

# 下流側水深を有するダム破壊流れ先端部の水面形

## SURFACE PROFILE OF A BORE IN A CHANNEL OF CONSTANT WATER DEPTH CAUSED BY THE BREAKING OF A DAM

松 富 英 夫\*

By Hideo MATSUTOMI

An analytical procedure is developed for predicting the surface profile of a bore in a channel of constant water depth caused by the breaking of a dam. The velocity field of bore is assumed to be analogous to the conventional plane turbulent wall jet in a coordinate system moving with the bore. The model is analyzed as a quasi-steady flow, and the flow equations are satisfied in depth-integrated form. The validity of the solution is examined through comparison with the results of laboratory experiments. It is found that the present procedure is applicable to bores over a relatively smooth bed.

*Keywords* : dam-break wave, bore, unsteady flow

### 1. ま え が き

ダム破壊による主な洪水災害には氾濫水による冠水、地形変化、氾濫水そのものやそれによって運ばれてきた浮遊物等の衝突による構造物の破壊等がある。

冠水問題は氾濫域の推定問題と同義で、主に数値解析法による研究が行われてきており<sup>1)~4)</sup>、流れ先端条件の精密化を除いてほぼ解決されている。一方、地形変化問題は緒についたばかりで、著者らの研究例<sup>5)</sup>があるのみであり、今後の課題として残されている。また、氾濫水衝突による構造物破壊問題は氾濫水の構造物へ及ぼす衝撃力評価に帰着される。この種の流れによる衝撃力の研究は、津波等の波を対象として行われてきており、ドライ・ベッド<sup>6)~10)</sup>と水深を有する場合<sup>11)</sup>の2つに大別される。ドライ・ベッドの場合はCrossによりCumberbatch理論<sup>6)</sup>とサージング・フロントの水面形(水位と水面勾配)を用いて理論的に解かれており、実際問題にも適用できることがすでに示されている<sup>7)</sup>。しかし、水深がある場合は福井ら<sup>11)</sup>の実験的研究があるくらいで、理論的研究はまだない。この理由の1つは段波の水面形を理論的に求めることが難しいためと思われる。ただし、

定常跳水や段波の水面形に関する理論的研究がないわけではない。たとえば、最近の研究例として、かなり複雑なモデル化のもとで陰的な結果(数値積分を必要とする)が得られている<sup>12),13)</sup>。浮遊物衝突による構造物破壊問題も衝撃力評価に帰着される。これについての研究は少なく、津波を対象とした堀川の研究例<sup>14)</sup>があるくらいで、これも今後の課題である。

以上のダム破壊問題の研究状況に基づき、本研究は水平床で下流側水深を有する場合の抵抗を考慮したダム破壊流れ先端部の水面形を理論的に求めることを目的とするものである。ただし、比較的簡単なモデル化により、ダム破壊問題でのStoker理論<sup>15)</sup>のように容易に計算できる程度の理論解を誘導することにする。本研究は抵抗を考慮するため、厳密には非定常段波の水面形を対象とすることになる<sup>16)</sup>。そこで、ダム破壊直後の鉛直方向加速度と非定常性の強い流れは研究対象外として、準定常的に取り扱うことにする。そのため、時々刻々の段波先端移動速度、段波背後での水深、水粒子速度等が必要とされる。これらの評価に関する理論はすでに文献16)で発表済みであるが、下流側水深と流速を有する場合への拡張と本研究対象流れ先端部の水面形が先端移動速度や軌跡とともに統一的に求められることを強調する意味で、2. にその理論の概要を述べることにする。

\* 正会員 工修 秋田大学助手 鉱山学部土木工学科  
(〒010 秋田市手形学園町1-1)

本研究は一次元解析である。一次元と二次元解析結果とは、ダム貯水池幅、ダム決壊幅やダム下流域の拡がり幅等が同程度でなければ、流れ先端部の移動速度や水位等に差が生じることが知られている<sup>17)</sup>。よって、本研究結果にはこの広での適用限界も存在する。

2. 下流側水深と流速を有するダム破壊流れ

ダム貯水池または他からダム直下流に定常流量が供給されており、ダム破壊後はその供給が停止する場合を想定する。ただし、流量供給に伴うダム貯水池内の流体運動が無視できるほど微小な場合を対象とする。そして、図一に示すように、ダム破壊による急変不定流は抵抗の無視できる領域 (Region-1) とできない領域 (Region-2) の2つに分けられるとする。さらに、前者では浅水理論の成立を、後者では理想段波モデル誘導の際の仮定の一部である静水圧分布と断面平均の流れ方向水粒子速度の一意性を仮定する。次章の理論の取り扱い方から判断されるように、実際の断面平均の流れ方向水粒子速度は場所的に変化する。よって、この流れ方向断面平均水粒子速度の一意性の仮定は近似的なものである。

以上の対象流れと仮定より、Region-1での諸水理量は初期のダム上流側水深  $h_1$  が与えられれば Ritter の次式で求められるので既知量とみなせる。

$$u = \frac{2}{3} \left( c_1 + \frac{x}{t} \right) \dots\dots\dots (1)$$

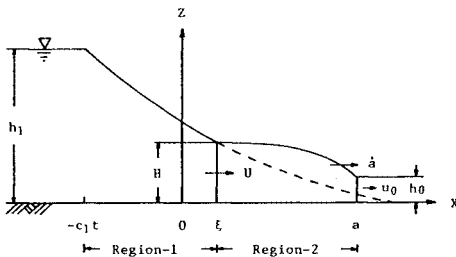
$$h = \frac{1}{9g} \left( 2c_1 - \frac{x}{t} \right)^2 \dots\dots\dots (2)$$

ここで、 $u$ ：水粒子速度、 $h$ ：水深、 $c_1 = \sqrt{gh_1}$ 、 $g$ ：重力加速度、 $x$ ：ダム位置を原点とする水平距離座標、 $t$ ：ダム破壊後からの経過時間。よって、Region-2での諸水理量を求めることが本章での目的となる。

Region-2での諸水理量はその領域全体の連続と運動量式を誘導し、それらを解くことにより求めることにする。仮定により、本領域の連続と運動量式は<sup>16)</sup>

$$\frac{dM}{dt} = \rho H \left( U - \frac{d\xi}{dt} \right) + \rho h_0 \left( \frac{da}{dt} - u_0 \right) \dots\dots\dots (3)$$

$$\frac{dP}{dt} = \rho H U \left( U - \frac{d\xi}{dt} \right) + \rho h_0 u_0 \left( \frac{da}{dt} - u_0 \right)$$



図一 モデルと記号

$$+ \frac{1}{2} \rho g H^2 - \frac{1}{2} \rho g h_0^2 - \rho K U^2 (a - \xi) \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 $M$ ：本領域の全質量、 $P$ ：全運動量、 $H$ ：本領域後端での水深、 $h_0$ ：初期のダム下流側水深、 $U$ ：本領域での水粒子速度、 $u_0$ ：初期のダム下流側水粒子速度、 $\xi$ ：後端位置、 $a$ ：先端位置、 $K$ ：抵抗係数、 $\rho$ ：水の密度。ただし、底面せん断応力は  $\tau_0 = \rho K U^2$  と定義している。

ところで、 $x = \xi$  では式 (1)、(2) から次の関係が得られる。

$$\xi = \left( \frac{3}{2} U - c_1 \right) t \dots\dots\dots (5)$$

$$H = h_1 \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{U}{c_1} \right)^2 \dots\dots\dots (6)$$

よって、式 (3) は次式となる。

$$\frac{dM}{dt} = \rho h_1 c_1 \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{U}{c_1} \right)^2 \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{U}{c_1} - \frac{3}{2} \frac{t}{c_1} \frac{dU}{dt} \right) + \rho h_0 \left( \frac{da}{dt} - u_0 \right) \dots\dots\dots (7)$$

上式を初期条件 ( $t=0$  のとき、 $M=a=0$ ) のもとで解けば、

$$M = \rho h_1 c_1 \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{U}{c_1} \right)^3 t + \rho h_0 (a - u_0 t) \dots\dots\dots (8)$$

一方、仮定から得られる  $P = MU$  の関係を用いると、式 (4) は

$$M \frac{dU}{dt} = -\rho h_0 (U - u_0) \left( \frac{da}{dt} - u_0 \right) + \frac{1}{2} \rho g H^2 - \frac{1}{2} \rho g h_0^2 - \rho K U^2 (a - \xi) \dots\dots\dots (9)$$

結局、式 (5)、(6) と (8) を式 (9) に代入すると、

$$\left[ h_1 c_1 \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{U}{c_1} \right)^3 t + h_0 (a - u_0 t) \right] \frac{dU}{dt} = -h_0 (U - u_0) \left( \frac{da}{dt} - u_0 \right) + \frac{g}{2} h_1^2 \left( 1 - \frac{1}{2} \frac{U}{c_1} \right)^4 - \frac{g}{2} h_0^2 - K U^2 \left[ a - \left( \frac{3}{2} U - c_1 \right) t \right] \dots\dots\dots (10)$$

式 (10) が本章の問題での基本式である。しかし、式 (10) には水粒子速度  $U$  と先端位置  $a$  の2つの未知数が含まれており、このままでは解けない。 $U$  と  $a$  の間に何らかの関係式が必要である。そこで、本研究では  $U$  と先端移動速度  $\dot{a}$  との間に次の関係を導入して解くことにする。

$$U = r \dot{a} = r \frac{da}{dt} \dots\dots\dots (11)$$

ここで、 $r$  は実際には初期のダム下・上流側水深  $h_0$  と  $h_1$ 、初期のダム下流側水粒子速度  $u_0$ 、抵抗係数や時間等の関数と思われる。しかし、本研究では  $h_0$ 、 $h_1$  と  $u_0$  のみの関数と仮定する。このとき、式 (11) の  $r$  は次のようにして理論的に評価できる。 $t \rightarrow 0$  のとき、 $a \rightarrow 0$  かつ  $M \rightarrow 0$  である。よって、式 (10) から次式が得ら

れる。

$$\frac{g}{2} h_1^2 \left(1 - \frac{1}{2} \frac{U_0}{c_1}\right)^4 - \frac{g}{2} h_0^2 - h_0 (U_0 - u_0) (\dot{a}_0 - u_0) = 0 \quad \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 $U_0$ ：初期先端水粒子速度、 $\dot{a}_0$ ：初期先端移動速度。式(12)はStoker理論を本研究対象流れに拡張して得られる解の関係

$$\left. \begin{aligned} \frac{U_0}{c_0} &= \frac{\dot{a}_0}{c_0} \frac{c_0}{4(\dot{a}_0 - u_0)} \left\{ 1 + \sqrt{1 + 8 \left(\frac{\dot{a}_0 - u_0}{c_0}\right)^2} \right\} \\ \frac{\sqrt{gH_0}}{c_0} &= \left[ \frac{1}{2} \left\{ \sqrt{1 + 8 \left(\frac{\dot{a}_0 - u_0}{c_0}\right)^2} - 1 \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \\ \frac{U_0}{c_0} + 2 \frac{\sqrt{gH_0}}{c_0} &= 2 \frac{c_1}{c_0} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots(13)$$

と同値であり、式(13)から $h_0$ 、 $h_1$ と $u_0$ のみの関数として $U_0$ と $\dot{a}_0$ が求められ、式(11)より $r$ が評価できることになる。式(13)において、 $H_0$ は $t \rightarrow 0$ のときのRegion-1と2の境界での水深であり、 $c_0 = \sqrt{gh_0}$ である。このようにして評価された $r$ の計算例を図-2に示す。図中には $u_0 = 0$ の場合のもの<sup>16)</sup>も示されている。

式(11)の関係を式(10)に代入すると、基本式は

$$\begin{aligned} r \left\{ h_1 c_1 \left(1 - \frac{r}{2} \frac{\dot{a}}{c_1}\right)^3 t + h_0 (a - u_0 t) \right\} \ddot{a} \\ = -h_0 (r \dot{a} - u_0) (\dot{a} - u_0) + \frac{g}{2} h_1^2 \left(1 - \frac{r}{2} \frac{\dot{a}}{c_1}\right)^4 \\ - \frac{g}{2} h_0^2 - Kr^2 \dot{a}^2 \left\{ a - \left(\frac{3}{2} r \dot{a} - c_1\right) t \right\} \dots\dots\dots(14) \end{aligned}$$

そこで、式(14)を解くにあたって次の無次元変数を新たに導入する<sup>16)</sup>。

$$\alpha = (\dot{a}_0 t - a) \frac{K}{h_1} \dots\dots\dots(15)$$

$$\tau = \sqrt{\frac{g}{h_1}} K t \dots\dots\dots(16)$$

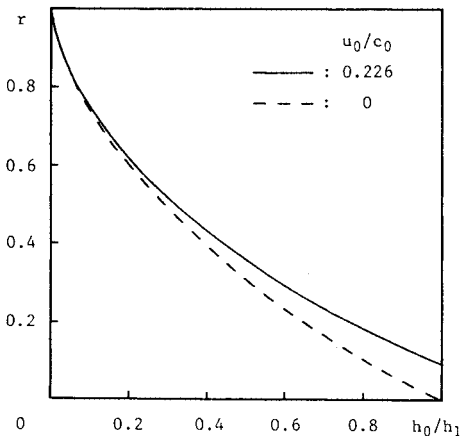


図-2 初期水粒子速度と先端移動速度の関係

式(14)を式(15)、(16)を用いて書き直すと、

$$\begin{aligned} -r \left\{ \left(1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0*} + \frac{r}{2} \dot{a}\right)^3 \tau + \frac{h_0}{h_1} (\dot{a}_{0*} - u_{0*}) \tau - \frac{h_0}{h_1} \alpha \right\} \ddot{\alpha} \\ = -\frac{h_0}{h_1} (r \dot{a}_{0*} - u_{0*} - r \dot{\alpha}) (\dot{a}_{0*} - u_{0*} - \dot{\alpha}) \\ + \frac{1}{2} \left(1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0*} + \frac{r}{2} \dot{\alpha}\right)^4 - \frac{1}{2} \left(\frac{h_0}{h_1}\right)^2 - r^2 (\dot{a}_{0*} - \dot{\alpha})^2 \\ \cdot \left[ \left\{ 1 - \left(\frac{3}{2} r - 1\right) \dot{a}_{0*} + \frac{3}{2} r \dot{\alpha} \right\} \tau - \alpha \right] \dots\dots\dots(17) \end{aligned}$$

ここで、 $\dot{a}_{0*} = \dot{a}_0/c_1$ 、 $u_{0*} = u_0/c_1$ 、 $\dot{\alpha} = da/d\tau$ 、 $\ddot{\alpha} = d^2a/d\tau^2$ 。さらに、次の変数を新たに導入する。

$$p = \dot{\alpha} \dots\dots\dots(18)$$

$$\tau = \frac{df}{dp} = f'(p) \dots\dots\dots(19)$$

これにより、変域は半無限領域から有限領域、 $0 \leq p \leq \dot{a}_{0*} - u_{0*} - \sqrt{h_0/h_1}$ となり、 $\alpha = pf' - f$ 、 $\ddot{\alpha} = 1/f''$ となる。よって、式(17)は

$$\begin{aligned} \left\{ \left(1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0*} + \frac{r}{2} p\right)^3 f' + \frac{h_0}{h_1} (\dot{a}_{0*} - u_{0*} - p) f' + \frac{h_0}{h_1} f \right\} \\ + \frac{1}{32} \left\{ r^3 p^4 + 8r^2 \left(1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0*}\right) p^3 \right. \\ + 24r \left(1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0*}\right)^2 p^2 + 32 \left(1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0*}\right)^3 p \left. \right\} f'' \\ = r (\dot{a}_{0*} - p)^2 \left[ \left\{ 1 - \left(\frac{3}{2} r - 1\right) (\dot{a}_{0*} - p) \right\} f' + f \right] f'' \\ + \frac{h_0}{h_1} \left\{ p^2 - 2 \dot{a}_{0*} p + \left(1 + \frac{1}{r}\right) u_{0*} p \right\} f'' \dots\dots\dots(20) \end{aligned}$$

式(20)の誘導には式(12)の関係が考慮されている。

式(20)が本章の最終的に解くべき式である。その解として $p$ の級数解

$$f(p) = b_0 + b_1 p + b_2 p^2 + b_3 p^3 + b_4 p^4 + \dots \dots\dots(21)$$

を仮定し、初期条件( $\tau = 0$ のとき、 $\alpha = \dot{\alpha} = 0$ )のもとで解くことにする。式(21)を式(20)に代入し、 $p$ に関して恒等的に成立するように各係数を決めると、たとえば級数解の第1近似として次式が得られる。

$$\begin{aligned} f(p) = b_2 p^2 \\ = \left\{ \frac{3}{2} \frac{h_0}{h_1} \dot{a}_{0*} + \left(1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0*}\right)^3 - \left(1 + \frac{1}{2r}\right) \frac{h_0}{h_1} u_{0*} \right\} p^2 \\ / r \left\{ 1 - \left(\frac{3}{2} r - 1\right) \dot{a}_{0*} \right\} \dot{a}_{0*}^2 \dots\dots\dots(22) \end{aligned}$$

ただし、初期条件より $b_0 = b_1 = 0$ となる。第2近似以下も計算的には容易に求まる。したがって、式(15)、(16)、(18)、(19)と(22)より、先端移動速度と先端位置に関する第1近似解として次元を有する形で次式が得られる。

$$\begin{aligned} \dot{a} = \dot{a}_0 - r g \left\{ 1 - \left(\frac{3}{2} r - 1\right) \dot{a}_{0*} \right\} \dot{a}_{0*}^2 K t / \left\{ 3 \frac{h_0}{h_1} \dot{a}_{0*} \right. \\ \left. + 2 \left(1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0*}\right)^3 - 2 \left(1 + \frac{1}{2r}\right) \frac{h_0}{h_1} u_{0*} \right\} \dots\dots\dots(23) \end{aligned}$$

$$a = \dot{a}_0 t - rg \left\{ 1 - \left( \frac{3}{2} r - 1 \right) \dot{a}_{0**} \right\} \dot{a}_{0**}^2 K t^2 / \left\{ 6 \frac{h_0}{h_1} \dot{a}_{0**} + 4 \left( 1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0**} \right)^3 - 4 \left( 1 + \frac{1}{2r} \right) \frac{h_0}{h_1} u_{0**} \right\} \dots\dots (24)$$

式 (23), (24) において  $u_{0**}=0$  と置けば

$$\dot{a} = \dot{a}_0 - rg \left\{ 1 - \left( \frac{3}{2} r - 1 \right) \dot{a}_{0**} \right\} \dot{a}_{0**}^2 K t / \left\{ 3 \frac{h_0}{h_1} \dot{a}_{0**} + 2 \left( 1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0**} \right)^3 \right\} \dots\dots (25)$$

$$a = \dot{a}_0 t - rg \left\{ 1 - \left( \frac{3}{2} r - 1 \right) \dot{a}_{0**} \right\} \dot{a}_{0**}^2 K t^2 / \left\{ 6 \frac{h_0}{h_1} \dot{a}_{0**} + 4 \left( 1 - \frac{r}{2} \dot{a}_{0**} \right)^3 \right\} \dots\dots (26)$$

となり、著者の解<sup>16)</sup>と一致する。ただし、このときの  $\dot{a}_0$  と  $r$  は式 (13) の  $u_0$  を零として得られるものである。

図-3 は  $h_1=0.10$  m,  $h_0=0.02$  m,  $u_0=0.1$  m/s として  $K=0.011$  とした場合の式 (24) に基づく先端軌跡の計算例を示したものである。図中には  $u_0=0$  の場合のもの<sup>16)</sup>も示されている。この図によると、初期のダム下流側水粒子速度を有する場合の先端移動速度は、それが無いときのものに比べて大きくなるが、その与えられている下流側水粒子速度の分ほどは大きくなることわがわかる。これは本研究対象流れがその与えられた下流側水粒子速度をもつ流れに乗った流れでないからである。

3. 先端部の水面形

本研究はダム破壊直後の鉛直方向加速度と非定常性の

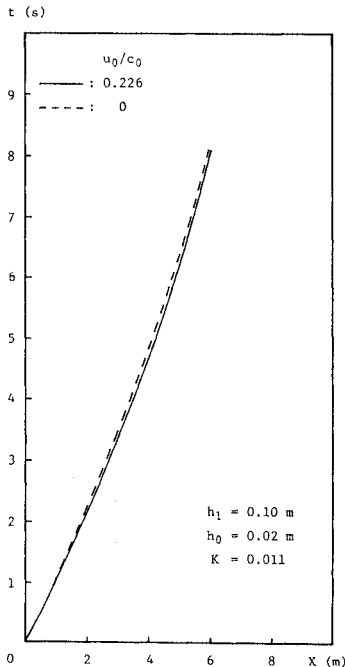


図-3 流れ先端の軌跡

強い流れを対象外として準定常解析で議論する。また、初期のダム下流側流速が流れ先端移動速度に比べて十分に小さい場合を想定し、流れ先端移動速度で動く移動座標系で議論する。

(1) 理 論

図-4 に示すように、抵抗の無視できない領域 (図-1 の Region-2) の流れの場の様相は、移動座標系からみれば、壁面噴流と類似であると仮定する。すなわち、壁面噴流でのポテンシャル・コアに相当する流れ方向水粒子速度が鉛直方向に変化しない領域が存在し (以下、この領域を便宜的にコアとよぶ)、その他では (以下、混合領域とよぶ) 流れ方向水粒子速度の鉛直分布の相似性が成立するとする。ここで、コア領域での流れ方向水粒子速度は流れ方向に変化し得るものである。さらに、圧力は静水圧的であり、壁面境界層厚は無視できるほどであるが、底面抵抗は無視できないとし、コア厚は直線的に変化するとする。このような壁面噴流と類似な流れの場の仮定は Peregrine and Svendsen による段波の流れの場の観察<sup>18)</sup>に基づくもので、跳水ではよく用いられる仮定である<sup>12), 19)</sup>。また、段波のこのようなモデル化はすでに Madsen and Svendsen によりなされている<sup>13)</sup>。彼らと異なる点は本研究がダム破壊流れによる段波を対象としていること、コア終端以後での断面最大流速として壁面噴流の結果を採用すること、抵抗を考慮することおよびコア厚が直線的に変化するとしていることである。

混合領域での鉛直方向流速分布として本研究では Madsen and Svendsen と同じ次式を採用する<sup>13)</sup>。

$$v = v_0 + (v_s - v_0) G(\sigma) \quad (0 \leq \sigma \leq 1) \dots\dots (27)$$

$$G(\sigma) = (1+A)\sigma^2 - A\sigma^3$$

ここで、 $v$ :  $z$  の任意点での水粒子速度、 $v_0$ : 底面での水粒子速度、 $v_s$ : 水面での水粒子速度、 $A$ : 定数、 $\sigma = (z-d)/b$ 、 $z$ : 底面を原点とする鉛直座標、 $d$ : コア厚、 $b$ : 混合領域厚。このとき、コアの存在する領域での底面から水面まで水深方向に積分された連続と運動量式は

$$(v_0 - \dot{a})h + S_1(v_s - v_0)(h-d) = (u_0 - \dot{a})h_0 \dots\dots (28)$$

$$(v_0 - \dot{a})^2 h + 2S_1(v_0 - \dot{a})(v_s - v_0)(h-d)$$

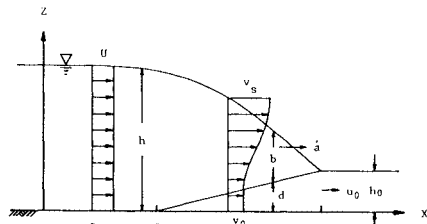


図-4 モデルと記号

$$+ S_2 (v_s - v_0)^2 (h - d) + \frac{g}{2} h^2$$

$$= (u_0 - \dot{a})^2 h_0 + \frac{g}{2} h_0^2 + KU^2 (a - x) \dots\dots\dots (29)$$

コア領域終端以後での連続と運動量式は式 (28), (29) で  $d=0$  とすればよく,

$$(v_0 - \dot{a}) h + S_1 (v_s - v_0) h = (u_0 - \dot{a}) h_0 \dots\dots\dots (30)$$

$$(v_0 - \dot{a})^2 h + 2S_1 (v_0 - \dot{a})(v_s - v_0) h + S_2 (v_s - v_0)^2 h$$

$$+ \frac{g}{2} h^2 = (u_0 - \dot{a})^2 h_0 + \frac{g}{2} h_0^2 + KU^2 (a - x) \dots\dots\dots (31)$$

ここで,  $S_1 = (4 + A)/12$ ,  $S_2 = 1/5 + A/15 + A^2/105$ . ただし, 抵抗項は理論の一貫性から近似的に 2. と同じものを用いている. また, 仮定に基づきコア領域終端以後の底面 (移動座標系からみて断面最大) 流速として壁面噴流の結果<sup>20)</sup>

$$\dot{a} - v_0 \sim \frac{1}{\sqrt{a - x}} \dots\dots\dots (32)$$

を採用すれば, この領域での底面流速は境界条件 ( $x = \xi$  で  $v_0 = U$ ) より

$$v_0 = \dot{a} - (\dot{a} - U) \sqrt{\frac{a - \xi}{a - x}} \quad (\xi \leq x \leq \xi_0) \dots\dots\dots (33)$$

ここで,  $\xi_0$  はコア領域終端位置を示し, まだ未知量である. よって, 式 (30), (31), (33) からコア領域終端以後の水面形に関する方程式として

$$h^3 - \frac{2}{g} S_2 (\dot{a} - U)^2 \frac{a - \xi}{a - x} h^2 + \left\{ \frac{4}{g} S_2 (\dot{a} - u_0) (\dot{a} - U) \right.$$

$$\cdot h_0 \sqrt{\frac{a - \xi}{a - x}} - \frac{2}{g} (\dot{a} - u_0)^2 h_0 - h_0^2 - \frac{2}{g} KU^2 (a - x) \left. \right\} h$$

$$+ \frac{2}{g} \frac{S_2}{S_1^2} (\dot{a} - u_0)^2 h_0^2 = 0 \dots\dots\dots (34)$$

が導かれ, この解として次式を得る<sup>21)</sup>.

$$h = 2^3 \sqrt{\beta} \cos \frac{\varphi}{3} + \frac{2}{3g} S_2 (\dot{a} - U)^2 \frac{a - \xi}{a - x} \dots\dots\dots (35)$$

$$\beta = \sqrt{-\frac{m^3}{27}}, \quad \cos \varphi = -\frac{q}{2\beta},$$

$$m = -\left\{ \frac{4}{3g^2} S_2^2 (\dot{a} - U)^2 \left( \frac{a - \xi}{a - x} \right)^2 \right.$$

$$- \frac{4}{g} S_2 (\dot{a} - u_0) (\dot{a} - U) h_0 \sqrt{\frac{a - \xi}{a - x}}$$

$$\left. + \frac{2}{g} (\dot{a} - u_0)^2 h_0 + h_0^2 + \frac{2}{g} KU^2 (a - x) \right\},$$

$$q = -\frac{2}{3g} S_2 (\dot{a} - U)^2 \frac{a - \xi}{a - x} \left\{ \frac{8}{9g^2} S_2^2 (\dot{a} - U)^2 \right.$$

$$\cdot \left( \frac{a - \xi}{a - x} \right)^2 - \frac{4}{g} S_2 (\dot{a} - u_0) (\dot{a} - U)$$

$$\cdot h_0 \sqrt{\frac{a - \xi}{a - x}} + \frac{2}{g} (\dot{a} - u_0)^2 h_0 + h_0^2$$

$$\left. + \frac{2}{g} KU^2 (a - x) \right\} + \frac{2}{g} \frac{S_2}{S_1^2} (\dot{a} - u_0)^2 h_0^2,$$

$$S_2 = 1 - \frac{S_2}{S_1^2}$$

一方, 仮定よりコア厚は次式のように表現される.

$$d = \frac{x - \xi_0}{a - \xi_0} h_0 \dots\dots\dots (36)$$

式 (36) は次のようにも表わせる.

$$a - x = \left( 1 - \frac{d}{h_0} \right) (a - \xi_0) \dots\dots\dots (37)$$

また, コア領域では鉛直方向に水粒子速度は変化しないと仮定しているのので, この領域 ( $0 \leq x \leq d$ ) での水深方向に積分した運動量式から次式が得られる.

$$h = h_0 + \frac{1}{g} (v_0 - u_0) \dot{a} - \frac{1}{2g} (v_0^2 - u_0^2)$$

$$- K \frac{U^2}{gh_0} (a - \xi_0) \ln \frac{d}{h_0} \dots\dots\dots (38)$$

ここで, 境界条件  $x = a$  で  $v_0 = u_0$ ,  $h = h_0$  が用いられている. 式 (38) の右辺第 4 項は抵抗項で, 理論の一貫性から 2. と同形の抵抗項を用いて得られた近似的なものである. コアの存在する領域での実際の抵抗は, 底面流速  $v_0$  が段波先端での  $u_0$  (本研究では十分に小さいと仮定されている) から徐々に増加するので (移動座標系からみた段波の流れの場合が壁面噴流に類似するという仮定から推察されよう. 図—9 も参照), よほどの粗面でないかぎり境界層の発達は弱く<sup>13)</sup>, 諸水理量に大きな影響を及ぼさないものと考えられる. そこで, 諸水理量への抵抗の影響が比較的小さい場合を対象とすることにすれば, 式 (38) は近似的に

$$h \approx h_0 + \frac{1}{g} (v_0 - u_0) \dot{a} - \frac{1}{2g} (v_0^2 - u_0^2) \dots\dots\dots (39)$$

ただし, 本研究は抵抗の影響を考慮した理論展開が目的なので, 式 (39) は  $\xi_0$  と  $x > \xi_0$  での  $v_0 \sim h$  関係を求めるときにのみ用いることにする. したがって, 式 (36), (39) と式 (28), (29) から得られる

$$h \left( \frac{S_2}{S_1^2} \frac{h}{h - d} - 1 \right) (v_0 - \dot{a})^2 + 2h_0 (\dot{a} - u_0) \left( \frac{S_2}{S_1^2} \frac{h}{h - d} - 1 \right)$$

$$\cdot (v_0 - \dot{a}) + \frac{S_2 (\dot{a} - u_0)^2}{S_1^2} \frac{h}{h - d} h_0^2 + \frac{g}{2} h^2 - (\dot{a} - u_0)^2$$

$$\cdot h_0 - \frac{g}{2} h_0^2 - KU^2 \left( 1 - \frac{d}{h_0} \right) (a - \xi_0) = 0 \dots\dots\dots (40)$$

の  $v_0$  に関する二次方程式の解

$$v_0 = \left( 1 - \frac{h_0}{h} \right) \dot{a} + \frac{h_0}{h} u_0 - \left[ \frac{h_0^2}{h^2} (\dot{a} - u_0)^2 + \frac{h - d}{(S_2 h - d) h} \right.$$

$$\cdot \left\{ \frac{S_2 (\dot{a} - u_0)^2}{S_1^2} \frac{h}{h - d} h_0^2 + \frac{g}{2} h^2 - (\dot{a} - u_0)^2 h_0 - \frac{g}{2} h_0^2 \right.$$

$$\left. \left. - KU^2 \left( 1 - \frac{d}{h_0} \right) (a - \xi_0) \right\} \right]^{\frac{1}{2}} \dots\dots\dots (41)$$

を組み合わせれば, この領域での水面形が求められることになる. ここで, 式 (40), (41) の抵抗項は式 (37) の関係を用いて変形されている.

以下、未知数である  $\xi_0$  と水面形の求め方の具体的手順を示す。

i) 抵抗係数は何らかの方法で推定できるとして、与えられた  $h_0, h_1$  と  $u_0$  に対し式 (23), (24), (11), (5) よりそれぞれ流れ先端移動速度、先端位置、 $x=\xi$  での水粒子速度と  $\xi$  の位置を求める。

ii) 式 (39) の関係を満足する  $v_0$  と  $h$  の組 ( $v_{0*}, h_*$ ) を式 (33), (35) より探し求める。

iii) ii) で求めた  $h_*$  まで式 (35) より水面形 ( $h-x$  関係) を求める。これがコア領域終端以後での水面形である。

iv) ii) で求めた  $v_{0*}$  を式 (33) に代入して  $\xi_0$  を求める。

v) ii) で求めた  $h_*$  より小さい  $h (> h_0)$  を適当に与え、式 (39) よりそのときの  $v_0$  を求める。

vi) その  $h$  と  $v_0$  を式 (41) に代入して  $d$  を求める。

vii) iv) と vi) で求めた  $\xi_0$  と  $d$  を式 (37) に代入し、適当に与えられた  $h$  の位置  $x$  を求める。v) から vii) を繰り返せば  $\xi_0 < x < a$  での水面形が得られる。

以上の計算手順で判断されるように、本研究の手法は抵抗を考慮しているがゆえに (その結果、 $\xi$  の特定が可能) 成立するものであり、得られる水面形は  $x=\xi_0$  で水面勾配が不連続となる。また、 $x=\xi$  として式 (31) から得られる水深と式 (6) から得られる水深には若干の差 (式 (6) > 式 (31)) が生ずる。その差は式 (31) の抵抗項を無視すれば一層大きくなるが (図-7 参照)、これは式 (6) が非定常流解析、式 (31) が準定常流解析結果であることによる。

(2) 解の性質

前節で得られた結果の具体的計算例を以下に示し、解の性質を検討する。

Madsen and Svendsen は定常跳水や段波に対する式 (27) の係数  $A$  は、従来の諸実験結果との比較により、0.5~2 程度の値であり、 $A$  の水面形への影響は小さいとしている<sup>13)</sup>。その  $A$  の本研究対象流れへの影響を示したものが図-5 である。この図によると、水面形への  $A$  の影響は小さいことがわかるが、図-7 で示すように、流れ先端部では水面形への抵抗の影響より大きくなり得ることも判断される。したがって、 $A$  値の選択は重要な問題で今後の正確な実験の積重ねを待つ必要があるが、本研究では  $A=2$  として議論することにする。そのときの流速分布と Mikhalev が定常跳水に採用した流速分布<sup>22)</sup>の比較を図-6 に示す。両者は比較的よく一致している。また、Narayanan が採用した流速分布<sup>12)</sup>は本研

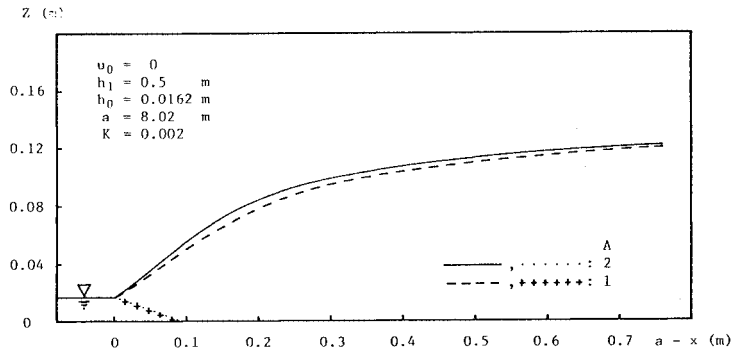


図-5 水面形とコア長への  $A$  の影響

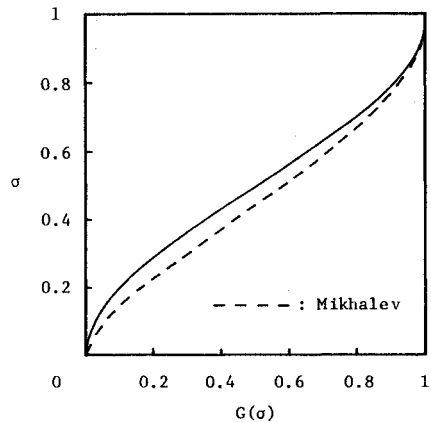


図-6 断面流速分布 ( $A=2$ )

究のものとはほとんど一致している。

図-7 は抵抗の水面形とコア長への影響を示したものである。跳水とは逆に<sup>19)</sup>、段波の場合は抵抗により水深が増加し、流れ先端から離れるに従ってそれが大きくなることが判断される。これは抵抗の働く向きが互いに逆だからである。また、図からはほとんど認められないが、コア長も抵抗により増大する。

図-8 は水面形とコア長の経時変化を示したものである。時間の経過とともに流れ先端部はやせ細ってくる。これは実際現象と定性的に一致するものである (図-14 参照)<sup>23)</sup>。また、コア長は時間の経過につれて長くなる。これは抵抗により時間とともに流勢が殺がれ、流体間の混合が弱まるためで、図-7 のコア長の変化も同一の理由である。

図-9 は底面水粒子速度の経時変化を示したものである。コア領域での底面水粒子速度の空間的変化率はその領域のすぐ背後でのものよりも非常に小さいことがわかる。これは壁面噴流での断面最大水粒子速度の変化傾向と同じである。ただし、図からはほとんど判別できないが、 $x=\xi_0$  での水粒子速度は時間の経過とともに増加し

ており、本研究での壁面噴流と類似な流れの場の仮定がしだいに損なわれてきていることを示している。

(3) 解の適用性

実際問題への適用性について実験結果との比較を通して検討する。

実験に使用した水路は高さ0.5 m、幅0.3 m、長さ11.5 mの水平に設置された鋼製矩形水路で、水路下流側の10 m部分が両面ガラス張りのものである。ダムとしては手動の引き揚げ式のゲート（塩化ビニール樹脂製で厚さ12 mm）が用いられており、水路下流端から6 mのところを位置している。ゲート下流側の底面には、抵抗の影響を大きくするため、水路横断方向に木製の角柱粗度（5×5×300 mm）が5 cm間隔で設置されている。ガラスの片面には、経時的流れ先端位置と空間波形読み取りのため、5 cm間隔のメッシュが刻まれている。また、ゲート下流側水深調節のため、水路下流端に取りはずし可能な堰が取り付けられている。実験装置の概要を図-10に示す。

実験ケースはゲート下流側水深0.022 m、上流側水深0.25 mの1ケースのみである。ダム破壊はゲートを一気に引き揚げることによって模擬した。ゲートが動き出して水面から離れるまでの所用時間は約1/12秒であった。ただし、本実験で実現されたダム破壊と理論で想定されている破壊との相違に基づく流況の差は流れ先端がゲートから約0.8 m流下するまでにはほぼ解消され

（図-11参照）、それ以後は理論で予測されるような比較的安定的な段波が形成された。空間波形の測定にはモーター・ドライブ・カメラを、流れ先端軌跡の測定にはビデオ・システムを用いた。流れ先端軌跡は1/60秒まで読み取り可能なビデオ・モーション・アナライザーで解析した。

図-11は式(24)と実験値の比較を示す。実験値は5回の平均で、理論曲線は実験値によく適合するように抵抗係数を選択した場合のものである。流れ先端軌跡に関する本実験結果は、唯一の未知数である抵抗係数を

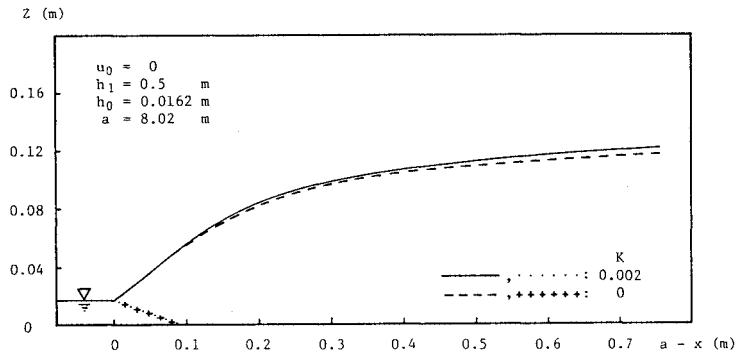


図-7 水面形とコア長への抵抗の影響 (A=2)

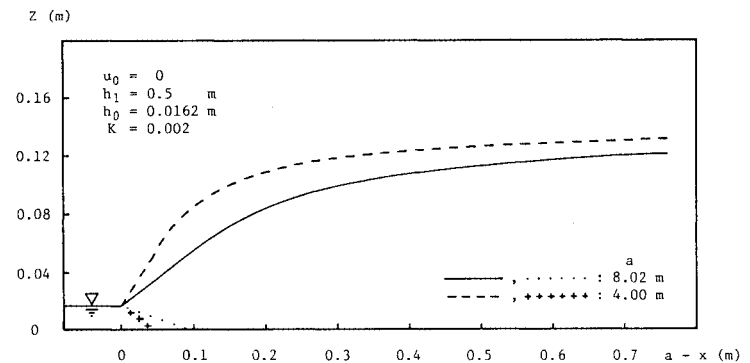


図-8 水面形とコア長の時間的变化 (A=2)

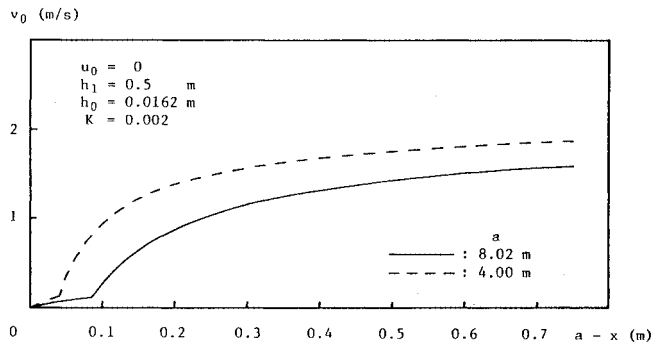


図-9 底面流速の時間的变化 (A=2)

0.01とすれば、式(24)でほぼ予測できることがわかる。

図-12は図-11で評価された抵抗係数を用いたときの流れ先端部の水面形に関する本研究の理論と実験結果を比較したものである。図中の破線は式(36)によるコア領域と混合領域の境界を示す。実験値は瞬間値であるため波打っているが、両者は比較的良好に一致している。ところが、 $a=5.58$  mでの両者の比較を試みようとしたところ、理論解が存在せずできなかった。すなわち、式(39)の関係を満足する $v_0$ と $h$ の組が式(33)、(35)に存在しなかった。これは、抵抗の効果の含まれない式

(39)では任意底面流速に対して水位が常に過小評価される傾向にあるため、 $x = \xi_0$ での水理量に抵抗が大きく影響する場合に生ずる。本研究例では底面粗度が非常に粗いため、図-8の説明のところで述べたように、流勢が弱まってコア長が増加する結果、 $x = \xi_0$ での水理量への抵抗の影響が大きく増大してもはや無視できなくなったためである。

図-13と14は藤田・安田の実験値<sup>23)</sup>との比較を示す。彼らの実験値はアクリル樹脂製の水路(滑面)で得

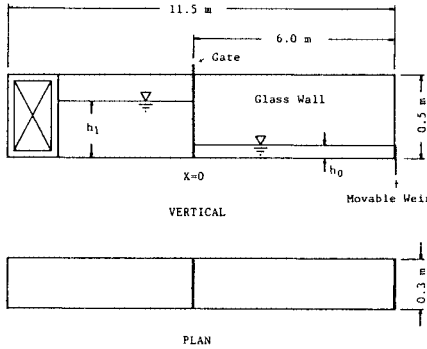


図-10 実験装置

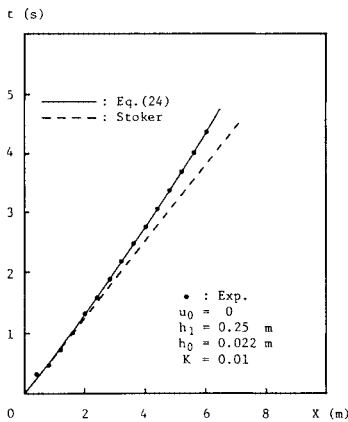


図-11 流れ先端軌跡の実験値との比較

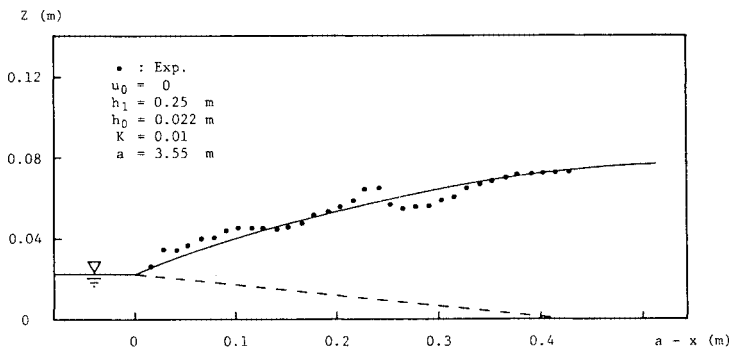


図-12 水面形の実験値との比較 (A=2, 実験は瞬間値)

られたものである。図-13は流れ先端軌跡に関するもので、 $K=0.002$ とすれば式(24)と実験値はよく一致する。図-14はこのときの流れ先端部の水面形の比較で、黒丸と白丸の実験値は瞬間値であるため波打っているが、理論と実験値はよく一致している。

次に、理論と実験の比較から得られた  $K=0.002 \sim 0.01$  という抵抗係数が本研究対象流れの値として妥当なものであるかどうか簡単に検討を行ってみる。それには棧粗度の等価砂粒径の評価という不確定要素を含まない滑面の場合の抵抗係数について検討するのがよからう。本研究対象流れで形成される段波は抵抗の影響等のため厳密には定常ではないが、第1近似的にはStoker理論で予測される定常段波と考えてもよからう。よって、段波域 (Region-2) での抵抗係数は滑面開水路に対する次式で近似的に評価されよう。

$$K = \frac{u_*^2}{U^2} = \left[ 3.0 + 5.75 \log_{10} \left( \frac{u_* H_0}{\nu} \right) \right]^{-2} \dots \dots \dots (42)$$

ここで、 $u_*$ :摩擦速度、 $\nu$ :水の動粘性係数。そこで、 $\nu=0.01 \text{ cm}^2/\text{s}$ として式(42)で藤田・安田の実験ケースの抵抗係数を評価してみたところ、 $K \approx 0.0015$ が得られ、図-13で理論と実験がよく適合するようにして選ばれたものとはほぼ同じ値となった。よって、本研究で示された本研究対象流れの抵抗係数値はほぼ妥当なものであると判断される。

以上より、本研究の流れ先端部の水面形に関する理論は、 $\xi_0 < x < a$ での諸水理量(たとえば、 $v_0$ や $h$ )に抵抗が大きな影響を及ぼす場合を除き、実用に供し得るものであると判断される。ただし、2.のモデルの適用限界による制限もある<sup>16)</sup>。

#### 4. むすび

本研究は水平床で下流側水深を有する場合のダム破壊流れ先端部の水面形を抵抗を考慮して理論的に予測しようとしたものである。本研究で得られた主要な結論は次のとおりである。

(1) 下流側水深と流速を有する場合へ拡張されたダム破壊流れ先端の移動速度と軌跡に関する理論解を誘導した。

(2) 流れ先端部の水面形を流れ先端移動速度や軌跡とともに統一的に評価できる本研究の結果は実際のダム破壊流れに供することができる。ただし、本研究ではダム破壊直後の鉛直方向加速度と非定常性の強い流れや  $\xi_0 < x < a$ での諸水理量に抵抗が大きく影響を及ぼす場合は対



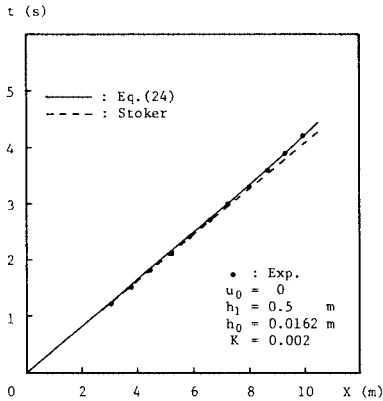


図-13 流れ先端軌跡の実験値との比較

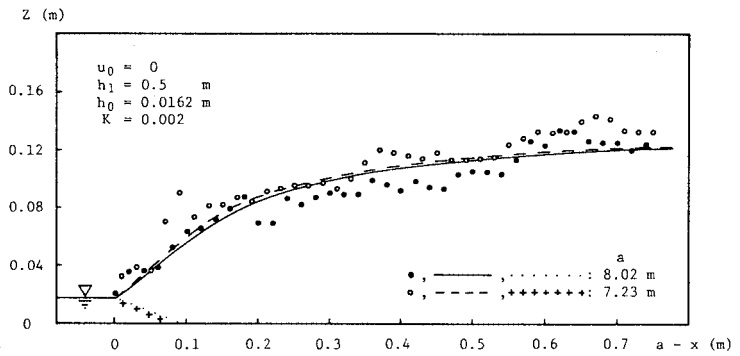


図-14 水面形の実験値との比較 (A=2, 実験は瞬間値)

象としていない。

(3) 跳水とは逆に、段波の場合は抵抗により水位が増大する。その増加量は流れ先端から離れるに従って大きくなる。

(4) 流れ先端部は時間の経過（または、流下距離の増加）とともにやせ細る。

**謝 辞**：本研究を遂行するにあたり、東北大学工学部 首藤伸夫教授と秋田大学鉱山学部 浅田 宏教授より有益なるご教示、ご意見を賜った。ここに記して両先生に深甚なる感謝の意を表す。また、貴重な実験データを提供していただいた日本大学工学部 藤田 豊講師と安田禎輔助教授の両先生にも感謝の意を表す。なお、本研究の一部は昭和60年度文部省科学研究費自然災害特別研究(1) (研究代表者：東北大学工学部 首藤伸夫教授)により行われたことを付記する。

**参 考 文 献**

- 1) Xanthopoulos, T. and Koutitas, C. : Numerical Simulation of a Two-Dimensional Floodwave Propagation due to Dam Failure, Jour. of Hydraulic Research, Vol. 14, pp. 321~331, 1976.
- 2) Katopodes, N. and Strelkoff, T. : Computing Two-Dimensional Dam-Break Flood Waves, Proc. of ASCE, Vol. 104, No. HY 9, pp. 1269~1288, 1978.
- 3) Balloffet, A. and Scheffler, M. L. : Numerical Analysis of the Teton Dam Failure Flood, Jour. of Hydraulic Research, Vol. 20, pp. 317~328, 1982.
- 4) Matsutomi, H. : Numerical Computations of Two-Dimensional Inundation of Rapidly Varied Flows due to Breaking of Dams, 20 th IAHR Congress, Vol. 2, pp. 479~488, 1983.
- 5) Matsutomi, H., Asada, H. and Sato, T. : Two-Dimensional Modeling of Dam-Break Floods in Natural Channels with a Movable Bed, Proc. of 1st Int. Conf., Southampton, England, pp. 4-89~101, 1984.

- 6) Cumberbatch, E. : The impact of a water wedge on a wall, Jour. of Fluid Mech., Vol. 7, pp. 353~374, 1960.
- 7) Cross, R. H. : Tsunami Surge Forces, Proc. of ASCE, Vol. 93, WW 4, pp. 201~231, 1967.
- 8) 中村重久・土屋義人：水門に作用する段波の波圧について、第20回海講論文集, pp. 157~161, 1973.
- 9) 富樫宏由・古賀克志：直立壁による反射津波段波の水利と波力のメカニズム, 第30回海講論文集, pp. 332~336, 1983.
- 10) 東江隆夫・勝井秀博：ドライ・ベッド上を進行する段波による衝撃圧, 第28回水講論文集, pp. 833~838, 1984.
- 11) 福井芳朗・中村 充・白石英彦・佐々木泰雄：津波の研究(II)——段波津波の堤防におよぼす影響——, 第9回海講論文集, pp. 50~54, 1962.
- 12) Narayanan, R. : Wall jet analogy to hydraulic jump, Proc. of ASCE, Vol. 101, No. HY3, pp. 347~359, 1975.
- 13) Madsen, P. A. and Svendsen, I. A. : Turbulent bores and hydraulic jumps, Jour. of Fluid Mech., Vol. 129, pp. 1~25, 1983.
- 14) 堀川清司：浮遊物の衝突による破壊力, 文部省科学研究費自然災害特別研究研究成果, No. A-58-2, pp. 85~92, 1983.
- 15) Stoker, J. J. : The breaking of a dam, Water Waves, Interscience Publishers, Inc., New York, pp. 333~341, 1957.
- 16) 松富英夫：下流側水深を有する場合のダム破壊流れについて, 土木学会論文集, No. 363 / II -4, pp. 79~86, 1985.
- 17) たとえば, Memos, C. D., Georgakakos, A. and Vomvoris, S. : Some Experimental Results of the Two-Dimensional Dam-Break Problem, 20 th IAHR Congress, Vol. 2, pp. 555~563, 1983.
- 18) Peregrin, D. H. and Svendsen, I. A. : Spilling breakers, bores and hydraulic jumps, Proc. of 16 th Coastal Eng. Conf., ASCE, pp. 540~550, 1978.
- 19) Rajaratnam, N. : The hydraulic jump as a wall jet, Proc. of ASCE, Vol. 91, No. HY 5, pp. 107~132, 1965.
- 20) たとえば, 野村安正訳：噴流, 森北出版, pp. 206~222,

- 1981.
- 21) たとえば、スミルノフ：高等数学教程，1巻，共立出版，pp.432～436，1980.
- 22) Mikhalev, M.A. : Contribution to the theory of a hydraulic jump at a rough apron, Izvestiya Vsesoyuznogo Nauohono-Issledovatel'skogo Instituta Gidrotekhniki, Vol.92, pp.234～245, 1970.
- 23) 藤田 豊・安田禎輔：理想段波の伝播速度に関する検証実験，昭和59年度砂防学会研究発表会講演集，pp.28～31，1984.

(1986.4.15・受付)

---