

# 非線形分散波式の精度の検討

## ACCURACY OF NONLINEAR DISPERSIVE LONG WAVE EQUATIONS

藤間 功司\*・後藤 智明\*\*・首藤 伸夫\*\*\*

By Koji FUJIMA, Chiaki GOTO and Nobuo SHUTO

Six equations of higher order approximation derived for  $U_r \gg 1$  and  $U_r \sim 1$  are examined numerically in comparison with the MAC method, with an emphasis on the development of soliton fission. The reason why the existing theories such as the KdV, Boussinesq and Peregrine equations give a more rapid growth than hydraulic experiment is explained. The best fit is obtained with an equation for  $U_r \gg 1$ .

### 1. 緒 言

現在における津波数値計算は、実用上十分な精度で打上げ高を再現できるまでに至っている。しかし、詳細な波形や流速のような、海岸部構造物の強度設計や安定計算に必要な諸量については精度が不十分で、これの向上が近い将来の重要な課題である。特に日本海中部地震津波でみられたような波先端部でソリトン分裂を起こす津波に関してはこの短周期成分の精度よい再現が必要である。

ソリトン分裂などの現象を表現できる長波の方程式（非線形分散波式）としては、今のところ、Peregrineの式<sup>1)</sup>、KdVの式<sup>2)</sup>、Boussinesqの式<sup>3)</sup>などのアーセル数（ $U_r$ ）が1のオーダーの式と、最近著者らの1人が導いたアーセル数が1より大きい場合の式<sup>4)</sup>の2種類の系統がある。 $U_r \sim 1$ の場合の式は線形長波の式の高次近似、 $U_r \gg 1$ の場合の式は浅水理論の式の高次近似であり、これらの長波理論は $U_r \sim 1$ の場合と $U_r \gg 1$ の場合の2種類に分類できるといってよい。

この2種類の系統の非線形分散波式に関して、 $U_r \sim 1$ の系統の式を用いた数値計算ではソリトン分裂が実際よりも早く起こり波高増幅も大きくなる<sup>5)</sup>と指摘されており、 $U_r \gg 1$ の系統の式を用いた方が少なくとも斜面上での波の変形では実験に近い計算値を与える<sup>6)</sup>という結果が得られている。

しかし、砕波点近くまでを含めて論議するには従来の方程式では不十分であり、より高精度の方程式が求められている。一方、津波の実用計算では、広大な海域が対象となるため、計算機容量、経費等の面からの制約もあり、無限に方程式の近似度を上げるわけにもいかない。そこで、従来の式やより近似の高い式の数値計算結果の傾向を知り、適用範囲を決定し、かつ上記制限下に実用に供し得るものであるかを判断する必要にせまられている。

本研究では、まず新しい展開法を用いて $U_r \sim 1$ 、 $U_r \gg 1$ の両者の場合で従来の式よりさらに高次近似の方程式を導く。さらに、MAC法によるソリトン分裂の数値計算結果を用いて従来の非線形分散波式、およびここで導いた高次近似式の精度を数値的に検討する。最後にソリトン分裂の機構を調べ、各非線形分散波式による数値計算がどのような結果を与えるかを考察する。

\* 学生会員 東北大学大学院工学研究科

(〒980 仙台市荒巻字青葉)

\*\* 正会員 工博 運輸省港湾技術研究所水工部主任研究官

\*\*\* 正会員 工博 東北大学教授 工学部土木工学科  
(〒980 仙台市荒巻字青葉)

## 2. 展 開 法

非粘性・非圧縮流体の二次元・非回転運動を考える。

波高、波長、水深の代表的な量を  $H_0$ ,  $L_0$ ,  $h_0$  とし、波高水深比  $\epsilon = H_0/h_0$ , 相対水深  $\sqrt{\sigma} = h_0/L_0$  と定義する。このとき、 $U_r = \epsilon/\sigma$  となる。 $z'$  軸は鉛直上向きで静水面を  $z'=0$ , 水底を  $z'=-h'(x')$  とし、 $x'$  方向流速、 $z'$  方向流速をそれぞれ  $u'$ ,  $w'$ , 圧力を  $p'$ , 静水面からの水面の変位を  $\eta'$  で表わす。また、水の密度を  $\rho$ , 重力加速度を  $g$  とする。

連続の式、運動の式、水表面の条件、水底の条件、および非回転の条件を次のような無次元変数を使って無次元化する。

$$\left. \begin{aligned} x' &= L_0 x, z' = h_0 z, t' = \frac{L_0}{C_0} t, \\ u' &= C_0 \frac{H_0}{h_0} u, w' = C_0 \frac{H_0}{L_0} w, p' = \rho g h_0 p, \\ h' &= h_0 h, \eta' = H_0 \eta, C_0 = \sqrt{g h_0} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (1)$$

ただし、記号'が有次元量を表わす。この無次元化はPeregrineの行ったものと本質的に同じである。

連続の式、運動の式、非回転の式などを鉛直方向に積分すると、基本方程式群として式(2)~(6)を得る。

$$\epsilon \frac{\partial \eta}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\epsilon \eta} u dz = 0 \dots\dots\dots (2)$$

$$\begin{aligned} \epsilon \frac{\partial}{\partial t} \int_{-h}^{\epsilon \eta} u dz + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\epsilon \eta} u^2 dz + \epsilon(h + \epsilon \eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ = \epsilon \sigma \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^{\epsilon \eta} dz \int_{\epsilon \eta}^z \left( \frac{\partial w}{\partial t} + \epsilon u \frac{\partial w}{\partial x} + \epsilon w \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz \\ + \epsilon \sigma \frac{\partial h}{\partial x} \int_{-h}^{\epsilon \eta} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + \epsilon u \frac{\partial w}{\partial x} + \epsilon w \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz \dots\dots (3) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} p &= (\epsilon \eta - z) \\ &+ \epsilon \sigma \int_z^{\epsilon \eta} \left( \frac{\partial w}{\partial t} + \epsilon u \frac{\partial w}{\partial x} + \epsilon w \frac{\partial w}{\partial z} \right) dz \dots\dots\dots (4) \end{aligned}$$

$$\epsilon w = -\epsilon \frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u dz \dots\dots\dots (5)$$

$$\epsilon \frac{\partial u}{\partial z} = \epsilon \sigma \frac{\partial w}{\partial x} \dots\dots\dots (6)$$

式(3)の中で左辺第1項が局所項、第2項が移流項、第3項が静水圧項(式(4)右辺第1項による部分)、右辺は鉛直方向加速度に起因する静水圧以外の圧力(式(4)右辺第2項)による項で、便宜上分散項とよぶことにする。式群を有次元に戻すには式(3)左辺第3項と式(4)右辺第1項に  $g$ , 式(4)左辺に  $1/\rho$  を付けばよい。

ここで、従来の摂動法とは異なり、本来物理現象として存在すべき波形  $\eta$  と底面からその波形に至る間についての断面平均流速  $\bar{u}$  を基準にとり、これらに関して流速を展開する方法により方程式を誘導する。たとえば  $U_r \sim 1$  の式を求めるなら、式(2)~(6)のパラメーター

を  $\epsilon \sim \sigma \ll 1$  とし、式中のパラメーター  $\sigma$  を  $\epsilon$  で置き換えて  $u$ ,  $w$  を次のように展開する(この場合、 $\epsilon$ ,  $\sigma$  がともに展開に関係しており、パラメーターを  $\epsilon$  で統一するのは単に  $U_r \gg 1$  の場合との混同を避けるためである)。

$$\left. \begin{aligned} u &= \bar{u} + \epsilon u_1 + \epsilon^2 u_2 + \dots \\ w &= w_0 + \epsilon w_1 + \epsilon^2 w_2 + \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (7)$$

そして  $w_0$ ,  $u_1$ ,  $w_1$  等を最終的に方程式に組み込まれる変数である  $\eta$  と  $\bar{u}$  で表わし、必要な部分までを式(2), (3)に代入して直接  $\eta$  と  $\bar{u}$  に関する式を導く。ただし、 $\bar{u} = \bar{u}(x; t)$ ,  $w_0$ ,  $u_1$  などは  $(x, z; t)$  の関数である。 $U_r \gg 1$  の場合は  $\epsilon \sim 1$ ,  $\sigma \ll 1$  で、展開のパラメーターは  $\sigma$  になる。この場合、パラメーター  $\epsilon$  は展開に一切関係がない。

$w_0$ ,  $u_1$  等を  $\eta$  と  $\bar{u}$  で表わすには、式(5)~(7)から次のように  $w_0$ ,  $u_1$ ,  $w_1$ , ... の順に求めることができる。

$$\left. \begin{aligned} w_0 &= -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z \bar{u} dz = -\frac{\partial}{\partial x} [(h+z)\bar{u}], \\ u_1 &= \int \frac{\partial w_0}{\partial x} dz, \\ w_1 &= -\frac{\partial}{\partial x} \int_{-h}^z u_1 dz, \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (8)$$

ただし、 $u_1$ ,  $u_2$  等の積分定数は、断面平均流速の定義

$$\int_{-h}^{\eta} u dz = (h + \eta) \bar{u} \dots\dots\dots (9)$$

から、 $U_r \sim 1$  の場合には

$$\left. \begin{aligned} u_1 : \int_{-h}^{\eta} u_1 dz &= 0, \\ u_2 : \int_{-h}^{\eta} u_2 dz + \eta \cdot u_1(x, 0; t) &= 0, \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (10)$$

$U_r \gg 1$  の場合には

$$\left. \begin{aligned} u_1 : \int_{-h}^{\eta} u_1 dz &= 0, \\ u_2 : \int_{-h}^{\eta} u_2 dz &= 0, \dots \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

として決定する。

## 3. $U_r \sim 1$ の場合の高次近似式

まず、 $\epsilon \sim \sigma \ll 1$  として  $U_r \sim 1$  の場合の式を  $O(\epsilon^3)$  の精度まで求めると以下の結果を得る。

$$\begin{aligned} \left\{ \begin{aligned} \epsilon \frac{\partial \eta}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial x} [(h + \epsilon \eta) \bar{u}] &= 0 \dots\dots\dots (12) \\ \epsilon \frac{\partial}{\partial t} [(h + \epsilon \eta) \bar{u}] + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial x} [(h + \epsilon \eta) \bar{u}^2] + \epsilon(h + \epsilon \eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ &= \epsilon^2 \left[ -\frac{h^3}{6} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial t \partial x^2} + \frac{h^2}{2} \frac{\partial^3 (h \bar{u})}{\partial t \partial x^2} \right] \\ &+ \epsilon^3 \left[ h \frac{\partial}{\partial x} \left[ \eta \frac{\partial^2 (h \bar{u})}{\partial t \partial x} \right] + \frac{h^5}{120} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial t \partial x^4} - \frac{h^4}{24} \frac{\partial^3 (h \bar{u})}{\partial t \partial x^4} \right. \\ &\left. + \frac{h^3}{6} \frac{\partial^2}{\partial x^2} \left[ -\frac{h^2}{6} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial t \partial x^2} + \frac{h}{2} \frac{\partial^3 (h \bar{u})}{\partial t \partial x^2} \right] \right] \end{aligned} \right\} \end{aligned}$$

$$+ \frac{h^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \bar{u} \frac{\partial^2(h\bar{u})}{\partial x^2} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial(h\bar{u})}{\partial x} \right] \\ - \frac{h^3}{6} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 \right] + 0(\epsilon^4) \dots \dots \dots (13)$$

ここで、 $0(\epsilon)$  の精度を有する式は式 (12), (13) の中の  $0(\epsilon)$  の項、 $0(\epsilon^2)$  の精度を有する式では  $0(\epsilon^2)$  の項までを考慮すればよい (以下、 $0(\epsilon^n)$  の精度を有する式を単に  $0(\epsilon^n)$  の式と書く).  $0(\epsilon)$  の式は線形長波の式、 $0(\epsilon^2)$  の式は Peregrine の式を積分したものに等しい. このとき、 $u_1$ ,  $w_0$ ,  $w_1$  は次のように表わされる.

$$u_1 = \left( \frac{h^2}{6} - \frac{z^2}{2} \right) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - \left( \frac{h}{2} + z \right) \frac{\partial^2(h\bar{u})}{\partial x^2} \dots \dots \dots (14)$$

$$w_0 = - \frac{\partial}{\partial x} [(h+z)\bar{u}] \dots \dots \dots (15)$$

$$w_1 = \frac{\partial}{\partial x} \left[ - \frac{1}{6} (h^2 z - z^3) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{1}{2} (h z + z^3) \frac{\partial^2(h\bar{u})}{\partial x^2} \right] \\ \dots \dots \dots (16)$$

圧力は、 $p = p_0 + \epsilon p_1 + \epsilon^2 p_2 + \dots$  とおけば、式 (4) から次のように得られる.

$$p_0 = -z \dots \dots \dots (17)$$

$$p_1 = \eta \dots \dots \dots (18)$$

$$p_2 = \frac{z^2}{2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t \partial x} + z \frac{\partial^2(h\bar{u})}{\partial t \partial x} \dots \dots \dots (19)$$

$$p_3 = -\eta \frac{\partial^2(h\bar{u})}{\partial t \partial x} - \frac{z^4}{24} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial t \partial x^3} - \frac{z^3}{6} \frac{\partial^3(h\bar{u})}{\partial t \partial x^3} \\ - \frac{z^2}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left[ - \frac{h^2}{6} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial t \partial x^2} + \frac{h}{2} \frac{\partial^2(h\bar{u})}{\partial t \partial x^2} \right] \\ + \frac{z^2}{2} \left[ \bar{u} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x^2} - \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 \right] \\ + z \left[ \bar{u} \frac{\partial^2(h\bar{u})}{\partial x^2} - \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial(h\bar{u})}{\partial x} \right] \dots \dots \dots (20)$$

さらに水平床として簡単化し、 $0(\epsilon^4)$  まで考慮すれば、水平床における式として次式を得る.

$$\begin{cases} \epsilon \frac{\partial \eta}{\partial t} + \epsilon \frac{\partial}{\partial x} [(h + \epsilon \eta) \bar{u}] = 0 \dots \dots \dots (21) \\ \epsilon \frac{\partial}{\partial t} [(h + \epsilon \eta) \bar{u}] + \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial x} [(h + \epsilon \eta) \bar{u}^2] \\ + \epsilon \frac{h^5}{45} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right)^2 \right] + \epsilon (h + \epsilon \eta) \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ = \epsilon^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{1}{3} (h^3 + \epsilon \cdot 3h^2 \eta + \epsilon^2 \cdot 3h \eta^2) \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t \partial x} \right. \\ + \epsilon \frac{h^5}{45} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial t \partial x^3} \\ + \epsilon \frac{1}{3} (h^3 + \epsilon \cdot 3h^2 \eta) \left[ \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 \right] \\ + \epsilon^2 \frac{2}{945} h^7 \frac{\partial^6 \bar{u}}{\partial t \partial x^5} + \epsilon^2 \frac{h^4}{9} \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left[ \eta \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right] \\ \left. + \epsilon^3 \frac{h^5}{45} \left[ \bar{u} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial x^4} + \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x^3} - 2 \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right)^2 \right] \right] + 0(\epsilon^5) \\ \dots \dots \dots (22) \end{cases}$$

$$u_2 = \left[ \frac{1}{24} (h+z)^4 - \frac{h^2}{12} (h+z)^2 + \frac{7}{360} h^4 \right] \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial x^4} + \frac{h}{3} \eta \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \\ \dots \dots \dots (23)$$

$$w_2 = - \left[ \frac{1}{120} (h+z)^5 - \frac{h^2}{36} (h+z)^3 + \frac{7h^4}{360} (h+z) \right] \frac{\partial^5 \bar{u}}{\partial x^5} \\ - \frac{h}{3} (h+z) \frac{\partial}{\partial x} \left[ \eta \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right] \dots \dots \dots (24)$$

$$p_4 = - \frac{\eta^2}{2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t \partial x} - h \eta \left[ \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2 \right] \\ + \left[ \frac{(h+z)^6}{720} - \frac{h^2}{144} (h+z)^4 + \frac{7}{720} h^4 (h+z)^2 \right. \\ \left. - \frac{h^6}{240} \right] \frac{\partial^6 \bar{u}}{\partial t \partial x^5} + \left[ \frac{h}{6} (h+z)^2 - \frac{h^3}{6} \right] \frac{\partial^2}{\partial t \partial x} \left[ \eta \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right] \\ + \left[ - \frac{(h+z)^4}{24} + \frac{h^2}{12} (h+z)^2 - \frac{h^4}{24} \right] \bar{u} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial x^4} \\ + \left[ \frac{(h+z)^4}{6} - \frac{h^2}{6} (h+z)^2 \right] \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x^3} \\ + \left[ - \frac{(h+z)^4}{8} + \frac{h^2}{12} (h+z)^2 + \frac{h^4}{24} \right] \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right)^2 \dots \dots (25)$$

$0(\epsilon) \sim 0(\epsilon^3)$  までの水平床の式は、同様に式 (21), (22) から高次の微小項を取り除くことにより得られる.

水平床で正方向の進行波を考える場合には上の式から  $\bar{u}$  を消去でき、KdV の式の高次近似式として次式を得る.

$$\begin{aligned} \epsilon \frac{\partial \eta}{\partial t} + \epsilon \left\{ 1 + \epsilon \frac{3}{2} \eta - \epsilon^2 \frac{3}{8} \eta^2 + \epsilon^3 \frac{3}{16} \eta^3 \right\} \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ + \epsilon^2 \frac{1}{6} \left\{ 1 + \epsilon \frac{5}{2} \eta + \epsilon^2 \frac{15}{8} \eta^2 \right\} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \\ + \epsilon^3 \frac{19}{360} \left\{ 1 + \epsilon \frac{9}{2} \eta \right\} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} \\ + \epsilon^4 \frac{23}{24} \left\{ 1 + \epsilon \frac{3}{2} \eta \right\} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \\ + \epsilon^4 \left\{ \frac{19}{32} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + \frac{317}{288} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + \frac{1079}{1440} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^4 \eta}{\partial x^4} \right. \\ \left. + \frac{55}{3024} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right\} + 0(\epsilon^5) = 0 \dots \dots \dots (26) \end{aligned}$$

ここで、 $0(\epsilon^2)$  までを考慮したものが KdV の式である.

#### 4. $U_r \gg 1$ の場合の高次近似式

次に  $\epsilon \sim 1$ ,  $\sigma \ll 1$  において  $U_r \gg 1$  の場合の式を  $0(\sigma^2)$  まで求めると、次の結果を得る.

$$\begin{cases} \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [d\bar{u}] = 0 \dots \dots \dots (27) \\ \frac{\partial}{\partial t} [d\bar{u}] + \frac{\partial}{\partial x} [d\bar{u}^2] + d \frac{\partial \eta}{\partial x} \\ + \sigma^2 \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{d^5}{45} \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right)^2 + \frac{d^4}{12} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} A - \frac{d^3}{12} A^2 \right] \\ = \sigma \frac{\partial}{\partial x} \left[ \frac{d^2}{2} F_1 + \frac{d^3}{3} F_2 + \sigma \left( \frac{d^3}{3} F_3 - \frac{d^4}{8} F_4 - \frac{d^5}{30} F_5 \right) \right] \end{cases}$$

$$\begin{aligned}
& + \sigma \frac{\partial h}{\partial x} \left( \frac{d^2}{2} F_6 - \frac{d^3}{3} F_7 - \frac{d^4}{8} F_8 \right) \\
& + \sigma \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \left( d^2 \bar{u} B - \frac{d^3}{3} \bar{u} A - \frac{d^4}{8} \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right) \\
& + \sigma \frac{\partial h}{\partial x} \left[ - \left( d F_1 + \frac{d^2}{2} F_2 \right) \right. \\
& + \sigma \left( - \frac{d^2}{2} F_3 + \frac{d^3}{6} F_4 - \frac{d^4}{24} F_5 \right) \\
& + \sigma \frac{\partial h}{\partial x} \left( - d F_6 + \frac{d^2}{2} F_7 + \frac{d^3}{6} F_8 \right) \\
& \left. + \sigma \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \left( - 2 d \bar{u} B + \frac{d^2}{2} \bar{u} A + \frac{d^3}{6} \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right) \right] + O(\sigma^3) \quad \dots\dots\dots (28)
\end{aligned}$$

$$d = h + \eta,$$

$$A = \bar{u} \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial h}{\partial x},$$

$$B = \frac{d^2}{6} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} + \frac{d}{2} A,$$

$$F_1 = \frac{\partial}{\partial t} \left[ \bar{u} \frac{\partial h}{\partial x} \right] + \bar{u} \frac{\partial}{\partial x} \left[ \bar{u} \frac{\partial h}{\partial x} \right],$$

$$F_2 = \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t \partial x} + \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - \left( \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \right)^2,$$

$$F_3 = \frac{\partial^2 B}{\partial t \partial x} + \bar{u} \frac{\partial^2 B}{\partial x^2} - A^2 + B \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - 2 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial B}{\partial x},$$

$$F_4 = \frac{\partial^2 A}{\partial t \partial x} + \bar{u} \frac{\partial^2 A}{\partial x^2} + 3 A \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} - 3 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial A}{\partial x},$$

$$F_5 = \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial t \partial x^3} + \bar{u} \frac{\partial^4 \bar{u}}{\partial x^4} - 4 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x^3} + 3 \left( \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right)^2,$$

$$F_6 = \frac{\partial B}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} [\bar{u} B],$$

$$F_7 = \frac{\partial A}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial A}{\partial x} - 2 A \frac{\partial \bar{u}}{\partial x},$$

$$F_8 = \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial t \partial x^2} + \bar{u} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x^3} - 3 \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2}$$

$O(\sigma^0)$  の式は浅水理論,  $O(\sigma^1)$  の式は著者らの 1 人が導いた非線形分散波式を積分したものとそれぞれ一致する. このとき,  $u_1$ ,  $w_1$ ,  $p_1$  等は次のように与えられる.

$$u_1 = B - (h+z)A - \frac{(h+z)^2}{2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \quad \dots\dots\dots (29)$$

$$w_0 = - \frac{\partial}{\partial x} [(h+z)\bar{u}] \quad \dots\dots\dots (30)$$

$$\begin{aligned}
w_1 = & - (h+z) \frac{\partial B}{\partial x} + \frac{(h+z)^2}{2} A + \frac{(h+z)^3}{6} \frac{\partial^3 \bar{u}}{\partial x^3} \\
& + \frac{\partial h}{\partial x} \left[ - B + (h+z)A + \frac{(h+z)^2}{2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right] \quad \dots\dots (31)
\end{aligned}$$

$$p_0 = (\eta - z) \quad \dots\dots\dots (32)$$

$$p_1 = [(h+z) - d] F_1 + \left[ \frac{(h+z)^2}{2} - \frac{d^2}{2} \right] F_2 \quad \dots\dots\dots (33)$$

$$\begin{aligned}
p_2 = & \left[ \frac{(h+z)^2}{2} - \frac{d^2}{2} \right] F_3 - \left[ \frac{(h+z)^3}{6} - \frac{d^3}{6} \right] F_4 \\
& - \left[ \frac{(h+z)^4}{24} - \frac{d^4}{24} \right] F_5 + \frac{\partial h}{\partial x} \left[ [(h+z) - d] F_6 \right.
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - \left[ \frac{(h+z)^2}{2} - \frac{d^2}{2} \right] F_7 - \left[ \frac{(h+z)^3}{6} - \frac{d^3}{6} \right] F_8 \Big] \\
& + \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} \left\{ [(h+z) - d] \cdot 2 \bar{u} B - \left[ \frac{(h+z)^2}{2} - \frac{d^2}{2} \right] \bar{u} A \right. \\
& \left. - \left[ \frac{(h+z)^3}{6} - \frac{d^3}{6} \right] \bar{u} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial x^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (34)
\end{aligned}$$

さらに  $U_r \sim 1$  の場合と同様に水平床上で正方向の進行波を仮定して方程式から  $\bar{u}$  を消去すれば,  $O(\sigma)$  の精度までで次式を得る.

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial \eta}{\partial t} + \left\{ (3\sqrt{1+\eta} - 2) + \sigma \left[ \frac{4}{3} (1+\eta)^{3/2} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} \right. \right. \\
& \left. \left. + 2(1+\eta)^{1/2} \left( \frac{\partial \eta}{\partial x} \right)^2 + 7 \int_x^\infty (1+\eta)^{1/2} \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial^2 \eta}{\partial x^2} dx \right] \right\} \frac{\partial \eta}{\partial x} \\
& + \sigma \frac{1}{6} (1+\eta)^{5/2} \frac{\partial^3 \eta}{\partial x^3} + O(\sigma^2) = 0 \quad \dots\dots\dots (35)
\end{aligned}$$

$O(\sigma^0)$  までなら浅水理論の式と同じである. 方程式を  $\eta$  のみの式で表わすことは  $O(\sigma^2)$  の式でも可能であるが, かなり複雑になる.

## 5. 方程式の精度の数値的検討

ここでは, MAC 法によるソリトン分裂の数値計算結果から, 3., 4. で導いた各方程式の移流項, 分散項を評価し, 各式の精度を数値的に検討する.

MAC 法では, 断面平均をとるなどの操作を行わず, また微少パラメーターによる展開もせずに直接 Euler の運動の式を用いて計算するため, 支配方程式による誤差が少ない. さらに Euler の運動の式には 1 階微分しか現われないために, 数値計算上の誤差も少なく抑えることができる. ただし,  $x$ ,  $z$ ,  $t$  に関しての差分となるので, 計算量は格段に増えることとなる.

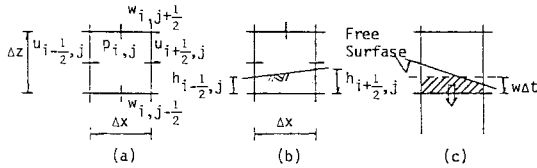
### (1) MAC 法の計算方法

本計算方法<sup>7)</sup>は, MAC 法の一つである SOLA-VOF<sup>8)</sup>に斜面の境界条件と水表面セルでの水の授受に関して著者らが工夫を加えたものである.

計算領域を  $x$  方向と  $z$  方向に格子状に区切り, セルに対し図—1 (a) の場所で  $u$ ,  $w$ ,  $p$  を定義する. Euler の連続の式, 運動の式を差分化し, 式 (36)~(38) を得る. 移流項には風上差分を用いている.

$$\begin{aligned}
& \frac{1}{\Delta x} [u_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j}] \\
& + \frac{1}{\Delta x} [w_{i,j+1/2} - w_{i,j-1/2}] = 0 \quad \dots\dots\dots (36)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
u_{i+1/2,j}^{n+1} = & u_{i+1/2,j}^n + \Delta t \left\{ - \frac{1}{\rho \Delta x} (p_{i+1,j} - p_{i,j}) \right. \\
& - \frac{u_{i+1/2,j}}{2} [\text{DUL} + \text{DUR} + \text{sgn}(u) \\
& \quad \times (\text{DUL} - \text{DUR})] \\
& \left. - \frac{w_{i+1/2,j}}{2} [\text{DUB} + \text{DUT} + \text{sgn}(w) \right.
\end{aligned}$$



図一 計算方法

$$\times (\text{DUB} - \text{DUT})] \dots\dots\dots (37)$$

$$\begin{aligned} w_{i,j+1/2}^{n+1} = & w_{i,j+1/2}^n + \Delta t \left[ -g - \frac{1}{\rho \Delta z} (p_{i,j+1} - p_{i,j}) \right. \\ & - \frac{u_{i,j+1/2}}{2} [\text{DWL} + \text{DWR} + \text{sgn}(u) \\ & \times (\text{DWL} - \text{DWR})] \\ & \left. - \frac{w_{i,j+1/2}}{2} [\text{DWB} + \text{DWT} + \text{sgn}(w) \right. \\ & \left. \times (\text{DWB} - \text{DWT})] \right] \dots\dots\dots (38) \end{aligned}$$

ここで、DUL, DUR等は

$$\text{DUL} = (u_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j}) / \Delta x$$

$$\text{DUR} = (u_{i+3/2,j} - u_{i+1/2,j}) / \Delta x$$

$$\text{DUB} = (u_{i+1/2,j} - u_{i+1/2,j-1}) / \Delta z$$

$$\text{DUT} = (u_{i+1/2,j+1} - u_{i+1/2,j}) / \Delta z$$

を表す。DWR等は $w$ に関する同様な演算である。

底面の境界条件は、法線方向流速をゼロとするものであるが、本計算では式(36)を用いるときに、斜面セルにおいて式(39)を用いることとし、連続の式に組み入れた形で用いる(図一(b))。

$$\begin{aligned} \frac{1}{\Delta x} (u_{i+1/2,j} \cdot \gamma_{i+1/2,j} - u_{i-1/2,j} \cdot \gamma_{i-1/2,j}) \\ + \frac{w_{i,j+1/2}}{\Delta z} = 0 \dots\dots\dots (39) \end{aligned}$$

$$\gamma_{i+1/2,j} = (\Delta z - h_{i+1/2,j}) / \Delta z$$

$$\gamma_{i-1/2,j} = (\Delta z - h_{i-1/2,j}) / \Delta z$$

自由表面での力学的境界条件(水表面で圧力ゼロ)では、水表面セルでの圧力を隣接するセルから直線補間して求める。また、運動学的条件である水表面セルでの水の授受に関しては、たとえば図一(c)の斜線部の水が隣接するセルへ移動すると考える。

計算のアルゴリズムは以下のとおりである。 $t=n\Delta t$ 時の $u$ と $w$ 、 $t=(n-1/2)\Delta t$ 時の $p$ と波形が決まっているとする。

1)  $u, w$ により隣接するセル間で水を移動させ、 $t=(n+1/2)\Delta t$ 時の波形を求める。

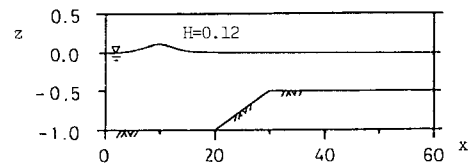
2) 式(37), (38)から $t=(n+1)\Delta t$ 時の $u, w$ を求める。ただし、 $p$ としては $t=(n-1/2)\Delta t$ 時の値を用いる。

3) この流速値は前ステップでの $p$ の値を準用したものであり、式(36)を厳密には満たしていない。そこですべてのセルで式(36)が収束条件を満たすように $p$ の値を変化させ繰り返し計算を行い、 $t=(n+1/2)\Delta t$ 時の $p$ と $t=(n+1)\Delta t$ 時の $u, w$ を決める。もちろん、1)で決めた水表面を境界条件を与える場所として用いる。

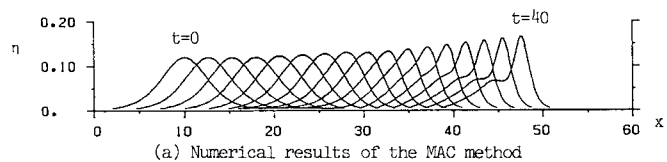
## (2) 計算結果

数値計算は諸量をすべて無次元化し、図二に示す計算条件に対し行った。初期条件は $x=10.0$ に波頂が位置する孤立波の第二次近似解を与えた。初期波高水深比は0.12である。底面形状は $x=0\sim 20, 30\sim 60$ が水平床、 $x=20\sim 30$ は勾配1/20の一樣斜面である。格子間隔は $\Delta x=0.1, \Delta z=0.025, \Delta t=0.05$ とした。計算は東北大学大型計算機センターACOS-1000により無次元化された時間で41.4まで行い、演算時間は約9時間30分であった。

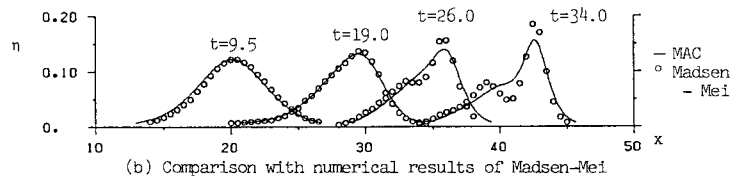
計算結果を図三(a)~(c)に示す。(a)は波形変化である。 $t=40$ まで、時間間隔2.5で書かれている。(b)は本計算と同じ問題をMadsen-Mei<sup>5)</sup>がMei-LeMehau-



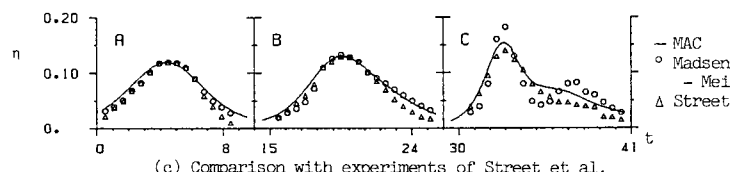
図二 計算条件



(a) Numerical results of the MAC method



(b) Comparison with numerical results of Madsen-Mei



(c) Comparison with experiments of Street et al.

図三 計算結果

te の式<sup>9)</sup>を特性曲線法を用いて行った数値計算結果との比較である。(c) は本計算と Street ら<sup>10)</sup>の実験結果および上述の Madsen-Mei の計算結果との比較である。A, B, C 各点 ( $x=14.65, 30.0, 41.65$ ) での波高経時変

化で示してある。A 点で実験値が本計算や Madsen-Mei の計算に比べ鋭い波形を示しているのは、実験では造波装置の制約で孤立波の理論波形よりも鋭い初期波形を作っているためと考えられる。C 点では逆

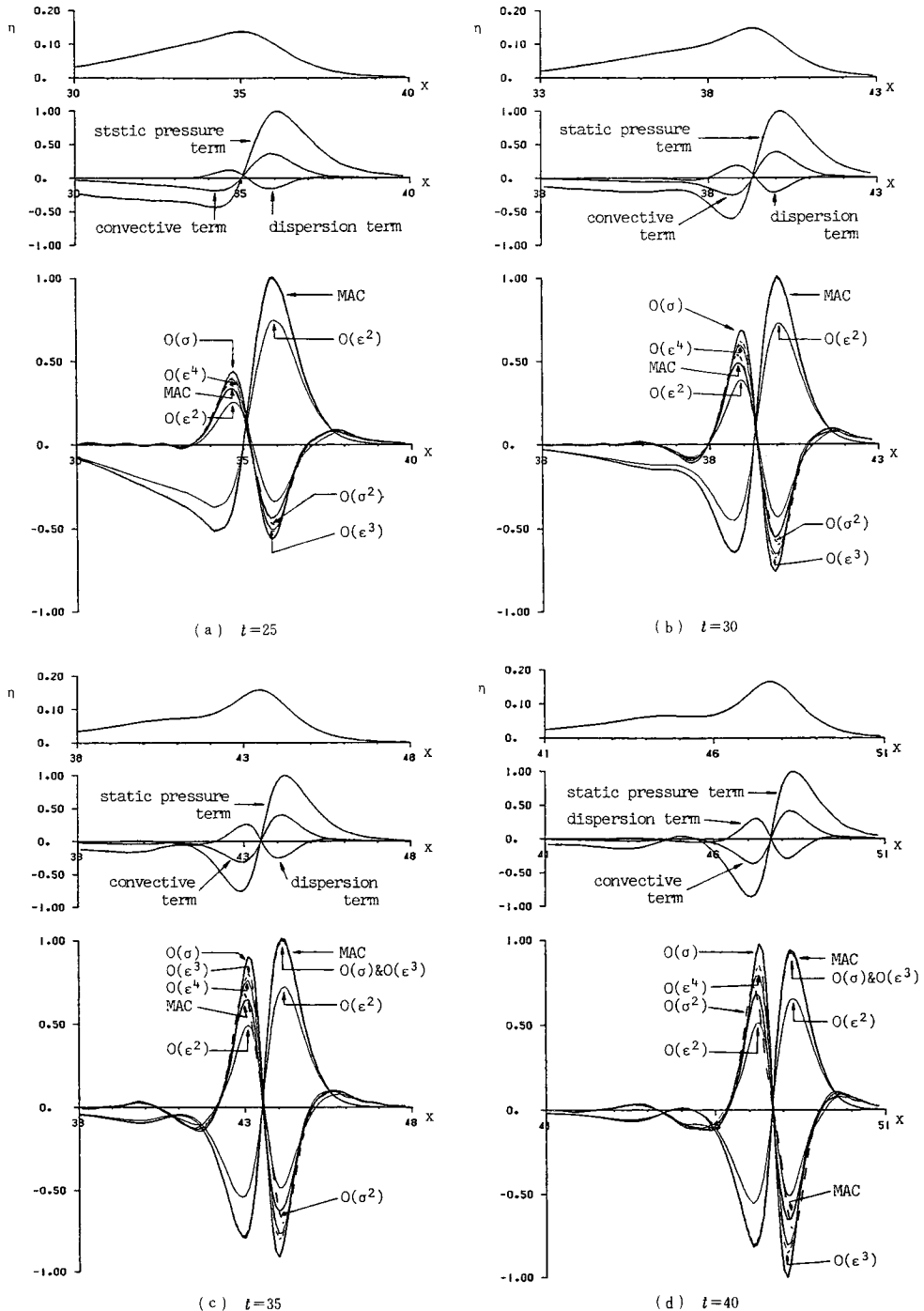


図-4 各方程式の精度の検討

に実験値は両計算値より緩やかな波形を示している。また両計算値を比べると、MAC法の結果がMadsen-Meiの計算よりも緩やかな波形となっている。(b)の結果とも考え合わせ、MAC法はMadsen-Meiの計算に比べて分裂が遅く、実験に比べれば分裂がやや早いことがわかる。これはMAC法では従来の方法に比べ実験に近い結果を得ることができるが、摩擦の影響を考慮していないことやMAC法そのものの計算誤差のため完全には一致しないものと解釈できる。

### (3) 評価

3. および4. で導いた各方程式による移流項、分散項を  $t=25 \sim 40$  におけるMAC法の計算結果と比べて評価した結果を図4(a)～(d)に示す。上段の図は波形、中段の図はMAC法の結果から求めた静水圧項・移流項・分散項で、これは真の値であるとみなせるものとする。下段の図がMAC法の結果から算出した  $\eta$  と  $\bar{u}$  を使って各方程式の移流項・分散項を求めた結果である。ただし中段・下段の図では図中の最大値で規格化しており、各項の符号は流量  $(h+\eta)\bar{u}$  を大きくするように作用しているときを正とした。また、MAC法の計算は演算時間の制約のため、空間格子間隔を求められる精度が得られる範囲で比較的大きく設定してある。そのため数値的に高階微分をとることは困難で、MAC法の結果から計算される  $\bar{u}$  をFourier成分に分解し、高周波成分を除去して高階微分を実行している。

以下、MAC法の結果が正しいとみなして各方程式の精度を評価する。

移流項は  $O(\epsilon^2)$  の式を除けばどの式でもMAC法の結果にかなり近い。特に、 $O(\epsilon^4)$ 、 $O(\sigma^2)$  の式による近似では、MAC法の結果とほとんど区別できない。 $O(\epsilon^3)$ 、 $O(\sigma)$  の式の結果も、 $t=30$  まではMAC法とほとんど同じであり、その後も有意な差はみられない。そこで  $O(\epsilon^3)$ 、 $O(\sigma)$  の式の移流項であり、従来から津波や高潮の計算に用いられている  $\partial[(h+\eta)\bar{u}^2]/\partial x$  を用いれば十分な精度が得られるといえる。

一方、分散項は式によるばらつきが大きく、MAC法の結果との差も大きい。またその差は時間とともに増大する。

そこで、分散項の誤差の大きさを静水圧項の大きさとの比で表わし、

$$err = |D_{mn} - D_m| / S_m \dots \dots \dots (40)$$

$D_{mn}$ : 各式の分散項の最大値

$D_m$ : MAC法の分散項の最大値

$S_m$ : MAC法の静水圧項の最大値

と定義して波の変形に伴う変化を調べた結果を図5に示す。(a)は  $\epsilon$ 、(b)は  $\sigma$  による変化を示す。ただし、対象としている波が孤立波であり、しかも2波に分裂す

る過程なので、波形から波長を直接定義することは困難である。そこで、便宜上  $\epsilon$ 、 $\sigma$  は局所的な量として、MAC法の計算波形から図6のように代表的な寸法  $H$ 、 $L$  を決め、

$$\epsilon = H/h, \quad \sigma = (h/L)^2 \dots \dots \dots (41)$$

から求めた。孤立波の理論波形では、このように  $\epsilon$ 、 $\sigma$  を定義すれば  $\sigma \sim 0.1 \epsilon$  となる。したがってこの場合の見掛けのアーセル数  $U_r'$  は  $U_r' \sim 10$  で本来のアーセル数  $U_r \sim 1$  に相当する。本計算でも孤立波が斜面上上がる前は  $\sigma \sim 0.1 \epsilon$  であり、斜面上で  $\sigma$  より  $\epsilon$  の方が大きくなって水平床に乗り上げた後にソリトン分裂して再び  $\sigma \sim 0.1 \epsilon$  に復帰する。本計算における  $\epsilon$ 、 $\sigma$  の履歴を図7に示す。本計算波形での  $U_r'$  は、最大でも孤立波の

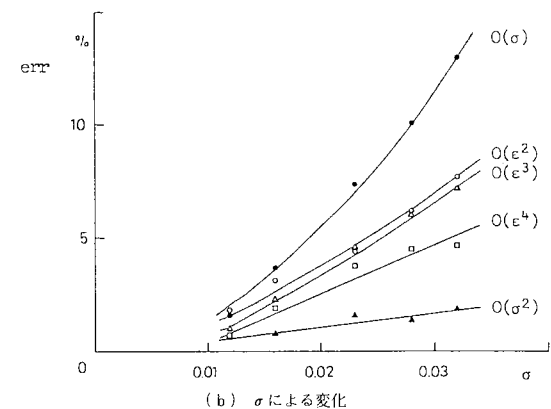
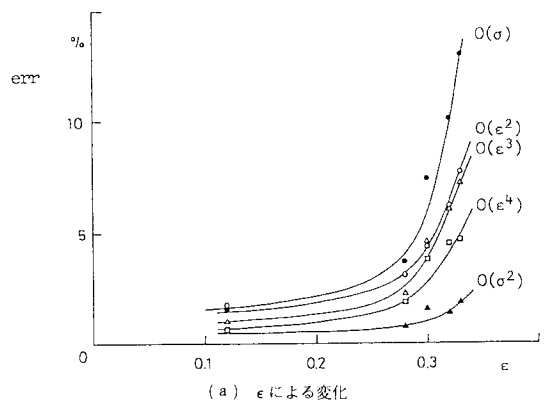


図5 波の変形に伴う分散項の誤差の変化

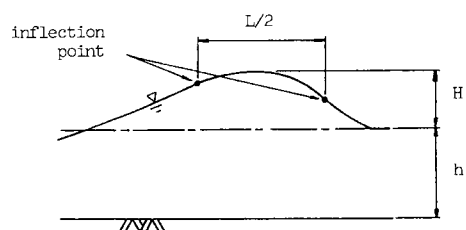
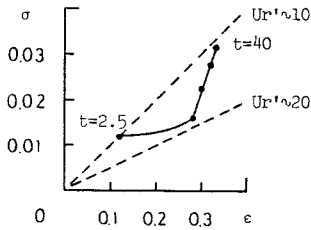


図6  $H$ 、 $L$  の定義

図—7  $\epsilon, \sigma$  の履歴

表—1 各方程式の適用限界

Eq.	$\epsilon$	$\sigma$
$O(\epsilon^2)$	0.31	0.024
$O(\epsilon^3)$	0.32	0.026
$O(\epsilon^4)$	0.33	0.030
$O(\sigma^1)$	0.29	0.019

2 倍程度の値であり、 $U_r \sim 1$  の  $\epsilon$  による展開の仮定に近い。

図—5 から  $O(\sigma)$ 、 $O(\epsilon^2)$ 、 $O(\epsilon^3)$ 、 $O(\epsilon^4)$ 、 $O(\sigma^2)$  の式の順で精度がよくなることがわかる。ただし  $O(\epsilon^2)$  の式のみが過小評価で他の式では過大評価である。 $U_r \sim 1$  の展開では、 $O(\epsilon^2)$ 、 $O(\epsilon^3)$ 、…と展開を進めても少しづつしか MAC 法の結果に漸近しないのに比べ、 $U_r \gg 1$  の

$\sigma$  による展開の方が早く漸近し、有利といえよう。

分散項の誤差が静水圧項の 5 % に達した時点その方程式の適用限界とみなせば、表—1 に示す数値を得る。また、実際には分散項の大きさだけでなく、分散項のピークの位置にも方程式による差がみられる。 $O(\epsilon^2)$  の式は分散項の位置が波頂に近い方向にずれ、 $O(\sigma^2)$  の式では逆に遠い方向にずれている。

さらに、各方程式から評価できる流速・圧力分布を MAC 法と比較した結果を図—8 に示す。 $t=40$  の波頂位置における  $u$ 、 $p$  の鉛直分布で示してある。 $O(\sigma^2)$  の式での流速分布が最も MAC 法の結果に近い。しかし、MAC 法の結果は水表面近くでどの方程式による評価よりも大きな曲率をもっており、ここで誘導した方程式の精度の範囲では水表面近くまで流速分布を正確に表現するのは困難である。圧力分布では  $O(\sigma^2)$  と  $O(\epsilon^4)$  の式が近い。

## 6. $O(\epsilon^2)$ の式が過大な波高増幅を与える理由

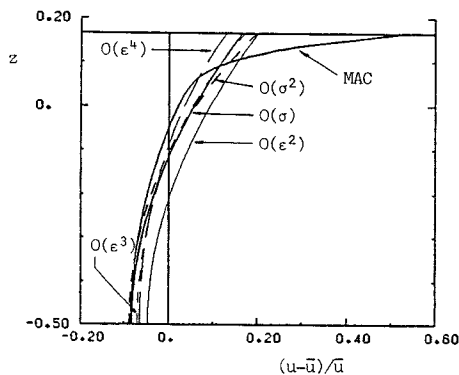
分散効果を取り入れた非線形分散波式の数値計算では、従来、 $O(\epsilon^2)$  の式が用いられている。しかし  $O(\epsilon^2)$  の式を用いた数値計算では、ソリトン分裂が実験より早く起こり、波高増幅も大きいことがわかっている<sup>5)</sup> (従来の非線形分散波式はここで導いたような積分された形で表わされていないが、やはりその精度は  $O(\epsilon^2)$  である。ただし、移流項に関しては  $O(\epsilon^3)$  の精度をもった形で計算することが多い)。

これを説明するために、まず波が水平床の浅海域に乗り上げた直後 ( $t=25$ ) からのソリトン分裂における第 1 波の成長と分離の機構を考察する。

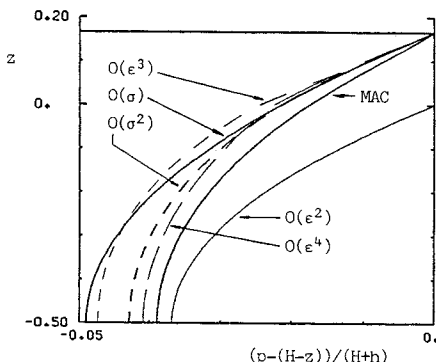
図—4 に示した運動の式の各項により波形変化を考える。少なくとも線形理論の範囲で  $\eta$  と  $\bar{u}$  は同位相であるので、定性的な議論では運動の式のみから波形変化を考えてもよいと思われる。なお各項の正負は前にも述べたとおり、流量  $(h+\eta)\bar{u}$  を大きくするように作用しているときを正にとってある。

$t=25$  (図—4 (a)) では波頂付近の分散項のゼロ点、すなわち波形曲率の最大点が静水圧項・移流項のゼロ点 (波頂) からずれており、時間とともにずれは小さくなることがわかる (図—4 (a)~(d))。これは、斜面通過に伴う波形の前傾によりこの分散項のゼロ点が波頂より前にずれていることを示している。このために分散項は波頂付近で正の値をもち、波高 (正確には流量) を大きくするように作用し、波高増幅が起こると考えられる。

次に、波頂の前面と後面での分散項のゼロ点の位置をみると、波形前傾の影響で波頂背後での分散項のゼロ点が前面の分散項のゼロ点に比べて波頂に近い位置にある。また波頂背後の波形曲率が小さいため、波頂背後の



(a) 流速分布



(b) 圧力分布

図—8 流速・圧力分布の近似

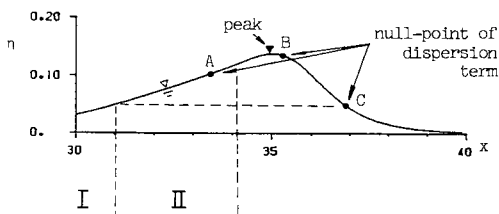


分散項のゼロ点より後ろでは分散項はほとんど効かない。図—9 にこの様子を示す。いま、局所的な波面の進行速度を考える。静水圧項は波の変形に寄与せず、移流項による波速の増加は水位のみによって決まるので、波頂の前後の水位が同一の点での波速を比べるには分散項の影響のみを考えればよい。図—9 の A~C 点間では分散項は波速を遅らせ、C 点より前では逆に速めるように作用している。A 点より後ろでは分散項はほとんど効いていないので、領域 II では波の前面よりも波面は速く進行し、逆に領域 I では遅く進むことになる。図—10 は  $t=25$  の静水圧項・移流項・分散項の和と静水圧項の比をとったもので、静水圧項のみなら波速  $\sqrt{gh}$  で進行するので、これは  $\sqrt{gh}$  を基準にした波速の 2 乗に対応している。この図から、実際に  $x=31\sim34$  では波頂前面より波速が速く、 $x=31$  以下では遅いことが判断できる。したがって、分散項の位相のずれによって領域 II の波面が速く進み第 1 波が分離することがわかり、領域 Iに残された質量が第 2 波を形成すると考えられる。

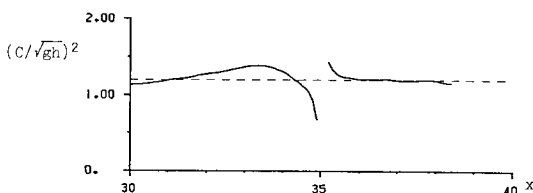
結局、ソリトン分裂の原因は波形の前傾であり、波形前傾に伴う分散項の位相のずれによって第 1 波が成長・分離するといえよう。

したがって、ある非線形分散波式の計算結果の傾向を知るには、ある時刻の波形が与えられたときの、次のステップでの波形変化に直接効くその時刻での分散項の誤差だけでなく、その方程式で計算したときに分散項の位相のずれの大きさがどの程度になるかを考えなければならない。

$O(\epsilon^2)$  の式の分散項は過小評価であった。一方、移流項は  $O(\epsilon^3)$  の形を用いることにより精度のよい評価になっているので、 $O(\epsilon^2)$  の式を用いると実際よりも波速が速く、前傾が著しい波形になる。そのため分散項の位



図—9 分散項の位相のずれ



図—10 局所的な波面進行速度

相のずれが実際よりも大きく評価され、波高が大きく増幅し、分裂の早い結果を与えるものと考えられる。

また、 $O(\sigma)$  の式では逆に分散項が過大なので波速は遅れ、前傾化は進まない。したがって  $O(\sigma)$  の式を用いた計算では波高増幅が実際より小さくなるものと思われる。

孤立波の斜面上での変形で  $O(\sigma)$  の式による計算が実験結果とよく一致する原因は必ずしも明らかではないが、ソリトン分裂が分散項の位相のずれを徐々に解消してゆく過程であるのに対し、斜面上での変形は分散項の位相のずれが時間とともに増大してゆく現象である。したがって分散項が過大でも、位相のずれはやはり時間とともに増大し、水平床での変形のように速やかに位相のずれの効果がなくなるといえることはない。そこで、位相のずれが実際より小さい分を分散項が過大であることが補って結果的によい一致をみていると考えてよいのであろう。

## 7. 結 言

主要な結論を列挙する。

(1) 新しい展開法により従来の非線形分散波式より高次近似の方程式を得た。

(2) 展開を進めることにより方程式の精度はよくなる。しかし、 $U_r \sim 1$  の仮定のもとでの展開では  $O(\epsilon^4)$  程度まででは十分な改善にならず、ここで導いた式の中では  $U_r \gg 1$  の仮定のもとで得た  $O(\sigma^2)$  の精度を有する式が、式中の各項の近似でも流速分布の近似でも最もよい結果を与える。ただし、実用に供し得るかどうかは今後の検討が必要である。

(3) 分散項の誤差が静水圧項の 5% に達したときを適用限界として、MAC 法による計算結果によって各方程式の適用限界を定めることができた。

(4) 著者らが工夫を加えた MAC 法により、精度のよいソリトン分裂の数値計算が可能である。

(5) ソリトン分裂は、波形前傾による分散項の位相のずれによって起こる。

(6) Peregrine の式などを用いた計算で実験より波高が大きくなるのは、分散項が過小評価のために波形が実際より前傾化し、分散項の位相のずれが大きくなるからである。

最後に、本研究の一部は文部省科研費（代表：東北大学工学部教授 首藤伸夫）によって行われたことを付記する。

## 参 考 文 献

- 1) Peregrine, D.H. : Long waves on a beach, J. Fluid Mech., Vol. 27, part 4, pp. 815~827, 1967.
- 2) Korteweg, D.J. and De Vries, G. : On the change of

- form of long waves advancing in a rectangular canal and on a new type of long stationary waves, *Phil., Mag. S.* 5, Vol. 39, No. 240, pp. 422~443, 1895.
- 3) Boussinesq, J. : *Theorie des ondes et des remous qui se propagent le long d'un canal rectangulaire horizontal, au communiquant an liquide contenue dans ce canal de vitesses sensiblement pareilles de la surface au fond*, *Liouville's J. Math.* 17, pp. 55~108, 1872.
  - 4) 後藤智明：アーセル数が大きい場合の非線形分散波の方程式，*土木学会論文集*，第 351 号，pp. 193~201, 1984.
  - 5) Madsen, O. S. and Mei, C. C. : The transformation of a solitary wave over an uneven bottom, *J. Fluid Mech.*, Vol. 39, part 4, pp. 781~791, 1969.
  - 6) 長尾昌朋・後藤智明・首藤伸夫：非線形分散波の数値計算，第 32 回海岸工学講演会論文集，pp. 114~118, 1985.
  - 7) 藤間功司・後藤智明・首藤伸夫：非線形分散波理論の数値的な検討，第 31 回海岸工学講演会論文集，pp. 93~97, 1984.
  - 8) Nichols, B. D., Hirt, C. W. and Hotchkiss, R. S. : SOLAVOF : A Solution Algorithm for Transient Fluid Flow with Multiple Free Boundaries, Los Alamos Sci. Labo. Rep. LA-83355, 1980.
  - 9) Mei, C. C. and LeMehaute, B. : Note on the equation of long waves over an uneven bottom, *J. Geophys. Res.*, Vol. 71, No. 2, pp. 393~400, 1966.
  - 10) Street, B. L., Burges, S. J. and Whitford, P. W. : Dept. Civ. Engng., Stanford Univ. Tech. Rep. No. 93, 1968 (たとえば，文献 5) 中に引用されているものを参照のこと).

(1985. 6. 28・受付)