$$

以上、線形応答モデルの非定常系の変換式をもとに、式 (29)、(30)、(32)、(33)、および (31) の形で、時間配分を考慮した揚水の最適地域配分を、線形計画法の問題として定式化できた。

#### 4. 揚水最適化の計算例

線形応答モデルによる最適揚水配分の計算は、Fig. 1 に示した手順による。まず、対象地域における揚水量と被圧地下水位変動の解析結果をもとに、そこで固定した  $\alpha$  マトリックスと  $\beta$  マトリックスから、式 (6) により線形応答係数  $\omega_{i,j}^k$  を算出する。次に、全領域を、最適揚水配分の直接の対象とする揚水量制御領域と揚水量を所与のものとする揚水量非制御領域とに分ける。そして、被圧水頭に関して制限を要する領域について、許容水頭あるいは許容水頭低下量を設定する。また、揚水量制御領域に関して、揚水量の下限値や需要量等が必要であれば、それらを揚水量の条件とする。さらに、境界条件を与え、揚水量制御領域に関する線形計画法の制約条件式および揚水量条件式をつくる。これらは、式 (20)、(21)、(23)、あるいは式 (29)、(32)、(33) の形で表わされる。最後に、制御領域の揚水量の合計を、式 (22) あるいは式 (31) の目的関数とし、それを最大にする最適解を求める。このように線形計画法の問題を設定し、得られた解が最適揚水配分となる。

ところで、揚水量の最適地域配分の計算結果は、対象地域において揚水量の単位領域をどのように分割するか、あるいは地下水位の制約条件を与える観測井をどのように選択するかによって当然異なったものとなり、揚水配分の最適値に関して、この観点での検討が必要となる。ただ、Fig. 1 に示したように、本研究では、線形応答モデルによる解析結果を踏まえて、揚水量の最適配分

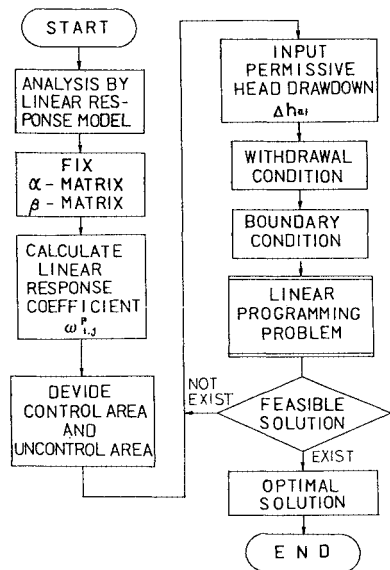


Fig. 1 Flow chart of optimal groundwater withdrawal allocation applying linear response model.

を設定する手順をとっており、揚水量を配分する単位領域や、制約条件の対象の観測井は、すでに本モデルを用いて解析を行ったときと同様となる。

以上から明らかなように、線形応答モデルでは、揚水量-被圧地下水位変動の解析と最適揚水配分の決定とが一連の手法として結びつく。そこで、本研究では、すでに東京下町低地の被圧地下水を対象として解析した結果<sup>5)</sup>をもとに、上述の手順に従い、同地域での最適揚水量の計算例を以下に示す。

(1) 揚水の最適地域配分の計算

東京下町低地における揚水量と被圧地下水位変動の解析では、5本の観測井の被圧地下水位と行政区の揚水量の関係を求めた<sup>5)</sup>。この解析結果を用いて、行政区単位で、まず定常系の最適揚水配分、すなわち揚水の最適地域配分を計算する。この問題では、観測井の水位によって制約条件を与え、行政区の揚水量の合計が最大になるように、各行政区に揚水量を最適配分する。このため、観測井ごとに式(20)の制約条件式、および式(23)の揚水量条件式をつくり、式(22)の目的関数を最大する最適解を求める。ここで、この揚水量の最適計算の対象地域と行政区、および5本の観測井の位置を Fig.2 に示した。また、これらの観測井の諸元は Table 1 のとおりである。

1) 線形応答係数

観測井の水位と行政区の揚水量の定常系変換式である式(13)を得るためには、この両者の線形応答係数  $\omega_{ij}$  が求められていなければならない。この  $\omega_{ij}$  は、すでに述べたように、 $\Delta t \rightarrow \infty$  としたときの  $\alpha$  マトリクス

に等しい。そこで、東京下町低地における解析<sup>5)</sup>で固定した透水量係数をもとに、定常系の線形応答係数  $\omega_{ij}$  を

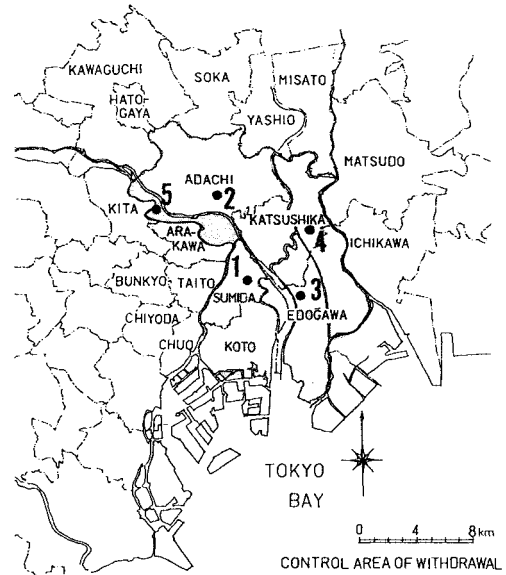


Fig.2 Location map of Shitamachi Lowland, Tokyo.

Table 1 Observation wells.

Numbers	Observation Wells	Depths of Strainer	Located(ward)
1	Azuma-B	108-115 m	Sumida
2	Shin-Adachi	224-234 m	Adachi
3	Shin-Edo-2	129-150 m	Edogawa
4	Takasago	118-123 m	Katsushika
5	Miyagi-2	155-165 m	Adachi

Table 2 Linear response coefficients  $\omega_{ij}$  ( $\Delta t \rightarrow \infty$ ),  $10^{-4} \text{ m}^{-2} \cdot \text{day}$ .

Wards Numbers j	Wards Names	Observation Wells Names and Numbers i				
		1 Azuma-B	2 Shin-Adachi	3 Shin-Edo-2	4 Takasago	5 Miyagi-2
1	Sumida	2.93	1.66	2.21	1.20	0.94
2	Koto	2.05	0.61	2.00	0.54	0.26
3	Edogawa	0.66	0.70	3.20	1.52	0.25
4	Katsushika	1.53	1.92	1.92	2.36	0.74
5	Adachi	0.98	2.48	0.58	1.01	2.38
6	Arakawa	1.71	1.58	1.20	0.94	2.34
7	Kita	0.44	0.95	0.07	0.00	2.18
8	Taito	1.89	1.45	1.42	0.71	1.39
9	Bunkyo	0.83	1.15	0.68	0.35	1.86
10	Chiyoda	1.08	0.82	1.12	0.24	0.98
11	Chuo	0.77	0.34	1.02	0.00	0.47
12	Ichikawa	0.06	0.02	0.94	0.28	0.00
13	Matsudo	0.02	0.06	0.16	0.40	0.00
14	Misato	0.02	0.08	0.00	0.22	0.66
15	Yashio	0.06	0.30	0.00	0.14	0.36
16	Soka	0.00	0.16	0.00	0.02	0.46
17	Kawaguchi	0.00	0.04	0.00	0.01	0.52
18	Hatogaya	0.00	0.02	0.00	0.00	0.75

計算した結果が Table 2 である。

ii) 対象地域の区分

Fig. 2, Table 2 では、対象地域として、東京下町低地を中心に、埼玉県、千葉県を含む 18 の行政区を挙げた。しかし、最適揚水の計算にあたっては、墨田、江東、江戸川、葛飾、足立、荒川の 6 区を揚水量制御領域、残り 12 の行政区を揚水量非制御領域とした。そして、これらの行政区に隣接した外側の行政区を境界領域とした。

iii) 許容水頭低下量の設定

許容水頭低下量の設定は、まず 3 ケースにおいて、全観測井に同じ値を与え、 $\Delta h_{ai}=1.0\text{ m}, 2.0\text{ m}, 4.0\text{ m}$  とした。最後のケースでは、観測井の水位を考慮し、解析終了時の昭和 51 年 12 月の水位について、それが低い観測井ほど  $\Delta h_{ai}$  を小さく与えた。これらの許容水頭低下量の値は Table 3 に示した。

iv) 揚水量条件・境界条件

揚水量の条件は、まず、対象地域の全行政区について、初期揚水量を一律  $2000\text{ m}^3/\text{day}$  とした。また、揚水量制御領域では、揚水量に関する制限として、その下限値

を  $3000\text{ m}^3/\text{day}$  に設定した。

境界条件は、対象地域の外側の行政区において、水頭一定の条件を与えた。もし、一定ではない条件で計算するときは、式 (24) に従い、式 (20) の右辺を補正する。

v) 線形計画法の最適解

線形計画法の制約条件式 (20) は、揚水量制御領域の行政区の揚水量を変数とし、観測井ごとにつくる。揚水量非制御領域では揚水量が一定なので、結局、制御領域の 6 行政区の揚水量だけが変数となる。この式 (20) に揚水量条件式 (23) を付け加え、制御領域の行政区の揚水量合計値が最大となるように、揚水量の最適地域配分を計算した。その結果が Table 4 である。

(2) 時間配分を考慮した揚水の最適地域配分の計算

時間配分も含めた揚水の最適地域配分については、線形応答係数  $\omega_{ij}^p$  を用いて、すでに式 (29), (30), (32), (33) および (31) の形で定式化した。

ここで、これらの式に基づき、具体的なケースについて最適揚水配分を計算する。対象地域は、揚水量の制御

Table 3 Permissible groundwater head drawdown  $\Delta h_{ai}$  in meter.

Observation Wells	Case1	Case2	Case3	Case4
Azuma-B	1.0	2.0	4.0	0.0
Shin-Adachi	1.0	2.0	4.0	3.8
Shin-Edo-2	1.0	2.0	4.0	11.2
Takasago	1.0	2.0	4.0	8.2
Miyagi-2	1.0	2.0	4.0	7.0

Table 4 Results of calculation (1).

Wards in Control Area	Allocations of Withdrawal, $\text{m}^3/\text{day}$			
	Case1	Case2	Case3	Case4
Sumida	—	3 000	3 000	3 000
Koto	—	6 161	12 616	3 000
Edogawa	—	3 143	4 241	39 877
Katsushika	—	3 000	3 000	3 000
Adachi	—	6 638	12 805	3 000
Arakawa	—	3 000	3 000	3 000

Table 5 Linear response coefficients  $\omega_{ij}^p$  ( $\Delta t=4$  months),  $10^{-4}\text{ m}^{-2}\cdot\text{day}$ .

Periods Numbers P	Wards Numbers j	Wards Names	Observation Wells Names and Numbers i				
			1	2	3	4	5
			Azuma-B	Shin-Adachi	Shin-Edo-2	Takasago	Miyagi-2
0	1	Sumida	2.35	0.96	1.97	0.59	0.75
	2	Koto	1.35	0.28	1.79	0.22	0.20
	3	Edogawa	0.40	0.32	2.95	0.93	0.20
	4	Katsushika	1.04	1.19	1.71	1.71	0.58
	5	Adachi	0.58	1.71	0.49	0.51	2.10
	6	Arakawa	1.18	0.90	1.02	0.45	2.05
1	1	Sumida	0.33	0.34	0.15	0.26	0.14
	2	Koto	0.39	0.16	0.13	0.14	0.05
	3	Edogawa	0.14	0.18	0.16	0.26	0.04
	4	Katsushika	0.27	0.35	0.13	0.26	0.11
	5	Adachi	0.22	0.39	0.06	0.20	0.20
	6	Arakawa	0.29	0.34	0.11	0.21	0.21
2	1	Sumida	0.09	0.12	0.01	0.08	0.02
	2	Koto	0.11	0.06	0.01	0.05	0.01
	3	Edogawa	0.04	0.07	0.01	0.08	0.00
	4	Katsushika	0.08	0.12	0.01	0.08	0.02
	5	Adachi	0.07	0.13	0.00	0.07	0.03
	6	Arakawa	0.09	0.12	0.01	0.07	0.03

領域と非制御領域の区分も含め、先の4.(1)の場合と同様とし、これはFig.2に示したとおりである。また、年間の揚水量を、1月～4月、5月～8月、9月～12月の3期の揚水量に分け、地域配分だけでなく、時間配分も考慮した揚水の最適化を検討した。

1) 線形応答係数

揚水の最適配分の計算を行うには、まず観測井の水位と揚水量の間の線形応答係数を求める。そこで、この地域においてすでに実施した解析結果<sup>5)</sup>から、各観測井ごとの透水量係数、貯留係数の同定値をもとに、 $\Delta t=4$  monthsの $\alpha$ マトリックスと $\beta$ マトリックスを算出し、さらに、式(6)を用いて、線形応答係数 $\omega_{ij}^k$ を観測井ごとに3期間分計算した。その結果がTable 5である。このTable 5では、揚水量制御領域に属する行政区についてのみ、その値を示した。

ii) 対象地域の区分

対象地域の区分は、先の4.(1)と同様とし、揚水量制御領域を、墨田、江東、江戸川、葛飾、足立、荒川の6区、それ以外の12の行政区を揚水量非制御領域とした。境界領域も、これらの外側に隣接する行政区とした。

iii) 許容水頭の設定

観測井の期間末日の許容水頭を $h_{ai}^k$ 、初期水頭を $h_i^0$ とし、これらの差 $h_{ai}^k-h_i^0$ を許容水頭低下量 $\tilde{h}_{ai}^k$ とすると、式(28)、(27)から明らかなように、この $\tilde{h}_{ai}^k$ と各行政区の初期揚水量 $Q_j^0$ 、および境界領域の水頭低下量 $\tilde{h}_{i^*}^{k-p}$ ( $=h_{i^*}^{k-p}-h_i^0$ )を与えれば、制約条件式(29)の右辺 $\hat{h}_{ai}^k$ を計算することができる。

そこで、まず、許容水頭低下量 $\tilde{h}_{ai}^k$ を、すべての観測井について期間ごとに一律の同じ値に設定し、1月～4月が $\tilde{h}_{ai}^1=5.0$  m、5月～8月と9月～12月が、それぞれ $\tilde{h}_{ai}^2=10.0$  m、 $\tilde{h}_{ai}^3=5.0$  mとした。特に、地下水需要量の多い5月～8月の期間の許容水頭低下量を相対的に大きな値にした(Table 6)。

なお、行政区の初期揚水量 $Q_j^0$ および境界領域の水頭低下量 $\tilde{h}_{i^*}^{k-p}$ については次に述べる。

iv) 揚水量条件・境界条件

揚水量の条件として、まず、行政区の初期揚水量 $Q_j^0$ ( $j=1\sim 18$ )を一律2000 m<sup>3</sup>/dayとした。また、揚水量の下限値として、揚水量制御領域で $Q_{j,\min}^k=3000$  m<sup>3</sup>/day( $k=1\sim 3, j=1\sim 6$ )に設定した。非制御領域では、 $Q_j^k=2000$  m<sup>3</sup>/day( $k=1\sim 3, j=7\sim 18$ )の一定値である。さらに、揚水量制御領域の各期間の地下水需要量 $Q_{i^*}^k$ を新たな揚水量の条件として追加した。これらの需要量は、夏期に多いことを考慮し、Table 7の下から2段目にその値を示した。

また、境界条件については、4.(1)と同様、境界水頭一定の条件を与えた。すなわち、 $\tilde{h}_{i^*}^{k-p}=0$ とした。

Table 6 Permissible groundwater head drawdown in constraints.

$\hat{h}_{ai}^k$	$h_{ai}^k - h_i^0$ (m)	$\sum_{j=1}^{18} \sum_{k=1}^3 \omega_{ij}^k Q_j^0$ (m)	$h_{ai}^k - H_i^k$ (m)
$\hat{h}_{11}^1$	5.0	1.380	6.380
$\hat{h}_{12}^1$	5.0	1.072	5.072
$\hat{h}_{13}^1$	5.0	1.986	6.986
$\hat{h}_{14}^1$	5.0	0.882	5.882
$\hat{h}_{15}^1$	5.0	1.176	6.176
$\hat{h}_{14}^2$	10.0	1.708	11.708
$\hat{h}_{12}^2$	10.0	1.424	11.424
$\hat{h}_{13}^2$	10.0	2.134	12.134
$\hat{h}_{14}^2$	10.0	1.148	11.148
$\hat{h}_{15}^2$	10.0	1.326	11.326
$\hat{h}_{11}^3$	5.0	1.804	6.804
$\hat{h}_{12}^3$	5.0	1.548	6.548
$\hat{h}_{13}^3$	5.0	2.144	7.144
$\hat{h}_{14}^3$	5.0	1.234	6.234
$\hat{h}_{15}^3$	5.0	1.348	6.348

Table 7 Results of calculation (2).

Wards Numbers j	Wards Names	Allocations of Withdrawal, m <sup>3</sup> day <sup>-1</sup>		
		First Period k=1	Second Period k=2	Third Period k=3
1	Sumida	3 000	3 000	3 000
2	Koto	15 623	6 175	21 887
3	Eto-gawa	3 000	27 960	3 000
4	Katsushika	3 000	3 000	3 000
5	Adachi	15 202	16 866	15 779
6	Arakawa	8 175	3 000	3 000
Amounts of Withdrawal		48 000	60 001	49 666
Demands of Withdrawal		36 000	48 000	36 000
Value of Objective Function		157 666		

v) 線形計画法の最適解

観測井の許容水頭低下量 $\tilde{h}_{ai}^k$ 、行政区の初期揚水量 $Q_j^0$ および境界条件が設定されたので、制約条件式(29)の右辺 $\hat{h}_{ai}^k$ を求めることができる。これを実際に計算したものがTable 6である。

以上から、5本の観測井と揚水量制御領域の6行政区について、3期間にわたり、制約条件式(29)および揚水量条件式(32)、(33)ができる( $m=5, n=6, K=3$ )。そして、目的関数を表わす式(31)において $C_{j,k}=1$ とおき、この目的関数の値 $Z$ を最大にするように、各行政区の揚水量の最適な地域配分と時間配分を改訂シンプレックス法で計算した。その結果をTable 7に示した。

(3) 線形計画法による最適揚水の計算と検討

以上、定常系で4ケース、非定常系で1ケースについて、揚水量の最適配分を算出した。ここで、線形計画法による最適揚水の計算について検討する。

まず、定常系のCase 1であるが、Table 4に示しているように、このケースでは、最適解が得られなかった。



これは、線形計画法の実行可能解が存在しない、すなわち、制約条件式 (20) および揚水量条件式 (23) を満足する解が存在しないことを意味している。そこで、Case 2, Case 3 のように、制約条件式の許容水頭低下量をより大きな値に設定したところ、Table 4 のとおり最適解が得られた。

一般に線形計画法では、まず制約条件および非負条件を満たす解、すなわち実行可能解が存在するかどうかを調べ、もし存在すれば、目的関数を最大にする最適解を求める<sup>8)</sup>。最適揚水を線形計画法で算出する場合、許容水頭の制約条件および揚水量条件を満足する解の存在をまず調べる。もし、この実行可能解が存在しないときは、許容水頭の条件や揚水量の下限値を検討する必要がある。たとえば、時間配分を考慮した揚水の最適地域配分を求める 4. (2) の計算では、Table 6 に示したとおり、3 期間の許容水頭低下量  $\bar{h}_{a1}^k$  を、5.0 m, 10.0 m, 5.0 m に設定しているが、これより先に試算した例で、 $\bar{h}_{a1}^k$  を 4.0 m, 9.0 m, 4.0 m として制約条件を設定したところ、実行可能解が存在しなかった。

このように、線形計画法で最適揚水を計算するには、まず、制約条件式や揚水量条件式を実行可能解が存在する形に設定する作業が先行し、これが完了してから、最適解を求める手続きに入る必要がある (Fig. 1)。

なお、3. では、最適揚水配分を、許容水頭や境界水頭などあらゆる条件に対応できるように線形計画法の問題として定式化した。たとえ Table 4 や Table 7 に示した計算例とは異なった条件であっても最適計算は可能である。4. (1), (2) に示した例では、境界領域の水頭を一定としているが、もし境界水頭が変化する場合、定常系では、境界領域の水頭変化の影響を式 (24) で計算し、それを制約条件式 (20) の右辺に加える。また非定常系では、式 (28), (27) にすでに境界水頭の影響が組み込まれているので、そこにその低下量  $\bar{h}_{a1}^k$  を代入する。境界条件のほか、揚水量の需要などに関して新たな条件を設定する場合も、それを揚水量の 1 次式で表現できれば、揚水量条件式として追加することができる。

以上は、最適計算の条件が異なったとき、最初から解き直す場合であるが、線形計画法の感度解析の手法<sup>8)</sup>を用いれば、前の最適解からはじめに行った計算の結果を修正して、異なる条件での新しい最適解を簡明に得ることもできる。

## 5. 結 語

本研究は、線形応答モデルの新たなパラメーターとして線形応答係数  $\omega_{ij}^k$  を導入し、この係数を用いて、最適揚水配分の設定手法を確立した。ここで得られた結果を

以下に示す。

(1) 揚水量と被圧地下水位変動の線形応答関係が、線形応答係数  $\omega_{ij}^k$  の導入によって明確になった。この係数は、著者らがすでに定義した<sup>5)</sup>  $\alpha$  マトリックスと  $\beta$  マトリックスを統合したパラメーターであり、これらのマトリックスと同様、透水量係数や貯留係数など帯水層定数からその値を算出し得ることとなった。

(2) この線形応答係数  $\omega_{ij}^k$  を用いることにより、被圧地下水位を各領域の揚水量の線形結合として表わせた。これから、最適揚水配分の設定に、直接、線形計画法を適用することができた。その制約条件式で揚水量にかかる係数は、線形応答係数  $\omega_{ij}^k$  であり、その物理的な意味が明確となった。

(3) 線形応答モデルの変換式には、定常系と非定常系の 2 つがある。定常系の変換式に線形計画法を適用することで揚水の最適地域配分が、そして非定常系の変換式にそれを適用することで、時間配分を考慮した揚水の最適地域配分が定式化できた。特に、後者では、地下水需要量の季節変化を組み込んだ揚水量の最適配分が計算可能となった。

(4) 最後に、本研究で定式化した最適揚水の実際の計算例を示し、本手法の適用性について検討した。その結果、揚水配分の最適解を得るためには、制約条件式と揚水量条件式を満足する実行可能解の存在が前提となることを確認した。

謝 辞：本研究を進めるにあたり、東京都土木技術研究所の石井 求地象部長、遠藤 毅副参事研究員に多大なるご援助をいただいたことを付記し、謝意を表す。

## 参 考 文 献

- 1) 水収支研究グループ：地下水盆の管理，東海大学出版会，pp. 204~220, 1976.
- 2) Aguado, E. and Remson, I. : Ground-water hydraulics in aquifer management, Jour. Hydraul. Div., A.S.C.E, Vol. 100, HY-1, pp. 103~118, Jan., 1974.
- 3) 上田年比古・神野健二・長野益徳：広領域地下水からの最適井戸取水について，土木学会論文報告集，第 283 号，pp. 33~43, 1979.
- 4) 佐藤邦明：地下ガムの貯留機能と制御・管理システムに関する研究，文部省特定研究報告書，pp. 27~34, 1980.
- 5) 守田 優・高橋 裕：線形応答モデルによる揚水量と被圧地下水位変動の解析，土木学会論文集，第 363 号，pp. 175~183, 1985.
- 6) 守田 優：線形応答モデルの多層帯水層系への適用について，第 30 回水理講演会論文集，pp. 367~372, 1986.
- 7) 前掲文献 1)，pp. 102.
- 8) 坂和正敏：線形システムの最適化，森北出版，1984.

(1986. 3. 13・受付)