

# プレストレストコンクリート斜張橋の 最適斜材張力決定法に関する研究

## A STUDY ON OPTIMIZATION OF CABLE-STAY FORCES OF PRESTRESSED CONCRETE CABLE STAYED BRIDGES

古川浩平\*・角谷 務\*\*・熊谷紳一郎\*\*\*・新井英雄\*\*\*\*

By Kohei FURUKAWA, Tsutomu KADOTANI, Shin-ichiro KUMAGAI and Hideo ARAI

The present study attempts to determine the optimum cable-stay forces for the design of prestressed concrete (PC) cable-stayed bridges. Unlike the steel cable-stayed bridges, PC cable-stayed bridges have two stress adjustment systems, which are systems for cable-stay forces themselves and internal prestress in the main girders. A formulation combining these systems has been presented as a problem of optimization of cable-stay forces. Also formulated is the mechanism of changes in forces due to creep of the concrete and treated is the creep in the optimization process. As a result, determination of the optimum stay forces for PC cable-stayed bridges requires solving two simultaneous systems of the stay forces and the internal prestress. Another result shows that the stay forces tend to approach the characteristic stay forces which are inherent in the individual structure.

*Keywords*: optimization, cable-stay force, prestressed concrete, cable-stayed bridge

### 1. 緒 言

わが国におけるプレストレストコンクリート斜張橋の発達はめざましい、小規模なものも含め国内実績が20橋を数え、これまでのカンチレバー施工によるPC長大桁橋の実績を考慮すれば、さらに長径間のPC斜張橋の施工も十分可能である。実際、現在計画中の長大PC斜張橋は数橋あって、設計・施工上の問題解決が組織的に行われている。

その中で、現在解明が必要な大きな問題の1つは、PC斜張橋の最適斜材張力をいかに決定するかの問題である。現状における斜材張力の決定法としては、経験的な試行計算で得られた多数の断面力状態の中から適切と思われるものを選択する方法が採られており、斜材張力決定のための合理的な基準が提示されていなかった。

PC斜張橋が鋼斜張橋と異なる点として、次の2点が挙げられる。

まず第1に、PC斜張橋においては、斜材と主桁内PC鋼材の2つの応力調整機構が存在し、この両者を連成したうえでの最適斜材張力決定問題としての取扱いが必要である。これは斜材張力のみを応力調整機構としている鋼橋とは明らかに異なっている。

第2に、施工中や完成後に発生するクリープ断面力が挙げられる。PC斜張橋はコンクリート部材とクリープ特性が異なる斜材があるため、全支保工施工を行った場合でも、クリープによって斜材張力が変化する。これに対しては設計後に二次的な照査を行うが、クリープ変化が経済性に及ぼす影響が指摘されてはいるものの<sup>1)</sup>、これまで設計過程においてクリープによる断面力を減少させるように斜材張力を決定する、といった積極的な対応策はあまり考えられていなかった。

本研究においては、PC斜張橋に特有な問題である斜材と主桁内プレストレスの2つの応力調整機構を連成したうえでの最適斜材張力決定問題を定式化したうえで、さらにクリープ断面力発生メカニズムを明らかにし、このクリープを最適化過程でどのように取り扱うかを考察

\* 正会員 玉博 山口大学助教授 工学部建設工学科  
(〒755 山口県宇部市常盤台 2557)

\*\* 正会員 工修 日本道路公団東京第一建設局建設第二部  
構造技術課・課長代理 (〒105 港区虎ノ門 1-18-1)

\*\*\* 正会員 住友建設(株)土木部設計第2課 課長代理  
(〒160 新宿区荒木町 13-4)

\*\*\*\* 正会員 住友建設(株)大阪支店新丹波大橋作業所  
(〒623 京都府綾部市味方町中ノ坪)

する。

斜材張力最適化の手法としては、筆者の一人が鋼斜張橋の死荷重状態において考察したひずみエネルギー最小化の考え方<sup>2)</sup>、すなわち適当な制約条件下で主桁および主塔のひずみエネルギー  $U$  を最小化する斜材張力を決定する方法を応用する。

PC 斜張橋においては、上述のように斜材張力だけではなく、主桁内プレストレス量やクリープによっても断面力が発生する。そこで、主桁内プレストレスの影響に関しては、活荷重を含めた設計荷重時における検断面での主桁コンクリート引張応力度の制約を考慮して、主桁内プレストレス量を斜材張力の関数として定式化し、これによる断面力を目的関数  $U$  に含めて考える。ただし、斜材と PC 鋼材自身のひずみエネルギーは  $U$  に含まない。

また、クリープによる張力変化と構造系および死荷重状態との関連性を示し、これを小さく抑えることのできる斜材張力と主桁内プレストレス量の決定方法を提示する。

## 2. 主桁内プレストレスを考慮した最適化

### (1) 目的関数の定式化

先の論文<sup>2)</sup>では、主塔および主桁の曲げモーメント  $M$  と軸力  $N$  によるひずみエネルギー  $U$  を最小化するような斜材張力を決定することで、鋼斜張橋の死荷重時主桁断面力が比較的均一な状態にでき得ることが示されている。その目的関数  $U$  は、次式で示される。

$$U = \int \frac{1}{2EI} (M_b + M_s^T P)^2 dx + \int \frac{1}{2EA} (N_b + N_s^T P)^2 dx \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $M_b$ 、 $N_b$  は死荷重断面力、 $M_s$ 、 $N_s$  は単位斜材張力による断面力影響値、 $P$  は斜材張力であり、これらは平面骨組構造の線形解析で計算する。完成系での死荷重と斜材張力の荷重作用状態を図-1 (a) の斜材張力作用と図-1 (b) の死荷重作用とに分ける。

これに対し、PC 斜張橋の設計においては、図-1 (c) に示す斜材張力では補強し得ない活荷重等による断面応力度に対し、主桁内に PC 鋼材を配置し、これによるプレストレスを含めた合成応力度がコンクリート応力度の許容値内に収まるよう主桁内プレストレス量を定める。斜材張力量と主桁内プレストレス量の最適配分決定問題は重要であるが、自由度が大きく、これまで体系的には扱われていない。この両者とも独立変数と考えた最適化問題は非常に多変数なものとなり、解を得ることが困難であると考えられる。そのため、ここでは主桁内 PC 鋼材の偏心位置をあらかじめ設定すれば、主桁内プレストレス量が斜材張力量と線形的に結合し得ることを

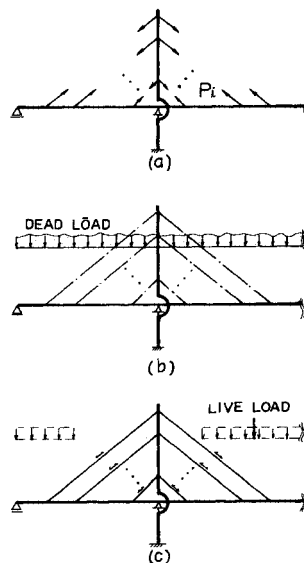


図-1 解析モデル

利用して、斜材張力だけを設計変数とした最適化問題を解くことにより両者を同時に求めることを試みる。

主桁内プレストレス量が曲げ、軸力成分について、  
 $M_p = M_{p0} + M_{p1}^T P, N_p = N_{p0} + N_{p1}^T P \dots \dots \dots (2)$

と表わされた場合、これ自体も主桁・主塔の断面力として式 (1) に代入すれば、PC 斜張橋に関するひずみエネルギーは、

$$U = \int \frac{1}{2EI} \{ (M_b + M_{p0}) + (M_{p1}^T + M_{p1}^T) P \}^2 dx + \int \frac{1}{2EA} \{ (N_b + N_{p0}) + (N_{p1}^T + N_{p1}^T) P \}^2 dx \dots \dots (3)$$

と  $P$  に関する二次形式で表わされる。ここに、 $M_{p0}$ 、 $N_{p0}$  は  $P=0$  での主桁内プレストレス量、 $M_{p1}$ 、 $N_{p1}$  は単位斜材張力当たりの主桁内プレストレス変化量である。

### (2) 主桁内プレストレス量と斜材張力

PC 主桁断面のコンクリート引張応力度に着目して、これが許容値  $\sigma_{cta}$  を満足するように主桁内プレストレス量と斜材張力の関係式を導く。主桁内に配置する PC 鋼材の緊張力は、導入後の時間経過に伴い鋼材自身のレラクセーション、コンクリートのクリープ・乾燥収縮により変化するのであるが、全体構造的な PC 斜張橋のクリープ特性を把握し、また解析を容易にするために、ここではこの経時変化を無視し、一定であるとする。

部材断面でのコンクリート引張応力度に関する条件式は、主桁内プレストレス二次力を無視することにより、断面上下縁について次式となる。

#### ① 断面上縁について

$$\frac{1}{A} (N_b + N_{L,min} + N_s^T P) + \frac{1}{Z_0} (M_b + M_{L,min} + M_s^T P)$$

$$+ n_o P_e \left( \frac{1}{A} + \frac{e_o}{Z_o} \right) + n_u P_e \left( \frac{1}{A} + \frac{e_u}{Z_u} \right) \geq \sigma_{cta} \dots (4)$$

② 断面下縁について

$$\frac{1}{A} (N_D + N_{L,max} + N_s^T P) + \frac{1}{Z_u} (M_D + M_{L,max} + M_s^T P) + n_o P_e \left( \frac{1}{A} + \frac{e_o}{Z_o} \right) + n_u P_e \left( \frac{1}{A} + \frac{e_u}{Z_u} \right) \geq \sigma_{cta} \dots (5)$$

ここで、下添字  $D, L, \max, L, \min$  はおのおの死荷重、活荷重曲げモーメント最大・最小を意味し、 $n_o, n_u$  は上下縁 PC 鋼材本数、 $e_o, e_u$  はその偏心距離、 $P_e$  は主桁内 PC 鋼材 1 本当たり有効緊張力、 $Z_o, Z_u$  は上側、下側の断面係数、 $A$  は断面積である。

式 (4), (5) は不等式であるために、このままでは変数  $n_o, n_u$  を独立に扱わねばならず、非常に複雑になる。そこで主桁内 PC 鋼材の配置状態を断面の上縁または下縁のみ、上下両縁に配置する、および配置しないの 4 種に分類することで式 (4), (5) を等式として扱うこととする。これにより、 $n_o, n_u$  は  $P$  と線形的に結合し、主桁内プレストレスによる軸力は  $nP_e$  により、曲げモーメントは  $nP_e e$  により求められ、式 (2) で示した関係を次のように求めることができる。

① 上下両縁に PC 鋼材を配置する場合

$$M_{p0} = D \{ A_{22} C_o - A_{12} C_u \} e_o + \{ -A_{21} C_o + A_{11} C_u \} e_u \dots (6)$$

$$M_{p1} = D \{ -A_{22} K_o + A_{12} K_u \} e_o + \{ A_{21} K_o - A_{11} K_u \} e_u \dots (7)$$

$$N_{p0} = D \{ A_{22} - A_{21} \} C_o + \{ -A_{12} + A_{11} \} C_u \dots (8)$$

$$N_{p1} = D \{ -A_{22} + A_{21} \} K_o + \{ A_{12} - A_{11} \} K_u \dots (9)$$

ここで、

$$D = 1 / (A_{11} A_{22} - A_{12} A_{21})$$

$$A_{11} = 1/A + e_o/Z_o, \quad A_{12} = 1/A + e_u/Z_o$$

$$A_{21} = 1/A + e_o/Z_u, \quad A_{22} = 1/A + e_u/Z_u$$

$$C_o = \sigma_{cta} - \frac{1}{A} (N_D + N_{L,\min}) - \frac{1}{Z_o} (M_D + M_{L,\min})$$

$$C_u = \sigma_{cta} - \frac{1}{A} (N_D + N_{L,\max}) - \frac{1}{Z_u} (M_D + M_{L,\max})$$

$$K_o = N_s/A + M_s/Z_o$$

$$K_u = N_s/A + M_s/Z_u \dots (10)$$

② 上縁にのみ PC 鋼材を配置する場合

$$M_{p0} = C_o \cdot e_o / A_{11} \dots (11)$$

$$M_{p1} = K_o \cdot e_o / A_{11} \dots (12)$$

$$N_{p0} = C_o / A_{11} \dots (13)$$

$$N_{p1} = K_o / A_{11} \dots (14)$$

③ 下縁にのみ PC 鋼材を配置する場合

$$M_{p0} = C_u \cdot e_u / A_{22} \dots (15)$$

$$M_{p1} = K_u \cdot e_u / A_{22} \dots (16)$$

$$N_{p0} = C_u / A_{22} \dots (17)$$

$$N_{p1} = K_u / A_{22} \dots (18)$$

④ PC 鋼材を配置しない場合

$$M_{p0} = N_{p0} = 0 \dots (19)$$

$$M_{p1} = N_{p1} = 0 \dots (20)$$

ここに、 $K_o, K_u$  は斜材単位張力当たりの主桁応力度変化量である。

主桁内プレストレス二次力は、応力度条件の中に入れてしまうと、式の線形関係が崩れてしまうが、目的関数内の断面力としては線形的に扱いは得る。この場合、部材ごとの単位プレストレスによる影響値を計算してこれに一次力を乗じ、式 (2) の形式を得ることができる。

また、 $e_o, e_u$  の設定を変えることで、主桁内プレストレスの曲げ、軸力成分比率を任意に変化させることができる。

### (3) 制約条件

a) 斜材張力の上下限制約

斜材張力の上限値は一般的には設定する必要はないが、定着部などの構造細目上の限定を受ける場合には適切な値を張力の上限値として用いる。下限値については、零とするか、または、活荷重による応力変動を考慮するなどして設定する。一般的に、斜材張力の上下限制約は次のように表わされる。

$$P_{i,\min} \leq P_i \leq P_{i,\max} \dots (21)$$

ここに、下添字  $i$  は  $i$  番目のケーブルを意味し、 $P_i$  は斜材張力、 $P_{i,\min}$  は斜材張力の最小値、 $P_{i,\max}$  は斜材張力の最大値である。

b) 主塔曲げモーメントについての等号条件式

主塔に耐荷力以上の負荷がかからないように、主塔左右の斜材対の水平方向成分に制限を与える。図-2 に示すように、主塔左右で対応する  $k$  番目の斜材ペアの張力バランスを考えると、

$$P_k^L \cos \theta_k^L - P_k^R \cos \theta_k^R = \Delta_k \dots (22)$$

となる。ここに、 $P_k^L, P_k^R$  は  $k$  番目の斜材対の左右の張力、 $\theta_k^L, \theta_k^R$  は斜材と水平軸との角度、 $\Delta_k$  は斜材張力の水平方向成分の差 (定数) である。 $\Delta_k$  を適当な値に選ぶことで主塔の曲げモーメントが制約条件として定義される。

$\Delta_k = 0$  の場合は、死荷重時に主塔曲げモーメントが発

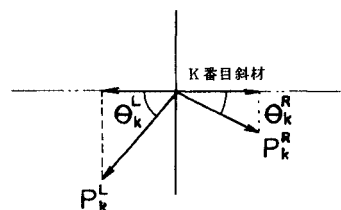


図-2 主塔曲げモーメントの条件

生しない状態を表わす。Δx≠0の場合は、主塔に意識的に曲げモーメントを生じさせることで、変動荷重による主塔応力変動を考える際の平均応力レベルを設定することなどが可能となる。

### 3. PC斜張橋のクリープ

#### (1) PC斜張橋クリープの定式化とその特徴

一般のコンクリート橋は、全支保工上で施工された場合にはクリープによって反力・断面力が変化しない。また、全橋にわたってクリープ係数が一定とみなされる場合には、架設方法とは関係なしに、反力および断面力はクリープの進行に伴って全支保工施工状態のものに一样に近づくことはよく知られている。一方、PC斜張橋の場合には、持続荷重作用下の見掛けの主桁剛性がクリープにより変化するため、全支保工上で施工したとしても斜材張力や反力・断面力が変化してしまう<sup>3)</sup>。

この状態を表現するためにクリープひずみに関する次の式を用いる<sup>4)</sup>。

$$\Delta\epsilon_\phi = \frac{\sigma_0}{E} \cdot \phi + \frac{\Delta\sigma}{E} \frac{\phi}{1-e^{-\phi}} \dots\dots\dots(23)$$

ここに、Δε<sub>φ</sub>はクリープ発生ひずみ、σ<sub>0</sub>は初期応力、Δσはクリープにより発生する応力、Eは弾性定数、φはクリープ係数である。クリープの解析式についてはほかにもさまざまなものが提案されているが<sup>5),6)</sup>、この式はひずみ-応力関係が線形であって解析的に展開しやすいこと、また本研究の目的がクリープによる張力変化を厳密に求めることではなく、これを抑えるには設計においてどのように考えればよいかを検討するためのものであることから、本式を採用することとする。

斜材のクリープ係数を零、主塔・主桁のコンクリート部材のクリープ係数φを一定とすれば、斜材位置での変位の適合条件式は、斜材自身の変位と、主塔・主桁の変位成分により、式(23)を用いて次のように表わされる。

$$SP_\phi + (D_0 + GP_0)\phi + GP_\phi \frac{\phi}{1-e^{-\phi}} = 0 \dots\dots\dots(24)$$

ここで、

$$S = [\delta_{iis}], D_0 = |\delta_{i0}|, G = [\delta_{iic}]$$

$$P_0 = |P_{j0}|, P_\phi = |P_{j\phi}| \dots\dots\dots(25)$$

であり、さらにδ<sub>iis</sub>はi番目斜材の単位張力による伸び量、δ<sub>i0</sub>は斜材張力以外の死荷重によるi番目斜材位置の主塔・主桁相対変位、δ<sub>iic</sub>はj番目斜材の単位張力によるi番目斜材位置の主塔・主桁の相対変位、P<sub>j0</sub>はクリープ発生開始時j番目斜材張力、P<sub>jφ</sub>はクリープによるj番目斜材張力変化量である。

式(24)をP<sub>φ</sub>について解くと、Iを単位行列とすれば、次式を得る。

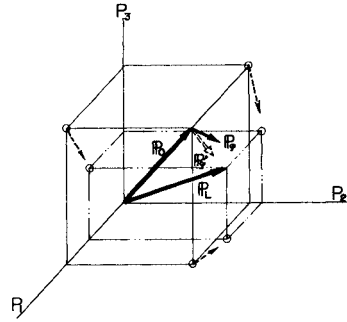


図-3 クリープによる斜材張力の変化

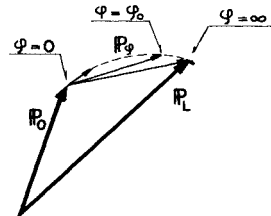


図-4 クリープ係数φの変化によるPφの変化

$$P_\phi = \left[ I + \frac{1-e^{-\phi}}{\phi} G^{-1}S \right]^{-1} (P_L - P_0) \cdot (1-e^{-\phi}) \dots\dots(26)$$

$$P_L = -G^{-1}D_0 \dots\dots\dots(27)$$

斜材剛度を大きくするとS→0になるので、式(26)は、

$$P_\phi = (P_L - P_0)(1-e^{-\phi}) \dots\dots\dots(28)$$

となる。式(28)は一般の桁橋のクリープ反力を求める式と一致する。これに対し式(26)における

$$B = \left[ I + \frac{1-e^{-\phi}}{\phi} G^{-1}S \right]^{-1} \dots\dots\dots(29)$$

の項は、斜材張力Pのn次元空間において、P<sub>φ</sub>を回転および拡大・縮小する係数行列である。このBは図-3に示すPの三次元空間を例にとると、次のように説明できる。

張力P<sub>L</sub>は構造系が与えられると決まる。このとき、一般の桁橋では初期張力P<sub>0</sub>からP<sub>L</sub>への線上にクリープにより発生する反力P<sub>φ</sub>が存在するのに対し、PC斜張橋のP<sub>φ</sub>はこの線上には乗らないことを意味する。また、φ=0~∞と変化したときにP<sub>φ</sub>は図-4に示すように変化する。さらに、初期の斜材張力をP<sub>L</sub>に等しくした場合は、P<sub>L</sub>-P<sub>0</sub>=0であるから、従来から報告されているように<sup>7)</sup>クリープにより斜材張力は変化しない。以上より、P<sub>L</sub>は一般のコンクリート桁橋の全支保工施工状態の反力と同意義をもっており、斜張橋の場合は斜材剛度を大きくして構造解析した結果と同じ値となる。このようにP<sub>L</sub>は構造系が定まった場合初期張力と関係なく決まるため、以後構造系の固有張力とよぶこととする。

(2) ひずみエネルギー最小規準とクリープ

式(1)で表わされる目的関数の無制約解は  $\partial U / \partial P_i = 0$  で求められる。これはカスティリアノの第二定理による張力方向変位の適合条件を表わし、

$$\frac{\partial U}{\partial P_i} = \{\delta_{i0}\} + \{\delta_{i0c}\} \{P\}_i = D_0 + GP = 0 \dots\dots\dots (30)$$

であるから、制約条件のない場合の解は式(27)の固有張力と一致する。すなわち、PC斜張橋における式(1)のひずみエネルギー最小化に基づく斜材張力の最適化問題においては、クリープに伴う断面力変化が生じないような張力状態の設定を目指しているということがわかる。

しかし一方で、制約条件により最適解と固有張力とが異なる場合の方がより一般的であると考えられる。そこで、式(1)に対してクリープによって斜材張力が変化した後の断面力状態を目的関数に組み入れる。この場合の定式化は、

$$A = B \cdot (1 - e^{-\varphi}) \dots\dots\dots (31)$$

とおけば

$$P_\varphi = A(P_L - P) \dots\dots\dots (32)$$

より、断面力の変化量  $\Delta M_\varphi$ 、 $\Delta N_\varphi$  は次式となる。

$$\Delta M_\varphi = M_s^T A (P_L - P) = M_s^T A P_L - M_s^T A P \dots\dots\dots (33)$$

$$\Delta N_\varphi = N_s^T A P_L - N_s^T A P \dots\dots\dots (34)$$

これを式(1)に代入すると、クリープを考慮したひずみエネルギー式として次式が得られる。

$$U = \int \frac{1}{2EI} \{ (M_0 + M_s^T A P_L) + (M_s^T - M_s^T A) P \}^2 dx + \int \frac{1}{2EA} \{ (N_0 + N_s^T A P_L) + (N_s^T - N_s^T A) P \}^2 dx \dots\dots\dots (35)$$

(3) 主桁内プレストレスを考慮したクリープ

PC斜張橋は主桁の応力状態を改善するため、主桁内プレストレスを導入するが、これにより主桁内に新たにひずみが生じることになる。すなわち、主桁内プレストレスを導入した場合は、これにより構造系の死荷重状態が変化し、必然的にその構造系で一意的に決まる固有張力が異なり、斜材張力を式(27)に示した主桁内プレストレスを考慮していない構造系での固有張力に等しくしても、クリープにより斜材張力変化が生じることになる。この主桁内プレストレスを考慮した構造系でのクリープによる張力変化量は、主桁内のPC鋼材量があらかじめ定まっている場合はこれを死荷重として扱い式(24)の中の  $D_0$  に加えればよく、固有張力は式(27)で求められる。一方、主桁内プレストレス量が式(2)のように斜材張力  $P$  の関数である場合には、 $(M_{p0}, N_{p0})$  による変位を  $D_{p0}$ 、 $(M_{p1}, N_{p1})$  による変位を  $D_{p1}$  とすると、式(24)中の  $D_0$  には

$$D_0 = D_{p0} + D_{p1} P_0 \dots\dots\dots (36)$$

を加えねばならず、このときのクリープによる張力変化量は

$$P_\varphi = B \{ -G^{-1} (D_0 + D_{p0} + D_{p1} P_0) - P_0 \} \cdot (1 - e^{-\varphi}) \dots\dots\dots (37)$$

となる。固有張力  $P_L$  は

$$P_L = -G^{-1} (D_0 + D_{p0} + D_{p1} P_0) \dots\dots\dots (38)$$

であり、斜材張力の最適解  $P_0$  に対応して求まる。

この  $P_L$  は式(3)で定式化された主桁内プレストレス量と斜材張力量を同時に決定する目的関数  $U$  について  $\partial U / \partial P_i = 0$  で得られる無制約解とは必ずしも一致せず、したがって式(3)の最適性規準で得られた解は必然的にクリープによる張力変化を生じるものであることがわかる。これに対して、上述の主桁内プレストレスは構造系の死荷重状態を変化させる性質のものであるので、主桁内プレストレスをうまく導入することによって、クリープによる張力変化が小さい解を得ることが可能となる。本研究で用いた最適性規準が構造物のクリープ特性に対してどのような影響力を与えるかが大きな問題である。

以上の理論的展開に基づいて、PC斜張橋の主桁内プレストレス量と斜材張力がどのように決定され、またクリープによる張力変化がどのように生じ、制御されるかを、計算例に従って考察する。

4. 計算例と考察

本研究で提案した手法の有効性を検証するため、まず

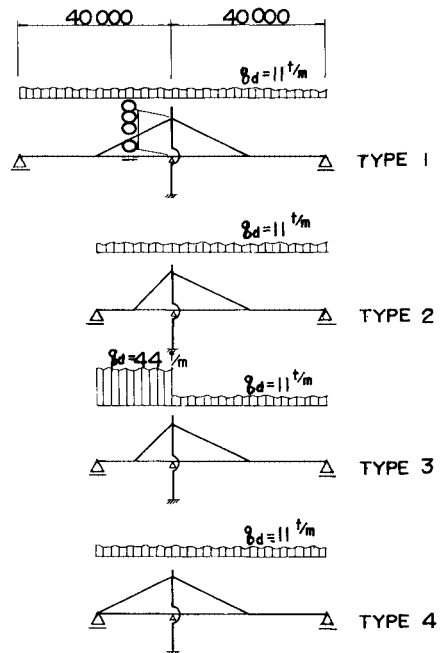


図-5 計算に用いた2斜材モデル

簡単な2斜材モデルに本手法を適用し、次いで実際的なモデルに適用する。最適化手法としては二次計画法を用いた。

(1) 2斜材モデルでの計算例

図-5に示す2斜材モデルにおいてタイプ1~4の4種のモデルで計算を行う。タイプ1は左右対称の構造系、タイプ2, 3は左右非対称で、左側スパンの死荷重強度を変化させており、タイプ4は左側スパンの斜材を支点上にアンカーした構造とする。部材の諸元はスパン長、斜材断面積以外はすべて共通である。計算に用いた活荷重強度は分布荷重が2.5 t/m、線荷重が36 tであり、他の諸元は以下のとおりである。

主桁の断面積  $A=3.6\text{ m}^2$ 、断面二次モーメント  $I=0.19\text{ m}^4$ 、弾性定数  $E=3.5\times 10^5\text{ kg/cm}^2$ 、断面係数  $Z_u=\pm 0.54\text{ m}^3$ 、偏心距離  $e_u=\pm 0.25\text{ m}$ 、PC鋼材有効緊張力  $P_e=50\text{ t}$ 、クリープ係数  $\varphi=2.0$  を用いる。主塔に関しては  $A=3.0\sim 10.0\text{ m}^2$ 、 $I=0.6\sim 3.3\text{ m}^4$ 、 $E=3.0\times 10^5\text{ kg/cm}^2$ 、 $\varphi=2.0$ 、斜材に関しては  $A=0.00527\sim 0.01054\text{ m}^2$ 、 $E=2.0\times 10^6\text{ kg/cm}^2$ 、 $\varphi=0$ 、橋脚に関しては  $A=10.0\text{ m}^2$ 、 $I=3.3\text{ m}^4$ 、 $E=3.0\times 10^5\text{ kg/cm}^2$ 、 $H=6.0\text{ m}$  である。

斜材張力等の最適化は2, 3. で導いた次の3種類の最適性規準で計算する。

規準1：式(1)を用いる。この規準は自重等の死荷重状態に対して斜材張力のみを決定する。ひずみエネルギー  $U$  には死荷重+斜材張力によるものが含まれるが主桁内プレストレスによるものは含まれない。

規準2：式(35)を用い、クリープ終了後の死荷重状態に対して斜材張力のみを決定する。 $U$  には規準1に加えてクリープ発生断面力が含まれる。

規準3：式(3)を用い、活荷重による断面力を算出し、主桁コンクリート断面に許容値以上の引張応力度が生じないように斜材張力と主桁内プレストレス量を決定する。 $U$  には規準1に加えて主桁内プレストレスが含

まれる。

以下の計算例では主塔に生じる曲げモーメントを零にする制約条件のもとで最適化を行う。

a) 斜材張力の最適解

表-1に各タイプごとに規準1~3を用いて求めた斜材張力の最適解とクリープ変化の計算結果を示す。

タイプ1は構造的に対称であるために主塔曲げの制約とは無関係に最適解が求まり、規準1, 2のもとではこの解は固有張力と一致する。規準1, 2ではクリープにより張力変化は生じないが、規準3ではクリープにより張力の減少が生じる。この理由は主桁内プレストレス量は死荷重だけでなく、活荷重も考慮して決定しているが、クリープは死荷重のみを考慮して求めたものであり、この両者に差があるためである。

タイプ2は非対称な構造系でアンバランス性がきわめて大きい。そのために死荷重のみの状態で求めた固有張力  $P_L$  では主塔左右に水平力差  $\Delta H$  を生じる。規準1, 2で  $\Delta H=0$  の制約のもとで得られた最適張力は固有張力と大きく異なり、そのためクリープにより変化して、最終的に主塔に大きな水平力差を発生する。これに対して規準3では規準1, 2ほど大きな水平力差は生じない。これは式(38)に示すように、主桁内プレストレスが死荷重状態を変えることで固有張力を変化させ、クリープによる張力変化量が抑制されたものと考えられる。

次に、死荷重をバランスさせたタイプ3では、固有張力の水平力差がほとんどなくなり、クリープにより生じる張力もそれに応じて小さくなる。

タイプ2, 3での規準3を比べると、水平力差が18.1 tから-10.8 tへ変化している。このことは適当な死荷重強度を用いれば水平力差が出ない斜材張力を決定できる可能性を示している。

タイプ4のようにバックステーを設けた構造では、タイプ3のような死荷重強度の調整をすることなしにすべての規準で最適解と固有張力がほぼ一致しクリープに対

表-1 斜材張力の最適解とクリープ変化量 (単位：t)

		タイプ 1			タイプ 2			タイプ 3			タイプ 4		
		P1	P2	$\Delta H$	P1	P2	$\Delta H$	P1	P2	$\Delta H$	P1	P2	$\Delta H$
規準 1	固有張力 $P_L$	556.5	556.5	0.0	399.6	485.4	133.7	698.7	553.5	1.0	529.6	533.3	3.3
	最適解 $P_0$	556.5	556.5	0.0	524.6	414.7	0.0	699.4	552.9	0.0	533.1	539.1	0.0
	クリープ変化 $P_\varphi$	0.0	0.0	0.0	-82.2	53.3	105.6	-0.5	0.5	1.0	-2.3	0.5	2.5
	合計張力	556.5	556.5	0.0	442.4	488.0	105.6	698.9	553.4	1.0	530.8	533.6	2.5
規準 2	固有張力 $P_L$	556.5	556.5	0.0	399.6	485.4	133.7	698.7	553.5	1.0	529.6	533.3	3.3
	最適解 $P_0$	556.5	556.5	0.0	494.5	383.0	0.0	698.7	552.4	0.0	532.0	532.0	0.0
	クリープ変化 $P_\varphi$	0.0	0.0	0.0	-80.6	72.2	107.4	-0.2	0.8	1.0	-1.7	1.2	2.6
	合計張力	556.5	556.5	0.0	423.9	455.2	107.4	698.5	553.2	1.0	530.3	533.2	2.6
規準 3	固有張力 $P_L'$	532.2	532.2	0.0	425.7	386.2	26.5	666.4	514.8	-10.8	482.1	489.8	6.9
	最適解 $P_0$	588.7	588.7	0.0	519.1	410.4	0.0	715.1	565.4	0.0	537.8	537.3	0.0
	クリープ変化 $P_\varphi$	-35.2	-35.2	0.0	-53.0	-21.7	18.1	-25.1	-31.9	-10.8	-31.5	-30.0	1.3
	合計張力	553.5	553.5	0.0	466.1	388.7	18.1	690.0	553.5	-10.8	505.8	507.3	1.3

する安定性を示している。

このように規準1, 2による最適解はタイプ1, 3, 4のようにバランスのとれた構造系ではクリープに対して安定した解となるが, タイプ2のようなアンバランス系ではクリープによる張力変化の大きい解となる。

規準2ではクリープ発生断面力を含めて定式化を行ったがこの規準では構造系のクリープ特性を変えることができないことがわかる。一方, 規準3により主桁内プレストレス量を含めて定式化すると, タイプ2のモデルでも固有張力  $P'_i$  がよりバランスのよい状態となり, クリープによる水平力差の変化が大幅に抑えられる。つまり, 斜材張力と同時に求められた主桁内プレストレスが系のバランスを好転させ, クリープによる張力変化を小さくさせる方向に働く。

この効果をより詳細に検討するために, 表-2にタイプ2の規準3において, 主桁内プレストレスをほぼ軸心に配置した場合の計算結果を示す。この場合には, 固有張力は規準1とほぼ同じ値となり, その結果クリープによる張力変化が非常に大きなものとなる。このことは, 主桁内プレストレスの軸力成分ではなく曲げ成分が構造系のクリープ特性改善に大きな影響を及ぼすことを示している。

b) PC 斜張橋特有のクリープによる張力変化

図-6にタイプ2での斜材張力最適解とクリープ変化の様子を張力平面上で示す。この概念図はすでに図-3で示したが, 式(26)で表わされるようにPC斜張橋では, クリープ係数が零とみなせる斜材があるために,

表-2 タイプ2におけるPC鋼材軸心配置時の斜材張力 (単位:t)

	P1	P2	$\Delta H$
固有張力 $P'_i$	385.3	430.5	126.7
最適解 $P_0$	580.3	458.8	3.0
クリープ変化 $P_\phi$	-129.2	5.0	95.9

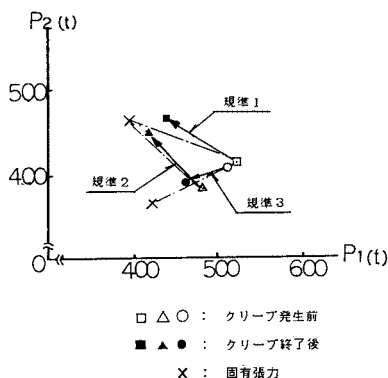
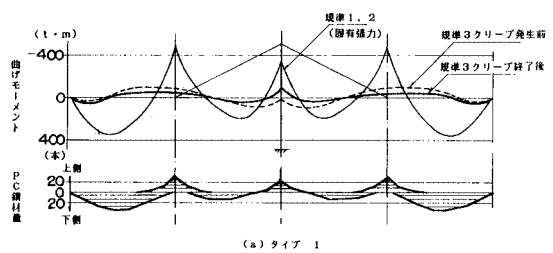


図-6 斜材張力最適解のクリープによる変化 (タイプ2)

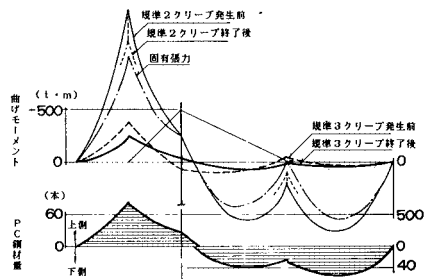
一般のPC桁橋とは異なり最適解と固有張力とを結ぶ線上ではクリープ変化が発生せずに振れ角を伴い, また変化量(変化ベクトルの長さ)も一様ではない。

c) 主桁曲げモーメントおよびコンクリート応力度

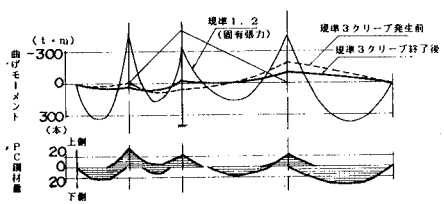
図-7に規準1~3で求めたタイプ1~4の主桁曲げモーメントおよび規準3で求めたPC鋼材量を示す。いずれの場合もPC鋼材量が規準1での曲げモーメント分布とほぼ相似形に決まる。また, 規準1または2により得られる曲げモーメント分布に対して, 主桁引張応力度の制約を含めた規準3ではモーメント総量がきわめて小さくなる。規準1, 2で斜材張力の最適化を行った場合は主桁の引張応力度が調整されていないので, さらに主桁内プレストレスによる補強が必要となる。以上の



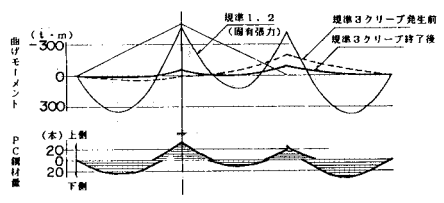
(a) タイプ 1



(b) タイプ 2



(c) タイプ 3



(d) タイプ 4

図-7 主桁曲げモーメントと主桁内PC鋼材量の最適解

ことは斜材張力と主桁内プレストレスが連成するPC斜張橋の特徴で鋼斜張橋にはみられないものである。

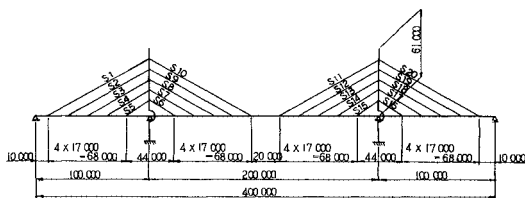
斜材張力の変化に対応して規準1, 2のタイプ1, 3, 4ではタイプ2と異なり, 平滑な曲げモーメントが得られクリープ変化がほとんど生じない。これに対しタイプ2では曲げモーメントのばらつきの大い解が得られ, 固有張力によるより平滑な曲げモーメント分布に近づく傾向がみられる。規準3ではいずれのタイプもクリープによる曲げモーメント変化を生じ, また, クリープ発生前に比べ発生後の方がより平滑な曲げモーメント状態になっている。

タイプ3では死荷重がバランスしているのに対し, 左右スパン長の差だけ活荷重断面力が異なり, 右側の長径間部に正の曲げが大きく作用する。そのために規準3の最適解では, 主桁コンクリート応力度が引張許容値を超えないように長径間側の曲げモーメントが全体的に負の方に片寄り, 短径間側が下にもぐった断面力状態となる。表一1でタイプ3, 規準3の固有張力に水平力差が生じているのは, このような活荷重載荷スパン長の差によるものである。すなわち, 主桁内プレストレスを含めた最適解に対しては, 死荷重だけではなく, 活荷重載荷スパン長も影響をもっており, すでに述べたようにこれらを考慮したうえで死荷重強度比を決定すれば, クリープに対して安定した解が得られることがわかる。

表一3にタイプ4での代表断面における主桁コンクリート応力度を示す。規準3の最適化により主桁のクリープ発生前応力度が設計荷重時において良好な状態で得られている。しかし, クリープの発生に伴い支点上の断面上縁で引張応力度が生じることになり, 実際的にはこれに対してさらに主桁内プレストレスで補強する必要がある。

(2) 20斜材モデルでの計算例

20斜材モデルとしては, 図一8に示す3径間左右対称



図一8 20斜材モデルの構造系

構造を用いる。断面諸元は以下のとおりとし, 活荷重はTT-43を考慮して計算した。

主桁に関しては, 死荷重強度40.0t/m, 断面積  $A=13.1\text{ m}^2$ , 断面二次モーメント  $I=7.6\text{ m}^4$ , 弾性定数  $E=3.5 \times 10^5\text{ kg/cm}^2$ , 断面係数  $Z_o=9.4\text{ m}^3$ ,  $Z_u=-5.1\text{ m}^3$ , 偏心距離  $e_o=0.66\text{ m}$ ,  $e_u=-1.36\text{ m}$ , PC鋼材有効緊張力  $P_e=50\text{ t}$ , クリープ係数  $\phi=2.0$  を用いる。主塔に関しては  $A=13.0\sim 35.0\text{ m}^2$ ,  $I=15.0\sim 86.0\text{ m}^4$ ,  $E=3.0 \times 10^5\text{ kg/cm}^2$ ,  $\phi=2.0$ , 斜材に関しては  $A=0.026\sim 0.071\text{ m}^2$ ,  $E=2.0 \times 10^6\text{ kg/cm}^2$ ,  $\phi=0.0$  である。斜材張力の最適化は2斜材モデルの場合と同様に, 3種類の最適性規準で計算し, 制約条件としては主塔に生じる曲げモーメントを零とする。

a) 斜材張力の最適解

規準1~3を用いて求めた斜材張力の最適解とクリープ変化の計算結果を表一4に示す。

規準1, 2のもとでの最適解は大きな差は生じないが, 規準3では規準1, 2と大きく異なった結果となる。これは, 規準1, 2においては, 荷重として死荷重のみを考えているのに対し, 規準3では活荷重が載荷された状態で主桁の曲げ応力度が許容値を満足するように主桁内プレストレスが配置され, その偏心モーメントを打ち消す方向に斜材張力が発生するためと考えられる。

計算された最適解は, 制約条件の影響で固有張力と異なっているため, クリープにより斜材の張力変化および水平力差が生じているが, 計算したモデルのバランスがよいため, その値は各規準とも小さくなっている。規準3では, 2斜材モデルのタイプ3について述べているように, クリープ変化の計算に上記の主桁内プレストレスによる影響が考慮されているため, 規準1, 2に比べてクリープによる変化量が大きくなっている。しかし, この規模でのPC斜張橋を考えた場合, 規準3でのクリープによる斜材張力変化および水平力差はきわめて低いレベルに抑えられているといえる。

b) 主桁の曲げモーメント

規準1~3で求めた主桁の曲げモーメントおよび規準3でのPC鋼材量を図一9に示す。いずれの規準においても, 曲げモーメントの分布が主桁全体に均等化していることがわかる。規準3においては, 主桁内プレストレ

表一3 タイプ4の主桁コンクリート応力度の最適解 (単位: kg/cm<sup>2</sup>, 圧縮応力が正)

断面	左スパン		中央		支 点		上		右側の斜材位置		
	上 縁	下 縁	上 縁	下 縁	上 縁	下 縁	上 縁	下 縁	上 縁	下 縁	
死 荷 重	-50.9	50.9	-305.5	305.5	254.7	-254.7					
斜 材 張 力	124.6	-97.9	235.9	-209.2	-320.3	347.0					
主桁内プレストレス	-19.0	87.2	131.6	-38.4	87.4	-19.8					
合 計	54.7	40.2	82.0	57.9	1.8	72.7					
ク リ ー プ											
ク リ ー プ 変 化	-7.0	5.4	-13.2	11.8	17.9	-19.4					
合 計	47.7	45.6	48.8	69.5	19.7	53.3					
設 計 荷 重 時	ク リ ー プ 発 生 前 終 了 後	曲 げ 最 大	100.2	-5.7	82.0	57.9	56.1	40.3			
		曲 げ 最 小	32.6	86.0	5.4	118.0	1.8	72.7			
		曲 げ 最 大	83.2	-0.3	48.8	69.5	57.9	20.9			
		曲 げ 最 小	25.6	71.4	-7.8	129.6	19.7	53.3			



表-4 20斜材モデルにおける斜材張力の最適解とクリープ変化量 (単位: t)

	側 径 間					中 央 径 間					Δ H					
	S1 S20	S2 S19	S3 S18	S4 S17	S5 S16	S6 S15	S7 S14	S8 S13	S9 S12	S10 S11	H1-10 H11-20	H2-9 H12-19	H3-8 H13-18	H4-7 H14-17	H5-6 H15-16	
規 準 1	固有張力 $P_L$	1559.4	1290.2	1401.2	1484.2	1183.7	1556.2	1227.5	1444.8	1402.8	1519.1	35.1	-97.8	-37.5	218.6	-307.7
	最適解 $P_0$	1846.1	1258.9	1440.0	1354.7	1424.5	1424.5	1354.7	1440.0	1258.9	1846.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	クリープ変化 $P_y$	-25.1	-13.6	-9.4	6.0	-85.4	48.9	-11.0	-1.6	-2.3	-18.3	-5.9	-9.8	1.0	14.5	-109.3
	合計張力	1821.0	1245.3	1439.8	1380.7	1339.1	1471.4	1343.7	1438.4	1256.6	1627.8	-5.9	-9.8	1.0	14.5	-109.3
規 準 2	固有張力 $P_L$	1559.4	1290.2	1401.2	1484.2	1183.7	1556.2	1227.5	1444.8	1402.8	1519.1	35.1	-97.8	-37.5	218.6	-307.7
	最適解 $P_0$	1561.8	1353.2	1442.5	1388.6	1498.7	1498.7	1388.6	1442.5	1353.2	1561.8	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	クリープ変化 $P_y$	-19.6	-22.6	-21.1	-24.1	-138.8	-7.3	-35.2	-15.8	-6.1	-9.2	-3.8	-14.3	-4.8	9.5	-109.3
	合計張力	1548.2	1330.8	1421.4	1384.5	1358.1	1491.4	1353.4	1426.7	1347.1	1552.6	-3.8	-14.3	-4.8	9.5	-109.3
規 準 3	固有張力 $P_L$	1854.0	427.1	1785.0	1558.0	1077.0	1523.0	1241.0	1799.0	757.8	1787.0	145.3	-286.8	-12.1	270.0	-368.4
	最適解 $P_0$	2057.1	417.9	1841.3	1395.9	1337.5	1337.5	1395.9	1841.3	417.9	2057.1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
	クリープ変化 $P_y$	-26.7	-25.3	-9.5	5.5	-90.1	87.3	-8.6	7.9	4.0	-38.7	10.4	-25.4	-15.0	10.3	-130.0
	合計張力	2030.4	392.6	1831.8	1401.4	1247.4	1404.8	1389.3	1849.2	421.9	2018.4	10.4	-25.4	-15.0	10.3	-130.0

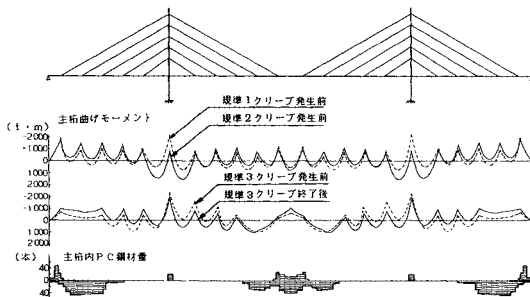


図-9 20斜材モデルによる主桁曲げモーメントと主桁内PC鋼材量の最適解

スによって補強されているため、偏心モーメントを含めたモーメントの総量はさらに小さな値となっている。また、クリープによる主桁曲げモーメントの変化も小さく、クリープに対して安定した解が得られたといえる。

図-9に示したPC鋼材量は活荷重載荷時に必要なものであり、実際の設計においては、カンチレバー施工などの各施工段階における補強用PC鋼材が必要である。これらのPC鋼材は各施工段階の断面力から決まるので、これらを考慮した最適解は、そのプレストレスの影響を式(10)の死荷重による断面力 $N_0$ ,  $M_0$ に加えることによって求めることができる。

### 5. 結 論

以上の検討結果をまとめると次のようになる。

(1) PC斜張橋の最適斜材張力決定問題においては、鋼斜張橋と異なり、斜材張力と主桁内プレストレスの2つの異なる応力調整機構を連成して解く必要のあることを示し、これらをひずみエネルギー式に取り入れて両者を同時に決定する定式化を行った。そしてこういった定式化を行わない限り、PC斜張橋の最適な張力決定が困難な場合があることを示した。

(2) これらの定式化にあたっては主桁内PC鋼材の断面内配置を仮定することにより、プレストレスの軸

力と曲げ成分の比率を任意に選べる形式とした。これにより、主桁内プレストレス量が斜材張力の一次形式で表現できることとなり、その結果設計変数が減少し、活荷重をも含めたコンクリート引張応力度の条件を同時に満足する最適斜材張力と主桁内プレストレス量が決定できた。

(3) 死荷重のアンバランスが著しい場合の構造系に生じるクリープ変化に対しては、死荷重と斜材張力のみで定式化した規準では対処が難しいが、主桁内プレストレスを考慮した規準では、クリープ変化が少ない最適解を得ることができる。これは主桁内プレストレスの曲げ成分が死荷重のアンバランスを補うためである。

(4) 活荷重載荷スパン長が異なる非対称構造の場合、適当な死荷重強度比を選ぶことにより、クリープ変化による水平力差が生じない斜材張力を決定できる可能性を示した。

本研究では問題を簡単にするため、クリープによるPC鋼材の張力変化、コンクリートの材令差による部材ごとのクリープ係数の相違、架設に伴う構造系の変化、施工性などを無視して定式化を行ったが、これらの条件を考慮することでより複雑な状況を把握できる。また、斜材張力と主桁内プレストレスとは架設単価や許容応力度が異なっており、力学的観点からのみでその数量を決定するのではなく、これらを考慮に入れた経済的最適分配率を求める必要がある。これらに関して、今後研究を進めていく所存である。

本研究を進めるにあたり、山口大学工学部 中尾絵理子技官の助力を得た。記して謝意を表す。

### 参 考 文 献

- 1) 松本嘉司・小田純夫：コンクリート斜張橋の現況と問題点，コンクリート工学，Vol.18，No.2，pp.1~9，1980年2月。
- 2) 山田善一・古川浩平・江草 拓・井上幸一：斜張橋ケーブルの最適プレストレス量決定に関する研究，土木学会論文集，第356号/I-3，pp.415~423，1985年4月。

- 3) 荒川敏雄・佐藤素啓・渡辺 実：PC斜張橋のクリープについて，プレストレストコンクリート，Vol.18, No.4, pp.22~33, 1976年8月.
- 4) 猪股俊司：プレストレストコンクリートに対するクリープの影響，プレストレストコンクリート，Vol.18, No.2, pp.2~15, 1976年4月.
- 5) H. リュッシュ，D. ユンクビルト/百島祐信訳：コンクリート構造物のクリープと乾燥収縮，pp.57~109, 鹿島出版会，1976年.
- 6) Quast, J. : Zeitabhängige Spannungsumlagerungen bei seilabgespannten Massivbrücken, WERNER-VERLAG, 1980.
- 7) Bauer, F. : Einfluss von Schwinden und Kriechen auf Seilabgespannte Betonbalken, Vorbericht zum Symposium, IABSE, pp.163~170, 1970.

(1986.4.7・受付)

---