

有限要素法による応力-浸透-熱移動連成問題解析手法

NUMERICAL TECHNIQUE FOR ANALYSIS OF COUPLED THERMAL-HYDRAULIC-MECHANICAL PROBLEM BY FINITE ELEMENT METHOD

大西有三*・柴田裕章**・小林 晃***

By Yuzo OHNISHI, Hiroaki SHIBATA and Akira KOBAYASHI

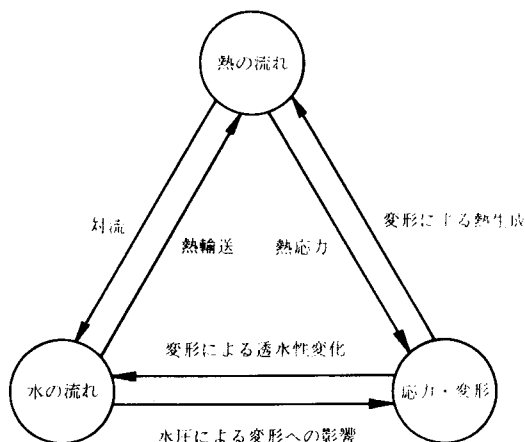
A model is presented which describes fully coupled hydro-thermo-mechanical behavior of porous geologic medium. The mathematical formulation for the model utilizes the Biot theory for the consolidation and the energy balance equation. The medium is in the condition of saturated-unsaturated flow, then the free surfaces can be considered in the model. A two-dimensional finite element code was developed under the assumptions that the medium is poro-elastic, in plane strain condition and water was not subjected to phase changes. Example problems are analysed. The one is a study of some of the effects of completely coupled hydro-thermo-mechanical behavior on the response of a saturated-unsaturated porous rock containing a buried heat source. Applicability of this code will be given in detail in the paper.

1. はじめに

地盤内において高温あるいは低温の熱源が存在する場合、温度変化は外荷重、水位変化と同様に、地盤の挙動に影響を及ぼし、地盤構造骨格の応力・変形挙動、土中水の流れ、熱移動現象といった要因間の相互作用が生じる。地熱発電、地下帯水層での蓄熱利用、放射性廃棄物の地中処分などの地下における熱移動現象に対する興味が増すにつれ、これらの相互作用を考慮する必要性が高まっている。

従来、これらの相互作用を解析すること（以下、連成解析とよぶ）は、主に2つの要因を考慮することで行われてきた。熱と応力・変形の連成は固体力学を始め、多くの関連分野で研究され、熱と水の流れの連成については、流体力学、水理学の分野で、熱拡散、熱伝導などの研究が精力的に行われている。一方、応力・変形と水の流れの連成は圧密現象としてとらえられ、近年数値解析によるその解析手法が急速に進歩した（Sandhu and Wilson¹⁾、大西・村上²⁾など）。

応力・変形挙動、土中水の流れ、熱移動現象といった3つの要因は図—1に概念として示すように相互にかかわり合い、地盤にきわめて複雑な挙動をもたらす。これらの相互作用を解析するには応力のつり合い方程式、土中水の連続式、エネルギー保存則を連立させて解かなければならない。こうした研究は地熱開発の研究から芽生えてきており、その端緒を開いたものに Bear と Carapcioglu³⁾による理論的な検討成果がある。彼らは、



図—1 相互作用の概念図

* 正会員 Ph. D. 京都大学助教授 工学部交通土木工学科 (〒606 京都市左京区吉田本町)

** 工修 青木建設 (〒150 渋谷区渋谷 2-17-3)

*** 正会員 京都大学研修員 間組技術研究所 (〒338 与野市本町西 4-17-23)

飽和領域を対象とした支配方程式を導いたが、同じ飽和地盤に対して、Hart⁴⁾は差分法を用いて解析を行い、その結果、連成解析の必要性を主張している。また、Noorishad⁵⁾は有限要素法を用いて、不連続面を有する弾性多孔質岩盤における解析を行っている。

本論文では、飽和-不飽和領域を対象として図-1に示されるような相互作用を考慮するため、応力・変形挙動、土中水の流れ、熱移動現象を支配する方程式を相互作用の影響を考慮する形で誘導し、有限要素法を用いて定式化を行い、その解析結果を示す。

2. 支配方程式

本解析で用いた主な仮定を以下に示す。

- 1) 地盤は等方な線形弾性多孔質体である。
- 2) 土中水の流れは飽和-不飽和領域を対象とし、不飽和域では体積含水率に依存した透水係数を用いる。
- 3) エネルギーの流れは固相および液相のみを対象とし、気相によるエネルギーの移動、液相から気相への相変化（気化）、気相から液相への相変化（液化）は考慮しない。
- 4) 二次元平面ひずみ問題とする。
- 5) 局所的熱平衡状態が成立し、各相間での熱交換は無視できるものとする。
- 6) 熱流束は Fourier 則に従う。
- 7) 水の密度は温度と水圧により変化する。

以上の仮定をもとに、応力-浸透-熱移動連成問題に対する支配方程式の誘導を行い、有限要素法を用いて定式化する。

(1) 応力のつり合い式

全応力に関する応力のつり合い式は、

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i = 0 \quad (i, j = 1, 2, 3) \quad (1)$$

であり、総和規約を用いている。ここに、 σ_{ij} は全応力、 ρ は地盤の密度、 b_i は物体力であり、コンマは微分演算を意味する。

有効応力の定義としては、Bishop と Blight⁶⁾の提案による飽和-不飽和領域を含んだ有効応力の原理を用いる。

$$\sigma_{ij} = \sigma'_{ij} + \chi \delta_{ij} \rho_f \psi \quad (2)$$

ここに、 σ'_{ij} は有効応力、 δ_{ij} はクロネッカーデルタ、 ρ_f は水の単位体積重量、 ψ は圧力水頭である。また、パラメーター χ は次式で定義されている。

$$\chi = \begin{cases} 1 & ; \text{飽和領域} \\ \chi(S_r); \text{不飽和領域(飽和度 } S_r \text{ の関数)} \end{cases} \quad (3)$$

このパラメーター χ は非線形性を示すので、その値が一意的に定められない。また、式 (2) については議論も多いが、ここでは近似的手法として、 χ が飽和度 S_r

に等しいと仮定する。

式 (2) を式 (1) に代入することにより、飽和-不飽和領域における応力のつり合い式を得る。

$$(\sigma'_{ij} + \chi \delta_{ij} \rho_f \psi)_{,j} + \rho b_i = 0 \quad (4)$$

式 (4) で $(\chi \delta_{ij} \rho_f \psi)_{,j}$ は圧力水頭の変化が、つり合い式に及ぼす影響を示す項である。

温度変化の影響は初期ひずみの形で作用し、他の力学的応力とは独立している。等方な線形弾性地盤に対しては Duhamel-Neuman の関係を用いることができ、次式の構成関係を得る⁷⁾。

$$\sigma'_{ij} = C_{ijkl} \varepsilon_{kl} - (3\lambda + 2\mu) \alpha \delta_{ij} (T - T_0) \quad (5)$$

ここに、 C_{ijkl} は弾性定数、 ε_{kl} はひずみ、 T は温度、 λ 、 μ は Lamé の定数、 α は膨張係数であり、添字の 0 は基準状態における値を示す。

ひずみは微小ひずみ-変位関係より

$$\varepsilon_{kl} = \frac{1}{2} (u_{k,l} + u_{l,k}) \quad (6)$$

で示される。ここに u は変位である。

式 (4) に式 (5)、(6) を代入することにより、熱移動および間隙水圧の変化を考慮した応力のつり合い式は、 $\beta = (3\lambda + 2\mu)\alpha$ と置くことにより、

$$\left\{ \frac{1}{2} C_{ijkl} (u_{k,l} + u_{l,k}) - \beta \delta_{ij} (T - T_0) + \chi \delta_{ij} \rho_f \psi \right\}_{,j} + \rho b_i = 0 \quad (7)$$

となる。ここに、 $-\beta \delta_{ij} (T - T_0)$ は温度変化によって生じる応力を示し、 $-\beta \delta_{ij} (T - T_0)_{,j}$ は熱移動が応力のつり合い式に与える影響を表わす項である。

(2) 土中水の連続式

不飽和領域も含んだ土中水の連続式として、質量保存則より導かれた Richards⁸⁾による方程式に土中水の密度変化を考慮することにより次式を得る。

$$\frac{\partial(\rho_f \theta)}{\partial t} = -(\rho_f v_i)_{,i} \quad (8)$$

ここに、 θ は体積含水率、 t は時間、 v_i は流速である。

また、土中水の運動方程式は、

$$v_i = -k(\theta) h_{,i} \quad (9)$$

である。ここに、 $k(\theta)$ は透水係数 (θ の関数)、 h は全水頭である。

ここで全水頭は、

$$h = \psi + z \quad (10)$$

で示される。ここに、 z は位置水頭である。

また体積含水率は次式で示される。

$$\theta = n S_r \quad (11)$$

ここに、 n は間隙率、 S_r は飽和度である。

式 (9)、(10)、(11) を式 (8) に代入すると、次式を得る。

$$|\rho_f k(\theta)(\psi + z)_{,i}|_{,i} = \frac{\partial}{\partial t} (\rho_f n S_r) \quad (12)$$

また、土中水の圧縮性および熱による膨張性を考慮すると、水の密度は、

$$\rho_f = \rho_{f0}[1 - \beta_f(T - T_0) + \beta_p(P - P_0)] \dots \dots \dots (13)$$

となる。ここに、 P は間隙水圧であり、 ρ_{f0} は $P = P_0$, $T = T_0$ 時の土中水の基準となる密度である。 β_f , β_p はそれぞれ土中水の膨張係数、圧縮係数であり次式で定義される。

$$\beta_p = \frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial P} \Big|_{T=\text{constant}} \dots \dots \dots (14)$$

$$\beta_f = -\frac{1}{\rho_f} \frac{\partial \rho_f}{\partial T} \Big|_{P=\text{constant}} \dots \dots \dots (15)$$

Eaton⁹⁾は不飽和領域においては熱膨張による浮力の影響を無視できるとしており、ここでもこの仮定を用い、不飽和領域では $\beta_f = 0$ としている。

式 (12) の右辺は、

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho_f n S_r) = n S_r \frac{\partial \rho_f}{\partial t} + \rho_f S_r \frac{\partial n}{\partial t} + \rho_f n \frac{\partial S_r}{\partial t} \dots \dots (16)$$

と変形できる。式 (16) の右辺の各項はおのおの次のような意味をもつ。第1項は、間隙流体の密度変化を、第2項は、多項質体の骨格変化を、第3項は、土中の貯留水量の変化を表わす。

式 (16) の右辺第1項は、式 (13) を用いると、

$$n S_r \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = \rho_{f0} n S_r \left(-\beta_f \frac{\partial T}{\partial t} + \beta_p \frac{\partial P}{\partial t} \right) \dots \dots \dots (17)$$

となる。圧力水頭 ψ と間隙水圧 P の関係

$$\psi = \frac{P}{\rho_f g} \dots \dots \dots (18)$$

と式 (10) を用いると、式 (17) は、

$$n S_r \frac{\partial \rho_f}{\partial t} = \rho_{f0} n S_r \left(-\beta_f \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_f g \beta_p \frac{\partial h}{\partial t} \right) \dots \dots \dots (19)$$

と表現できる。ここで右辺第1項は、温度の変化による間隙流体の密度変化を、第2項は、水頭の変化による間隙流体の密度変化を表わす。

式 (16) の右辺第2項、第3項に、微小ひずみの仮定を用いることにより、それぞれ次のように近似する。

$$\begin{aligned} \rho_f S_r \frac{\partial n}{\partial t} &\cong \rho_f S_r \frac{\partial u_{i,i}}{\partial t} \\ \rho_f n \frac{\partial S_r}{\partial t} &\cong \rho_f \frac{\partial (n S_r)}{\partial t} = \rho_f \frac{\partial \theta}{\partial t} = \rho_f \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \frac{\partial \psi}{\partial t} \dots \dots \dots (20) \end{aligned}$$

式 (19), (20) より式 (12) は、

$$\begin{aligned} |\rho_f k(\theta)(\psi + z)_{,i,i}| &= -\rho_{f0} n S_r \beta_f \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_{f0} n S_r \rho_f g \beta_p \frac{\partial h}{\partial t} \\ &+ \rho_f S_r \frac{\partial u_{i,i}}{\partial t} + \rho_f C(\psi) \frac{\partial \psi}{\partial t} \dots \dots \dots (21) \end{aligned}$$

となる。ここに、 $C(\psi)$ は比水分容量で、次式で定義される。

$$C(\psi) = \frac{\partial \theta}{\partial \psi} \dots \dots \dots (22)$$

式 (21) が地盤の変形と温度変化の影響を考慮した土

中水の連続式であり、右辺第2項が温度変化による水の密度変化のために生じる自然対流の影響を表わし、第3項が変形による有効空隙率の変化を表わしている。

(3) エネルギー保存則

一般に、地盤は固相、液相、気相の3相からなっており、それぞれの相で大きく熱移動の方法が異なるため、取り扱い方が難しい。ここでは、土中水はすべて液相状態にあると仮定する。すなわち、土中水が液相から気相へ変化したり、気相から液相へ変化する相変化は考慮しない。そして、気相での熱移動は無視できるものとする。以上の仮定をもとに、地盤のエネルギー保存則を導く。

準静的体積変化の場合、内部エネルギー U が温度 T の関数であると仮定でき、

$$U = C_v T \dots \dots \dots (23)$$

上で述べた仮定より、粘性散逸を無視した土中水のエネルギー保存則は、Bearらによって示された式に、不飽和領域の存在を考慮することにより、次式で示される。

$$\begin{aligned} n S_r \rho_f C_{vf} \left(\frac{\partial T_f}{\partial t} + V_f \cdot \nabla T_f \right) \\ = -\nabla \cdot n S_r J_f - \left(\frac{\partial P}{\partial T_f} \right)_{\rho_f} n S_r T_f \cdot \nabla \cdot V_f \dots \dots \dots (24) \end{aligned}$$

ここに、 J は熱伝導による熱流束であり、添字の f は液相を示す。式 (24) において、左辺第1項は、エネルギーの時間的変化を、第2項は、対流によるエネルギーの変化をそれぞれ示す。また、右辺第1項は熱伝導によるエネルギーの変化を、第2項は、圧縮によって生じる可逆的なエネルギーの変化を示す。

固相のエネルギー保存則は、同様にして、

$$\begin{aligned} (1-n) \rho_s C_{vs} \left(\frac{\partial T_s}{\partial t} + V_s \cdot \nabla T_s \right) \\ = -\nabla \cdot (1-n) J_s - (1-n) \beta T_s \frac{\partial \varepsilon_s}{\partial t} \dots \dots \dots (25) \end{aligned}$$

である。ここに、添字の s は固相を示す。式 (25) において、右辺第2項は変形によって生じる可逆的なエネルギーの変化を示す。

FaustとMercer¹⁰⁾によると液相、固相間の局所的熱平衡は、多孔体中の水の動きが十分遅く固相と水の接触面積が十分大きければ、その他の熱の移行過程に比較して瞬間的に成立すると仮定できるとしており、これにより次式が成立する。

$$T = T_s = T_f \dots \dots \dots (26)$$

式 (26) を用いると、式 (24), (25) を単一の温度によるエネルギー保存則としてまとめることができる。

$$\begin{aligned} |n S_r \rho_f C_{vf} + (1-n) \rho_s C_{vs}| \frac{\partial T}{\partial t} \\ + |n S_r \rho_f C_{vf} V_f + (1-n) \rho_s C_{vs} V_s| \cdot \nabla T \\ = -\nabla \cdot |n S_r J_f + (1-n) J_s| - n S_r T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho_f} \cdot \nabla \cdot V_f \end{aligned}$$

$$-(1-n)\beta T \frac{\partial \epsilon_s}{\partial t} \dots\dots\dots(27)$$

熱流束が Fourier 則に従うと仮定すると、熱流束は、
 $J_j = -K_{Tj} \nabla T$
 $J_s = -K_{Ts} \nabla T \dots\dots\dots(28)$

となる。ここに、 K_T は熱伝導率である。

式 (14), (15) を用いると、式 (27) 中の $(\partial P / \partial T)$ は、

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_{\rho_f} = \frac{\beta_T}{\beta_p} \Big|_{\rho_f = \text{constant}} \dots\dots\dots(29)$$

式 (6), (9), (28), (29) を用い、固相の速度を無視することにより、式 (27) は、

$$\begin{aligned} &(\rho C_v)_m \frac{\partial T}{\partial t} + n S_r \rho_f C_{vf} V_{rj} \nabla T \\ &= \nabla \cdot K_{Tm} \nabla T - n S_r T \frac{\beta_T}{\beta_p} k(\theta) h_{,ii} \\ &- 1/2(1-n)\beta T \frac{\partial}{\partial t} (u_{i,j} + u_{j,i}) \delta_{ij} \dots\dots\dots(30) \end{aligned}$$

となる。ただし、上式の $(\rho C_v)_m$, K_{Tm} はそれぞれ、

$$(\rho C_v)_m = n S_r \rho_f C_{vf} + (1-n) \rho_s C_{vs} \dots\dots\dots(31)$$

$$K_{Tm} = n S_r K_{Tf} + (1-n) K_{Ts} \dots\dots\dots(32)$$

である。式 (30) が、変形と土中水の流れを考慮したエネルギー保存則である。式 (30) の左辺第 1 項は、エネルギーの時間的变化を、第 2 項は対流による内部エネルギーの変化を示す。右辺第 1 項は熱伝導によるそれを、第 2 項、第 3 項はそれぞれ、間隙水圧の変化、固相の変形によって生じる可逆的な内部エネルギーの変化を示す。

(4) 支配方程式

式 (7), (21), (30) が応力-浸透-熱移動連成問題における支配方程式である。水理境界が変動する場合、定常状態の間隙水圧分布が未知であることを考慮すると、解析を行う場合、過剰間隙水圧を用いるより、領域の最下端を位置水頭の原点にした全水頭を用いる方が合理的であると考えられる。そこで支配方程式を全水頭表示に変更して、

$$\begin{aligned} &[1/2 C_{ij,kl} (u_{k,i} + u_{i,k}) - \beta \delta_{ij} (T - T_0) + \lambda \delta_{ij} \rho_f h]_{,j} + \bar{\rho}_s b_i = 0 \\ &[\rho_f k(\theta) h_{,i,i} - \rho_{r0} n S_r \rho_f g \beta_p \frac{\partial h}{\partial t} - \rho_s C(\psi) \frac{\partial h}{\partial t} \\ &- \rho_f S_r \frac{\partial u_{i,i}}{\partial t} + \rho_{r0} n S_r \beta_T \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \\ &(\rho C_v)_m \frac{\partial T}{\partial t} + n S_r \rho_f C_{vf} V_{rj} T_{,i} - K_{Tm} T_{,ii} \\ &+ n S_r T \frac{\beta_T}{\beta_p} k(\theta) h_{,ii} \\ &+ 1/2(1-n)\beta T \frac{\partial}{\partial t} (u_{i,j} + u_{j,i}) \delta_{ij} = 0 \end{aligned} \dots\dots\dots(33)$$

ここに、 $\bar{\rho}_s = \rho - \chi \delta_{ij} \rho_f \delta_{ij}$ である。

式 (33) を解くには、式の初期条件、境界条件が必要である。

初期条件

$$\begin{aligned} u_i(\chi, t) &= u_i(\chi, 0) \\ h(\chi, t) &= h(\chi, 0) \\ T(\chi, t) &= T(\chi, 0) \dots\dots\dots(34) \end{aligned}$$

境界条件、変位境界； $u_i(\chi, t) = \hat{u}_i(\chi, t)$
 応力境界； $\sigma_{ij}(\chi, t) n_j(\chi) = \hat{T}_i(\chi, t)$
 水理境界； $h(\chi, t) = \hat{h}(\chi, t)$
 流量境界； $k(\theta) h_{,i} n_i = -\hat{Q}(\chi, t)$
 温度境界； $T(\chi, t) = \hat{T}(\chi, t)$
 熱量境界； $K_{Tm} T_{,i} n_i = -\hat{Q}_T(\chi, t) \dots\dots(35)$

ここに、 χ は位置ベクトル、 n_j は単位法線ベクトル、 \hat{u} は既知変位、 \hat{h} は既知水頭、 \hat{T}_i は既知表面トラクション、 \hat{Q} は既知流量、 \hat{Q}_T は既知熱量である。

式 (34), (35) の条件のもとで、式 (33) を満たす解 (u_i, h, T) を求める問題が、応力-浸透-熱移動連成手法による境界値問題である。

(5) 定式化

境界値問題を有限要素法により定式化する方法としては、汎関数法、重みつき残差法などが用いられる。ここでは、重みつき残差法の 1 つである Galerkin 法を用いて定式化する。

その結果を示すと次のようになる。

$$K_{nm}^{ik} u_n^m + C_{nm}^i h^m + G_{nm}^i T^m = F_n^i \dots\dots\dots(36)$$

ここで、

$$\begin{aligned} K_{nm}^{ik} &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(1)} C_{ijkl} N_m^{(1)} dV_a \\ C_{nm}^i &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(1)} \chi \delta_{ij} \rho_f N_m^{(2)} dV_a \\ G_{nm}^i &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(1)} (-\beta \delta_{ij}) N_m^{(2)} dV_a \\ F_n^i &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(1)} \bar{\rho}_s b_i dV_a + \sum_{a=1}^{N_0} \int_{S_a} N_n^{(1)} N_m^{(1)} \hat{T}_m dS_a \\ &+ \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(1)} N_m^{(3)} (-\beta \delta_{ij} T_0^m) dV_a \\ A_{nm}^i \frac{\partial}{\partial t} u_i^m + H_{nm} h^m + E_{nm} \frac{\partial}{\partial t} h^m + D_{nm} \frac{\partial}{\partial t} T^m &= Q_n \end{aligned} \dots\dots\dots(37)$$

ここで、

$$\begin{aligned} A_{nm}^i &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(2)} (-\rho_f S_r) N_m^{(1)} dV_a \\ H_{nm} &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(2)} \rho_f k(\theta) N_m^{(2)} dV_a \\ E_{nm} &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(2)} (-\rho_f C(\psi) - \theta \rho_{r0} \rho_f g \beta_p) N_m^{(2)} dV_a \\ D_{nm} &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(2)} \rho_{r0} \theta \beta_T N_m^{(3)} dV_a \\ Q_n &= \sum_{a=1}^{N_0} \int_{S_a} N_n^{(2)} N_m^{(2)} \hat{Q}_m dS_a - \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(2)} \bar{q} dV_a \end{aligned}$$

$$J_{nm}^i \frac{\partial}{\partial t} u_i^m + L_{nm} h^m + M_{nm} \frac{\partial}{\partial t} T^m + V_{nm} T^m = P_n \dots\dots\dots(38)$$

ここで、

$$J_{nm}^i = \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(3)}(1-n)\beta T N_{m,i}^{(1)} dV_a$$

$$L_{nm} = \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(3)} \theta T \frac{\beta_T}{\beta_P} k(\theta) N_{m,i}^{(2)} dV_a$$

$$M_{nm} = \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(3)} (\rho C_v)_m N_m^{(3)} dV_a$$

$$V_{nm} = \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(3)} (-K_{Tm}) N_{m,i}^{(3)} dV_a$$

$$+ \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(3)} \theta \rho_r C_{v,r} V_{r,i} N_{m,i}^{(3)} dV_a$$

$$P_n = \sum_{a=1}^{N_0} \int_{S_a} N_n^{(3)} N_m^{(3)} \bar{Q}_r^m dS_a - \sum_{a=1}^{N_0} \int_{V_a} N_n^{(3)} \bar{q}_r dV_a$$

ここに、 V_a 、 S_a はそれぞれ a 番目の要素の体積、面積であり、 N_0 は要素総数である。また、 $N^{(1)}$ 、 $N^{(2)}$ 、 $N^{(3)}$ はそれぞれ、未知数 u_i 、 h 、 t の内挿関数である。

式 (36)、(37)、(38) の時間微分に対して加速係数 $\bar{\alpha}$ を用いて差分表示し、変位を増分表示することにより、次式を得る。

$$\begin{bmatrix} K & C & G \\ A & \bar{\alpha}\Delta t H + E & D \\ J & \bar{\alpha}\Delta t L & M + \bar{\alpha}\Delta t V \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \Delta u_i \\ h_{t,\Delta t} \\ T_{t,\Delta t} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \Delta F + Ch_t + GT_t \\ \bar{Q}_n + \{E - (1-\bar{\alpha})\Delta t H\}h_t + DT_t \\ \bar{P}_n - (1-\bar{\alpha})\Delta t L h_t + \{M - (1-\bar{\alpha})\Delta t V\}T_t \end{Bmatrix} \dots\dots\dots(39)$$

ここで、

$$\bar{Q}_n = \bar{\alpha} Q_{t,\Delta t}^n + (1-\bar{\alpha}) Q_t^n$$

$$\bar{P}_n = \bar{\alpha} P_{t,\Delta t}^n + (1-\bar{\alpha}) P_t^n$$

式 (39) を初期条件、式 (34) および境界条件、式 (35) の条件のもとで、未知数 $(\Delta u_i, h_{t,\Delta t}, T_{t,\Delta t})$ について解くことにより、応力、浸透、熱移動の相互作用を知ることができる。初期においては、初期条件、境界条件から、式 (39) の右辺 (荷重ベクトル) が定められ、それ以降は、常に直前の時間ステップの (u_i, h_t, T_t) を用いて荷重項ベクトルが求められ、 Δt 時間後の解 $(u_{t,\Delta t}, h_{t,\Delta t}, T_{t,\Delta t})$ を順次計算することができる。対象としている問題は骨格変形による空隙率変化、温度と圧力による水の密度変化および、不飽和特性による透水係数変化という非線形問題であるため、各時間ステップにおいて反復計算を行って解の精度を高めている。

3. 解析例

応力-浸透-熱移動連成問題を解くためのプログラムを開発し、地盤が変形、地下水浸透熱移動のそれぞれ、あ

るいは、それらの現象の組合せに対して、どのような反応をするか、この解析手法の検証も含めて、いくつかの例題をもとに検討を行った。

応力-浸透問題の典型的な例は、Terzaghi の圧密理論であるが、このプログラムを用いた次元圧密解析の結果は理論によるものとよい一致を示した。

熱と浸透流の相互作用については佐藤¹¹⁾が適切な実験を実施している。実験は 6.6°C に保たれた飽和砂を箱に入れ、上方から下方へ 20°C の水を流し、砂中のいくつかの点で水温を測定する形で行われた。図-2 は時間経過がいくつかの段階の温度分布を示している。解析結果は実験結果の傾向をよく表わしているが、熱の移動が実験に比べてやや遅い。これは実験条件ならびに材料定数を十分解析が満足していなかったためと、本プログラムが固相-液相間の熱交換を考慮していないことによる影響のためと推定される。解析例の最後として、応力-浸透-熱移動のすべてが含まれた連成問題を取り上げ、地盤内に高温な熱源が存在する場合の地盤の温度変化が地盤の挙動に及ぼす影響について考察する。用いた材料

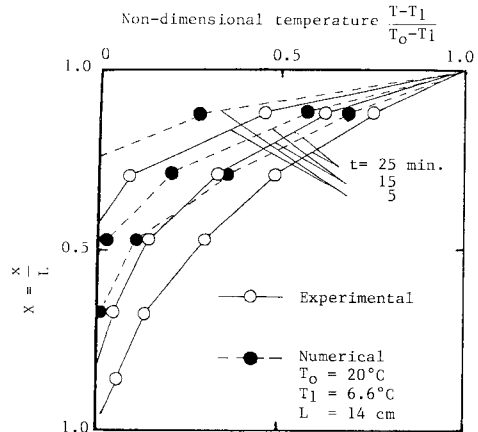


図-2 解析結果と実験結果の比較

表-1 材料定数

弾性係数	$E = 1000 \text{ t}_f/\text{m}^2$
透水係数	$k = 1.0 \times 10^{-7} \text{ m/sec}$
初期間隙比	$e_0 = 0.8$
ポアソン比	$\nu = 0.33$
単位体積重量	$\gamma = 1.65 \text{ t}_f/\text{m}^3$
地盤の比熱	$C_{vS} = 2.5 \times 10^5 \text{ cal}/\text{t}_f^\circ\text{C}$
水の比熱	$C_{vF} = 1.0 \times 10^6 \text{ cal}/\text{t}_f^\circ\text{C}$
地盤の熱伝導率	$K_{tS} = 0.5 \text{ cal}/\text{m}^\circ\text{Csec}$
水の熱伝導率	$K_{tF} = 0.14 \text{ cal}/\text{m}^\circ\text{Csec}$
地盤の熱膨張率	$\alpha = 5.0 \times 10^{-6} /^\circ\text{C}$
水の熱膨張率	$\beta_T = 5.0 \times 10^{-4} /^\circ\text{C}$
水の圧縮係数	$\beta_P = 4.9 \times 10^{-6} \text{ m}^2/\text{t}_f$

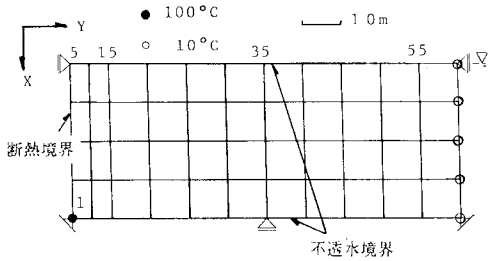


図-3 解析モデル図

定数を表-1 に示す。

解析モデルは図-3 に示すものを用いた。境界条件および初期条件は以下のものである。

- 変位境界として左右端で水平固定、鉛直自由、下面で水平自由、鉛直固定とする。
- 水理境界として下面は不透水とする。右端の水位は最上端に固定、初期条件は最上端面に水面があるときの静水圧分布を用いる。
- 熱境界としては、図-3 中の黒丸の節点が 100°C、白丸の節点が 10°C で一定に保たれる。上下端、左端は断熱境界、領域の初期温度は 10°C とする。

図-4 (a), (b) は地盤内の温度分布を示したもので、(b) は定常状態のものに相当する。この解析例と比較するため、解析領域の左端で水位を 10 m 強制的に上昇させた場合と、左端を最上端で固定し、右端を 10 m 強制的に降下させた場合を同じ材料定数、その他の境界条件、初期条件を同一にして解析を行った。これらの定常状態における温度を示したものが表-2 である。表中の節点番号の位置は図-3 に示されている。強制的な水位

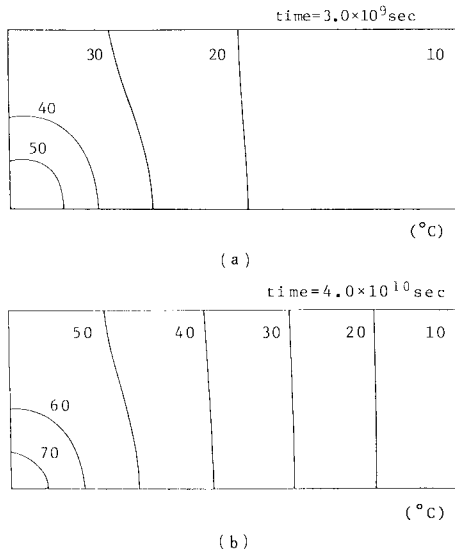


図-4 温度分布図

表-2 定常状態の温度 (°C)

節点番号 条件	No. 15	No. 35	No. 55
水位上昇	70.4	54.5	21.5
水位降下	67.9	51.4	20.0
強制的な水位 低下なし	53.2	36.7	15.4

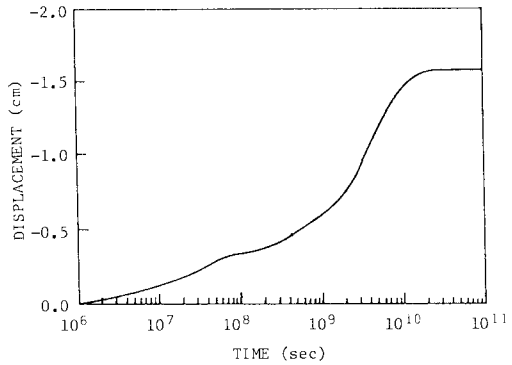


図-5 鉛直変位図

変化を与えた場合に比べ、与えない場合の温度上昇の程度が低い。これは強制的な水位変化によって土中水の流れが生じ、対流によってエネルギーは変化するが、強制的な水位変化を与えない場合では、土中水はほとんど流れず、対流によるエネルギーの変化はほとんどないためであると考えられる。これらのことから、対流は熱移動現象にかなりの影響を与えていることがわかる。また、水位を降下させた場合、水位を上昇させた場合より、熱は移動しにくい。これはエネルギー保存則の式 (30) より説明できる。不飽和領域では体積含水率の減少のため透水係数が減少し、流速は減少する。同時に、式 (32) で表わされる熱伝導率なども減少するため、式 (30) の左辺第 2 項で示される対流によるエネルギー移動と右辺第 1 項の熱伝導によるエネルギー移動が減少し、右辺第 2 項の流体の熱膨張によるエネルギー吸収の減少にかかわらず、その量は対流、伝導によるエネルギー移動と比較するとわずかであるため、熱は移動しにくくなると考えられる。図-5 は、図-3 に示す節点 No. 5 の鉛直変位の経時変化を示している。時間の経過とともに地表面は隆起するが、 10^8 s ぐらいで、隆起の進行はほぼ停止し、その後再び隆起は進行しはじめ定常状態に至る。隆起が一時的に停止するのは、温度の上昇により増加した間隙水圧が消散することにより生じる沈下と、熱応力により生じる隆起が相殺しあうためと考えられる。しかし熱応力による変位が、間隙水圧の消散による沈下を上回り始めると再び変位は増加し始める。地表面での温度分布を示す

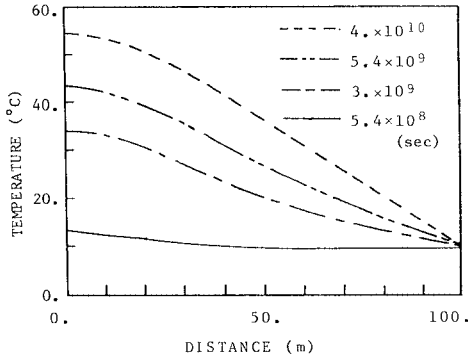


図-6 地表面温度分布図

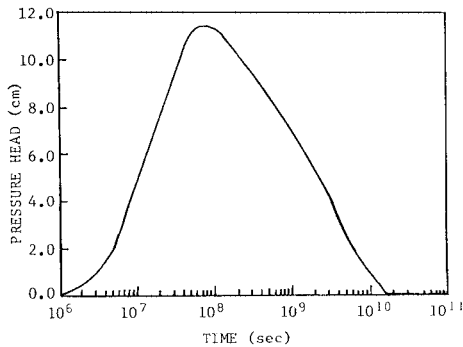


図-7 節点番号5における圧力水頭変化図

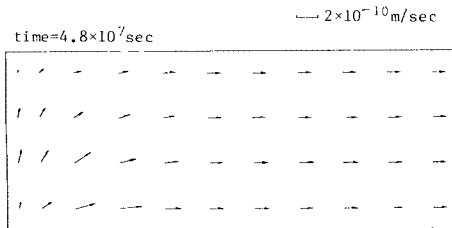


図-8 流速ベクトル分布図

図-6と比較することにより、地表面における変位は、温度変化の大きさに対応していることがわかる。

図-7は、接点番号5における地表面の圧力水頭の変化を示している。温度上昇により圧力水頭は上昇するが、時間の経過に伴いピークに至りその後消散し始め定常状態では、地表面の圧力水頭はゼロになる。これは、初期においては、温度変化による間隙水圧の発生が、浸透流によるその消散を上回るため、圧力水頭は増加するが、 10^8 s ぐらいで間隙水圧の消散が発生を上回るため圧力水頭は減少するものと考えられる。上述した図-5の 10^8 s ぐらいでの変位の一時停止の説明を裏付けるものである。図-8は、圧力水頭増加がほぼピークに達したときの流速の分布である。熱源付近ではほぼ上方に流れ、

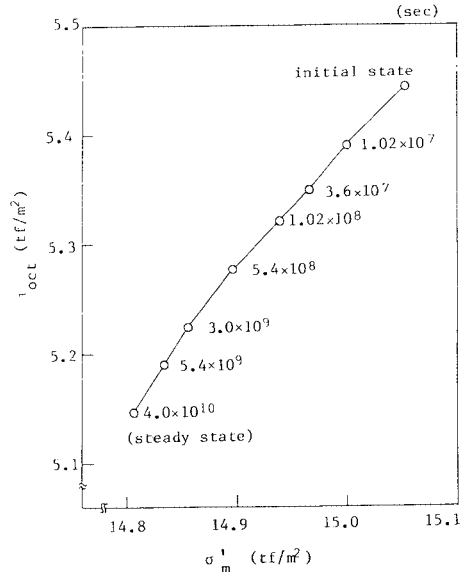


図-9 有効応力経路

熱源から離れるに従い水平方向の流れが卓越するという自然対流現象がみられる。

流速は全水頭の変化、すなわち圧力水頭の変化に比例するため、これ以降流速は減少し、定常状態では土中水はほとんど流れない。

図-9は、図-3において要素番号1で示される要素における有効応力径路を示している。温度の上昇に伴い平均有効主応力 σ_m^1 、正八面体せん断応力 τ_{oct} は熱応力の増加により、ともに減少する。

4. 結 論

本論文では、応力・変形挙動、土中水の流れ、そして熱移動現象といった地盤に影響を及ぼす要素間の相互作用を知るため、応力のつり合い式、土中水の連続式、エネルギー保存則を連立させることにより、飽和-不飽和領域における線形弾性地盤の、応力・浸透・熱移動連成問題を定式化し、地盤の熱力学的挙動に注目して、解析を行いそれについて論じた。

解析結果から以下のことを述べるができる。

- (1) 地盤の変形は、土中水の移動と温度変化によって生じる熱応力にかなりの影響を受ける。
- (2) 間隙水圧挙動は、温度変化の影響を受ける。
- (3) 温度は、土中水の流速に影響を受け、地盤の変形にはほとんど影響を受けない。

解析例を通して、本論文で提案した解析手法の妥当性、有意性は定性的な範囲において、ある程度達成されたものと考えられる。

熱移動現象を考える場合、パラメーターの温度依存性

が問題となる。ほとんどのパラメーターは温度依存性を多かれ少なかれ有しており、しかも温度に対して非線形に変化することが多い。このようなパラメーターの温度依存性はまだ確立されたものがない。本論文では、一部のパラメーターを除き、温度依存性を無視して線形解析を行っているが、温度依存性の考慮は今後の課題である。

また、パラメーターの温度依存性を種々の実験および現場計測により定量的に把握し、理論付けられることができれば、地盤の熱力学的挙動をより正確に予測することができるようになると考えられる。

最後に、研究にあたっていろいろお世話いただいた京都大学 足立紀尚教授に感謝の意を表します。

参 考 文 献

- 1) Sandhu, R.S. and Wilson, E.L. : Finite Element Analysis of Seepage in Elastic Media, J. Eng. Mech. Div. ASCE, 95, EM 3, 1969.
- 2) 大西有三・村上 毅：有限要素法による地盤の応力・変形を考慮した浸透流解析，土木学会論文報告集，No. 298, 1980.
- 3) Bear, J. and Corapcioglu, M.Y. : A mathematical model for consolidation in a thermoelastic aquifer due to hot water injection or pumping, Water Resour. Res., Vol. 17, No. 3, pp. 723~736, 1981.
- 4) Hart, R.D. : A fully coupled thermal-mechanical-fluid flow model for nonlinear geologic system, PH.D. Thesis, Univ. of Minnesota, 1981.
- 5) Noorishad, J., Tsang, C.F. and Witherspoon, P.A. : Coupled thermal-hydraulic-mechanical phenomena in saturated fractured porous rocks : Numerical approach, Journal of Geophysical research, Vol. 89, No. B 12, pp. 10365~10373, 1984.
- 6) Bishop, A.W. and Blight, G.E. : Some aspects of effective stress in saturated and partly saturated soil, Geotechnique, Vol. 13, No. 3.
- 7) Mase, G.E. : Continuum mechanics, McGraw-Hill, pp. 140~150, 1970.
- 8) Richards, B.G. : Theoretical transient behavior of saturated and unsaturated soils under load and changing moisture conditions, Division of Applied Geomech. Technical Paper, No. 16, Common Wealth Scientific and Industrial Research Organization, Australia, 1973.
- 9) Eaton, R.R. : A Numerical method for computing flow through partially saturated porous media, Numerical Methods in Thermal Problems, Vol. III, pp. 911~920, 1983.
- 10) Faust, C.R. and Mercer, J.W. : Geothermal reservoir simulation 1. mathematical models for liquid- and vapor-dominated hydrothermal systems, Water Resour. Res., Vol. 15, pp. 23~30, 1979.
- 11) 佐藤邦明：飽和多孔体および温水浸透流における温度伝導率の実験的決定，土木学会論文報告集，第 320 号，pp. 57~65, 1982. 4.

(1985. 9. 9・受付)