

走行質量の影響を考慮したアーチ橋の動的応答

DYNAMIC RESPONSE OF ARCH BRIDGES CONSIDERING RUNNING MASS

藤掛 一典*・大野友則**・西岡 隆***

By Kazunori FUJIKAKE, Tomonori OHNO and Takashi NISHIOKA

A number of research works on the vibration of bridges by running mass have been made in the past, in which the natural mode of bridges was assumed to be unchanged by running mass. This paper shows an analytical method on the vibration of arch bridges considering the time series of changing mode under running mass. Furthermore, the dynamic characteristics of arch bridges in high speed range and the influence of the changed mode on the dynamic response were examined by considering various running mass.

Keywords: mass effect, arch bridge, impact, vibration

1. はじめに

車両が橋梁上を通過する際に生ずる橋桁の振動に関しては、従来から数多くの研究がなされ、橋梁と車両の連成を考慮した解析手法の提案^{2)~5)}や各種橋梁形式の動的応答に関するもの^{1),7)}が発表されている。橋梁上を走行荷重が通過する際には、走行荷重の質量に橋桁のたわみによる影響が付加され、これが橋梁の固有振動数および固有振動形を変化させる。従来の研究の多くは、橋梁の固有振動形は走行荷重の位置によらず一定（自由振動時の固有振動形と同一）とみなして橋梁の動的応答を求めている。しかし、車両の走行に伴って生ずる橋梁の固有振動形の変化が橋梁の動的性状に及ぼす影響についても調べることが必要であると考えられる。技術革新が目ざましい現在において、技術の進歩は物流や旅客輸送の手段となる交通情勢に変化をもたらす、車両の大型化や高速化は時代の要請として必至となりつつある。このような高速かつ大型車両が橋梁上を通過する場合、上記の問題は安全性の観点からも検討すべき重要な問題であると

考えられる。

走行荷重による橋梁の動的応答問題に関しては、過去多くの研究^{8)~11)}があり現行の設計示方書に規定されている衝撃係数はこれらの研究の成果に基づいている。

本研究は、以上に述べた問題点を検討するために、アーチ橋を対象として高速走行荷重に対する動的特性について考察するとともに、アーチ橋の鉄道橋としての実用性を検討する際の一資料を提示することを目的としている。特に走行荷重位置による橋梁の固有振動形の変化がアーチ橋の動的応答に及ぼす影響について検討した。はじめに、走行荷重の質量による橋梁の固有振動数および固有振動形の変化を考慮した解析方法を提示し、次いで、アーチ橋の力学的特性をパラメーターとして、これらがアーチ橋の動的応答に及ぼす影響を検討した。なお、ここでは高速走行荷重として時速が約150 (km/h) 以上で走行する荷重を考え、動的効果の指標は設計で一般に用いられている衝撃係数と同様のものを用いた。

2. 走行荷重に対するアーチ橋の動的応答

走行荷重の質量の影響による固有振動形の変化を考慮したアーチ橋の動的応答を基本的な観点から検討する。なお、本研究では、解析にあたって以下に示す仮定を設けた。

* 筑波大学大学院生 工学研究科
(〒305 茨城県新治郡桜村 1-1-1)

** 正会員 防衛大学校講師 土木工学教室
(〒239 神奈川県横須賀市走水 1-10-20)

*** 正会員 工博 筑波大学助教授 構造工学系

- 1) 対象とするアーチ橋は上路式2ヒンジアーチ橋とし、補剛桁には軸力は生じないものとする。
- 2) アーチの軸線は次式で表わされる放物線形状をもつ。

$$y=4fx(l-x)/l^2 \dots\dots\dots(1)$$
 ただし、 l はアーチの支間距離、 f はライズである。
- 3) 補剛桁の剛性 EI は一定とする。また、アーチリブの断面は定断面に換算して扱う。
- 4) 鉛直材の変形は無視できるものとする。
- 5) 橋梁の減衰が走行荷重による動的応答に及ぼす影響は無視する。

(1) 解析の基本的考え方

従来、荷重が走行する場合の橋梁の動的応答を求めるにはモーダルアナリシスが広く用いられているが、それらの多くは橋梁の自由振動時の固有振動数や固有振動形が荷重の走行によっても変わらないという仮定のもとに行われている。しかし、走行荷重の質量が大きくなるにつれて質量が橋梁の固有振動形の変化に及ぼす影響は大きくなる。そこで、これらの影響を考慮したアーチ橋の解析法を示す前に、まず単純桁橋の場合を例にとり、その桁上を集中荷重が走行する場合を考える。

Fig. 1 に示した単純桁橋の荷重-橋梁系の運動エネルギー T およびポテンシャルエネルギー V は

$$T = \frac{w}{2g} \int_0^l \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 dx + \frac{m}{2} \int_0^l \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 \delta(x-vt) dx \dots\dots\dots(2)$$

$$V = \frac{EI}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2\eta}{dx^2}\right)^2 dx - mg \int_0^l \eta \delta(x-vt) dx \dots\dots\dots(3)$$

である。ここで、 w は橋梁の単位長さ当たりの重量、 EI は桁の曲げ剛性、 m は走行質量である。運動エネルギー T の右辺第2項が走行質量の影響による運動エネルギーを表わしている。

橋梁の左支点から x の距離にある橋桁のたわみ $\eta(x, t)$ は、自由振動時の m 次の固有振動形 $\phi_{0m}(x) = \sum_{n=1}^m A_{mn} \sin \frac{n\pi x}{l}$ を用いて次式で与えられる。

$$\eta(x, t) = \sum_{m=1}^m q_m(t) \phi_{0m}(x) \dots\dots\dots(4)$$

式(2)および式(3)の各エネルギーを Lagrange の運動方程式に代入して整理すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} \ddot{q}_m(t) + R_c \phi_{0m}(vt) \sum_{m=1}^m \phi_{0m}(vt) \dot{q}_m(t) + \omega_{0m}^2 q_m(t) \\ = R_c g \phi_{0m}(vt) \dots\dots\dots(5) \end{aligned}$$

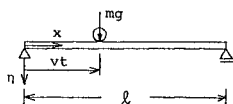


Fig. 1 Simple beam with concentrated running mass.

ここで、 R_c は荷重比(= mg/wl)、 ω_{0m} は無載荷時の単純桁橋の固有角振動数である。式(5)では、左辺第2項に走行質量による影響の項が加えられている。しかし、固有振動形の変化は考えられていない。

走行質量の影響による固有振動数および固有振動形の変化を考慮するには、荷重-橋梁系として固有値解析を行う必要がある。そこで、固有振動形の変化を考慮した固有値解析式を定式化する。まず、式(2)、(3)において

$$\eta(x, t) = \phi(x) e^{i\omega t}, \phi(x) = \sum_{n=1}^m a_n \sin \frac{n\pi x}{l} \dots\dots\dots(6)$$

とおき、式(3)の右辺第2項を省略して運動エネルギーおよびポテンシャルエネルギーの最大値 T_{max} 、 V_{max} を求め、Rayleigh-Ritzの方法を適用すれば固有値解析のための式が次のように定式化できる。

$$\begin{aligned} \omega^2 a_n + 2R_c \omega^2 \sin \frac{n\pi vt}{l} \sum_{n=1}^m a_n \sin \frac{n\pi vt}{l} \\ - \left(\frac{n\pi}{l}\right)^4 \frac{EIg}{w} a_n = 0 \dots\dots\dots(7) \end{aligned}$$

上式をマトリックス表示すると以下ようになる。

$$A(t) = [a_1 a_2 \dots a_m]^T \dots\dots\dots(8)$$

$$K = K_{nm} = \delta_{nm} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^4 \frac{EIg}{w} \dots\dots\dots(9)$$

$$M(t) = M_{nm} = \delta_{nm} + 2R_c \sin \frac{n\pi vt}{l} \sin \frac{m\pi vt}{l} \dots\dots\dots(10)$$

$$K \cdot A(t) = \omega^2 M(t) \cdot A(t) \dots\dots\dots(11)$$

ここに、 δ_{nm} はクロネッカーのデルタである。式(11)を固有値解析することによって固有角振動数 ω 、固有ベクトル $A(t)$ を求めることができる。式(10)から、集中走行荷重の位置が変化することによって $M(t)$ の値が変化することがわかる。したがって、固有角振動数 ω 、固有ベクトル $A(t)$ の値も変化する。式(11)を時々刻々固有値解析することによって ω および $A(t)$ が得られるので、これらを用いて運動方程式を解くことができる。橋梁のたわみを、式(4)と同様に次式で表わす。

$$\eta(x, t) = \sum_{m=1}^m q_m(t) \phi_m(x) \dots\dots\dots(12)$$

ここで、 $\phi_m(x)$ は m 次の固有関数で、次のように与える。

$$\phi_m(x) = \sum_{n=1}^m a_{mn} \sin \frac{n\pi x}{l} \dots\dots\dots(13)$$

また、正規化条件を以下のように与える。

$$\frac{1}{2} \sum_{n=1}^m a_{mn}^2 = 1 \dots\dots\dots(14)$$

走行荷重の位置の変化により a_{mn} の値が変化するので、固有関数 $\phi_m(x)$ の値も変わることになる。

荷重-橋梁系の運動エネルギーの式(2)およびポテンシャルエネルギーの式(3)を Lagrange の運動方程式に代入すると次式を得る。

$$\frac{w}{g} \int_0^l \phi_m(x)^2 dx \ddot{q}_m(t) + m \phi_m(vt) \sum_{m=1} \phi_m(vt) \ddot{q}_m(t) + EI \int_0^l \left[\frac{d^2 \phi_m(x)}{dx^2} \right]^2 dx q_m(t) = mg \phi_m(vt) \dots (15)$$

この式を式(14)の正規化条件, 式(7)を用いて整理すると次式を得る.

$$\ddot{q}_m(t) + R_c \phi_m(vt) \sum_{m=1} \phi_m(vt) \ddot{q}_m(t) + \omega_m^2 [1 + R_c \phi_m(vt)^2] q_m(t) = R_c g \phi_m(vt) \dots (16)$$

式(16)を解くためには, 各時刻ごとに式(11)の固有値計算を行って m 次の固有角振動数 ω_m , 固有振動形 $\phi_m(x)$ を求め, これを式(16)に代入して時間積分することにより解が得られる. すなわち, 式(11), (16)を用いることによって走行荷重の質量の影響による固有振動数, 固有振動形の変化を考慮した解析を行うことができる.

以上, 単純桁橋梁上を集中荷重が走行する場合を例にとり走行荷重の質量による影響を考慮した場合について述べた. この一連の解析方法・考え方は各種橋梁に対して適用することができる.

(2) アーチ橋の固有振動解析

集中荷重・等分布荷重・列車荷重などの各種荷重がアーチ橋梁上を走行する場合を例にとり, 走行荷重の質量による影響を考慮した解析を行った. 解析において鉄道橋を対象にすれば, 支間がそれほど大きくなく構造も比較的剛なので, 橋軸方向の変位成分は, 実用上無視した.

Fig. 2 に示した上路式2ヒンジアーチのアーチリブには, 死荷重により大きな圧縮力が働いている, アーチリブに働く水平圧縮力 N を正とする.

Fig. 3 (a) に示したアーチリブの微小部分 dx における鉛直方向のつり合いより, 死荷重 $w(x)$ は次式で与えられる.

$$w(x) = -N \frac{d^2 y}{dx^2} \dots (17)$$

次に, 荷重が $p(x)$ 増加したときの変形状態を Fig. 3 (b) のように考える. いま, 2 次の微小項を無視して力のつり合いを求めると, 次の関係が得られる.

$$p(x) = N (d^2 \eta / dx^2) - \Delta N (d^2 y / dx^2) \dots (18)$$

荷重の増加に対するアーチリブのポテンシャルエネルギーの式は, 次のように表わされる.

$$V_w = \frac{N}{2} \int_0^l \frac{d^2 \eta}{dx^2} \eta dx - \frac{\Delta N}{2} \int_0^l \frac{d^2 y}{dx^2} \eta dx \dots (19)$$

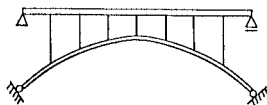


Fig. 2 Deck type arch bridge.

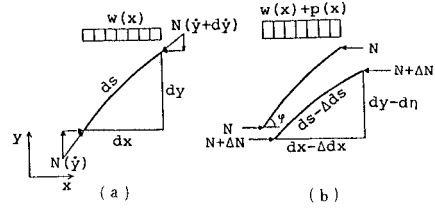


Fig. 3 Equilibrium of axial force.

一方, アーチリブの断面積を A_a とすると, リブの微小部分 ds の変形 Δds は次式で表わされる.

$$\Delta ds = \Delta N ds / (EA_a \cos \varphi) \dots (20)$$

また, Fig. 3 (b) に示した圧縮変形に対する幾何学的関係において, 2 次の微小項を消去すると次の関係式を得る.

$$\Delta dx = (ds/dx) \Delta ds - d\eta (dy/dx) \dots (21)$$

さらに, $dx/ds = \cos \varphi$ の関係と次に与えられる関係式を用いれば,

$$\int_0^l \Delta dx = 0 \dots (22)$$

水平圧縮力の増分 ΔN は次式から求められる.

$$\Delta N = - \frac{EA_a}{P_E l} \frac{d^2 y}{dx^2} \int_0^l \eta dx = \frac{8EA_a f}{P_E l^3} \int_0^l \eta dx \dots (23)$$

ただし, 上式中 P_E は次式で与える.

$$P_E \approx 1 + 8(f/l)^2 + 19.2(f/l)^4$$

曲げによるアーチリブのポテンシャルエネルギーは, 曲げ剛性を EI_a とおき I_a のかわりに換算断面2次モーメント $I_a (I_a = I_x / \cos^2 \varphi)$ を用いると, 次式で表わされる.

$$V_w = \frac{EI_a}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 \eta}{dx^2} \right)^2 dx \dots (24)$$

また, 曲げによる補剛桁のポテンシャルエネルギーは (仮定1), 3) より次式で与えられる.

$$V_c = \frac{EI_c}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 \eta}{dx^2} \right)^2 dx \dots (25)$$

よって, Fig. 2 に示したアーチ橋梁のポテンシャルエネルギー V は, 式(23)に示した関係を用いたうえで, 式(19), (24), (25)の和として次のように表わされる.

$$V_{(a)} = - \frac{N}{2} \int_0^l \left(\frac{d\eta}{dx} \right)^2 dx + \frac{32EA_a f^2}{P_E l^3} \left(\int_0^l \eta dx \right)^2 + \frac{E(I_a + I_c)}{2} \int_0^l \left(\frac{d^2 \eta}{dx^2} \right)^2 dx \dots (26)$$

集中荷重が走行する場合の荷重-橋梁系の運動エネルギー T_c は, 式(2)と同様に表わすことができる. この運動エネルギーおよび式(26)のポテンシャルエネルギーに, 式(6)を用いてそれぞれの最大値 T_{cmax} , $V_{(a)max}$ を求めると次のようになる.

$$T_{cmax} = \frac{wl}{4g} \omega^2 \sum_{n=1} a_n^2 + \frac{m}{2} \omega^2 \left(\sum_{n=1} a_n \sin \frac{n\pi vt}{l} \right)^2$$

$$\begin{aligned}
 & \dots\dots\dots(27) \\
 V_{ib\max} = & -\frac{Nl}{4} \sum_{n=1} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 a_n^2 \\
 & + \frac{E(I_A+I_C)l}{4} \sum_{n=1} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^4 a_n^2 \\
 & + \frac{128f^2EA_a}{P_E\pi^2l^3} \left(\sum_{n=1,3,5} a_n\right)^2 \dots\dots\dots(28)
 \end{aligned}$$

これらを Rayleigh-Ritz の方法に代入すれば次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & \omega^2 a_n + 2R_c \omega^2 \sin \frac{n\pi vt}{l} \sum_{n=1} a_n \sin \frac{n\pi vt}{l} \\
 & - \frac{E(I_A+I_C)g}{w} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^4 a_n + \frac{Ng}{w} \left(\frac{n\pi}{l}\right)^2 a_n \\
 & - \frac{512f^2EA_ag}{P_Ew\pi^2l^4} \frac{1}{n} \sum_{n=1,3,5} \frac{a_n}{n} = 0 \dots\dots\dots(29)
 \end{aligned}$$

ここで、アーチ橋の無次元化パラメーターとしてライズ比 $\mu = f/l$ 、細長比 $\lambda = l\sqrt{A_0/I_A}$ 、補剛比 $\gamma = I_C/I_A$ 、軸力の無次元化パラメーター $\alpha = Nl^2/EI$ (ただし、 $I = I_A + I_C$) および死荷重と水平圧縮力の無次元化パラメーター $\beta = N/wl$ を用いる。ただし、 β はライズ比と細長比の関係であり次式で表わすことができる。

$$\beta = \frac{3\lambda^2\mu \left(\frac{8}{15} + \frac{64}{105}\mu^2 - \frac{256}{315}\mu^4\right) - 16\mu}{24\lambda^2\mu^2 \left(\frac{8}{15} + \frac{64}{105}\mu^2 - \frac{256}{315}\mu^4\right) + 24}$$

また、

$$\omega_{gn} = (n\pi)^2 \sqrt{\frac{\beta}{\alpha} \left\{1 - \frac{\alpha}{(n\pi)^2}\right\}} \sqrt{\frac{g}{l}} \dots\dots\dots(30)$$

とおくと、式 (29) は以下のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 & (\omega^2 - \omega_{gn}^2) a_n + 2R_c \omega^2 \sin \frac{n\pi vt}{l} \sum_{n=1} a_n \sin \frac{n\pi vt}{l} \\
 & - \frac{512\mu^2\beta\lambda^2g}{P_E\pi^2\alpha(1+\gamma)l} \frac{1}{n} \sum_{n=1,3,5} \frac{a_n}{n} = 0 \dots\dots\dots(31)
 \end{aligned}$$

式 (31) において左辺第 2 項の走行質量の影響による項を省略すると、アーチ橋の自由振動を表わす式となる。また、逆対称振動 $n=2, 4, 6\dots$ の固有角振動数は、式 (30) から得られることがわかる。式 (31) を、式 (11) に示したマトリックスの形で表わすと次のようになる。

$$\mathbf{K} = \mathbf{K}_{nm} = \begin{cases} (n \text{ and } m : \text{odd}) & \delta_{nm}\omega_{gn}^2 + \frac{B}{nm} \\ (n \text{ or } m : \text{even}) & \delta_{nm}\omega_{gn}^2 \end{cases} \dots\dots\dots(32)$$

ただし、 $B = \frac{512\mu^2\beta\lambda^2g}{P_E\pi^2\alpha(1+\gamma)l}$

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_{nm} = \delta_{nm} + 2R_c \sin \frac{n\pi vt}{l} \sin \frac{m\pi vt}{l} \dots\dots\dots(33)$$

ここに、 δ_{nm} はクロネッカーのデルタである。

Fig. 4 に示すように、等分布荷重の単位長さ当たりの重量を p 、橋梁の左支点から橋梁上の荷重の先端までの

距離を x_1 、橋梁上の荷重の後端までの距離を x_2 とすると、等分布荷重が走行する場合の荷重-橋梁系の運動エネルギー T_0 は、次式で表わされる。

$$T_0 = \frac{w}{2g} \int_0^l \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 dx + \frac{p}{2g} \int_{x_2}^{x_1} \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 dx \dots\dots\dots(34)$$

最大値 $T_{0\max}$ は、式 (6) を用いて次のように得られる。

$$\begin{aligned}
 T_{0\max} = & \frac{wl}{4g} \omega^2 \sum_{n=1} a_n^2 + \frac{p}{2g} \omega^2 \int_{x_2}^{x_1} \\
 & \cdot \left(\sum_{n=1} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}\right)^2 dx \dots\dots\dots(35)
 \end{aligned}$$

ポテンシャルエネルギーの最大値は式 (28) で与えられるので、これらを Rayleigh-Ritz の方法に代入し無次元化パラメーターを用いて整理すれば、次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & (\omega^2 - \omega_{gn}^2) a_n + \frac{2R_0}{l} \omega^2 \int_{x_2}^{x_1} \sin \frac{n\pi x}{l} \\
 & \cdot \left(\sum_{n=1} a_n \sin \frac{n\pi x}{l}\right) dx \\
 & - \frac{512\mu^2\beta\lambda^2g}{P_E\pi^2\alpha(1+\gamma)l} \frac{1}{n} \sum_{n=1,3,5} \frac{a_n}{n} = 0 \dots\dots\dots(36)
 \end{aligned}$$

ここで、 $R_0 = p/w$ は荷重比である。式 (11) のマトリックスの形で表示すると、 \mathbf{K} は式 (32) と同じ式で表わされ、 \mathbf{M} は次のようになる。

$$\mathbf{M}_0 = \mathbf{M}_{nm} = \delta_{nm} + \frac{2R_0}{l} \int_{x_2}^{x_1} \sin \frac{n\pi x}{l} \sin \frac{m\pi x}{l} dx \dots\dots\dots(37)$$

列車荷重が走行する場合は、Fig. 5 に示すように一軸当たりの荷重 P の荷重列と考え橋梁の左支点から橋梁上の i_w 番目の荷重の位置までの距離を x_{iw} とすると、荷重-橋梁系の運動エネルギー T_{tr} は、次のようになる。

$$\begin{aligned}
 T_{tr} = & \frac{w}{2g} \int_0^l \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 dx + \sum_{i_w=1} \frac{P}{2g} \int_0^l \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2 \\
 & \cdot \delta(x - x_{i_w}) dx \dots\dots\dots(38)
 \end{aligned}$$

その最大値は、式 (6) から次のように表わされる。

$$\begin{aligned}
 T_{tr\max} = & \frac{wl}{4g} \omega^2 \sum_{n=1} a_n^2 + \frac{P}{2g} \omega^2 \sum_{i_w=1} \\
 & \cdot \left(\sum_{n=1} a_n \sin \frac{n\pi x_{i_w}}{l}\right)^2 \dots\dots\dots(39)
 \end{aligned}$$

これを式 (28) とともに Rayleigh-Ritz の方法に代入すれば、次式を得る。

$$\begin{aligned}
 & (\omega^2 - \omega_{gn}^2) a_n \\
 & + 2R_c \omega^2 \sum_{i_w=1} \left(\sin \frac{n\pi x_{i_w}}{l} \sum_{n=1} \sin \frac{n\pi x_{i_w}}{l}\right)
 \end{aligned}$$

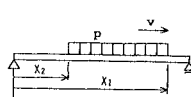


Fig. 4 Simple beam with distributed running mass.

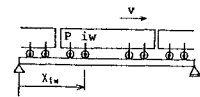


Fig. 5 Simple beam with train load.

$$-\frac{512\mu^2\beta\lambda^2g}{P_E\pi^2\alpha(1+\gamma)l}\frac{1}{n}\sum_{n=1,3,5,\dots}\frac{a_n}{n}=0\cdots\cdots(40)$$

この式をマトリックス表示すれば、 K は式 (32) と同様であり、 M は次のように表わされる。

$$M_{ir}=M_{nm}=\delta_{nm}+2R_c\sum_{i_w=1}^l\left(\sin\frac{n\pi x_{i_w}}{l}\sin\frac{m\pi x_{i_w}}{l}\right)\cdots\cdots(41)$$

(3) 種々の荷重形式に対する運動方程式

ここでは、種々の荷重形式（集中荷重・等分布荷重および新幹線荷重）に対する動的応答解析の運動方程式を求める。

集中荷重 mg がアーチ橋梁上を走行する場合の荷重-橋梁系の運動エネルギーは、式 (2) で表わされる。また、ポテンシャルエネルギーは、式 (26) に集中荷重の外ポテンシャルエネルギーの項を付加した次式で表わされる。

$$V=V_{(i)}-mg\int_0^l\eta\delta(x-vt)dx\cdots\cdots(42)$$

これらと、式 (12), (13) を用いて Lagrange の運動方程式に代入すると次式を得る。

$$\begin{aligned} &\frac{w}{g}\int_0^l\phi_m(x)^2dx\ddot{q}_m(t)+m\phi_m(vt)\sum_{m=1}^l\phi_m(vt)\dot{q}_m(t) \\ &+[-N\int_0^l\left\{\frac{d\phi_m(x)}{dx}\right\}^2dx \\ &+E(I_A+I_C)\int_0^l\left\{\frac{d^2\phi_m(x)}{dx^2}\right\}^2dx \\ &+\frac{64EA_a f^2}{P_E l^5}\left(\int_0^l\phi_m(x)dx\right)^2]q_m(t)=m_g\phi_m(vt) \end{aligned}\cdots\cdots(43)$$

さらにこの式を整理すれば、次のようになる。

$$\ddot{q}_m(t)+R_c\phi_m(vt)\sum_{m=1}^l\phi_m(vt)\dot{q}_m(t)+\omega_m^2(1+R_c\phi_m(vt)^2)q_m(t)=R_cg\phi_m(vt)\cdots\cdots(44)$$

等分布荷重が走行する場合の荷重-橋梁系のポテンシャルエネルギーは、次式のようになる。

$$V=V_{(i)}-\frac{p}{g}\int_{x_2}^{x_1}\eta dx\cdots\cdots(45)$$

これらを、Lagrange の運動方程式に代入して集中荷重の場合と同様に整理すると、次式を得る。

$$\begin{aligned} &\ddot{q}_m(t)+\frac{R_D}{l}\int_{x_2}^{x_1}\phi_m(x)\sum_{m=1}^l\phi_m(x)\dot{q}_m(t)dx \\ &+\omega_m^2\left[1+\frac{R_D}{l}\int_{x_2}^{x_1}\phi_m(x)^2dx\right]q_m(t) \\ &=\frac{R_Dg}{l}\int_{x_2}^{x_1}\phi_m(x)dx\cdots\cdots(46) \end{aligned}$$

新幹線荷重の場合には、固有値解析において Fig. 5 で示したような静軸重 P の荷重列として扱った。ここでは、動的応答を求めるにあたり文献13)で用いられた新幹線荷重モデル (Fig. 6) を用いると、これまでと同

様に次のような運動方程式を得る。

すなわち、 i_s 番目の車体の上下方向および回転の運動方程式は次式で表わされる。

$$\begin{cases} 2m_s\ddot{z}_{s(i_s)}+c_s(2\dot{z}_{s(i_s)}-\dot{z}_{u(2i_s-1)}-\dot{z}_{u(2i_s)}) \\ +k_s(2z_{s(i_s)}-z_{u(2i_s-1)}-z_{u(2i_s)})=0 \\ 2I_s\ddot{\theta}_{s(i_s)}+c_s l_s(2\dot{\theta}_{s(i_s)}-\dot{z}_{u(2i_s-1)}+\dot{z}_{u(2i_s)}) \\ +k_s l_s(2l_s\theta_{s(i_s)}-z_{u(2i_s-1)}+z_{u(2i_s)})=0 \end{cases}\cdots\cdots(47)$$

また、 i_u 番目の台車の上下方向および回転の運動方程式は次式のようになる。

$$\begin{cases} 2m_u\ddot{z}_{u(i_u)}+c_u(2\dot{z}_{u(i_u)}-\dot{\eta}_{w(2i_u-1)}-\dot{\eta}_{w(2i_u)}) \\ +k_u(2z_{u(i_u)}-\eta_{w(2i_u-1)}-\eta_{w(2i_u)}) \\ -2c_s(\dot{z}_{s(i_s)}^*-\dot{z}_{u(i_u)})-2k_s(z_{s(i_s)}^*-z_{u(i_u)})=0 \\ 2I_u\ddot{\theta}_{u(i_u)}+c_u l_u(2\dot{\theta}_{u(i_u)}-\dot{\eta}_{w(2i_u-1)}+\dot{\eta}_{w(2i_u)}) \\ +k_u l_u(2l_u\theta_{u(i_u)}-\eta_{w(2i_u-1)}+\eta_{w(2i_u)})=0 \end{cases}\cdots\cdots(48)$$

ただし、

$$z_{s(i_s)}^*=\begin{cases} z_{s(i_s)}+l_s\theta_{s(i_s)} & (i_u:\text{odd}) \\ z_{s(i_s)}-l_s\theta_{s(i_s)} & (i_u:\text{even}) \end{cases}$$

また $2l_s$ は心皿間隔であり、 $2l_u$ はボギーの軸距である。新幹線の静軸重を P 、車両番号を i_w とすれば、

$$\begin{aligned} &\ddot{q}_m(t)+\frac{m_w g}{2wl}\sum_{i_w=1}^l\phi_m(x_{i_w})\left\{\sum_{m=1}^l\ddot{q}_m(t)\phi_m(x_{i_w})\right. \\ &- \frac{c_u g}{2wl}\sum_{i_w=1}^l\phi_m(x_{i_w})\left\{\dot{z}_{u(i_u)}^*-\sum_{m=1}^l\dot{q}_m(t)\phi_m(x_{i_w})\right\} \\ &- \frac{k_u g}{2wl}\sum_{i_w=1}^l\phi_m(x_{i_w})\left\{z_{u(i_u)}^*-\sum_{m=1}^l q_m(t)\phi_m(x_{i_w})\right\} \\ &+\omega_m^2\left[1+\frac{P}{wl}\sum_{i_w=1}^l\phi_m(x_{i_w})^2\right]q_m(t)=\frac{Pg}{wl}\sum_{i_w=1}^l\phi_m(x_{i_w}) \end{aligned}\cdots\cdots(49)$$

ただし、

$$z_{u(i_u)}^*=\begin{cases} z_{u(i_u)}+l_u\theta_{u(i_u)} & (i_w:\text{odd}) \\ z_{u(i_u)}-l_u\theta_{u(i_u)} & (i_w:\text{even}) \end{cases}$$

したがって、アーチ橋-新幹線荷重系における運動方程式は、式 (47), (48), (49) で表わされる。

(4) 解析方法

前節までに得られた式を用いて、走行荷重に対するアーチ橋の橋桁に生ずるたわみを求める。本研究ではアーチ橋の振動次数を8次まで考慮した。解析は、以下の手順で行っている。その流れを Fig. 7 に示す。

- ① 固有振動解析によって、時刻 $t=t_0=0$ の無載荷

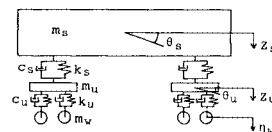


Fig. 6 Model of Shinkansen Railway Vehicle.

時の固有角振動数 $\omega_{(0)}$ および固有振動形ベクトル $A_{(0)}$ を求める。なお、固有値解析にはベキ乗法を用いて $t=0$ のときには適当な初期値 $A_{(0)}$ を仮定し $\omega_{(0)}$ 、 $A_{(0)}$ を求めている。そこで求めた $A_{(0)}$ を次のステップの初期値とする。

② 荷重が橋梁上へ進入した時点 ($t = t_0 + \Delta t$) の橋梁の固有角振動数 $\omega_{(1)}$ 、固有振動形ベクトル $A_{(1)}$ は、前のステップで求まっている $A_{(0)}$ を初期値としてベキ乗法による繰り返し計算を行う。この結果、 $A_{(1)}$ が求まり同時に $\omega_{(1)}$ が得られる。

③ 動的応答を求めるには、 $\omega_{(1)}$ 、 $A_{(1)}$ を運動方程式に代入し、Newmark の β 法による数値積分によって求めることができる。

④ 荷重が橋梁上へ進入後、任意の時刻 $t_N = t_{N-1} + \Delta t$ における橋梁のたわみは、②、③を繰り返すことによって求められる。すなわち、 $t = t_{N-1}$ における橋梁の固有角振動数 $\omega_{(N-1)}$ 、固有振動形ベクトル $A_{(N-1)}$ はすでに求まっているので、 $t = t_N$ のステップの繰り返し計算における初期値ベクトルとして $A_{(N-1)}$ を与えて計算を行えば $A_{(N)}$ 、 $\omega_{(N)}$ を得る。そこで、そのステップで得られた $\omega_{(N)}$ 、 $A_{(N)}$ を運動方程式に代入し、Newmark の β 法を用いて解けばよい。

⑤ このような計算を荷重が橋梁上を通過するのに要する時間 $t = t^*$ まで繰り返し行う。

(5) 衝撃係数について

衝撃係数は、設計などにおいて動的効果を示す指標として一般に用いられている。ここでは、走行荷重に対する動的たわみと静的たわみの比を衝撃係数と定義している。単純桁橋の場合、最大たわみはスパンの中央付近で生ずる。一方、アーチ橋の場合は、その力学的構造特性から逆対称1次の振動の影響が大きいので、最大たわみはスパンの $l/4$ 点、および $3/4$ 点付近で生じる。

そこで、衝撃係数 i はアーチ橋梁上の $l/4$ 点および $3/4$ 点に着目し、それぞれの点における走行荷重が橋梁上へ進入した時点から通過するまで (等分布荷重および

列車荷重の場合は荷重の最後尾が橋梁上を通過するまで) に生ずる動的たわみの最大値を η_{Dmax} 、静的たわみの最大値を η_{STmax} として次式で表わされる。

$$i = \frac{(\eta_{Dmax} - \eta_{STmax})}{\eta_{STmax}} \dots\dots\dots (50)$$

3. 数値計算

数値計算は、パラメーターの違いによって8種類のタイプに分類されたアーチ橋を用いた。その諸元を、Table 1 に示す。

また、以下に用いる Case-A、Case-B、Case-C は、次の違いを表わしている。

- Case-A : 走行質量の影響による固有振動数および固有振動形の変化を考えた場合
- Case-B : 従来方法であり、運動方程式の中に走行質量の項を入れているが荷重が走行することによる振動形の変化は考慮せず、橋梁の無載荷時の固有振動数、固有振動形を用いた場合
- Case-C : 走行荷重を一定の外力とみなして解析した場合

(1) 各 Case による結果の比較

走行質量の影響による固有振動数および固有振動形の変化が、動的応答にどのような影響を与えるかを調べた。はじめに、単純桁橋について Case-A、B、C による相違を検討した。単純桁橋の無載荷時の基本固有振動数は $f_0 = 180/l$ (Hz) とし¹⁴⁾、走行荷重は集中荷重とした。Fig. 8 は、スパン長 $l = 20$ (m)、荷重比 $R_c = 0.3, 0.5, 0.7$ の場合に対し速度を時速 $0 \sim 300$ (km/h) まで変化させて求めた橋桁の $l/2$ 点の最大衝撃係数を示す。図中の記号で \blacksquare, \square は $R_c = 0.3$ 、 $\blacktriangle, \triangle$ は $R_c = 0.5$ 、 \bullet, \circ は $R_c = 0.7$ の場合の衝撃係数の計算値である。また、黒印は Case-A、白印は Case-B、 \times 印は Case-C の場合の計算値である。

この単純桁橋では、Case-A と Case-B の場合の衝撃係数の計算値はほとんど一致している。ただし、時速約 200 (km/h) 以上の高速になると Case-A の衝撃係数の値の方が Case-B より 0.01 程度大きな値を示す。また、荷重比 R_c が大きくなるにつれて、衝撃係数の曲線を低

Table 1 Various types of arch bridges used in calculation.

Model	Span l (m)	Rise ratio μ	Axial force ratio α	Slenderness ratio λ	Stiffening ratio γ
Type-1	100	0.15	3.0	100	0.0
Type-2	100	0.20	3.0		
Type-3	100	0.30	3.0		
Type-4	100	0.15	1.0		
Type-5	100	0.15	2.0		
Type-6	140	0.15	3.0		
Type-7	150	0.15	3.0		
Type-8	200	0.15	3.0		

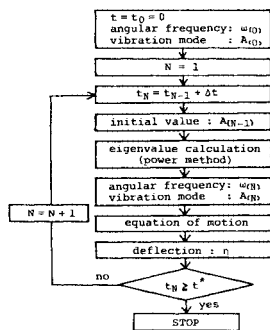


Fig. 7 Analytical procedure.

速方向（左方向）に移動させた形になっている。すなわち、走行質量を考慮すると固有振動数が低下し、その低下する割合は荷重比が大きくなるにつれて大きくなる。

次に、アーチ橋の場合について同様の検討を行った。

Table 1 に示した Type-1 のアーチ橋を対象として、荷重比 $R_c=0.1$ の集中質量を左端 $\xi=0$ 点に载荷した場合（すなわち無载荷の場合）、左端からそれぞれ $\xi=l/10$ 点、 $\xi=l/5$ 点、 $\xi=l/4$ 点上に载荷した場合について検討した。Fig. 9 は、式 (13) で示される振動形 $\phi_m(x)$ の 4 次までの形状を示している。Fig. 9 から、1 次・2 次の低次の振動においては、荷重の位置が異なることによる振動形の変化は少ないことがわかる。特に、アーチ橋の振動に最も影響を及ぼす 2 次の振動形の変化は、ほとんどみられない。しかし、3 次・4 次と高次の振動になるにつれて荷重の位置の違いによる振動形の変化が顕著となる。4 次の振動形をみると、無载荷時の振動形と荷重を $l/4$ 点上に载荷した時の振動形が重なっている。無载荷時の橋梁における振動形の節に荷重があるような場合には、振動形が変化しない。

そこで、走行質量の影響による振動形の変化および荷重比の大小による衝撃係数の違いについて検討した。Type-1 のアーチ橋梁上を集中荷重（荷重比 $R_c=0.05$ 、

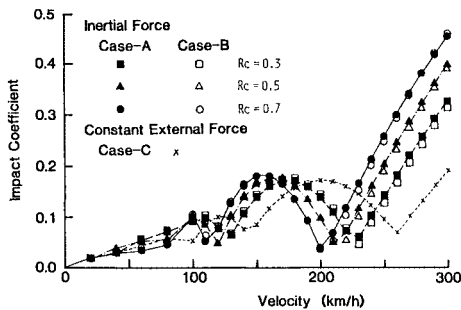


Fig. 8 Impact coefficient at $l/2$ point. (in the case of concentrated load)

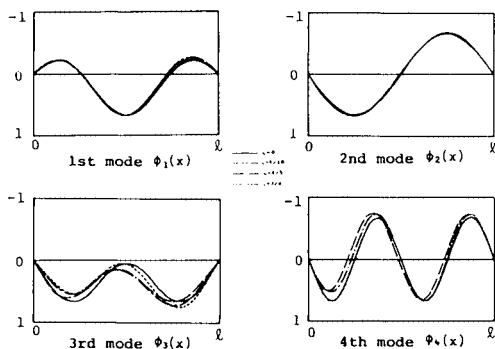


Fig. 9 Variation of vibration mode by different loading points.

Table 2 Dimensions of Shinkansen Railway Vehicle.

m_a (kg)	m_u (kg)	m_w (kg)	k_s (kg/cm)	k_c (kg/cm)	c_s (kg-s/cm)	c_c (kg-s/cm)
18000	4929	4734	904	5190	44.2	80.0

0.1) が走行する場合および荷重長 200 (m) の等分布荷重（荷重比 $R_D=0.2, 0.4, 0.5$ ）が走行する場合について、速度の変化に対する $3/4$ 点の衝撃係数を求め、それぞれ Fig. 10, Fig. 11 に示した。図中の記号で、黒印は Case-A, 白印は Case-B, ×印は Case-C の場合である。

Fig. 10 から、集中荷重走行による衝撃係数の値は、時速 160~170 (km/h) 程度の高速において急速に増加することが認められる。また、走行質量による衝撃係数の値の変化は、高速時には荷重比が大きくなるほど影響が大きく現われている。Fig. 11 の等分布荷重走行による衝撃係数の値は、走行質量を考慮するとその影響によって荷重比の増加とともに、Case-C の場合の衝撃係数の曲線を左方向に移動したような形になっている。また、等分布荷重の場合も、時速約 200 (km/h) 以上の高速時には荷重比が大きいくほど走行質量の影響がより大きく現われる。 $3/4$ 点においては、集中荷重の場合では時速約 170 (km/h) 以上の速度で Case-A の方が Case-B の場合より衝撃係数の値が 0.12 程度大きい。等分布荷重の場合も、時速 200 (km/h) 以上の高速時には Case-A の方が Case-B の場合より衝撃係数の値が 0.08 程度大きい。Fig. 12 は、集中荷重 ($R_c=0.1$) が時速 200 (km/h) で走行する場合の荷重点直下のたわみを示す。また、Fig. 13 は、橋梁に等分布荷重 ($R_D=0.5$) が時速 240 (km/h) で進入してから抜けるまでの橋梁上 $3/4$ 点のたわみ曲線を示す。それぞれの図中で、実線は Case-A, 一点鎖線は Case-B, 点線は Case-C の場合の動たわみ、破線は静たわみを表わしている。集中荷重が走行する場合 (Fig. 12) には、Case-A と Case-B のたわみ曲線にはそれほど違いはないが、荷重が $3/4$ 点付近にきたときに Case-A の方が Case-B の最大たわみより 5% 程度増加している。等分布荷重の場合 (Fig. 13) には、Case-A と Case-B のたわみ曲線はほとんど一致しているが、 $t=4.0$ (s) 付近の最大たわみ点において、Case-A の方が Case-B の値より 3% 程度増加している。

次に、Table 2 に示す諸元をもつ 16 両編成の新幹線車両が走行する場合について検討した。

Fig. 14 には、単位長さ当たりの橋重が等しい Type-1, Type-7, Type-8 ($l=100, 150, 200$ (m)) のアーチ橋梁上を走行する場合の $3/4$ 点における衝撃係数を示した。図中の記号で●, ○は $l=100$ (m), ▲, △は $l=150$ (m), ■, □は $l=200$ (m) の場合の衝撃係数の

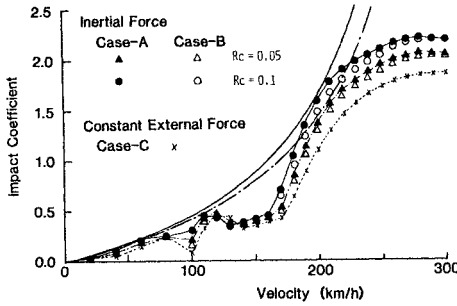


Fig. 10 Impact coefficient at 3/4 point, (in the case of concentrated load)

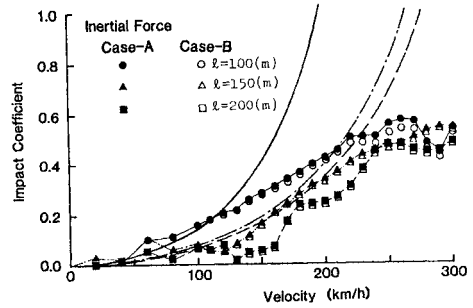


Fig. 14 Impact coefficient at 3/4 point, (in the case of Shinkansen Railway Vehicle)

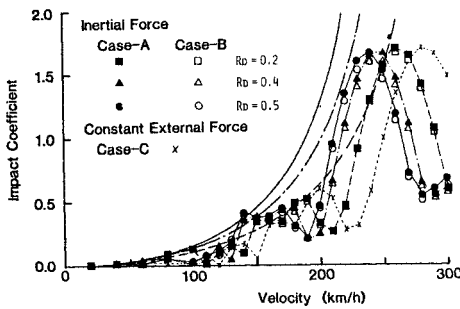


Fig. 11 Impact coefficient at 3/4 point, (in the case of distributed load)

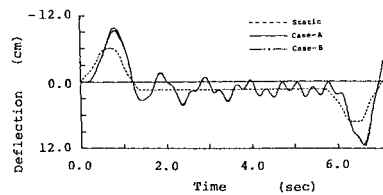


Fig. 15 Time series of deflection at 3/4 point, (in the case of Shinkansen Railway Vehicle)

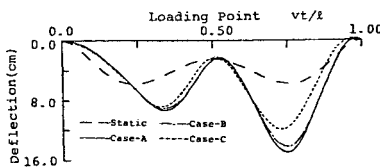


Fig. 12 Deflection at loading point.

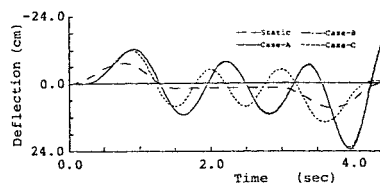


Fig. 13 Time series of deflection at 3/4 point, (in the case of distributed load)

計算値である。ただし α が一定であるため剛性はスパンによって変化している。また、黒印は Case-A、白印は Case-B の場合である。

Fig. 14 より、衝撃係数の値は時速 150 (km/h) 以下の速度においては Case-A、Case-B の場合ともほとんど一致していることが認められる。しかし、高速時には Case-A の方が Case-B の場合よりやや大きな値を示し、その値の差はスパンが長くなるにつれて小さくなる。

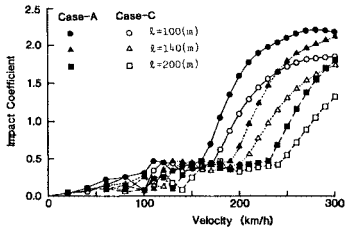
$l=100$ (m) の場合では、時速約 220 (km/h) 以上の速度で Case-A の方が Case-B の場合より 0.04 程度大きな衝撃係数の値を示す。Fig. 15 は、 $l=100$ (m) のアーチ橋梁上を新幹線荷重が時速 250 (km/h) で走行した時の 3/4 点におけるたわみ曲線を示している。図中で、実線は Case-A、一点鎖線は Case-B の場合の動たわみである。また、点線は静たわみを表わしている。Fig. 15 から、Case-A と Case-B のたわみ曲線はほとんど一致しているが、最大動たわみの生ずる時刻 ($t=6.5$ s) において Case-A の方が、Case-B の場合の最大たわみより 3% 程度増加していることがわかる。

(2) アーチ橋の動的特性

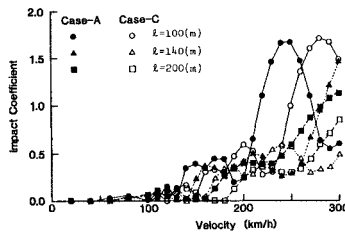
ここでは、アーチ橋のパラメーター (スパン長、ライズ比および軸力の無次元パラメーター) が動的特性 (衝撃係数) に及ぼす影響を、集中荷重 (荷重比 $R_c=0.1$) および等分布荷重 (荷重比 $R_d=0.4$, 荷重長=200 (m)) が走行する場合についてそれぞれ調べた。

Fig. 16 (a), (b) は、スパン長 l の変化による影響について示したもので、Type-1、Type-6、Type-8 ($l=100, 140, 200$ (m)) のアーチ橋上を集中荷重、等分布荷重が走行する場合の 3/4 点における衝撃係数を示す。図中の記号で ●, ○ は $l=100$ (m), ▲, △ は $l=140$ (m), ■, □ は $l=200$ (m) の場合のそれぞれ衝撃係数の値である。また、黒印は Case-A、白印は Case-B の場合である。

スパン長 $l=100$ (m) のとき、走行質量の影響は集

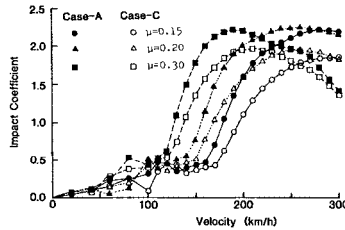


(a) Concentrated load

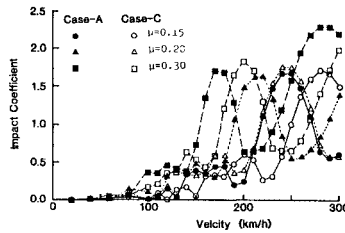


(b) Distributed load

Fig. 16 Effect of span length on impact coefficient.

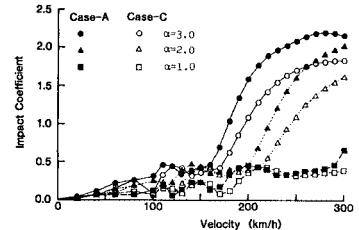


(a) Concentrated load

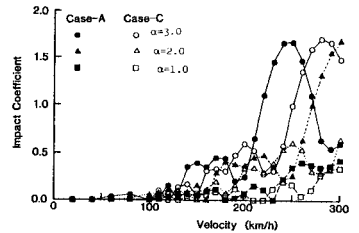


(b) Distributed load

Fig. 17 Effect of rise ratio on impact coefficient.



(a) Concentrated load



(b) Distributed load

Fig. 18 Effect of axial force ratio on impact coefficient.

中荷重では時速約 160~170 (km/h) 以上の速度で、等分布荷重では時速約 200 (km/h) 以上の速度で大きな違いがみられる。スパン長が長くなるにつれて、このような影響がみられる速度のレベルが高速域に移行する。

次に、ライズ比 μ の値の変化による影響について検討した。Fig. 17 (a), (b) は、Type-1, Type-2, Type-3 ($\mu=0.15, 0.2, 0.3$) のアーチ橋梁上を集中荷重および等分布荷重が走行する場合について、3/4 点の衝撃係数を示した。図中の記号で●, ○は $\mu=0.15$, ▲, △は $\mu=0.2$, ■, □は $\mu=0.3$ の場合の衝撃係数の値である。また、黒印は Case-A, 白印は Case-C の場合である。ライズ比が増加するにつれて、衝撃係数の曲線をそれぞれ左方向に寄せたような傾向を示している。これは、ライズ比の変化に対して軸力の無次元パラメーターの値を一定にしているため、ライズ比の値が大きくなるにつれて橋梁の固有振動数が減少することによる。また、走行質量の影響が大きく現われる速度は、ライズ比の増加とともに低下する。

Fig. 18 (a), (b) は、軸力の無次元パラメーター α の影響について検討した結果を表わす。Type-1, Type-4, Type-5 ($\alpha=1.0, 2.0, 3.0$) のアーチ橋上を集中荷重・等分布荷重が走行する場合の 3/4 点における衝撃係数を示す。ここで α は走行荷重の違いによらない量である。図中の記号で、■, □は $\alpha=1.0$, ▲, △は $\alpha=2.0$, ●, ○は $\alpha=3.0$ の場合の値である。また、黒印は Case-A, 白印は Case-C を示す。

Fig. 18 (a), (b) より、集中荷重および等分布荷重のいずれの場合も軸力の無次元パラメーター α の値が

小さくなるにつれて衝撃係数の値も小さくなることがわかる。走行質量の影響が大きく現われる速度は、 α の値が小さくなるに従って高速側に移動している。 $\alpha=1.0$ の場合、時速 300 (km/h) 以下の速度に対しては集中荷重・等分布荷重とも走行質量による影響はあまり認められない。

(3) アーチ橋の衝撃係数

これまで、種々のパラメーターが及ぼすアーチ橋の動的特性(衝撃係数)について検討してきた。ここでは、速度に対する衝撃係数を速度の無次元パラメーターを用いて算定する近似式を求め、数値計算を行った。アーチ橋の振動では、逆対称一次の振動形が支配的である。そこで、逆対称一次以外の振動を無視すれば、近似的ではあるが簡単な形で衝撃係数を定めることができる。

Case-C の場合の衝撃係数については、速度の無次元パラメーター $\chi=2\pi v/(\omega_2 l)$ (ω_2 は橋梁の逆対称一次の固有角振動数)を用いて集中荷重、等分布荷重のそれぞれの場合について次のように表わされる。

$$i_c = \frac{\chi}{1-\chi}, \quad i_b = \frac{\chi^2}{1-\chi^2} \dots \dots \dots (51), (52)$$

式 (51), (52) は走行荷重を一定の外力とみなして定められたものであり、走行質量による影響は考慮されていない。そこで、走行質量による固有振動数の低下を考慮するため、式 (31) において 2 次の振動(逆対称一次)の項だけを取り出し、さらに最も振動数が低下する場合を考えると次式の関係が得られる。

$$\omega_{2c}^* = (1+2R_c)^{-1/2} \omega_{g(2)} \div (1-R_c) \omega_{g(2)} \dots \dots \dots (53)$$

ここで、 ω_{2c}^* は走行質量の影響を考慮した近似的な固有

角振動数と考えることができる。等分布荷重の場合も同様に次式を導くことができる。

$$\omega_{2b}^* = (1 - R_b/2) \omega_{2b} \dots\dots\dots (54)$$

式 (53), (54) から求めた固有角振動数 ω_{2c}^* , ω_{2b}^* を用いて速度の無次元パラメーターをそれぞれ次のように表わす。

$$x_c^* = 2\pi v / (\omega_{2c}^* l), \quad x_b^* = 2\pi v / (\omega_{2b}^* l) \dots\dots\dots (55)$$

以上から、集中荷重・等分布荷重の走行質量の影響による固有振動数の低下を考慮した衝撃係数の簡易式が次式で近似できる。

$$I_c^* = \frac{x_c^*}{1 - x_c^{*2}}, \quad I_b^* = \frac{x_b^{*2}}{1 - x_b^{*2}} \dots\dots\dots (56), (57)$$

式 (56), (57) の簡易式を用いて、集中荷重および等分布荷重に対する計算例を示す。ここでは、比較のために、3.(1) で計算した衝撃係数について簡易式の計算を行った。集中荷重 ($R_c=0.05, 0.1$) が Type-1 のアーチ橋上を走行する場合を Fig. 10 に示す。図中で、式 (56) による簡易式は $R_c=0.05$ の場合を太い一点鎖線で、 $R_c=0.1$ の場合を太い実線でそれぞれ示した。同様に、等分布荷重 ($R_b=0.2, 0.4, 0.5$, 荷重長=200 (m)) が Type-1 のアーチ橋上を走行する場合について、式 (57) の簡易式による結果を Fig. 11 に示した。図中で、 $R_b=0.2$ の場合を太い破線で、 $R_b=0.4$ の場合を太い一点鎖線で、 $R_b=0.5$ の場合を太い実線でそれぞれ示した。

これらの図から、いずれの場合も式 (56), (57) の簡易式による結果は、よい近似を与えていることが認められる。

次に、新幹線荷重についても同様に検討を行った。簡易式としては式 (57) を用い、規則的な軸配置の新幹線荷重をこれと等価な等分布荷重に換算した。この場合も、3.(1) で計算を行った単位長さ当たりの橋重が等しい Type-1, Type-7, Type-8 のアーチ橋 ($l=100, 150, 200$ (m)) 上を 16 両編成の新幹線荷重が走行する場合について計算した。その結果を Fig. 14 に示す。図中で、 $l=100$ (m) の場合を太い実線で、 $l=150$ (m) の場合を太い一点鎖線で、 $l=200$ (m) の場合を太い点線でそれぞれ表わした。

Fig. 14 から、 $l=100$ (m) の場合には高速域で簡易式の方が実際の計算値より大きいが、スパンの長さが長くなるにつれてよい近似を与えていることがわかる。

4. ま と め

本研究は、高速で走行する荷重がアーチ橋の動的特性に及ぼす影響について考察し、アーチ橋の鉄道橋としての実用性を検討する際の一資料を提示することを目的としている。特に、走行質量による固有振動形の変化を考慮した解析方法を用いてアーチ橋の動的効果に及ぼす影

響について検討した。

本研究で得られた成果は以下のように要約できる。

(1) 本研究では、アーチ橋を対象として固有振動形の変化の影響を検討したが、振動形の変化を考えない場合と比較して、低速時 (時速 150 km/h 以下) にはほとんど変化がないことが明らかとなった。高速で走行する場合 (時速 150 km/h 以上) には、最大で数 % 程度の増加を見込めばよい。以上より、常用の速度領域では振動形の変化は考慮する必要はないといえる。

(2) 固有振動数の低下を考慮した無次元化速度パラメーターを用いた衝撃係数の簡易式は、集中荷重・等分布荷重のいずれの場合も良好な近似を示した。

参 考 文 献

- 1) 山田・小堀：活荷重に対する道路橋の動的応答—衝撃係数—に関する研究，土木学会論文集，第 148 号，pp. 40~50, 1967. 12.
- 2) 小堀・梶川：単一動荷重に対する道路橋の振動感覚，土木学会論文報告集，第 258 号，pp. 11~23, 1976. 4.
- 3) 吉村・彦坂・内谷：単一走行車両による道路橋の非定常ランダム応答の解析，土木学会論文報告集，第 258 号，pp. 35~44, 1977. 2.
- 4) 岡林・中井・谷龍：高次振動を考慮した道路橋の単一走行車両による非定常 r. m. s. 応答，土木学会論文報告集，第 296 号，1980. 4.
- 5) 吉村・平井：ランガー桁の動的解析，土木学会論文報告集，第 101 号，pp. 1~14, 1964. 1.
- 6) 吉村・平井：補剛アーチおよびつり橋の動的共通解析，土木学会論文報告集，第 115 号，pp. 1~11, 1965.
- 7) 山田・小堀：ランダム自動車列による道路橋の衝撃に関する研究，土木学会論文集，第 119 号，1965. 7.
- 8) Yasoshima, Y., Ito, M. and Nishioka, T.: Some Problems of Suspension Bridges under Running of Railway Vehicles, Proc. of JSCE, No. 167, pp. 47~53, 1969. 7.
- 9) 平井・伊藤：長径間鉄道つり橋の活荷重による変形と衝撃，『鉄道つり橋の実用性に関する基礎研究』の報告，昭 41.
- 10) 本田・小堀・山田：多径間連続桁橋の動的応答と衝撃係数に関する考察，土木学会論文集，第 331 号，pp. 65~73, 1983. 3.
- 11) 小松・川谷：斜張橋の自動車走行による動的応答と衝撃係数に関する研究，土木学会論文集，第 275 号，pp. 13~26, 1978. 7.
- 12) 井口・原：高速列車の走行によって起こる軌道けたの共振対策，機械学会論文集，第 51 巻，第 464 号，昭 60. 4.
- 13) 松浦：高速鉄道における橋桁の動的応答，鉄道技術研究資料，35-11, 1978. 11.
- 14) 国鉄建造物設計標準解説：鋼とコンクリートとの合成鉄道橋，土木学会編。

(1985. 12. 3・受付)