【土木学会論文集　第374号／I-6　1986年10月】

構造振動系の非定常スペクトル応答解析法について†

NON-STATIONARY RESPONSE ANALYSIS OF DYNAMIC STRUCTURAL SYSTEMS

中山隆弘*・小松定夫**・角田直行***
By Takahiro NAKAYAMA, Sadao KOMATSU and Naoyuki SUMIDA

Hammond has analyzed the non-stationary response of both single and multimode systems subjected to non-stationary excitations by using Priestley's evolutionary spectral density. Unfortunately, his method has a fatal drawback, because a modulating function representing non-stationary state of excitation is restricted to real positive values. Furthermore, certain asymptotic forms of the response are intuitively assumed. After two years, Shinozuka showed that the input-output relationship derived by Hammond is also valid without such restriction even under the assumption of asymptotic form. However, this relationship could not have been concretely applied to the response analysis of dynamic systems because of a difficulty in estimating a modulating function included in it. In this paper, an effective method to evaluate a modulating function is developed by using complex demodulation analysis. Then, the present method is applied, as an example, to the response problem of a single-degree-of-freedom system subjected to earthquake ground motion to demonstrate its rationality and efficiency. The method can be also applied to actual multimode dynamic systems.

Keywords : *evolutionaly spectrum, non-stationary excitation, earthquake response*

1. 緒　　言

従来，地震動を受ける構造物の応答解析においては，入力としての非定常特性を有する地震動を，Jenningsの包絡線関数[1)]のような振幅の非定常性を表わす確定関数と定常不規則関数の積によって表わすことが多かった．この場合，定常不規則変動外力に対するスペクトル応答解析法をそのまま利用することによって，構造物の応答の非定常性を算出することができる．しかし，この方法は，あらゆる種類の地震動の非定常性，あるいはそれに対する構造物の応答の非定常性を正確に表現するには，あまりにも初歩的であるといわざるを得ない．

著者らは地震動の非定常性の本質を十分に含む数学的表現を確立することによって初めて，地震動を受ける構造物の非定常不規則応答を不規則振動論の立場から的確に把握することができるものと考えた．それで物理的意味が比較的明瞭で[2)]，かつ地震波の解析に適切な[3)]，Priestley[4)]が定義したevolutionary spectrum（以下単に非定常スペクトルという）に着目し，この非定常スペクトルを利用して，非定常確率過程としての地震動の振幅，周波数，ならびに位相の特性の時間的変化を正確に表現できる非定常スペクトル解析法を誘導した．そして同方法に基づいて，実地震動の非定常スペクトルと非定常な位相特性より，原波形をほぼ完全に再現できることを示した[5)]．

さてHammond[6)]は，非定常不規則変動外力が非定常スペクトルで表現できたものと仮定して1自由度および多自由度振動系の入力・出力関係式を誘導した．しかし外力に関する変調関数（modulating function）については，直観的な推論から実数領域の関数であることを前提条件としている．そのうえ応答にもある漸近特性（asymptotic forms）を仮定している．その後Shinozuka[7)]は，応答特性にその種の前提条件を付加することなく，より簡潔で，明瞭な入力-出力関係式の誘導を考え，形式的にはHammondと全く同様の関係式を導出している．しかし上述の変調関数の具体的内容についてはなんら触れていない．実用的見地から外力に関する変調関数を具体的に決定することができなければ，Hammond-Shinozukaの式を具体的に活用することができない．

本小論ではHammond-Shinozukaの入力-出力関係式

† 本論文は土木学会第39回年次学術講演会（1984年10月）に発表した内容に若干加筆修正を加えたものである．

* 正会員　工博　広島工業大学助教授　工学部土木工学科（〒731-51　広島市佐伯区五日市町三宅725）
** 正会員　工博　大阪産業大学教授　工学部土木工学科（大阪大学名誉教授）（〒574　大東市中垣内3-1-1）
*** 正会員　工修　日本道路公団福岡建設局（〒810　福岡市中央区天神2-13-7）

について概要を述べた後，複素変調法（complex demodulation method，以下CD法という）による不規則過程の変調関数の算定法を提示し，さらに実地震動に対する1自由度振動系の応答解析を行った結果に基づいて，提示する方法の有効性を示すことにする．また Hammond のように変調関数を実関数と仮定した場合の応答解析結果についても言及し，その問題点を指摘する．

もちろん構造物の応答の非定常性のみを問題にするのであれば，まずシミュレーション法で時系列解析によって応答を計算し，得られた応答波形を非定常スペクトルにより解析することによっても把握できるが，本研究の方法は，外力の非定常スペクトルから応答の非定常スペクトルを，簡明な関係式で解析的に決定できるので，計算の効率化が達成できる点に特徴がある．また非定常スペクトル応答解析法は周知の定常スペクトル応答解析法に対応し，それを一般化したものであるということができる．したがって本方法を確立することは学術的ならびに実用的にきわめて意義のあることと考える．

2. 非定常スペクトルを媒介とする外力と応答の関係式

緒言でも述べたように，Shinozuka[7] は Hammond[6] の示した非定常不規則過程の入力-出力の関係式を，より簡潔な方法で表現することを試みている．

いま非定常不規則過程で与えられる入力 $x(t)$ が

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} A(t,\omega)e^{i\omega t}dX(\omega) \qquad (1)$$

によって表わされるものとする．ここに $A(t,\omega)$ はいわゆる変調関数（modulating function）であり，$X(\omega)$ は直交過程である．そしてこの $x(t)$ がある線形システムに作用したときの出力 $y(t)$ もまた変調関数 $G(t,\omega)$ と直交過程 $Y(\omega)$ によって次式のように表わされるものとする．

$$y(t)=\int_{-\infty}^{\infty} G(t,\omega)e^{i\omega t}dY(\omega) \qquad (2)$$

このとき $y(t)$ の非定常スペクトル $f_y(t,\omega)$ は，$x(t)$ の非定常スペクトル $f_x(t,\omega)$ と，システムの周波数応答関数 $H(\omega)$ を用いて

$$f_y(t,\omega)=f_x(t,\omega)\frac{|H(\omega)|^2|G(t,\omega)|^2}{|A(t,\omega)|^2} \qquad (3)$$

なる関係式によって算定できる．

したがって $A(t,\omega)$ をなんらかの方法によって求めることができれば，次式によって算定される $G(t,\omega)$ を式（3）に用いて，$y(t)$ の非定常スペクトルを求めることができる．

$$G(t,\omega)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau)A(t-\tau,\omega)\frac{e^{-i\omega\tau}}{H(\omega)}d\tau \qquad (4)$$

ここに $h(\tau)$ は単位衝撃応答関数である．著者らの知る限りでは，$A(t,\omega)$ の評価法については Hammond の論文[6]があるのみである．

Hammond はジェットエンジンの吹き出し口付近の圧力変動を非定常不規則過程とみなして圧力変動過程の非定常スペクトル解析を行った際に，関係式

$$f(t,\omega)=|A(t,\omega)|^2f(\omega) \qquad (5)$$

を用いて $|A(t,\omega)|^2$ を決定している．ただし $f(\omega)$ としては圧力変動の定常スペクトル密度を準用している．そして $|A(t,\omega)|^2$ の平方根をもって $A(t,\omega)$ と定めている．このように直観的に大きい2つの仮定を設けて，1自由度振動系に対する応答解析を行っている．しかし Hammond 自身が "$A(t,\omega)$ empirically derived" と述べているように，$|A(t,\omega)|^2$ の平方根を $A(t,\omega)$ とする理論的根拠は特にない．なお Shinozuka も $A(t,\omega)$ を決定する問題には，具体的に言及していない．したがって式（4）の計算を実際に合理的に実行するためには，実数関数に限定することなく変調関数 $A(t,\omega)$ を解析する必要がある．本論文においては，これまでに不明確であったこの基本的問題をCD法の活用によって解決する1つの方法を提案する．

3. CD法による変調関数の新算定法

まず式（1）から明らかなように

$$dF(t,\omega)=A(t,\omega)dX(\omega) \qquad (6)$$

とおけば，式（1）は

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\omega t}dF(t,\omega) \qquad (7)$$

となる．ここで

$$dF(t,\omega)=|dF(t,\omega)|e^{i\phi(t,\omega)} \qquad (8)$$

とおけば，式（1）は

$$x(t)=\int_{-\infty}^{\infty}|dF(t,\omega)|e^{i(\omega t+\phi(t,\omega))} \qquad (9)$$

となる．ここに，$dF_R(t,\omega)$ と $dF_I(t,\omega)$ をそれぞれ $dF(t,\omega)$ の実部と虚部とすれば

$$\phi(t,\omega)=\arctan\left\{\frac{dF_I(t,\omega)}{dF_R(t,\omega)}\right\} \qquad (10)$$

である．

さらに $x(t)$ が実関数であることを考えれば，式（9）は次式のようになる．

$$x(t)=2\int_0^{\infty}|dF(t,\omega)|\cos\{\omega t+\phi(t,\omega)\} \qquad (11)$$

さらに式（11）の $x(t)$ を次式で近似する．

$$x(t)=2\sum_{i=1}^{N}|dF(t,\omega_i)|\cos\{\omega_i t+\phi(t,\omega_i)\} \qquad (12)$$

さて中心周波数が ω_i であるような狭帯域バンドパスフィルターに $x(t)$ を通し，得られた成分波を $x_i(t)$ と表わせば，式（12）より $x_i(t)$ は次式によって近似的に与えられる．

$$x_i(t)=2|dF(t,\omega_i)|\cos\{\omega_i t+\phi(t,\omega_i)\} \cdots\cdots\cdots\cdots(13)$$

式（13）の両辺に，それぞれ $\cos\omega_i t$ を掛けて，右辺を整理すれば，

$$x_i(t)\cos\omega_i t=|dF(t,\omega_i)|[\cos\phi(t,\omega_i)+\cos\{2\omega_i t+\phi(t,\omega_i)\}] \cdots\cdots\cdots(14)$$

となる．同様に $\sin\omega_i t$ を掛けると

$$x_i(t)\sin\omega_i t=|dF(t,\omega_i)|[-\sin\phi(t,\omega_i)+\sin\{2\omega_i t+\phi(t,\omega_i)\}] \cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

が得られる．

次に式（14）と式（15）のそれぞれにローパスフィルター処理 F を施して，$2\omega_i$ の円振動数成分をカットすれば，

$$\left.\begin{aligned}F\{x_i(t)\cos\omega_i t\}&=|dF(t,\omega_i)|\cos\phi(t,\omega_i)\\F\{x_i(t)\sin\omega_i t\}&=-|dF(t,\omega_i)|\sin\phi(t,\omega_i)\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

なる関係式が成立することがわかる．これより

$$\phi(t,\omega_i)=\arctan\left[\frac{-F\{x_i(t)\sin\omega_i t\}}{F\{x_i(t)\cos\omega_i t\}}\right] \cdots\cdots\cdots(17)$$

が得られる．

ここで式（10）と式（17）を比較することによって

$$\left.\begin{aligned}dF_R(t,\omega_i)&=F\{x_i(t)\cos\omega_i t\}\\dF_I(t,\omega_i)&=-F\{x_i(t)\sin\omega_i t\}\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(18)$$

であることが理解できる．

すなわち，$dF(t,\omega_i)$ の実部と虚部は $x(t)$ に2回のフィルター処理を施すことによって求めることができる．したがって，ある ω_i の周波数に着目し，それに対する $A(t,\omega_i)$ を求めるには以下のようにすればよい．

式（6）より

$$A(t,\omega_i)dX(\omega_i)=dF(t,\omega_i)$$

であるから，$A(t,\omega_i)$ の実部 $A_R(t,\omega)$ と虚部 $A_I(t,\omega)$ および $dX(\omega_i)$ の実部 $dX_R(\omega_i)$ と虚部 $dX_I(\omega_i)$ を用いて

$$\{A_R(t,\omega_i)+iA_I(t,\omega_i)\}\{dX_R(\omega_i)+idX_I(\omega_i)\}=dF_R(t,\omega_i)+idF_I(t,\omega_i) \cdots\cdots\cdots\cdots(19)$$

となる．式（19）の両辺の実部と虚部を対応させれば，次式が得られる．

$$\begin{bmatrix}dX_R(\omega_i) & -dX_I(\omega_i)\\ dX_I(\omega_i) & dX_R(\omega_i)\end{bmatrix}\begin{Bmatrix}A_R(t,\omega_i)\\A_I(t,\omega_i)\end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix}dF_R(t,\omega_i)\\dF_I(t,\omega_i)\end{Bmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots(20)$$

したがって

$$\begin{Bmatrix}A_R(t,\omega_i)\\A_I(t,\omega_i)\end{Bmatrix}=\begin{bmatrix}dX_R(\omega_i) & -dX_I(\omega_i)\\ dX_I(\omega_i) & dX_R(\omega_i)\end{bmatrix}^{-1}\begin{Bmatrix}dF_R(t,\omega_i)\\dF_I(t,\omega_i)\end{Bmatrix} \cdots\cdots\cdots\cdots(21)$$

となる．

$dX_R(\omega_i)$ および $dX_I(\omega_i)$ は十分大きな時間を T として次式により与えられる．

$$\left.\begin{aligned}dX_R(\omega_i)&=(2\pi/T)F_{x,R}(\omega_i)\\dX_I(\omega_i)&=(2\pi/T)F_{x,I}(\omega_i)\end{aligned}\right\} \cdots\cdots\cdots\cdots(22)$$

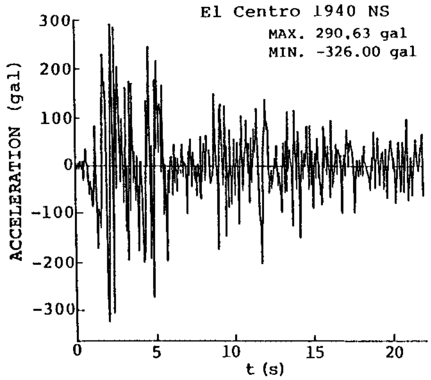
ここに，$F_{x,R}(\omega_i)$，$F_{x,I}(\omega_i)$ はそれぞれ $x(t)$ のフーリエ変換の実部と虚部である．

結局本計算法では，文献5）の手法により $dF_R(t,\omega_i)$ と $dF_I(t,\omega_i)$ を求め，さらに $dX_R(\omega_i)$ と $dX_I(\omega_i)$ は $x(t)$ のフーリエ係数として決定し，式（21）によって $A(t,\omega)$ の実部と虚部を求めることになる．

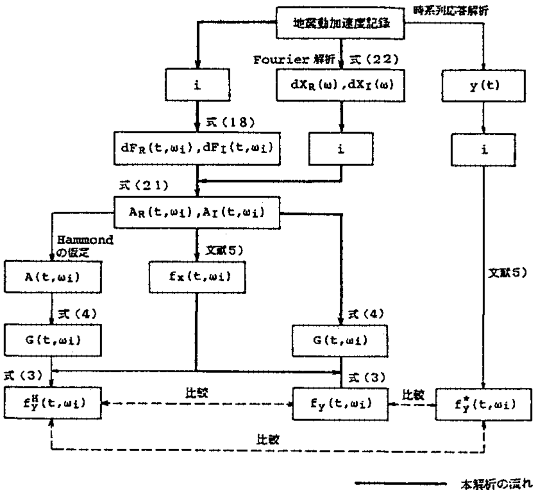
4. 数値解析による本方法の検討

（1） 本方法の妥当性の検証

3. で示した方法の工学的見地からの妥当性を具体的に検討するために，本研究では地震動の作用を受ける線形振動系の応答問題を取り上げる．地震動としては，El Centro 地震波の NS 成分の，主要動を含む22秒間の加速度記録（図—1）を用いることにする．ただし実際の解析に使用したのは，0.01秒の周期でサンプリングされたディジタル記録である．なお振動系の固有振動数 f_n および減衰定数 ζ は，それぞれ 2.0 Hz，0.05 としている．



図—1 El Centro 地震波



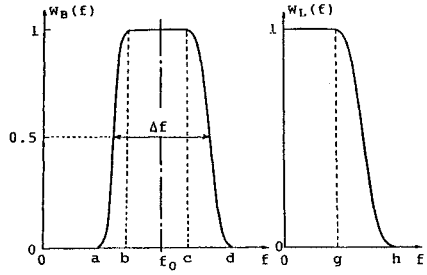
図—2 本解析法の検証手順の流れ

さて検証方法の流れは図—2に要約したとおりである．すなわち，まず地震動記録の非定常スペクトル $f_x(t,\ \omega)$ と変調関数 $A(t,\ \omega)$ の実部と虚部を，それぞれ文献5）および本論文の3. に示した方法により算定する．そしてそれらを用いて，2. の諸式によって応答の非定常スペクトル $f_y(t,\ \omega)$ を求める．この $f_y(t,\ \omega)$ が周波数領域における解析によって得られた応答の非定常スペクトルということになる．一方時系列解析によって求めた応答 $y(t)$ の，同じく文献5）の方法によるスペクトル解析で得られた非定常スペクトルを $f_y^*(t,\ \omega)$ とすれば，$f_y^*(t,\ \omega)$ は時間領域における解析によって算定された応答の非定常スペクトルといえる．この $f_y^*(t,\ \omega)$ と $f_y(t,\ \omega)$ を定性的および定量的に比較することによって，本研究の応答解析法が適当であるか否かの判断ができる．なお本研究では Hammond の考え方に基づいて，式（4）の $A(t-\tau,\ \omega)$ として $|A(t-\tau,\ \omega)|$ を用いた場合のスペクトル応答解析も行って，本解析法との比較を試みた．

（2） 地震動の非定常スペクトルと変調関数

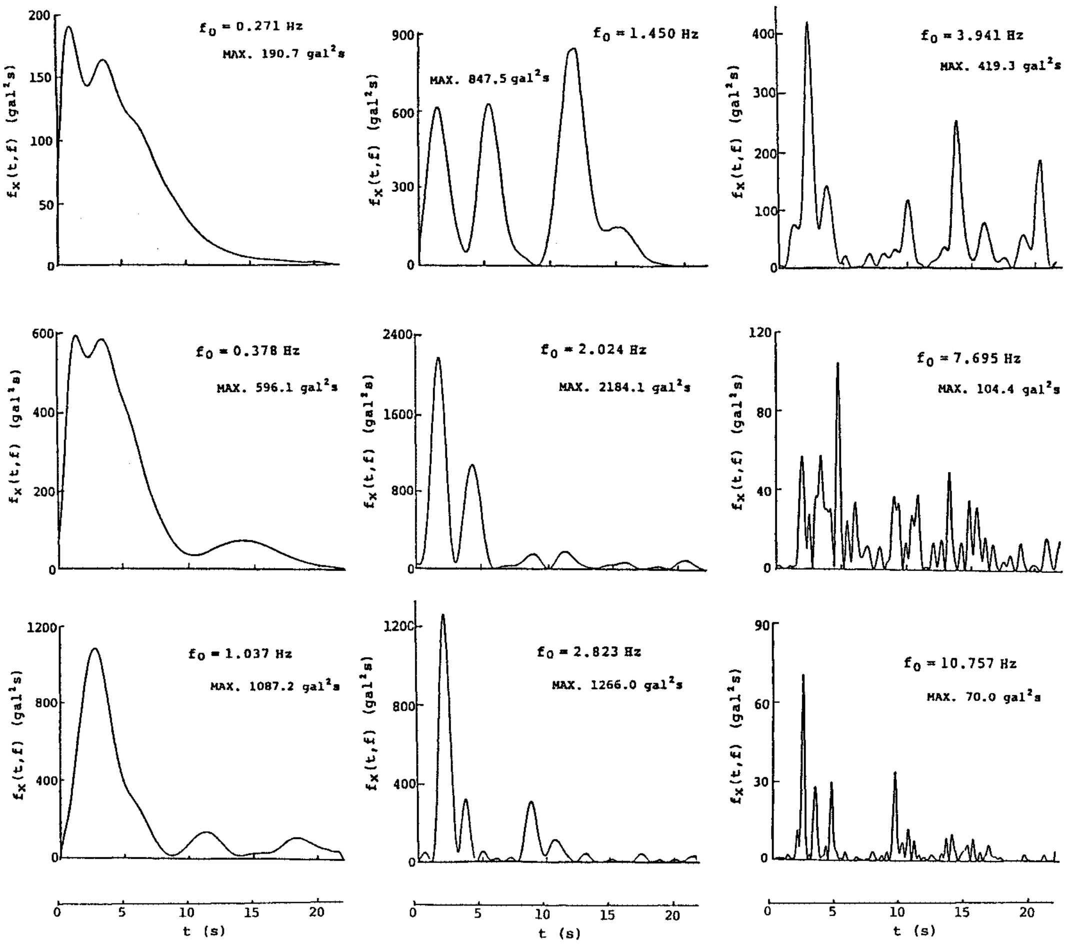
図—3は，0.1 Hz から 11 Hz までの15個の周波数に着目し，CD 法によるスペクトル解析[5]によって求めた El Centro 地震波の地動加速度の非定常スペクトルの一部である．

式(12)の ω_i に対応する各着目周波数 f_0 と，Ormsby のフィルター（図—4）における諸定数，すなわちバン



（a） バンドパスフィルター （b） ローパスフィルター

図—4 Ormsby のフィルター



図—3 地動加速度の非定常スペクトル

表—1　着目周波数とフィルターの定数

No.	f_0(Hz)	a (Hz)	b (Hz)	c (Hz)	d (Hz)	g (Hz)	h (Hz)
1	0.095	0.079	0.090	0.110	0.124	0.050	0.140
2	0.134	0.110	0.124	0.152	0.172	0.110	0.200
3	0.189	0.152	0.172	0.212	0.240	0.180	0.290
4	0.271	0.212	0.240	0.296	0.335	0.290	0.400
5	0.378	0.296	0.335	0.413	0.468	0.360	0.500
6	0.529	0.413	0.468	0.578	0.655	0.500	0.800
7	0.740	0.578	0.655	0.809	0.917	0.700	1.000
8	1.037	0.809	0.917	1.133	1.284	0.800	1.500
9	1.450	1.133	1.284	1.586	1.794	1.300	2.000
10	2.024	1.586	1.794	2.210	2.501	2.100	3.000
11	2.823	2.210	2.501	3.083	3.490	3.100	4.000
12	3.941	3.083	3.490	4.304	4.874	4.500	5.900
13	5.505	4.304	4.874	6.014	6.812	5.000	8.000
14	7.695	6.014	6.812	8.408	9.523	8.000	11.800
15	10.757	8.404	9.523	11.753	13.314	10.000	16.000

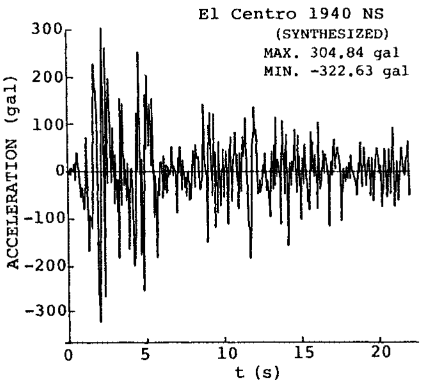
ドパスフィルターに関する a, b, c, d とローパスフィルターに対する g, h の値は，表—1のとおりである．原波形（図—1）と，文献5）で示した方法によって，各着目周波数に対する非定常スペクトルから再合成した再合成波形（図—5）とを比較することにより，本非定常スペクトル解析が良好に行われたものと判断できる．

次に本論文において提案した方法で算出した変調関数の計算結果の一部を図—6に掲げる．着目周波数が大きくなるとともに変調関数の変化も激しくなっているが，目視により，$f_0 \fallingdotseq 11$ Hz の場合でもその卓越周期は振動系の固有周期0.5秒よりも長いことがわかる．

（3）　応答解析結果および考察

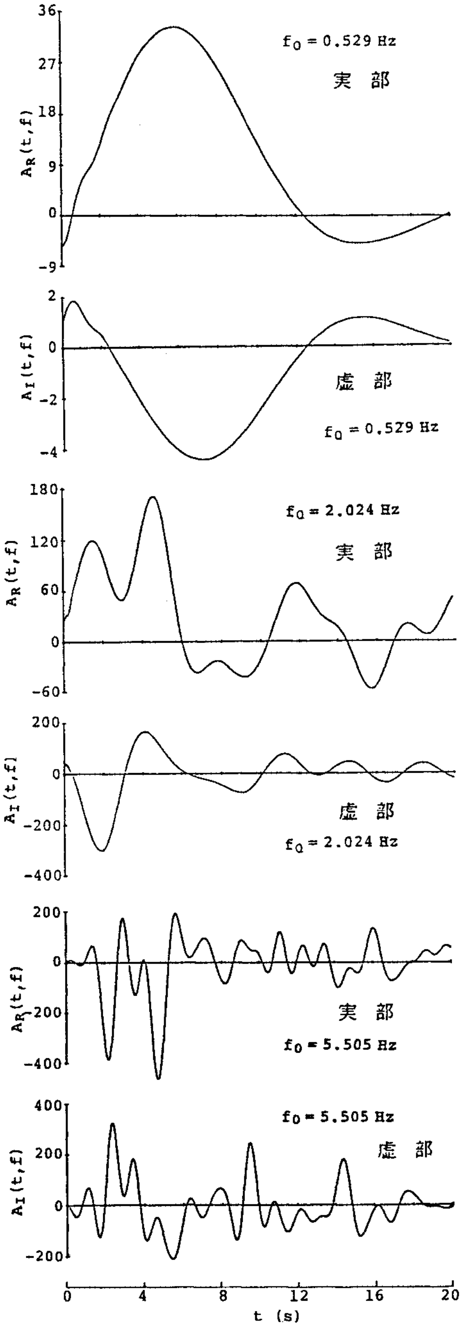
まず，図—7に，逐次積分法による時系列応答解析によって求めた変位応答の計算結果を示す．なお前述のように，振動系の固有振動数は2 Hz，減衰定数は0.05である．

さて図—8は，本解析法，時系列応答解析による方法およびHammondの考え方に基づく方法の各解析法によって求めた非定常スペクトル応答解析結果の一部である．ここでは，0.529 Hz，1.037 Hz，2.024 Hzおよび5.505 Hzの各中心周波数に対応する結果のみを示している．

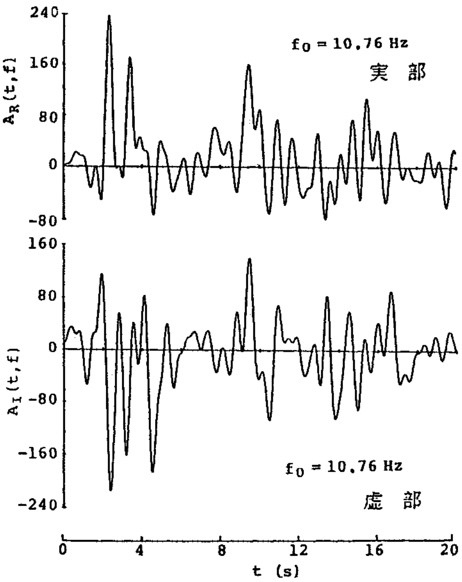


図—5　El Centro 地震波（再合成波形）

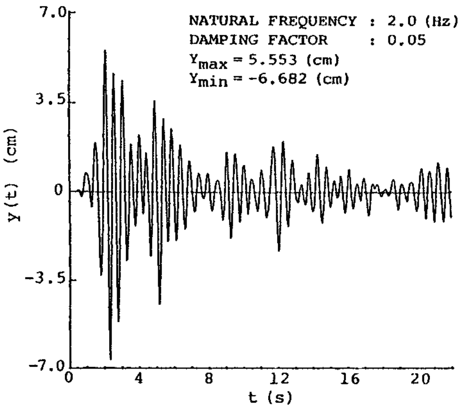
同図より着目周波数が0.529 Hzあるいは1.037 Hzの場合には，本応答解析法およびHammondの方法のいずれも時系列応答解析による結果とほぼ同様の結果を与えていることがわかる．ところがHammondの方法は，応答値に最も大きな影響を与える共振周波数付近の周波数，すなわち2.024 Hzに着目した場合には，時系列解析による方法とかなり異なる特性を示している．着目周



図—6　変調関数



図—6(つづき)　変調関数



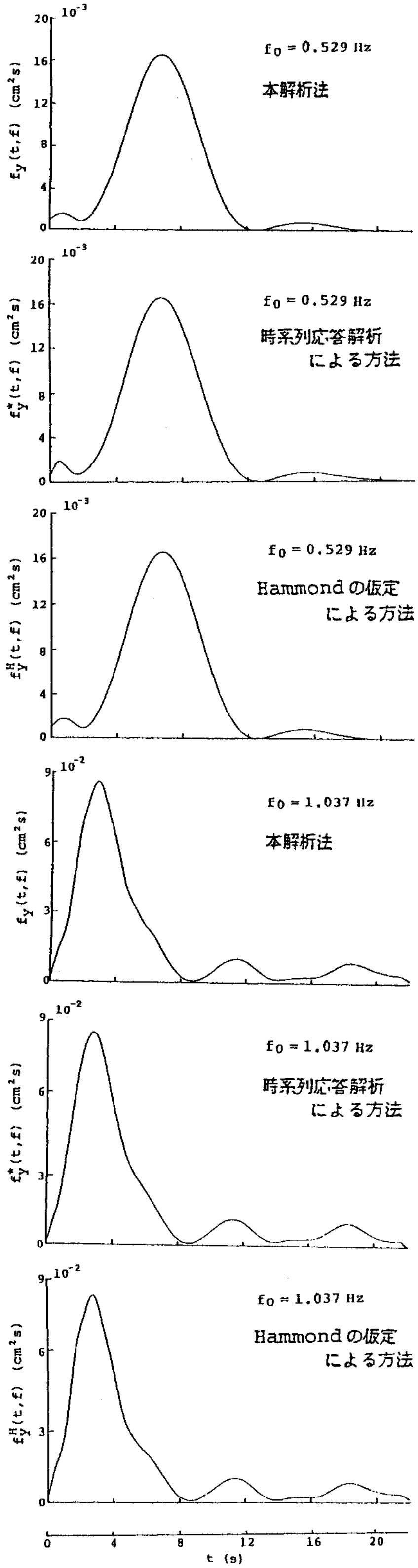
図—7　時系列応答解析による変位応答

波数が5.505 Hzの場合も同様である．これに対して本応答解析法は，5.505 Hzにおける5秒付近のピーク値に若干の差異が認められるものの，幅広い周波数帯域にわたって，時系列解析による結果と良好な一致を示している．このことより，変調関数を実数とするHammondの方法は一次近似的解法であり，場合によっては応答の非定常特性を著しくゆがめることもあるといえる．

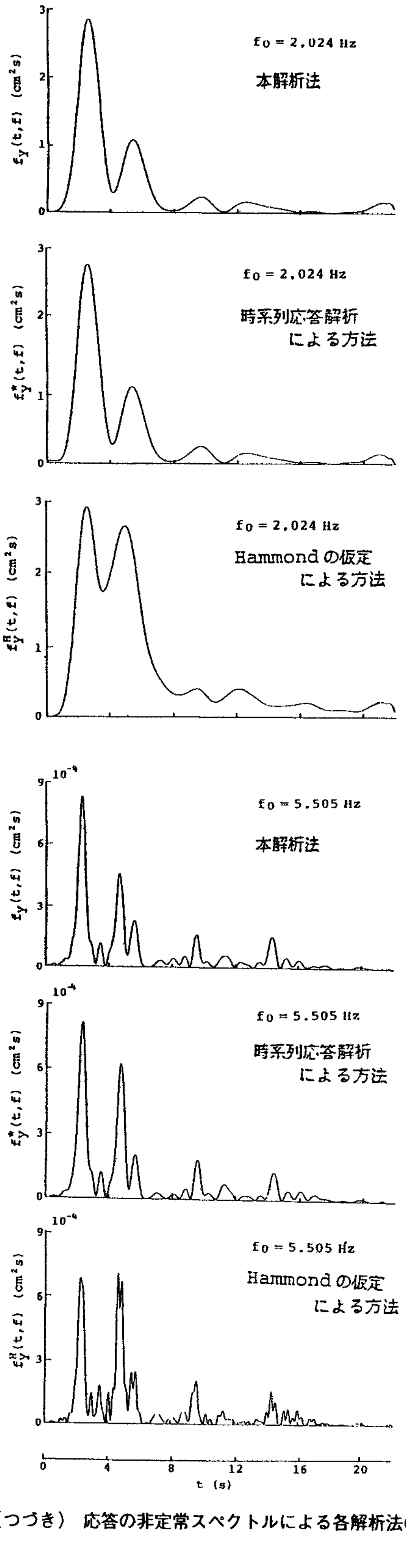
本方法とHammondの方法との相違点は以下に示すように，振動系の応答を支配する$G(t, \omega)$を用いて明瞭にすることができる．

式（4）で与えられるこの$G(t, \omega)$は，$\Delta\tau$を適当に設定することにより次式で近似的に計算できる．

$$G(t, \omega)=\sum_j h(\tau_j)A(t-\tau_j, \omega)\frac{e^{-i\omega\tau_j}}{H(\omega)}\Delta\tau \cdots\cdots\cdots\cdots(23)$$



図—8　応答の非定常スペクトルによる各解析法の比較



図―8(つづき) 応答の非定常スペクトルによる各解析法の比較

式中の $H(\omega)$ は，振動系の固有円振動数を ω_n，減衰定数を ζ とすれば，

$$H(\omega)=\frac{1}{(\omega_n^2-\omega^2)+2\,i\zeta\omega_n\omega}\quad\cdots\cdots(24)$$

で与えられる．この式 (24) を式 (23) に代入して整理すれば次式が得られる．

$$G(t,\omega)=\sum_j A(t-\tau_j,\omega)\{S_R(\tau_j,\omega)+iS_I(\tau_j,\omega)\}\cdots(25)$$

ただし

$$\left.\begin{aligned}S_R(\tau_j,\omega)&=\{(\omega_n^2-\omega^2)\cos\omega\tau_j-2\,\zeta\omega_n\omega\sin\omega\tau_j\}\\&\quad\cdot h(\tau_j)\Delta\tau/\{(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\,\zeta^2\omega_n^2\omega^2\}\\S_I(\tau_j,\omega)&=-\{(\omega_n^2-\omega^2)\sin\omega\tau_j+2\,\zeta\omega_n\omega\cos\omega\tau_j\}\\&\quad\cdot h(\tau_j)\Delta\tau/\{(\omega_n^2-\omega^2)^2+4\,\zeta^2\omega_n^2\omega^2\}\end{aligned}\right\}\quad\cdots\cdots(26)$$

まず $A(t,\omega)$ を複素関数と考え，その実部と虚部をそれぞれ $A_R(t,\omega)$ および $A_I(t,\omega)$ とすれば，式 (26) は次式のようになる．

$$\begin{aligned}G(t,\omega)=\sum_j[&\{A_R(t-\tau_j)S_R(\tau_j,\omega)-A_I(t-\tau_j,\omega)S_I(\tau_j,\omega)\}\\&+i\{A_R(t-\tau_j)S_I(\tau_j,\omega)\\&+A_I(t-\tau_j,\omega)S_R(\tau_j,\omega)\}]\cdots\cdots(27)\end{aligned}$$

さて式 (3) によれば，応答の非定常スペクトル $f_y(t,\omega)$ は $|G(t,\omega)|^2$ に関係する．したがって式 (27) により $|G(t,\omega)|^2$ を計算することにすれば

$$\begin{aligned}|G(t,\omega)|^2=[&\sum_j\{A_R(t-\tau_j,\omega)S_R(\tau_j,\omega)\\&-A_I(t-\tau_j,\omega)S_I(\tau_j,\omega)\}]^2\\&+[\sum_j\{A_R(t-\tau_j,\omega)S_I(\tau_j,\omega)\\&+A_I(t-\tau_j,\omega)S_R(\tau_j,\omega)\}]^2\cdots\cdots(28)\end{aligned}$$

となる．式 (28) を整理して次式を得ることができる．

$$\begin{aligned}|G(t,\omega)|^2=&\sum_j|S(\tau_j,\omega)|^2|A(t-\tau_j,\omega)|^2\\&+\sum_{\substack{j\\(j\neq k)}}\sum_k\{S_R(\tau_j,\omega)S_R(\tau_k,\omega)\\&+S_I(\tau_j,\omega)S_I(\tau_k,\omega)\}\\&\times\{A_R(t-\tau_j,\omega)A_R(t-\tau_k,\omega)\\&+A_I(t-\tau_j,\omega)A_I(t-\tau_k,\omega)\}\\&+2\{\sum_j A_R(t-\tau_j,\omega)S_I(\tau_j,\omega)\sum_k A_I(t-\tau_k,\omega)\\&\cdot S_R(\tau_k,\omega)-\sum_j A_R(t-\tau_j,\omega)S_R(\tau_j,\omega)\\&\cdot\sum_k A_I(t-\tau_k,\omega)S_I(\tau_k,\omega)\}\cdots\cdots(29)\end{aligned}$$

ただし

$$\left.\begin{aligned}|S(\tau_j,\omega)|^2&=S_R^2(\tau_j,\omega)+S_I^2(\tau_j,\omega)\\|A(t-\tau_j,\omega)|^2&=A_R^2(t-\tau_j,\omega)+A_I^2(t-\tau_j,\omega)\end{aligned}\right\}\cdots(30)$$

次に，変調関数を実関数とし，式 (25) の $A(t-\tau_j,\omega)$ に $\sqrt{A_R^2(t-\tau_j,\omega)+A_I^2(t-\tau_j,\omega)}=|A(t-\tau_j,\omega)|$ を代入すれば

$$\begin{aligned}G(t,\omega)=&\sum_j\sqrt{A_R^2(t-\tau_j,\omega)+A_I^2(t-\tau_j,\omega)}\{S_R(\tau_j,\omega)\\&+iS_I(\tau_j,\omega)\}=\sum_j|A(t-\tau_j,\omega)|S_R(\tau_j,\omega)\\&+i\sum_j|A(t-\tau_j,\omega)|S_I(\tau_j,\omega)\cdots\cdots(31)\end{aligned}$$

となる．このとき式（27）に対応する $|G(t,\omega)|^2$ は

$$|G(t,\omega)|^2=\{\sum_j|A(t-\tau_j,\omega)|S_R(\tau_j,\omega)\}^2+\{\sum_j|A(t-\tau_j,\omega)|S_I(\tau_j,\omega)\}^2 \cdots\cdots\cdots(32)$$

となる．したがって式（31）を整理することによって次式が得られる．

$$\begin{aligned}|G(t,\omega)|^2=&\sum_j|S(\tau_j,\omega)|^2|A(t-\tau_j,\omega)|^2\\&+\sum_j\sum_{k \atop (j\neq k)}\{S_R(\tau_j,\omega)S_R(\tau_k,\omega)\\&+S_I(\tau_j,\omega)S_I(\tau_k,\omega)\}\\&\times|A(t-\tau_j,\omega|\cdot|A(t-\tau_k,\omega)| \cdots\cdots(33)\end{aligned}$$

式（29）と式（33）がそれぞれ本解析法および Hammond の考え方に従う $|G(t,\omega)|^2$ に対応するものである．両式の右辺の第2項以下の相異が応答の非定常スペクトルにみられる両解析法の差異になって現われるものと考えられる．

5. 結　　言

本研究では振幅特性や周波数特性，さらには位相特性が時間的に変化するような非定常不規則変動外力を受ける構造物の，周波数領域における応答解析法（非定常スペクトル応答解析法）に関する1つの提案を試みた．すなわち従来 Hammond や Shinozuka によって導出された外力-応答関係式を実際に地震応答解析に適用する場合に問題となる，非定常スペクトルに含まれる地震動加速度の変調関数を複素変調法（CD 法）によって算定する方法を提示した．その方法は，Shinozuka により定式化されたスペクトル応答解析の外力-応答関係式に適用され，実地震動に対する応答解析により妥当性が確認された．Hammond が変調関数を実関数に限定しているのに対して，本方法は変調関数の実部と虚部を算定することができるので，より精度の高いスペクトル応答解析が可能である．

なお，本研究では振動系を1自由度に限定して定式化を行ったが，モード解析法の考え方に従えば，多自由度系への拡張もさほど困難ではない．

参　考　文　献

1) Jennings, P.C., et al.: Simulated Earthquake Motions, Earthquake Engineering Research Laboratory, CIT, April, 1968.
2) 星谷　勝：非定常確率過程のスペクトル解析，土木学会誌，Vol. 60, pp. 41～46, 1975年3月.
3) 日野幹雄：スペクトル解析，朝倉書店，p. 268, 1977年.
4) Priestley, M.B.: Evolutionary Spectra and Non-stationary Processes, J.R. Statist. Soc., Ser. B, Vol. 27, pp. 204～237, 1965.
5) 小松定夫・藤原豪紀・中山隆弘：コンプレックス・ディモデュレーション法による地震動の非定常スペクトル解析，土木学会論文集，第368号／I-5, pp. 311～318, 1986年4月.
6) Hammond, J.K.: On the Response of Single and Multi-degree of Freedom Systems of Non-stationary Random Excitations, J. Sound Vib., Vol. 7, No. 3, pp. 393～416, 1968.
7) Shinozuka, M.: Random Processes with Evolutionary Power, Proc. of the ASCE, Vol. 96, No. EM4, pp. 543～545, 1970.

（1985.8.9・受付）