

太径ケーブルの疲労強度に関する研究

THE FATIGUE STRENGTH OF LONG AND LARGE PARALLEL WIRE CABLES

牧野文雄*・小松定夫**・田中義人***・原口俊男****

By Fumio MAKINO, Sadao KOMATSU, Yoshito TANAKA and Toshio HARAGUCHI

This paper describes a statistical approach to the assessment of fatigue strength of long and large parallel wire cables for cable stayed bridges. A statistical analysis of two sets of fatigue test data for single wires lead to an establishment of a mathematical presentation of probabilistic Woehler curves for element wires (sample pieces). Assuming that a cable is made up of a random group of the sample pieces, the 5% fractile fatigue strength of a 500 meter long parallel wire cable with 421 wires of 7 mm diameter has been estimated to be 23 kg/mm² under an upper stress of 45% of GUTS.

Keywords: fatigue strength, parallel wire cables, statistical analysis

1. 諸 言

本研究は、斜張橋用太径ケーブルの疲労設計のために太径ケーブルの疲労強度を明らかにするものである。

近年、橋梁技術が進歩するにつれて、大型の吊橋や斜張橋の建設が相次いでいる。これらの橋梁に用いられるケーブルには太径が要求されるため、製造上の制限のあるロックドコイルロープ等のワイヤロープよりも平行線ケーブルが用いられることが多い。また、こうした橋梁のケーブルは、しばしば比較的高振幅の変動応力を受けるので、ケーブルには安定した静的特性のみならず、高い動的特性が要求される。

このようなことから、近年の大型斜張橋のケーブルには、ケーブル末端に高疲労強度アンカーを有する太径平行線ケーブルが採用されるすう勢にある。樹脂を用いた高疲労強度アンカーケーブルは、ケーブル素線自体の静的強度のみならず、素線自体の疲労強度も発揮すること

が実験的に明らかにされている¹⁾。

一方、ケーブルの疲労設計には、現在のところ [DIN 1073]²⁾の考え方を踏襲し、これにわが国で定められた照査式を用いて行われている^{3),4)}。しかし、より信頼性が高く、経済的な疲労設計には、正確なケーブルの疲労強度を把握する必要がある。従来よりケーブルの疲労試験が、わが国はもとより諸外国で数多く行われており、貴重な資料として蓄積されつつある⁵⁾⁻⁸⁾。しかし、これらの資料の大半が細径ケーブルであったり、また、太径であっても疲労試験機の長さの制限より、実ケーブルより著しく短い供試体に関するものであった。したがって、ケーブルの疲労設計にこれらの資料をそのまま反映させても、十分な信頼性があるとは限らない。

以上のような背景に鑑み、本研究では高疲労強度アンカーを有するケーブルの疲労設計のために必要なケーブルの疲労強度を明らかにする手法を提唱するものである。すなわち、ケーブルの構成要素である素線自体の疲労強度を、比較的短い供試材を用いた実験結果より、統計的に明らかにした。そして、この素線の疲労強度をもとにケーブルの疲労強度を求めた。すなわち、多数の素線より構成されるケーブルは、その全素線を縦に連結した総延長としてとらえ、ケーブル素線供試材の疲労強度に、統計的な処理を施し、素線の疲労強度とケーブル

* 正会員 大阪府都市開発(株)会長
(〒541 大阪市東区瓦町 4-15)

** 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科
(〒565 吹田市山田丘 2-1)

*** 正会員 神鋼鋼線工業(株)エンジニアリング部技術部長
(〒660 尼崎市道意町 7-2)

**** 正会員 工修 神鋼鋼線工業(株)エンジニアリング部係長 (同上)

の疲労強度の関係を明らかにした。さらに、ケーブル製作時に生じる各素線の長さ誤差や、疲労破断に伴う応力幅の増大をも考慮した。

また、実ケーブルの疲労強度解析の一例として、PC鋼線裸線、直径7mmの421本束、長さ500mのケーブルの疲労強度を求めたところ、5%断面疲労損傷時の、200万回繰返し载荷に耐える応力幅は、23kg/mm²となった。

2. ケーブル素線の疲労強度に関する実験

(1) 供試材およびその特性

近年の斜張橋ケーブル用素線として、垂鉛めっきを施さない直径7mmのPC鋼線が採用されるすう勢にある。本研究では、このような気運に鑑み、実験供試材として直径7mmのPC鋼線を採用した。供試材の物理的特性を表-1に示す。

(2) 試験方法および試験条件

疲労試験は、能力10t油圧サーボ型引張疲労試験機を用いて部分片張り引張疲労試験を行った。供試材の全長は750mm、試験長は550mmとした。供試材の両端の定着には樹脂を使用した高疲労強度定着体を採用し、素材自体の疲労強度が発揮できるようにした。

試験応力条件を表-2に示す。平均応力度を50kg/mm²一定とし、応力幅のみを65~35kg/mm²に変えて試験を行った。繰返し载荷数が200万回に至っても破断しない場合は、そこで試験を打切った。なお試験速度は20Hzとした。

(3) 試験結果

試験結果を図-1に示す。疲労破断はすべて定着外中央部で発生した。図-1より次のことがいえる。すなわち、応力幅が40kg/mm²以下で破断するものはほとんどなく、この素線の疲労強度は、約40kg/mm²程度であると考えられる。また、応力幅が低いほど、破断に至る繰返し载荷数の値のばらつきが大きくなる傾向にあ

表-1 供試材の物理的特性

直径 (mm)	降伏強度		引張強度		伸び (%)	曲げ回数 (回)
	kg	(kg/mm ²)	kg	(kg/mm ²)		
6.98	5,980	155	6,670	173	7.5	16

表-2 疲労試験の応力条件

平均応力度 σ_m (kg/mm ²)	応力幅 $\Delta\sigma$ (kg/mm ²)	下限		上限		試験数 (本)
		(kg/mm ²)	ton	(kg/mm ²)	ton	
50	65	17.5	0.67	82.5	3.17	10
	60	20.0	0.77	80.0	3.08	10
	55	22.5	0.87	77.5	2.98	20
	50	25.0	0.96	75.0	2.89	20
	45	27.5	1.06	72.5	2.79	20
	40	30.5	1.15	70.5	2.69	10
	35	32.5	1.25	67.5	2.60	10

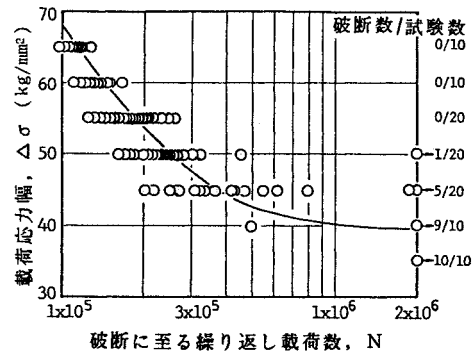


図-1 試験結果

ることも認められる。

3. ケーブル素線の疲労強度

金属材料の疲労強度が静的強度に比して著しくばらつくことは周知のことであるが、PC鋼線に関して図-1に示すように疲労強度のばらつきは大きい。そこで本研究では、ケーブル素線の疲労強度にばらつきがあることを前提として、破断確率 P_r と応力幅 (時間強度 $\Delta\sigma_N$) と破断に至る繰返し数 N の関係である確率疲労曲線を定量的に求めた。その経緯を以下に示す。

(1) 従来データの採用

本研究における実験データ数は100個であるが、統計的な処理を行うに十分な数とはいえない。したがって、本研究の実験とほぼ同じ材質のPC鋼線を用いてはほぼ同じ条件で試験を行っている Birkenmaier の210個のデータ⁵⁾を採用し、本研究のデータと合わせて統計的な処理を行うこととした。ただし、Birkenmaier のデータは上限応力一定であるため、式(1)により平均応力が50kg/mm²一定のデータに変換した。

$$\Delta\sigma = \Delta\sigma^* + 0.21(\sigma_{m1} - \sigma_{m0}) \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $\Delta\sigma$ ：等価時間強度 (kg/mm²)

$\Delta\sigma^*$ ：データ時間強度 (kg/mm²)

σ_{m1} ：試験平均応力度 (kg/mm²)

σ_{m0} ：変換対象平均応力度 (kg/mm²)

式(1)は平均応力度が1kg/mm²上があれば、時間強度が0.21kg/mm²低下することを意味する。PC鋼線直径7mmに関しては、式(1)がほぼ成立することが、田中⁷⁾らの研究においても認められた。

図-2は、平均応力度を50kg/mm²一定のデータに変換した Birkenmaier の試験結果と、本研究の試験結果を合わせて図示したものである。

(2) 繰返し数の分布

図-2のデータに基づき、所定の応力幅での繰返し数における破断確率 P_r を求め、対数正規確率紙にプロットしたのが図-3である。疲労破断に至る繰返し

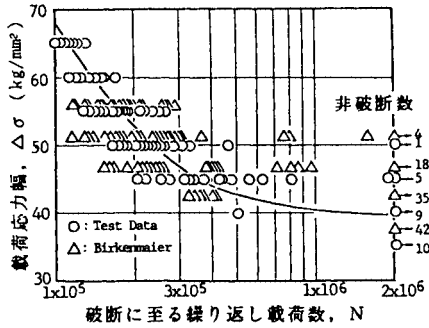


図-2 試験結果 (Birkenmaier のデータ⁵⁾も含む)

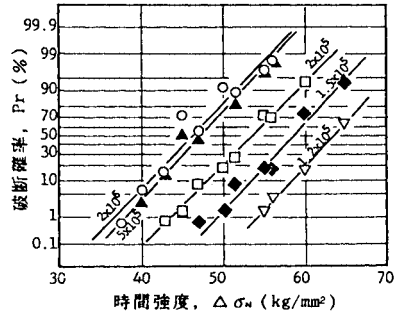


図-4 時間強度の分布 (正規確率紙)

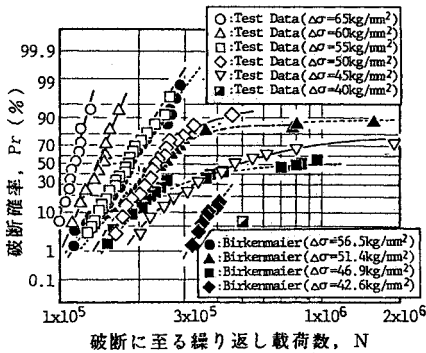


図-3 繰り返し数の分布 (対数正規確率紙)

表-3 破断確率 P_r と時間強度 $\Delta\sigma_w$ と繰り返し数 N との関係

$P_r=1.0\%$	$P_r=5.0\%$	$P_r=15.87\%$	$P_r=50.0\%$	$P_r=90.0\%$
$\Delta\sigma_w$ N	$\Delta\sigma_w$ N	$\Delta\sigma_w$ N	$\Delta\sigma_w$ N	$\Delta\sigma_w$ N
65 9.26	65 9.83	65 10.40	65 11.35	65 12.71
60 10.06	60 11.06	60 12.10	60 13.90	60 16.61
56.5 10.59	56.5 12.40	56.5 14.39	56.5 18.13	56.5 24.37
55 11.13	55 12.03	55 14.67	55 18.07	55 23.60
51.4 10.45	51.4 13.26	51.4 16.63	51.4 23.62	51.4 200.00
50 13.83	50 16.21	50 18.84	50 23.79	-
46.9 13.31	46.9 16.93	46.9 21.25	46.9 200.00	-
45 14.92	45 20.41	45 27.45	-	-
42.6 29.98	42.6 34.79	42.6 41.9	42.6 200.00	-
36.4 200.00	39.2 200.00	-	-	-

注) 単位 $\Delta\sigma_w \dots (\text{kg/mm}^2)$ $N \dots \times 10^4$ 回

し数の分布を示すものである。破断確率は、データ数の少ないことを考慮し、Weibull⁹⁾の提唱する式(2)に従った。

$$\left. \begin{aligned} P_r &= \frac{3r-1}{3n+1} \times 100 \quad (r \geq 1) \\ P_r &= \frac{1}{3n+1} \times 100 \quad (r = 0) \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (2)$$

ここに、 r : 着目繰り返し数以下の累積破断数 (本)
 n : 試験数 (本)

図-3より、応力幅が高い場合は、繰り返し数が対数正規分布に従うことが認められる。また、応力幅が低い場合は、グラフが曲線となり、ばらつきも大きいことがわかる。

図-3の直線関係の認められる範囲内で最小2乗法より、破断確率が1, 5, 15.87 (平均値-標準偏差以下の破断確率), 50, 90%となるような繰り返し数を求めそれらを表-3に示した。

(3) 時間強度の分布

図-3での繰り返し数を固定して、それ以上耐えた供試体は、破断していないとして、前節(2)同様に、ある応力幅における破断確率を求め、正規確率紙にプロットすると図-4のようになる。これは、ケーブル素線の時間強度の分布を示すものである。

図-4より次のことが認められる。すなわち、時間強

度は正規分布に従い、その標準偏差は繰り返し数による差がほとんどなく、4.15~4.30 kg/mm²程度である。時間強度が正規分布に従うことは、従来の丸鋼や平板鋼の疲労試験ではある程度認められていたことであるが、ケーブル用素線に関しても同様に確認できた。また、その際の標準偏差が繰り返し数によって変わらず一定であることは、ケーブルの疲労設計にあたってきわめて有益な知見である。

前節と同様にして、図-4より最小2乗法により繰り返し数200万回における破断確率が、1, 5, 15.87, 50, 90%となるような時間強度を求め、前出の表-3に示した。

(4) 確率疲労曲線

表-3のデータを、各破断確率別にプロットすると、図-5の確率疲労曲線が得られる。この確率疲労曲線を最小2乗法によって定式化すると、任意の破断確率のS-N曲線を外挿して得ることができる。以下にその手順を示す。

a) 基本式

従来、時間強度と繰り返し数の間には、それらの対数値が直線関係であるとされる場合が多かった。しかし、従来の系統的に行われてきた実験結果¹⁰⁾をみても、本研究の結果からも、顕著な直線関係は認められない。そこで本研究では、確率疲労曲線の基本式を図-5に基づき、最小2乗法を用いて求めた結果、試験式(3)を得た。

$$\log(\Delta\sigma_w) = \frac{a}{\log(N)} + b \dots \dots \dots (3)$$

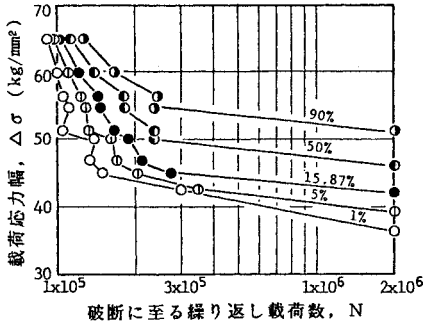


図-5 確率疲労曲線

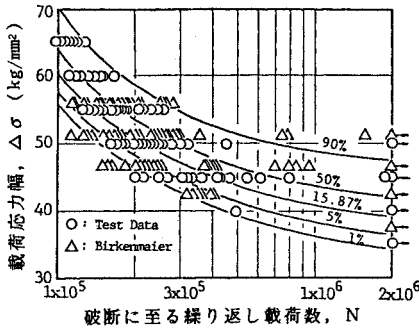


図-6 式(4)による確率疲労曲線

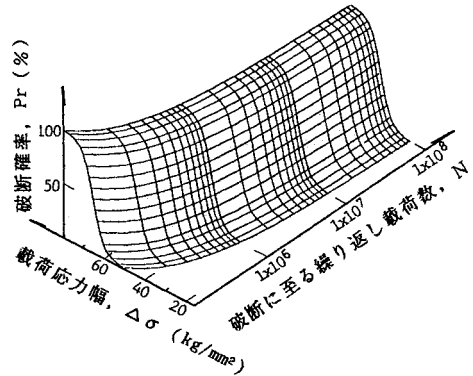


図-7 累積分布曲線群

軸方向に平行移動させたものである。なお、標準偏差は、前節で求めた200万回時間強度の標準偏差と、20万回におけるそれとの平均値(=4.24)を採用した。

このようにして求めた、確率疲労曲線を実験データとともに表わしたのが図-6である。また、図-7は、式(4)より、累積分布曲線群を3次元的に表わしたものである。

(5) 高サイクル疲労

式(4)は、繰返し数が10万回から200万回までの範囲のデータより求めたものである。繰返し数が多くなった場合においても成立するかどうか確認する必要がある。

本研究では、PC鋼線7mmを用いて、平均応力50kg/mm²、応力幅34kg/mm²で10本の供試体を1000万回試験したところ、すべて破断しないことを確認した。その結果、高サイクル疲労においても、式(4)がおおよそ成立することがわかった。今後、さらに系統的な実験に基づいた研究が望まれる。

4. 太径ケーブルの疲労強度

(1) ケーブルの疲労強度 Δσ_{cable}

一般に、長さの短い素線の疲労強度より、それより構成されるケーブルの疲労強度は低いことが知られている。これは、疲労破断に対して致命的な素線表面傷の発生確率が高くなること、素線の長さ誤差、素線の疲労破断に伴う応力幅の増大、サグ変化および桁のたわみ変化によるアンカー近傍に発生する2次曲げ等が、その主たる原因である。上述の因子は互いに独立であると考えられるので、ケーブルの疲労強度の一般式は式(5)のようになると考えられる^{(11)~(17)}。

$$\Delta\sigma_{cable} = \Delta\sigma_{wire} - \Delta\sigma_{r1} - \Delta\sigma_{r2} \cdots - \Delta\sigma_{ri} \cdots - \Delta\sigma_{rn} \cdots \cdots \cdots (5)$$

ここに、Δσ_{cable}：ケーブルの疲労強度

Δσ_{wire}：素線の疲労強度

Δσ_{ri}：i因子による疲労強度の低減量

ここに、a, b は定数

式(3)は時間強度の対数値と、繰返し数の対数値が双曲線の関係にあることを示すものである。

b) 仮定

式(3)の基本式より、確率疲労曲線式を誘導するにあたり、前項でも述べた、「時間強度は正規分布に従いその標準偏差は繰返し数によって変わらない」を仮定した。この仮定は必ずしも広範囲にわたって成立するとは限らないが、ケーブルの疲労設計の対象とされる繰返し数の範囲内では実際的な仮定であると思われる。したがって、以下に示す確率疲労曲線もこの仮定に従うものとした。

c) 確率疲労曲線

a), b)に基づき、最小2乗法を用い、式(4)の確率疲労曲線式を得た。

$$\Delta\sigma_{Pr} = 27.2 \exp\left(\frac{0.821}{\log(N)}\right) + 4.24 + \hat{S} \cdot \phi^{-1}(P_r) \cdots (4)$$

ここに、Δσ_{Pr}：破断確率 P_r に対応する時間強度 (kg/mm²)

Ŝ：時間強度の標準偏差 (4.24)

φ⁻¹(P_r)：P_r の正規分布の逆関数

式(4)の第2項までは、50%のフラクタイル曲線である。これを基本にして、前項の仮定に従い、第3項のŜ・φ⁻¹(P_r)によって時間強度を偏差分だけ、時間強度

本研究では、疲労強度の低減量の影響因子として、素線の破断確率の上昇、素線の長さ誤差、素線の疲労破断に伴う応力幅の増大を考慮し、3. で得られた素線の疲労強度より、ケーブルの疲労強度を解析するものである。

(2) 実ケーブルの解析例

実ケーブルの解析例として、長さ 500 m、直径 7 mm の素線 421 本束の太径ケーブル（淀川橋梁における最大径のケーブル素線数）の疲労強度を求める。

a) 解析仮定

本研究では斜張橋用平行線ケーブルを主に対象としているため、次の仮定のもとにケーブルの疲労強度を求めたこととした。

- ① ケーブルは、入念に管理された条件のもとで製作された一定品質のものである。
- ② ケーブルの各素線間には付着や摩擦による応力伝達がなく、各素線はケーブル全長にわたって平行で独立である。
- ③ ケーブルの定着は、樹脂定着方式を用い、ケーブル中間にサドルなどの側圧 2 次応力が作用せず、疲労破断は、定着部外の自由長部で不規則に発生する。
- ④ 個々の素線における破断に至る繰返し数は、統計的に独立である。
- ⑤ 素線の疲労破断時に発生する瞬時の応力増加による衝撃影響は、疲労強度に大きく影響しない。
- ⑥ 素線の疲労破断が k 本発生したときにケーブルが疲労破断したものとす。ただし、 k はケーブルを構成する素線数 m より十分小さく、 $k/m=5\%$ とする。
- ⑦ ケーブルは、 m 本の平行な素線よりなるものとし、そのうち 1 本の素線は、基本長さ L_0 をもつ n 個のピース（図-8 参照）が独立して連続している。
- ⑧ ケーブル内素線の疲労破断は、各素線の n 個の独立したピースのうちで最も早く破断するピースにより生じる。
- ⑨ 素線の個々のピースにおける疲労強度は、統計的に独立とし、長さ L_0 のピースにおける破断確率が $F(L_0)$ とすると、素線の長さ $L (=nL_0)$ の破断確率 $F(L)$ は、

$$F(L) = 1 - (1 - F(L_0))^n \dots\dots\dots (6)$$

とし、素線長 L においても、全 $S-N$ 領域で適用できる。

- ⑩ ケーブル内の素線が疲労破断しても、ケーブルに作用する荷重は変わらないとし、破断していない素線に発生する平均応力度 σ_m および変動応力幅 $\Delta\sigma$ は、破断による断面積欠損分だけ増加する。

b) 素線破断確率上昇による疲労強度低減量 $\Delta\sigma_{r1}$
 ケーブル素線の破断確率上昇による疲労強度低減量を

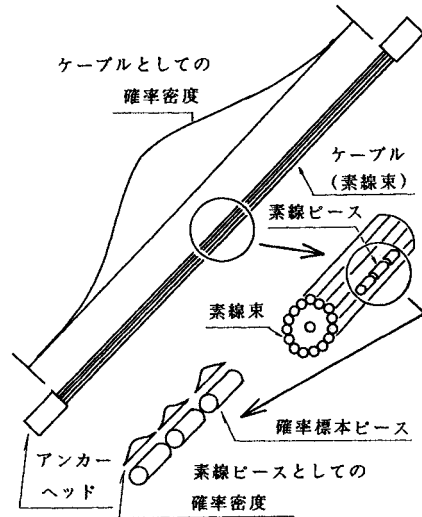


図-8 確率変数としての確率標本ピース

3. の結果をもとに理論的に導くことができる。

仮定②~⑥より、ケーブルは m 本の平行な長さ L の素線より構成され、そのうち 1 本の素線は、 n 個の独立したピースが連続していることになる¹⁸⁾（図-8 参照）。

n 個のピース $x_1 \dots x_n$ が互いに独立で同一の確率密度関数 $f(x)$ をもつ場合には、 n 個の確率変数の配列を $f(x)$ からの確率標本とし、個々の $x_1 \dots x_n$ を標本要素とする。こうして得られた標本要素は、互いに、相等しい平均 \bar{x} と分散 \hat{S}^2 を有すると考えられる。ここで、 $f(x)$ となる母集団からの標本として、 x_n が最大要素と考えると、累積分布関数 $F(x)$ は、

$$F(x) = \int_{-\infty}^x f(x) dx \dots\dots\dots (7)$$

式 (7) に定義される母集団となる。ところで破断確率は実際に生じている事象より小さいことより、

$$P(x > v) = P(x_1 \dots x_n > v) = (1 - F(v))^n \dots\dots\dots (8)$$

となる。標本の最小要素の累積分布関数 $G(v)$ は、

$$G(v) = 1 - (1 - F(v))^n \dots\dots\dots (9)$$

で与えられるので、 $g(v)$ は、 $dG(v)/dv$ より

$$g(v) = n \cdot f(v) \cdot (1 - F(v))^{n-1} \dots\dots\dots (10)$$

となる。ここで $f(v)$ は、図-4 より正規分布関数と考えられるので、式 (10) より、最小値の破断確率密度関数 $g(v)$ は、

$$g(v) = \frac{n \cdot \exp\left(\frac{-(v-\bar{x})^2}{2\hat{S}^2}\right)}{\hat{S}\sqrt{2\pi}} \times \left(\int_{v-\bar{x}}^{\infty} \frac{\exp\left(\frac{-(v-\bar{x})^2}{2\hat{S}^2}\right)}{\hat{S}\sqrt{2\pi}} dv\right)^{n-1} \dots\dots\dots (11)$$

となる。破断確率密度関数 $g(v)$ について $x = v - \bar{x}$ とし、かつ右辺の積分項にマクローリン近似式を用いる¹⁹⁾と式

(12) のようになる。

$$g(x) = \frac{n}{\hat{S}\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{x^2}{2\hat{S}^2}\right) [F]^{n-1} \dots\dots\dots (12)$$

ここに、 $F = 0.5 \Phi(x) \quad (x \geq 0)$
 $F = 1 - 0.5 \Phi(x) \quad (x < 0)$
 $\Phi(x) = (1 + d_1x + d_2x^2 + d_3x^3 + d_4x^4 + d_5x^5 + d_6x^6)^{-16}$
 $d_1 = 0.0498673400$
 $d_2 = 0.0211410061$
 $d_3 = 0.0032776263$
 $d_4 = 0.0000380036$
 $d_5 = 0.0000488906$
 $d_6 = 0.0000053830$

式 (12) の $g(x)$ を求めると、図-9 のようになる。

次に、確率累積分布 $G(x)$ について、Shimpson 積分法²⁰⁾を用いると式 (13) のようになる。

$$G(x) = \sum_{i=0}^n g(x + \Delta x) \cdot \Delta x \dots\dots\dots (13)$$

式 (13) の $G(x)$ を $\Delta x = 0.01$ 増分で求めると図-10 となる。 n に対する累積確率 (=0.01~0.99) を図-10 より求めて書き直すと、図-11 となる¹⁰⁾。図-11 より太径ケーブルの疲労強度を素線の疲労強度より求める。

まず、確率標本としての素線の疲労強度は、

- 試験数 : $n_0 = 100$ ピース
- 試験長 : $L_0 = 0.55$ m
- 平均値 : $\bar{x} = 46.1$ kg/mm²
- 標準偏差 : $\hat{S} = 4.17$ kg/mm²

よって 5% 破断確率での素線の疲労強度 $\Delta\sigma_{wire}$ は、
 $\Delta\sigma_{wire} = \bar{x} - 1.645 \hat{S} = 39.2$ kg/mm².....(14)

となる。

次に、長さ 500 m、421 本束の太径ケーブルの場合の 5% 破断確率での低減量を求める。

この場合

ケーブル素線の総延長 $L = 421 \times 500$ m
 確率標本の素線ピース総延長 $L_0 = 100 \times 0.55$ m
 ケーブル/ピース比 $n = L/L_0 = 3827$

図-11 より、ケーブルとしての 5% 破断確率の低減率は 4.2 ($n = 3827$) となる。よって、ケーブルとしての 5% 破断確率疲労強度 $\Delta\sigma_{cable}$ は、

$$\Delta\sigma_{cable} = \bar{x} - 4.2 \hat{S} = 28.6$$
 kg/mm².....(15)

となる。このため、素線をケーブルとして束ねたことのみによる低減疲労強度 $\Delta\sigma_{r1}$ は、

$$\Delta\sigma_{r1} = \Delta\sigma_{wire} - \Delta\sigma_{cable} = 10.6$$
 kg/mm².....(16)

となる。

c) 長さ誤差による低減量 $\Delta\sigma_{r2}$

長さ L の素線を m 本平行に束ねたケーブルにおいて、素線の疲労強度をもとにしてケーブルの疲労強度を

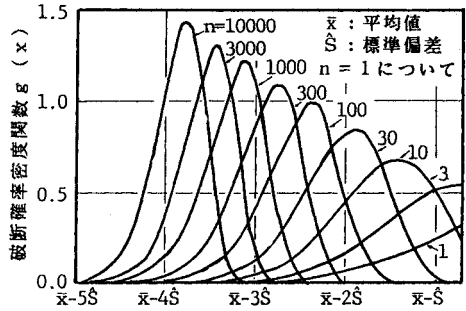


図-9 n による破断確率密度関数 $g(x)$

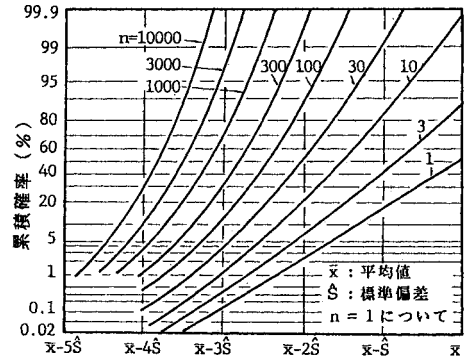


図-10 n による破断確率累積分布 $G(x)$

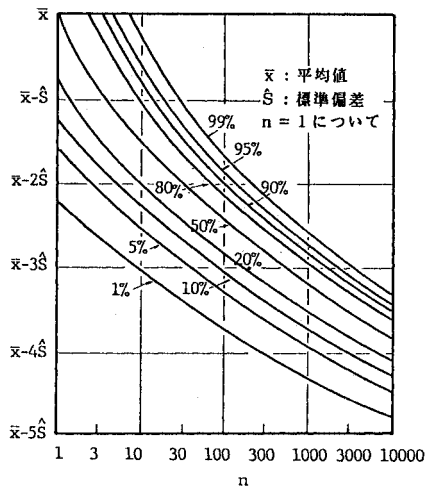


図-11 n による破断確率の低減率

論ずる場合、束ねたことによるケーブルの疲労強度低減因子の 1 つとして、各素線の長さ誤差がとりあげられる。すなわち、ケーブル素線のうち、何本かは高い平均応力が負荷され、それによってそれらの素線の疲労強度の低下が考えられる。

各素線の長さ誤差の要因としては、実ケーブルに関する計算より以下のものが考えられる。

素線切断時の張力誤差 $\epsilon_1 = \pm 0.65/20000$

- 素線切断時の温度誤差 $\epsilon_2 = \pm 0.48/20\,000$
- 素線の直線性誤差 $\epsilon_3 = \pm 0.28/20\,000$
- 鋼巻尺の製作誤差 $\epsilon_4 = \pm 0.20/20\,000$
- 鋼巻尺の張力誤差 $\epsilon_5 = \pm 0.12/20\,000$
- 鋼巻尺の温度誤差 $\epsilon_6 = \pm 0.48/20\,000$
- 素線端の成形誤差 $\epsilon_7 = \pm 0.7\text{ mm}$
- 素線端の直角度誤差 $\epsilon_8 = \pm 0.4\text{ mm}$
- ソケット内テーパー誤差 $\epsilon_9 = \pm 3.4\text{ mm}$
- ソケットの直角度誤差 $\epsilon_{10} = \pm 0.9\text{ mm}$
- ソケット長の製作誤差 $\epsilon_{11} = \pm 0.7\text{ mm}$

なお、ここでの1/20 000 誤差表示は、一般的にケーブル製作時使われているものとして用いた。

長さ誤差の総和としては、誤差の要因を最小2乗法で求めると、

$$\Delta L_1 = \sqrt{\sum_{i=1}^6 \epsilon_i^2 \times L + \sum_{i=7}^{11} \epsilon_i} = 0.81 \times L / 20\,000 + 6.1\text{ mm} \dots\dots\dots (17)$$

となる。また、誤差を単純総和として求めると、

$$\Delta L_2 = 1.82 \times L / 20\,000 + 6.1\text{ mm} \dots\dots\dots (18)$$

となる。素線誤差の総ひずみ差 $\Delta \epsilon$ は、ケーブル長が短いほど大きくなる。ここで、太径ケーブル長が10 m以上とし、安全側として単純総和の誤差式(18)より求めると、総ひずみ差 $\Delta \epsilon$ は、最大の場合、

$$\Delta \epsilon = \Delta L_2 / L = 14.0 / 20\,000 \dots\dots\dots (19)$$

となり、素線誤差の総応力差 δ は、

$$\delta = E \times \Delta \epsilon = 14.72\text{ kg/mm}^2 \dots\dots\dots (20)$$

となる。平均応力度 σ_m は $\sigma_m + \delta$ となるので式(1)より、素線をケーブルとして束ねたときの長さ誤差による低減応力幅 $\Delta \sigma_{r2}$ は、最大のもので、

$$\Delta \sigma_{r2} = 0.21 \times \delta = 3.0\text{ kg/mm}^2 \dots\dots\dots (21)$$

となる。

太径ケーブルの素線の長さ誤差による応力差に関して式(21)の値を実験的に検証した。図-12に、その試験供試体を示す。PC鋼線直径7 mmの421本束ケーブルで長さは10 400 mmである。3 000 t 横型引張試験機にてケーブルに引張荷重を与え、素線束の応力差を測定した。引張試験状況を写真-1に示す。

素線間に発生する応力差は、供試体中央に貼付したひずみゲージにより測定した。ひずみゲージの貼付状況を写真-2に示す。

試験結果を図-13に示す。縦軸に素線応力、横軸に円周方向の素線の位置をとったものである。図より明らかなように、素線の長さ誤差による応力差は、各応力レベルではほぼ一定で、実験による応力差 δ は $\pm 3.5\text{ kg/mm}^2$ となった。この値は、式(20)で求めた 14.72 kg/mm^2 より小さな値である。一方、実橋におけるケー

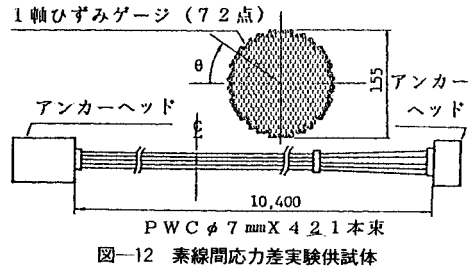


図-12 素線間応力差実験供試体



写真-1 引張試験状況

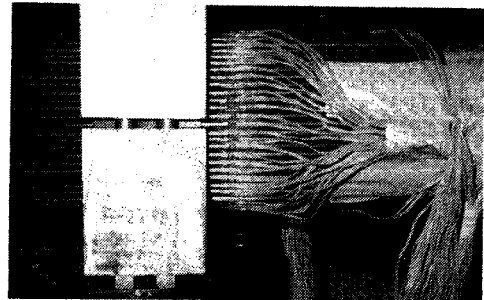


写真-2 ひずみゲージ貼付状況

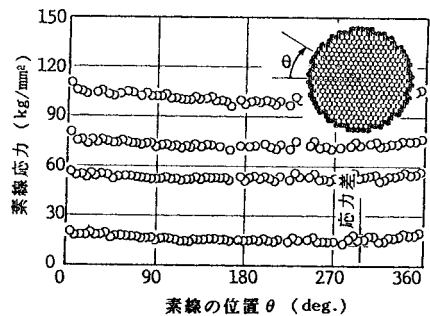


図-13 各荷重における素線応力

ブル長は、10 400 mm より長い場合が多く、このことを考慮すると応力差はさらに小さな値となり、長さ誤差によるケーブルの疲労強度低減量 $\Delta \sigma_{r2}$ は、式(21)の 3.0 kg/mm^2 よりはるかに小さな値となることが推察できる。

d) 素線の疲労破断に伴う低減量 $\Delta \sigma_{r3}$

素線が疲労破断するに従って残存素線に発生する応力幅は、ケーブルとしての断面損傷分だけ増加するとみなし得る。すなわち、実構造物では、載荷される荷重が変わらないと考えられるからである。素線の各断面 ($\Delta\sigma = \text{一定}$) に対しては、すでに S-N 曲線が得られている。これに対し、仮想累積損傷は新しい応力が載荷されたあとにも継承されるとして、破断確率は変わらないものと考えられる。

最初は、素線に $\Delta\sigma_1$ の応力幅が作用している。繰返し数が $N(1)$ に達すると、最初の破断が生じるとする。その結果、応力幅が増加して、

$$\Delta\sigma_1 \rightarrow \Delta\sigma_1 \cdot \frac{m}{m-1} \dots\dots\dots(22)$$

となるように疲労現象が進行していくことになる。このようにして、応力幅は、素線の破断ごとに、

$$\Delta\sigma_1, \Delta\sigma_1 \frac{m}{m-1} \dots \Delta\sigma_1 \frac{m}{m-k-1} \dots\dots\dots(23)$$

まで繰返されて、第 k 番目の素線が破断することになる (ケーブルの疲労破断)。

このように、異なった応力幅 $\Delta\sigma$ のもとで疲労破断が進行していく現象は Miner 則では、式 (24) となる。

$$\sum_{i=1}^k \frac{n_i}{N_i} = 1 \dots\dots\dots(24)$$

ここに、 n_i : i 番目の疲労破断時の繰返し数

N_i : 断線なし時の繰返し数

しかし、Miner 則成立の是非に関しては論議の余地があり、また実験的に検証しても定量的な把握は困難なことが多い。そこで本研究では、第 k 番目の疲労破断率が、ケーブルの断面積の 5% とみなして、最初から式 (25) に示す応力幅 $\Delta\sigma$ が載荷された状態で、疲労現象が生じているとみなすことにした。

$$\Delta\sigma \rightarrow \Delta\sigma \cdot \frac{m}{m-k} \dots\dots\dots(25)$$

素線の疲労破断によって、平均応力度も上昇する。応力幅と同様に考え、ケーブルに発生する平均応力度 σ_m は、式 (26) とした。

$$\sigma_m \rightarrow \sigma \cdot \frac{m}{m-k} \dots\dots\dots(26)$$

ケーブル素線の実際の疲労破断は、1 本ずつ徐々に進行していくので、この考え方は安全側であると思われる。

いま、最初から 5% の断線があったと考え、応力幅 $\Delta\sigma$ および平均応力度 σ_m は、

$$\sigma_m^* \rightarrow \sigma_m \cdot \frac{1}{1-0.05} \dots\dots\dots(27)$$

$$\Delta\sigma^* \rightarrow \Delta\sigma \cdot \frac{1}{1-0.05} \dots\dots\dots(28)$$

となる。

式 (27) より、平均応力度 σ_m^* による疲労強度の低減量は、式 (1) より

$$\Delta\sigma_{r3}(\sigma_m \rightarrow \sigma_m^*) = 0.21 \sigma_m^* = 0.011 \sigma_m \dots\dots\dots(29)$$

となる。ここで最初の平均応力 $\sigma_m = 95 \text{ kg/mm}^2$ ($= 0.5 \times 165 \text{ kg/mm}^2$) とすると、

$$\Delta\sigma_{r3}(\sigma_m \rightarrow \sigma_m^*) = 1.05 \text{ kg/mm}^2 \dots\dots\dots(30)$$

となる。

一方、応力幅 $\Delta\sigma^*$ による疲労強度の低減量は、実用最大応力幅 $\Delta\sigma$ を 30 kg/mm^2 と考えると式 (28) より、

$$\Delta\sigma_{r3}(\Delta\sigma \rightarrow \Delta\sigma^*) = 0.05 \Delta\sigma = 1.58 \text{ kg/mm}^2 \dots\dots\dots(31)$$

となる。したがって、平均応力度 σ_m および応力幅 $\Delta\sigma$ が素線の疲労破断により、おのおの 5% 増加するときケーブルとしての疲労強度低減量 $\Delta\sigma_{r3}$ は、式 (30) および式 (31) より、

$$\Delta\sigma_{r3} = 1.05 + 1.58 = 2.6 \text{ kg/mm}^2 \dots\dots\dots(32)$$

となる。

e) 大径ケーブルの疲労強度 $\Delta\sigma_{\text{cable}}$

以上、b)~d) 項で、素線の疲労強度より PC 鋼線直径 7 mm, 421 本束 500 m ケーブルの疲労強度がどの程度低下するのかを個々の因子に対して求めた。おのおの因子は互いに統計的に独立と考えられる。したがって、式 (5) に示すとおり、素線の疲労強度よりおのおの因子による低減量の総和を差し引いたものがケーブルの疲労強度となる。

式 (5), (14), (16), (21), (32) より、ケーブルの 5% 断面疲労損傷時の 200 万回繰返し載荷に耐える応力幅 (= 疲労強度) は、

① $\Delta\sigma_{r1}$ のみ考慮したとき

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\text{cable}} &= \Delta\sigma_{\text{wire}} - \Delta\sigma_{r1} \\ &= 39.2 - 10.6 \\ &= 28.6 \text{ kg/mm}^2 \dots\dots\dots(33) \end{aligned}$$

② $\Delta\sigma_{r1}$ および $\Delta\sigma_{r2}$ を考慮したとき

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\text{cable}} &= \Delta\sigma_{\text{wire}} - \Delta\sigma_{r1} - \Delta\sigma_{r2} \\ &= 39.2 - 10.6 - 3.0 \\ &= 25.6 \text{ kg/mm}^2 \dots\dots\dots(34) \end{aligned}$$

③ $\Delta\sigma_{r1}$, $\Delta\sigma_{r2}$ および $\Delta\sigma_{r3}$ を考慮したとき

$$\begin{aligned} \Delta\sigma_{\text{cable}} &= \Delta\sigma_{\text{wire}} - \Delta\sigma_{r1} - \Delta\sigma_{r2} - \Delta\sigma_{r3} \\ &= 39.2 - 10.6 - 3.0 - 2.6 \\ &= 23.0 \text{ kg/mm}^2 \dots\dots\dots(35) \end{aligned}$$

となる。

$\Delta\sigma_{r1}$, $\Delta\sigma_{r2}$ および $\Delta\sigma_{r3}$ を考慮した場合、素線の疲労強度を基準にしたケーブルの疲労強度は、

$$\Delta\sigma_{\text{cable}} = \Delta\sigma_{\text{wire}} - 16.2 \dots\dots\dots(36)$$

となり、比率で表わすと、

$$\Delta\sigma_{\text{cable}} = \frac{1}{1.7} \Delta\sigma_{\text{wire}} \dots\dots\dots(37)$$

となる。

本研究では、サグの変化および桁のたわみ変化によるケーブルの 2 次曲げ応力に関しては考慮しなかったが、

他の研究結果より5~6 kg/mm²程度²¹⁾と考えられる。したがって、200万回繰返し載荷時の2次曲げ応力の影響を50%とすると、ケーブルの変動荷重に対する疲労強度は、おおよそ20 kg/mm²であると思われる。しかし、架設誤差および変化量のケーブルの疲労強度に及ぼす影響度がどの程度であるかを今後検討する必要がある。

また、本研究ではケーブル構成要素としてPC鋼線直径7mmの裸線を用いた平行線ケーブルを対象として、ケーブルの疲労強度の解析を行ったが、構成要素が直径5mmの鋼線の場合、垂鉛めっき鋼線の場合、PC鋼より線の場合に関しても、本研究で提示した解析手法および成果を、ほぼ適用できるとと思われる。なお、鋼線数421で長さ500mのケーブルは疲労強度の最悪の場合を見出すための極端な仮想上の例であって、実際の斜張橋においては、鋼線数とケーブル長さの組合せは、これよりゆるい条件となるので、疲労強度は、ここで推定した値より小さくなることはなく安全側になるとと思われる。

5. 結 言

本研究では、斜張橋用太径ケーブルの疲労設計のために、太径ケーブルの疲労強度解析の手法および一例を提示した。得られた成果をまとめると以下のようである。

(1) ケーブル素線として直径7mmのPC鋼線を採用する場合、平均応力が1 kg/mm²上昇すると疲労強度は、0.21 kg/mm²低下する。

(2) ケーブル素線の任意繰返し回数 N における時間強度 $\Delta\sigma_N$ の確率分布は、正規分布に従い、その標準偏差 \hat{S} は、繰返し回数 N にかかわらず一定で、 $\hat{S}=4.24$ kg/mm² である。

(3) ケーブル素線の任意破断確率 P_r において、時間強度 $\Delta\sigma_N$ の対数値と繰返し回数 N の対数値との間には、双曲線の関係が成立する。

(4) ケーブル両端部に高疲労強度アンカーを用いれば、アンカー外のケーブル自由長部に不規則に疲労破断が発生するので、素線で得られた疲労強度をもとに太径ケーブルの疲労強度を統計的手法で導くことができる。

(5) 直径7mm、長さ55cmのPC鋼線の試験結果から、直径7mm、421本束、長さ500mのケーブルの疲労強度を推定すると、

(a) 素線の疲労試験片を小群集の確率標本ピースとし、その確率標本ピースが連続したものを太径ケーブルとして扱えば、統計的な疲労強度の低減量 $\Delta\sigma_{r1}$ は、10.6 kg/mm² 以下である。

(b) 工場組立方式の平行線ケーブルにおいて、素線をケーブルとして集束する際、素線の長さ誤差による疲

勞強度低減量 $\Delta\sigma_{r2}$ は、3.0 kg/mm² 以下である。

(c) 素線の疲労破断の際のケーブル断面積減少に伴う疲労強度低減に関しては、最初から断面損傷が生じていたとして、平均応力 σ_m および応力幅 $\Delta\sigma$ の増加による疲労強度低減量 $\Delta\sigma_{r3}$ は、2.6 kg/mm² 以下である。

(d) よって高疲労強度アンカーを採用したケーブルでは、5%断面損傷時の200万回繰返し載荷に耐える応力幅、すなわちケーブルの疲労強度 $\Delta\sigma_{cable}$ は、素線の疲労強度 $\Delta\sigma_{wire}$ をもとにすると、

$$\Delta\sigma_{cable} = \Delta\sigma_{wire} - 16.2 \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

または、

$$\Delta\sigma_{cable} = \frac{1}{1.7} \Delta\sigma_{wire} \text{ (kg/mm}^2\text{)}$$

とすることができる。

(6) 斜張橋において、鋼線数421本でケーブル長500mは、極端な仮想上の例であって実際には、鋼線数とケーブル長の組合せは、これより小さいので、疲労強度は、ここで推定した値より小さくなることはないと考えられる。

以上、ここで得られた太径ケーブルの疲労強度に関する研究成果は、素線構成や長さの異なる斜張橋のケーブルの疲労強度の推定に役立つものと考えられる。今後橋構造において、主として斜張橋ケーブルの信頼性工学に基づいた疲労設計を進めるうえで、本研究の成果が多少なりとも役立つことができれば幸甚である。

謝 辞：最後に、本研究にあたり、適切な助言と協力を頂いた神鋼鋼線工業(株)開発部の倉内 実氏および池田 清氏に対して深甚なる謝意を表します。

参 考 文 献

- 1) 田中義人・原口俊男：HiAm アンカーケーブルの疲労特性，土木学会第34回年次学術講演概要集I，pp.111~112，1979。
- 2) DIN：DIN 1073 Stahlerne Strassenbrücken，1974。
- 3) 本州四国連絡橋公団：上部構造設計基準・同解説，pp.69~72，1980。
- 4) 阪神高速道路橋公団：安治川橋梁設計指針，pp.56~57，1982。
- 5) Birkenmaier, M. : Fatigue Resistant Tendons for Cable Stayed Construction, IABSE Proceedings. P 30/80, pp.64~78, 1980。
- 6) Andrä, W. and Saul, R. : Versuche mit Bündeln aus parallelen Drähten und Litzen für der Nordbrücke Mannheim-Ludwigshafan und das Zeltdach in München, Die Bautechnik, H.9, pp.289~298, H.10, pp.332~340, H.11, pp.371~373, 1974。
- 7) 田中義人・倉内 実：PC鋼線の引張疲労試験資料，神鋼鋼線工業(株)，1975。
- 8) 田中義人・原口俊男：HiAm アンカーの定着機構，土木学会第38回年次学術講演会講演概要集I，pp.305~306，

- 1983.
- 9) Weibull, W. W. : A Statistical representation of fatigue failures in solid, Transaction of The Royal Inst. of Technology, Stockholm, M.27, 1949.
 - 10) Castillo, E., Canteli, A. F., Esslinger, V. and Thurlimann, B. : Statistical Model for Fatigue Analysis of Wires, Strands and Cables, IABSE Proceedings, pp. 82~85, 1985.
 - 11) 成井 信・松下貞義・山根哲雄・八田政仁：櫃石島・岩黒島道路鉄道併用斜張橋の設計（2），橋梁と基礎，Vol.15, No.2, pp.8~16, 1981.
 - 12) 本州四国連絡橋公団：ケーブルの疲労に関する検討，pp.25~37, 1978.
 - 13) Havemann, H. K. : Die Seilverspannung der Autobahnbrücke über die Norderelbe Bericht über Versuche zur Dauerfestigkeit der Draht-seile, Der Shahlbau H.9, pp.225~232, 1962.
 - 14) Castellaw, T., Frank, K. and Cambell, M. : Fatigue Design Characteristics and Fatigue Testing of Prescon stay cable Anchorages, Structural Engineering Series No.4, pp.94~118, 1978.
 - 15) Andrä, W. and Saul, R. : Die Festigkeit, insbesondere Dauerfestigkeit langer Paralleldraht-bündel, Die Bautechnik, 56-4, pp.128~130, 1979.
 - 16) Birkenmaier, M. and Narayanan, R. : Fatigue Resistance of Large High Tensile steel stay Tendons, IABSE COLLOQUIUM LAUSANNE, pp.663~672, 1982.
 - 17) 松川昭夫・亀井正博・福井義典・佐々木佳男：影響因子を考慮した平行線ケーブルの疲れ強さ解析，構造工学論文集，Vol.31 A, pp.327~340, 1985.
 - 18) ガットマン・ウィルクス/石井恵一・堀 素夫訳：工科系のための統計概論，培風館，1984.
 - 19) 紫田義貞：正規分布，東京大学出版会，1981.
 - 20) 石原辰雄：BASICによる統計，共立出版，1984.
 - 21) 岸本良考・竹之内博行：橋梁用ロープの曲げ疲労試験，本四技報，Vol.4, No.11, pp.8~15, 1980.
 - 22) 牧野文雄・小松定夫・岡田好彦・久保雅邦：変動活荷重を受けるケーブルの疲労に対する信頼性評価手法，土木学会論文集，第362号/I-4, pp.333~342, 1985.

(1986.3.10・受付)