

## 洪水の時・空間生起確率算定法

## A STUDY OF FLOOD INUNDATION PROBABILITY IN TIME AND SPACE

池淵周一\*・小尻利治\*\*・堀 智晴\*\*\*

*By Shuichi IKEBUCHI, Toshiharu KOJIRI and Tomoharu HORI*

In order to establish the optimal flood control system with the comprehensive criteria on the whole river basin, it is necessary to examine the effects of flood control projects in the system consisting of multi-subbasins and multi-defence points on the flood inundation probability in time and space. In this paper, firstly, the flood probabilities in time and space among the subbasins are assumed through the stochastic structures of hourly rainfall and the runoff system model. Secondly, their probabilities are transformed into the flood inundation probabilities at multi-defence points in the river basin based on the flood routing model including the effect of dam control and overflow at the point being lack of river capacity, and the shift operation on non-homogeneous finite state Markov chain. Those estimated flood inundation probabilities will be introduced into the decision model of flood control system.

## 1. 序 論

洪水防御計画の基本は、河川の洪水による災害を防止または軽減するために計画基準点において計画のハイドログラフ、いわゆる基本高水を設定し、この基本高水に対してこの計画の目的とする洪水防御効果が確保できるように策定するものとされている。このために基本高水に対してこの計画により設置される施設が水系を一貫して相互に技術的・経済的に調和がとれ、かつ十分にその目的とする機能を果たすように策定されなければならない。

ところでこのような基本高水は、往々にして対象流域末端での計画基準点で定められ、したがって計画降雨さらに洪水流出モデルを設定するとき、流域をランプした形で取り扱われることが多い。しかし近年の洪水防御計画の策定は、こうした取り扱いでは十分といえない段階にきつつある。すなわち、1) 流域に多くの防災対象地区が出現し、最下流計画基準点を対象としてはおれない。

2) 多くの既設ダムによる洪水コントロール、大規模な土地利用の改変など、洪水流況への人為的作用が大きくなっている。特に本川と支川の接点での洪水防御計画の計画アンバランスは大きな問題となっている。

こうした事実は、もはや流域をランプした形で取り扱うのは十分ではなく、流域全体と個々の部分流域との治水安全度のバランス化、さらには人為的効果の導入を図らなければならないことを意味している。前者の問題に対しては最近、便宜的な形で洪水の到達時間に応じた超過確率の導入が考えられているが<sup>1)</sup>、降雨の空間的・時間的分布特性、特にその従属性を考えると十分とはいえないし、後者の問題については、その研究はかなり限られた取り扱いといえる。

すなわち、長尾は水系の安全性と洪水処理施設の操作・配置問題に、堤防区間のピーク水位と調節池地点における高水の総流量の2変数統計処理を取り上げ、水系の安全性の確率的評価を行っている<sup>2)</sup>。特に洪水処理施設の治水機能の確率論的評価には多くの興味ある成果を導いているが、2変数処理に終始しており、しかも水位、総流量といった流量の確率特性が既知であるとしているので、本研究が対象としているダム群・多評価地点系への拡張は難しい。また、石原・瀬能は上記の成果にさらに上流部の影響をも考慮して下流部の氾濫の危険度を確

\* 正会員 工博 京都大学教授 防災研究所  
(〒611 京都府宇治市五ヶ庄)

\*\* 正会員 工博 岐阜大学助教授 工学部建設工学科  
(〒501-11 岐阜市柳戸)

\*\*\* 学生会員 京都大学大学院 (〒606 京都市左京区吉田本町)

率論的に評価している<sup>3)</sup>。ただ、ここでも2支川、1本川といった単純な河川システムが議論の対象となっており、より複雑な河川システムへの拡張は困難なようである。

本研究は、こうした従来の研究を評価するとともに、より普遍的かつ直接的な取り扱い、いわゆる降雨の時・空間分布特性およびダム群・多評価地点系、さらに氾濫効果をも導入した洪水の時・空間生起確率の算定法を提案するとともに、洪水の超過確率を用いて施設群の規模・配置・操作ルールなど治水計画の基本フレームを決定するための情報を提供する。

## 2. スクリーニング段階の治水計画モデル情報の意義

治水計画は洪水防御を目的としているが、より具体的にはその指標として次の2種類を考えることができよう。すなわち、i) 流域全体における洪水災害の被害額を軽減すること、ii) 洪水による被害の発生頻度を軽減すること、である。前者は、通常、被害額の期待値として表現され、投資額との費用分析などの経済的評価を通して政策決定が行われている。一方、後者は流域内の防災対象地点における被害の発生頻度によって地点間の投資のバランスと治水事業の限界を明示することになり、洪水災害の要因が天災だけではなく人災も考えられる今日、重要な指標となってきた。

以上の点を考慮し、本研究では治水計画の目的としてii)の洪水による被害発生の頻度を基準値として採用し、流域に設定された安全度（非超過確率）を達成するうえで最も効率的な施設計画を策定するものとする。ただし、水系一貫した計画とするために、各基準地点における氾濫確率がいずれも許容氾濫確率（(1-安全度)で定義される）を下回っていることとする。したがって、各基準地点に付与されたある許容氾濫確率  $P_m^*$  が与えられると、目的  $O_0$  は諸施設建設費用  $C_0(n)$  の和の最小化として

$$O_0 = \sum_{n=1}^N C_0(n) \longrightarrow \min. \quad \dots\dots\dots (1)$$

かつ

$$\max_t p_m^*(t) \leq P_m^* \quad (m=1, 2, \dots, M) \dots\dots\dots (2)$$

で表わす。ここに、 $C_0(n)$  は地点  $n$  における施設の建設費用、 $p_m^*(t)$  は防災地点  $m$  における時刻  $t$  の被害発生の確率、 $N$ 、 $M$  はそれぞれ施設の建設地点および防災地点の総数である。

このように考えると、問題は各施設の規模、配置、操作ルールなどの治水計画の基本フレームに応じた各評価地点の洪水確率、いわゆる氾濫確率の算定である。

ところで、各施設の規模、配置、操作ルールといっても、施設の種類（堤防、ダム、遊水池など）や数を含めると、その組合せ、いわゆる代替案の数は膨大となり、その中から最適な代替案をどのように選択していくかが次に問題となる。著者らはこうした代替案選択プロセスにスクリーニング段階、シミュレーション段階、シークエンシャル段階という3段階を踏まえた計画モデルの構成を提示しているが<sup>4)</sup>、ここでは前二者について簡単に記述しておく。すなわち、スクリーニング段階ではシステムを可能な限り単純化し、システムの規模や配置、操作ルールなどの基本フレームを設定した目的関数と制約条件下で最適化手法を駆使して多くの代替案の中からいくつか上位解を抽出する。次にこの選択された上位解およびその近傍、改善方向の代替案を詳細な降雨・流出変換、河道追跡、氾濫解析、貯水池操作などを含むシミュレーションモデルにかけ、もはや代替案のアウトプットに改善が得られないとき、これが最適解になると考えるものである。電子計算機が発展しているとはいえ、多くの代替案にさらにストカスティックなインプット挙動を表現するためのシミュレーションをかけるというシミュレーション一辺倒では問題によっては限界があり、こうした代替案選択の2段階構成は不可欠であろう。

したがって、本研究ではスクリーニング段階での治水計画代替案選択に応じ得る精度での複数評価地点の氾濫確率算定法を提示する。

## 3. 部分流域および部分流域間の流量の時・空間分布モデル

豪雨および流出量は時間的にも空間的にもきわめて複雑な現象をしており、短時間降雨の不確定構造やその流出変換構造などについては河川水文学の分野で鋭意研究が進められている。本章では前章で述べたスクリーニング段階のモデル構成であることを前提に、いくつかの仮定を設けて部分流域および部分流域間の流量の時・空間分布モデルを与える。

### (1) 対象流域の部分流域への分割

治水計画を考える場合、流域の自然的・社会的条件に基づいて、それぞれについての流域の区分と評価を行うことが必要となる。ここでいう流域とは、斜面と河道を一對とした単位流域がいくつか組み合わせられた複合体で構成されるものとする。ところでこの単位流域の大きさを決定することが1つの研究課題ではあるが、ここでは対象流域の設定は水文界によって区切り、対象流域内の部分流域分割は、1) 大規模なダムや遊水池などの施設群の分布、2) 観測点・評価地点の分布、3) データの取りやすさ、などを考慮して、分析目的に適合するように行うことにする。

(2) 豪雨の時・空間確率構造とその流出変換

淀川水系木津川流域のテレメータ雨量計から得られた豪雨時の時間雨量データを分析すると、時間雨量は時間的にも空間的にも一様でない確率構造を示している。すなわち、平均値や分散は時間軸・空間軸上において変化しており、また、相関係数は時間原点のとり方、地点のとり方により異なっている。相関の程度は時間軸上においては1時間前に、空間軸上においては最近接点に高い相関を示し、以後は遅れ時間、距離の増加とともに減衰している。

また、V. T. Chow は年最大流量をもたらすような豪雨は、時間軸では一様でない有限マルコフ連鎖モデルで構成できるとしており<sup>6)</sup>、従来の地域相関分析結果も対象地点を中心としたある範囲に高相関が分布しており、その相関は距離とともに減衰している<sup>6),7)</sup>。

一方、流出モデルとしては線形流出モデルとしての単位図、非線形流出モデルとしての貯留関数法やKinematic Wave 法などがある。

(3) 部分流域および部分流域間の流量の時・空間分布モデル

こうした状況を考えると、豪雨の確率構造を空間的にも時間的にも一様でない有限マルコフ連鎖モデルで表現し、それを上記の流出モデルで変換すると、部分流域および部分流域間の流量の時・空間分布モデルが構成できそうである。しかし、本研究では洪水の時・空間生起確率算定法を誘導することに重点を置いているので、豪雨の時・空間分布モデルおよびその流出変換については別の機会に譲り、ここでは豪雨の時・空間確率構造の非一様性をうけて部分流域および部分流域間の流量の時・空間分布モデルが下記の遷移確率行列で与えられるとして議論を進める。

いま、2つの部分流域  $k-1, k$  を考えよう。そして  $k-1$  部分流域からの  $t$  時刻の流出量  $Q_{k-1}(t)$  と  $k$  部分流域からの  $t+\tau$  時刻の流出量  $Q_k(t+\tau)$  との間で、時間的に一様でない流出量相互の条件付確率が、

$$PQ_k(t+\tau) = \begin{bmatrix} p_{00}^{(k)}(t+\tau), p_{01}^{(k)}(t+\tau), \dots, p_{0s}^{(k)}(t+\tau) \\ p_{10}^{(k)}(t+\tau), \dots, p_{1s}^{(k)}(t+\tau) \\ \vdots \\ p_{s0}^{(k)}(t+\tau), \dots, p_{ss}^{(k)}(t+\tau) \end{bmatrix} \dots \dots \dots (3)$$

のように行列表示で与えられるとする。ここに、

$$p_{ij}^{(k)}(t+\tau) = P\{Q_k(t+\tau) = j | Q_{k-1}(t) = i\} \dots \dots \dots (4)$$

であり、 $0 \leq i, j \leq s$  である。なお、 $s$  は流量規模の分割数である。

4. 洪水の時・空間生起確率算定法

本章では、前章で仮定した部分流域間相互の流量の遷

移確率行列に線形合流流下仮定、ダム操作、破堤・氾濫効果などを導入して、複数評価地点の洪水流量の時・空間生起確率を算定する。そのために、まず一様でないマルコフ連鎖に従う確率変数の和分布を求める方法を展開する。

(1) 一様でない有限マルコフ連鎖に従属した確率変数の和分布

互いに独立な確率変数の和分布は“Convolution”あるいは“たたみこみ”によって容易に求めることができるが、ここではマルコフ連鎖に従属した確率変数の和分布を考える。

任意のパラメーター  $k$  に対して状態が  $s_1$  のとき、 $X_k = j$  となる離散的な確率変数列を  $\{X_k\}$  とする。 $X_0 = j_0, X_1 = j_1, \dots, X_{k-1} = j_{k-1}$  であったとき、 $X_k = j$  となる条件付確率が条件  $X_{k-1} = j_{k-1}$  だけに関係し、それ以前の経過に無関係であるとき、すなわち、

$$P\{X_k = j | X_0 = j_0, X_1 = j_1, \dots, X_{k-1} = j_{k-1}\} = P\{X_k = j | X_{k-1} = j_{k-1}\} \dots \dots \dots (5)$$

が任意の  $k > 1$  および起こり得る任意の正の整数の組  $\{j_0, j_1, \dots, j_{k-1}\}$  および任意の  $j$  に対して成り立つとき、 $\{X_k\}$  を有限マルコフ連鎖という。

この定義から、マルコフ連鎖理論を展開するのに

$$p_{ij}^{(k)} = P\{X_k = j | X_{k-1} = i\} \dots \dots \dots (6)$$

という値が重要な役割を演じる。ここに  $P_{ij}^{(k)} \geq 0 (i, j = 0, 1, \dots, s)$ ,  $\sum_j p_{ij}^{(k)} = 1$  であり、式(6)をマルコフ連鎖の遷移確率、 $P_{ij}^{(k)}$  を  $i$  行  $j$  列目の要素としてもつ  $(s+1) \times (s+1)$  行列  $P_k = [p_{ij}^{(k)}]$  を遷移確率行列という。なお、遷移確率  $p_{ij}^{(k)}$  が  $k$  に無関係のとき、マルコフ連鎖は  $k$  に関して一様であるといわれるが、ここでは  $k$  にも関係するという意味で、一様でない有限マルコフ連鎖 (nonhomogeneous Markov chain) を扱っている。

次に問題となる一様でない有限マルコフ連鎖に従属した離散的な確率変数

$$G_k = \sum_{k=0}^k X_k \dots \dots \dots (7)$$

の分布を求めるうえで重要な役割を演じる multiplication あるいは shift-operation<sup>8)</sup> について述べる。

いま、行列  $A(u \times v)$  と  $B(v \times w)$  がある場合、通常  $A$  と  $B$  の行列積の結果は  $(u \times w)$  行列  $C = [c_{ij}]$  となる。ところで  $A$  と  $B$  の shift-operation とは次のような操作を意味する。すなわち、 $A$  と  $B$  の shift-operation (以下、記号 \* で表記する) の結果は、 $(u + v - 1) \times v$  行列  $D = [d_{ij}]$  となる。ここに、

$$\left. \begin{aligned} d_{ij} &= C_{i-j+1, j}; 0 < i-j+1 \leq v \\ d_{ij} &= 0 \quad ; \text{その他} \end{aligned} \right\} \dots \dots \dots (8)$$

である。この結果は、行列積  $A \cdot B$  と類似しているが、

$j$  列の要素が  $j-1$  だけ下方にシフトされており、その空白の位置がゼロで満たされているところが異なっている。なお、shift-operation には分配の法則は成立するが、一般には結合法則や交換法則は成り立たない。

さて、この shift-operation を用いて確率変数  $G_k$  の分布を誘導しよう。まず、どの  $X_k$  も 0 から  $s$  まで整数値をとるとすると、式 (7) で定義される  $G_k$  は 0 から  $(k+1)s$  までの範囲に限定される。したがって  $G_k$  の分布は  $(k+1)s$  の確率集合で十分記述される。そこで、いくつかの定義を行ったうえで、 $G_k$  の分布を導こう。

<定義 1>  $g_i^k = P_{ij} G_k = \delta_{ij}$  とすると、 $G_k = |g_i^k|$  は  $G_k$  の分布を定義する  $|s(k+1)+1| \times 1$  の確率行列である。ただし、 $i=0, 1, \dots, (k+1)s$  とする。もちろん、 $G_0$  は初期確率分布である。

<定義 2>  $(s+1) \times 1$  行列  $E$  はすべての要素が 1 である行列とする。すなわち、

$$E^T = (1, 1, \dots, 1) \dots \dots \dots (9)$$

ただし、記号  $T$  は転置行列を意味する。

<定義 3>  $(s+1) \times (s+1)$  の単位行列を  $I$  とする。すなわち、

$$I = \begin{bmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \end{bmatrix} \dots \dots \dots (10)$$

<定義 4>  $P_k$  は  $p_{ij}^k$  を遷移確率要素とする遷移確率行列とする。

以上の定義を用いると、以下のように Shift-operation を用いて  $R_k$  が定義できる。

$$R_0 = G_0^T * I \dots \dots \dots (11)$$

$$R_k = R_{k-1} * P_k \quad (k=1, 2, \dots) \dots \dots (12)$$

そして、 $G_k$  の分布は  $R_k$  において  $k=K$  とした  $R_k$  を用いて次式のように定式化できる。

$$R_K E = G_K \dots \dots \dots (13)$$

(2) 流域モデルの構成とその基本となる算定法

各種洪水施設を含む流域治水システムが構成されると、各部分流域末端流量の時・空間遷移確率行列をもとに前節の Shift-operation を用いて複数評価地点での洪水の時・空間生起確率を算定することになる。ダム施設等のない単純な支川の合流流下システムについては、すでに、土木学会編、新体系土木工学 2、確率・統計解析、pp. 136~139 に著者らの 1 人が説明している。そこで、本節ではこのような洪水防御施設および流域のモデル化の基本として、1) 河道の貯留効果を考慮した河道モデル、2) ダム建設による制御効果を考慮したダム貯水池モデル、3) 溢流・氾濫条件を表わす堤防モデル、を取り上げ、これら基本系における算定法を展開する。

なお、以下の洪水の時・空間生起確率を算定するにあ

たって、本研究が治水計画立案のスクリーニング段階のモデルであること、および前節の Shift-operation を用いることを念頭においているので、算定法の展開にあたってある程度の単純化、近似化を図っていることを断っておく。

a) 河道の貯留効果を考慮した河道モデル

i) まず最も単純に遅れなしに本川流量と部分流域からの支川流量が合流流下する場合を考える。いま、本川流量とその直上流の部分流域からの流量との同時生起確率行列を  $QJ_l(t)$  (ただし、本川上の  $l$  地点はこの地点までに部分流域からの流入が  $l$  個あることを意味する。 $l$  は支川相互の合流がない場合には  $k$  と一致するが、一般には  $k$  と異なるので区別している。したがって、 $(s+1) \times (s+1)$  行列を構成している。なお、この確率行列は、後述するように、最上流部分流域の流量生起確率行列から、順次計算を進めていくことによって求められる。) 支川流入量を  $PQ_{k+1}(t)$  (ただし、式 (3) で与えられる遷移確率行列の  $\tau=0$  に対応するもので、 $(s+1) \times (s+1)$  行列を構成する) とすると、合流後の流量と支川流量  $Q_{k+1}(t)$  との同時生起確率行列  $QJ_{l+1}(t)$  は次式で与えられる。

$$QJ_{l+1}(t) = QJ_l(t) * PQ_{k+1}(t) \dots \dots \dots (14)$$

したがって、合流後の流量の確率分布  $G_{l+1}(t)$  は

$$G_{l+1}(t) = QJ_{l+1}(t) * E = |g_0^{l+1}(t), g_1^{l+1}(t), \dots, g_{s(l+1)+1}^{l+1}(t)| \dots \dots \dots (15)$$

で与えられる。ここに  $*$  は Shift-operation を表わし、 $g_i^{l+1}(t) = P_{ij} G_l(t) = \delta_{ij}$  である (Fig. 1 (i) 参照)。

ii) 次に河道での貯留効果を単純な遅れでもって支川流量と線形合流するとした場合には、同様の記号を用いて

$$QJ_{l+1}(t+\tau) = QJ_l(t) * PQ_{k+1}(t+\tau) \dots \dots \dots (16)$$

$$G_{l+1}(t+\tau) = QJ_{l+1}(t+\tau) * E = |g_0^{l+1}(t+\tau), g_1^{l+1}(t+\tau), \dots, g_{s(l+1)+1}^{l+1}(t)| \dots \dots \dots (17)$$

で与えられる。ここに、 $\tau$  は  $l$  地点から、 $l+1$  地点までの洪水伝播時間である (Fig. 1 (ii) 参照)。

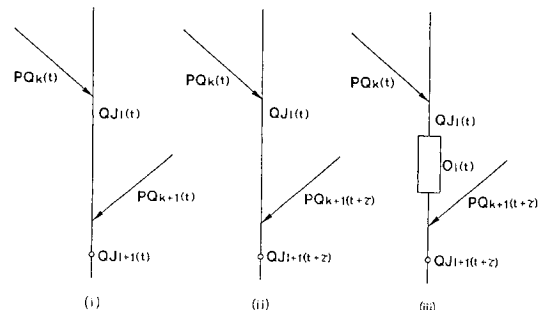


Fig. 1 Typical representation of confluence.

iii) さらに、河道貯留効果を河道上流側の流入量と河道下流側の流出量との間での変換行列  $O_k(t)$  ( $=P_n|Q_a=j|Q_u=i$  で上流側流入量  $Q_u=i$  のとき下流側流量  $Q_a=j$  となる要素を 1, その他を 0 とする行列を構成する。) と遅れ  $\tau$  で表現する場合には, Shift-operation の行列積の次元を考えて,

$$QJ_{i+1}(t+\tau) = (QJ_i^T(t) \cdot O_i(t))^T * PQ_{k+1}(t+\tau) \dots (18)$$

$$G_{i+1}(t+\tau) = QJ_{i+1}(t+\tau) \cdot E$$

$$= |g_0^{t+1}(t+\tau), g_1^{t+1}(t+\tau), \dots, g_{s_{i+1}+1}^{t+1}(t+\tau)| \dots (19)$$

で与えられる。ここに、 $^T$  は転置を意味している (Fig. 1 (iii) 参照)。

b) ダム操作を考慮したダム貯水池モデル  
ダム貯水池での連続式は,

$$QS(t) - QS(t-1) = QI(t) - QO(t) \dots (20)$$

で与えられる。ここに、 $QI(t)$ ,  $QO(t)$ ,  $QS(t)$  はそれぞれ時刻  $t$  における流入量, 放流量, 貯留量である。いま、 $AS(t) = QS(t) - QS(t-1)$  とおくと、 $AS(t)$  は各時刻の貯留パターンを表わすが、簡単のため Fig. 2 のように洪水制御期間を 3 つの期間に分け、それぞれの期間において貯留パターンを Fig. 3 のようにインプット-アウトプット変換行列で表現することにする。すなわち、インプット-アウトプット変換行列  $D_n(t) = [P_n|QO_n(t) = j|QI_n(t) = i]$  においては a), iii) で述べたと同様に、流入量  $QI_n(t) = i$  のとき、放流量  $QO_n(t) = j$  となる要素を 1, その他を 0 とする行列を構成することになる。こうした仮定を踏まえると、ダム貯水池と本・支川とが Fig. 4 のような位置関係にある河川システムに対して以

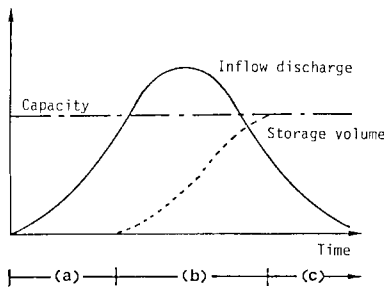


Fig. 2 Operational pattern of dam reservoir.

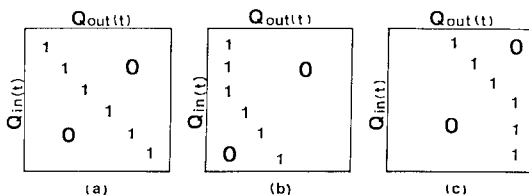


Fig. 3 Transformation matrix of dam.

下のような算定が可能である。すなわち、部分流域  $k+1$  からの流出量がダム  $n$  による調節を受ける場合 (Fig. 3 (b) 参照), 部分流域  $k+1$  からダム  $n$  への流入量  $Q_{k+1}(t)$  は、 $Q_k(t)$  とマルコフ従属しているので、 $Q_k(t)$  とダム  $n$  の放流量  $QO_n(t)$  との間には次の遷移確率行列が構成される。

$$PQ_{k+1}(t) \cdot D_n(t) = P_n|QO_n(t) = j|Q_k(t) = i \dots (21)$$

したがって、インプットされた流入量はダムにより変換された後、放流量を生み出すから、これら放流量と本・支川流量との合成流量  $QJ_{i+1}(t)$  の分布  $G_{i+1}(t)$  は Shift-operation の行列積の次数を考えて,

$$a) QJ_{i+1}(t) = (QJ_i^T(t) \cdot D_n(t))^T * PQ_{k+1}(t) \dots (22)$$

$$G_{i+1}(t) = QJ_{i+1}(t) \cdot E$$

$$= |g_0^{t+1}(t), g_1^{t+1}(t), \dots, g_{s_{i+1}+1}^{t+1}(t)| \dots (23)$$

$$b) QJ_{i+1}(t) = QJ_i * (PQ_{k+1}(t) \cdot D_n(t)) \dots (24)$$

$$G_{i+1}(t) = QJ_{i+1}(t) \cdot E$$

$$= |g_0^{t+1}(t), g_1^{t+1}(t), \dots, g_{s_{i+1}+1}^{t+1}(t)| \dots (25)$$

$$c) QJ_{i+1}(t) = (QJ_i^T(t) \cdot D_n(t))^T * (PQ_{k+1}(t) \cdot D_{n+1}(t)) \dots (26)$$

$$G_{i+1}(t) = QJ_{i+1}(t) \cdot E$$

$$= |g_0^{t+1}(t), g_1^{t+1}(t), \dots, g_{s_{i+1}+1}^{t+1}(t)| \dots (27)$$

c) 溢流・氾濫効果を導入した堤防モデル  
溢流・氾濫効果は厳密に氾濫解析を通じて議論しなければならないが、淀川流域への氾濫解析<sup>9)</sup>などを考慮すると、いまの問題に対しては Fig. 5 (a) に示すような流下率なる概念で置き換えても十分精度がある。このこ

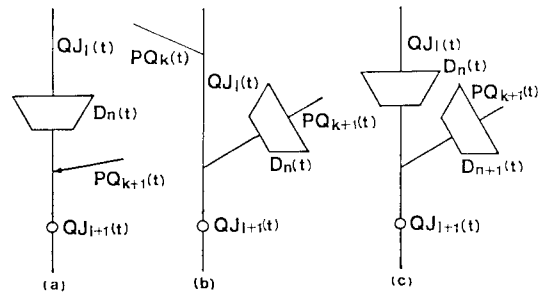


Fig. 4 River system with dam reservoirs.

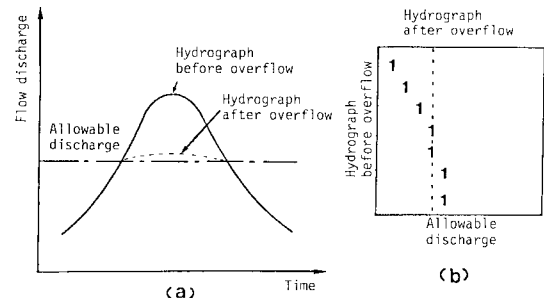


Fig. 5 Overflow model at dike.

とは、溢流・氾濫効果が流下率を導入した氾濫前後のハイドログラフから変換マトリックスを構成することによって考慮できることを意味している。したがって、河道疎通能力以上はこの流下率で、疎通能力以内は単位行列で変換マトリックス  $F_m$  (Fig. 4 (b) 参照,  $m$  は堤防建設地点を表わす) を構成すればダム操作と同様の展開で溢流・氾濫効果を導入した算定法が構成される。

(3) 洪水の生起確率の算定

このように a), b), c) の基本系に対して、本川上の  $l+1$  地点を評価地点と考えると、この地点での河道疎通能力  $F_{l+1}$  との比較から洪水の生起確率 (通過流量  $G_{l+1}(t)$  が河道疎通能力  $F_{l+1}$  を超える確率)  $p_F^{l+1}(t)$  は次式で与えられる。

$$p_F^{l+1}(t) = P_r[G_{l+1}(t) > F_{l+1}]$$

$$= 1 - \sum_{i=0}^{[F_{l+1}]} g_i^{l+1}(t) \dots \dots \dots (28)$$

ここに、 $[F_{l+1}]$  は  $F_{l+1}$  の整数部を表わす。したがって、この  $p_F^{l+1}(t)$  が治水計画策定における制約条件式 (2) の  $p_F^l(t)$  に相当することになる。

5. 複雑な河川システムへの拡張

4. で構成した基本系を組み合わせたものが実際の河川システムであろう。なお、4. (2) a) ii) の河道モデルだけからなる河川システム Fig. 6 の場合および Fig. 6 の河川システムの各支流流域に b) の貯水池モデルだけが介在した河川システム (Fig. 6 に併記したダム貯水池をもつシステム) に対して、各合流後の本川流量の確率分布がどのように算定されるかはすでに Buras<sup>10)</sup> や著者ら<sup>4)</sup> によって示されている。ここではより複雑な河川システムとして Fig. 7 のような本川上にもダム計画があったり、残流域を有する支川流入量を考慮しなければならないようなシステムを取り上げ、部分流域間の流量の遷移確率を与えて、実際に洪水の生起確率を算定して

みよう。

(1) 計算手順

なお、以下の手順においては表記を簡単にするために河道での遅れを考慮しない。したがって時刻  $t$  は省略してある。また、各式後部のカッコ内はその式で算定される行列の次元を表わしている。

1) 合流地点 2 での合成流量の生起確率行列  $QJ_2$  は、

$$QJ_2 = (PQ_1 \cdot D_1)^T * PQ_2 \quad ((2s+1) \times (s+1) \text{ 行列})$$

..... (29)

ただし、 $PQ_1$  はその対角成分が部分流域 1 からの流出流量の生起確率を表わす  $(s+1) \times (s+1)$  対角行列である。

2) 評価地点 1 を通過後の流量の生起確率行列  $QE_1$  は、

$$QE_1 = QJ_2^T * F_1 \quad ((s+1) \times (2s+1) \text{ 行列}) \dots \dots \dots (30)$$

3) 本川流量がダム 2 で変換された後の合流地点 3 での合成流量の生起確率行列  $QJ_3$  は

$$QJ_3 = (QE_1 \cdot D_2)^T * PQ_3 \quad ((3s+1) \times (s+1) \text{ 行列})$$

..... (31)

4) 合流地点 4 での合成流量の生起確率行列  $QJ_4$  は

$$QJ_4 = QJ_3 * (PQ_4 \cdot D_3) \quad ((4s+1) \times (s+1) \text{ 行列})$$

..... (32)

5) 評価地点 2 を通過後の本川流量の生起確率行列  $QE_2$  は、

$$QE_2 = QJ_4^T * F_2 \quad ((s+1) \times (4s+1) \text{ 行列}) \dots \dots \dots (33)$$

6) 合流地点 5 での合流操作はその直上流で合流する支川にダム (ダム 3) が介在するため、付録のケース 1 に基づいて  $QJ_4$  の列成分が表わす流量レベルをダム 3 の放流量から部分流域 4 の流出流量に変換した行列  $QJ_4'$  を用いて次式で算定される。

$$QJ_5 = (QJ_4'^T * F_3) * PQ_5 \quad ((5s+1) \times (s+1) \text{ 行列})$$

..... (34)

7) 評価地点 3 を通過後の流量の生起確率行列  $QE_3$

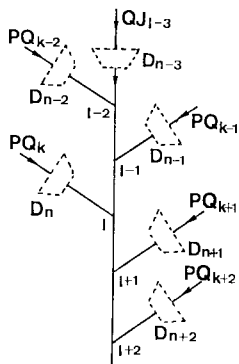


Fig. 6 Schematic representation of river system.

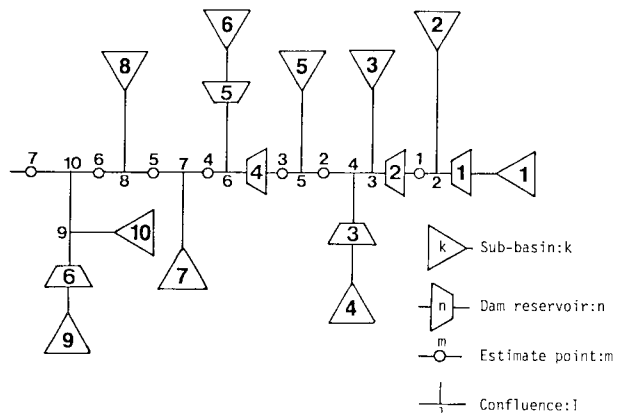


Fig. 7 Applied basin model.

は、

$$QE_3 = QJ_3^T \cdot F_3 \quad ((s+1) \times (5s+1) \text{ 行列}) \dots\dots\dots (35)$$

8) 合流地点 6 での合成流量の生起確率行列  $QJ_6$  は、  
 $QJ_6 = (QE_3 \cdot D_4)^T \cdot (PQ_6 \cdot D_5) \quad ((6s+1) \times (s+1) \text{ 行列})$   
 .....(36)

9) 評価地点 4 を通過後の流量の生起確率行列  $QE_4$  は、

$$QE_4 = QJ_4^T \cdot F_4 \quad ((s+1) \times (6s+1) \text{ 行列}) \dots\dots\dots (37)$$

10) 合流地点 7 での合流操作はその直上流で合流する支川にダム (ダム 4) が存在するため、6) と同様に付録のケース 1 に基づいて  $QJ_6$  の列成分が表わす流量レベルをダム 4 の放流量から部分流域 4 の流出流量に変換した行列  $QJ_7$  を用いて次式により算定される。

$$QJ_7 = (QJ_6^T \cdot F_4)^T \cdot PQ_7 \quad ((7s+1) \times (s+1) \text{ 行列})$$
  
 .....(38)

11) 評価地点 5 を通過後の本川流量の生起確率行列  $QE_5$  は、

$$QE_5 = QJ_5^T \cdot F_5 \quad ((s+1) \times (7s+1) \text{ 行列}) \dots\dots\dots (39)$$

12) 合流地点 8 での合成流量の生起確率行列  $QJ_8$  は、

$$QJ_8 = QE_5^T \cdot PQ_8 \quad ((8s+1) \times (s+1) \text{ 行列}) \dots\dots\dots (40)$$

13) 評価地点 6 を通過後の本川流量の生起確率行列

$QE_6$  は、

$$QE_6 = QJ_6^T \cdot F_6 \quad ((s+1) \times (8s+1) \text{ 行列}) \dots\dots\dots (41)$$

14) 合流地点 10 での合成流量の生起確率行列  $QJ_{10}$  を算定する。合流地点 10 で本川に合流する支川はダム (ダム 6) とその残流域 (部分流域 10) を有しているから、付録のケース 2 により部分流域 8 の流出流量から合流地点 9 の合成流量への遷移確率行列  $QJ_9$  を求め、

$$QJ_{10} = QE_9^T \cdot QJ_9 \quad ((10s+1) \times (2s+1) \text{ 行列}) \dots\dots\dots (42)$$

とする。

15) 評価地点 7 を通過後の本川流量の生起確率行列  $QE_7$  は、

$$QE_7 = QJ_7^T \cdot F_7 \quad ((2s+1) \times (10s+1) \text{ 行列}) \dots\dots\dots (43)$$

ここに、 $PQ_1$  は部分流域 1 での流量の生起確率を表わす  $(s+1) \times (s+1)$  対角行列、 $PQ_k$  ( $k=2, 3, \dots, 10$ ) は部分流域  $k-1$  と  $k$  の流出量相互の遷移確率行列 ( $(s+1) \times (s+1)$  行列)、 $D_n$  ( $n=1, \dots, 6$ ) はダム  $n$  の操作行列 ( $n=1, 3, 5, 6$  は  $(s+1) \times (s+1)$  行列、 $n=2$  は  $(2s+1) \times (2s+1)$ 、 $n=4$  は  $(5s+1) \times (5s+1)$  行列)、 $F_m$  ( $m=1, 2, \dots, 7$ ) は評価地点  $m$  の堤防での流量変換を表わす正方形行列である。なお、以上の計算をもとに各評価地点での流量の確率分布は式 (13) を、氾濫確率は式 (28) を適用することによって算定される。

Table 1 Conditional probability matrix of flow discharge.

		sub-basin 3									
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
2	0.333	0.667	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
3	0.0	0.375	0.563	0.062	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
4	0.0	0.236	0.556	0.208	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
5	0.0	0.169	0.470	0.301	0.036	0.024	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
6	0.0	0.044	0.395	0.377	0.088	0.061	0.035	0.0	0.0	0.0	0.0
7	0.0	0.033	0.344	0.312	0.164	0.098	0.033	0.016	0.0	0.0	0.0
8	0.0	0.0	0.189	0.311	0.232	0.144	0.089	0.033	0.0	0.0	0.0
9	0.0	0.0	0.078	0.377	0.286	0.156	0.052	0.013	0.026	0.013	0.013
10	0.0	0.0	0.026	0.109	0.184	0.213	0.177	0.078	0.069	0.144	0.144

Table 2 Flood inundation probabilities (no facility constructed).

time	Estimate point						
	1	2	3	4	5	6	7
20	0.004	0.008	0.0	0.001	0.008	0.005	0.0
21	0.003	0.006	0.0	0.001	0.008	0.004	0.0
22	0.003	0.007	0.0	0.001	0.012	0.004	0.0
23	0.004	0.011	0.0	0.001	0.017	0.005	0.0
24	0.004	0.013	0.0	0.001	0.083	0.005	0.0
25	0.006	0.014	0.0	0.002	0.096	0.006	0.0
26	0.005	0.013	0.0	0.003	0.096	0.009	0.0
27	0.007	0.019	0.0	0.004	0.083	0.010	0.0
28	0.008	0.022	0.001	0.005	0.067	0.011	0.0
29	0.010	0.033	0.001	0.006	0.067	0.009	0.0
30	0.011	0.041	0.001	0.006	0.051	0.008	0.0
31	0.014	0.056	0.001	0.005	0.037	0.005	0.0
32	0.018	0.080	0.0	0.003	0.015	0.002	0.0
33	0.020	0.112	0.0	0.003	0.009	0.002	0.0
34	0.027	0.211	0.0	0.002	0.004	0.001	0.0
35	0.036	0.286	0.001	0.004	0.007	0.001	0.0
36	0.057	0.452	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37	0.101	0.709	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	0.147	0.706	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	0.176	0.761	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	0.204	0.736	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
max.	0.204	0.761	0.001	0.006	0.096	0.011	0.0

(2) 適用例

以上の計算手順に従って、前述の Fig.7 の河川システムにおける各評価地点での洪水生起確率を算定する。まず、部分流域間の流量の遷移確率行列については、豪雨のシミュレーションと貯留関数法によって求めたが、ここでは紙数の関係で一例として部分流域2と部分流域3の時刻  $t=27(t=10\sim 40$  を考えているのでピーク近傍に相当する)における遷移確率行列を Table 1 に挙げておく。なお、豪雨シミュレーションにあたっては、時間的・空間的に一次のマルコフ性を仮定し、多次元条件付対数正規分布の確率密度関数を用いて1000個の豪雨系列を発生させている。また、流量の離散幅は  $20 \text{ m}^3/\text{s}$  である。

まずベースとしてこの河川システムにダム建設が全くなされず、各評価地点での洪水疎通能力が  $m=1:180 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $m=2:200 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $m=3:160 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $m=4:160 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $m=5:160 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $m=6:160 \text{ m}^3/\text{s}$ ,  $m=7:800 \text{ m}^3/\text{s}$  であるとき、各評価地点での洪水生起確率は Table 2 のように求まる。なお、表中の max. と記した欄は各評価地点の時間軸上での最大値を表わしている。評価地点 1,2,5 での洪水生起確率はかなり大きい。また、ここでいう洪水生起確率は、シミュレーション豪雨に対し、各種治水施設による調節の結果として示されるものであるが、現行の治水計画策定との関連づけをあえてするならば、固定された確率年をもつ確率水量でしかもそ

のハイトグラフの時・空間分布が合理的に設定されているとすれば、それらハイトグラフに対し同様の展開を行い、式(2)の許容氾濫確率を0と取り扱うことが可能であることを付け加えておく。

次に、いくつかのダムを建設するとともに洪水の疎通能力も高めた場合の例として Table 3 の施設計画を考える。この場合の各評価地点の洪水生起確率は Table 4 のように求められる。ダム建設および河道改修のコストを要するが、各評価地点とも洪水生起確率は0.005以下となる。

このように Table 3 のような施設計画の組合せに応じて、洪水の時・空間生起確率が算定されるので、許容氾濫確率を満たす範囲で、たとえば施設建設の総コストを最小にする組合せを探ることができよう。また、こうして、施設の配置・規模計画が定まれば、これら施設を洪水生起確率の低下を図りながら、どのように建設していくかといった建設計画への応用も考えられる<sup>11)</sup>。

6. 結 語

洪水防御計画の策定状況が、流域に多く出現してきた防災地区を対象にしなればならなくなっていること、多くの既設ダムによる洪水コントロール、および大規模な土地利用の改変など洪水流況への人為的インパクトが大きくなってきており、その効果を見失ってしまっていることなどに鑑み、本研究はダム群および破

Table 3 Site and scale plan.

Dam	Capacity	Dike	Allowable discharge
1	1.058 ( $\times 10^4 \text{ m}^3$ )	1	180 ( $\text{m}^3/\text{s}$ )
2	1.512	2	400
3	0	3	600
4	3.024	4	800
5	1.058	5	160
6	454	6	1000
		7	800

Table 4 Flood inundation probabilities.

time	Estimate point						
	1	2	3	4	5	6	7
20	0.002	0.0	0.0	0.0	0.001	0.0	0.0
21	0.002	0.0	0.0	0.0	0.001	0.0	0.0
22	0.002	0.0	0.0	0.0	0.001	0.0	0.0
23	0.002	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
24	0.001	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
25	0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
26	0.002	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
27	0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
28	0.002	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
29	0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
30	0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
31	0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
32	0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
33	0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
34	0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
35	0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
36	0.003	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
37	0.004	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
38	0.004	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
39	0.004	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
40	0.005	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0
max.	0.005	0.0	0.0	0.0	0.001	0.0	0.0



堤・氾濫効果を導入した洪水の時・空間生起確率算定法を提案した。その基本となる理論展開は、一様でない有限マルコフ連鎖に従属する確率変数の和分布を求めることであり、Shift-operation および変換マトリックスの概念を導入して、任意時間・任意地点での洪水の生起確率を算定している。さらに、こうした洪水の生起確率を治水システムの計画問題に有効に利用する1つの考え方を示した。

スクリーニング段階でのモデル構成とはいえ、仮定した単純化の程度の妥当性、流量の離散幅の程度など実流域との対応を踏まえて今後とも検討していくとともに、治水計画策定への具体的展開を図っていきたい。

〈付録〉 特殊な合流条件下における合成流量の生起確率行列の算定法

(ケース1) 当該合流地点の直上流で合流する支川がダムを有している(本文5.(1), 6), 10)の場合

Fig.7の合流地点5を例として議論を進める。簡単のために評価地点2での氾濫効果は省略している。合流地点4での合成流量の生起確率行列  $QJ_4((4s+1) \times (s+1))$  行列は、本文中式(32)で与えられる。

次に合流地点5における合流操作を考える。このとき、 $PQ_5$ は部分流域4および5の間の流量相互の遷移確率行列であり、 $QJ_5$ は地点5へ流入する本川流量とダム3の放流量との同時生起確率行列である。したがって、両方の行列の成分に対応するものがなく、このままでは $QJ_5$ と $PQ_5$ との直接的なShift-operationは不可能である。そこで、次の手順に従って同時生起確率行列 $QJ_5$ の列成分が部分流域4の流出量を表わすように変換した行列 $PJ_5$ を算定する。

- (i) 式(32)により $QJ_5$ を算定する。
- (ii)  $PQ_5$ の第(i, j)要素を $p_{ij}^{50}$ とする。 $QJ_5$ を構成する要素のうち $p_{ij}^{50}$ を含む項を、 $QJ_5$ の第j列に並べかえれば $QJ_5$ が得られる(なぜなら、 $p_{ij}^{50}$ のインデックスjが部分流域4からの流出流量を表わしているからである)。

ただし、計算機を用いて数値計算を行う際には各行列の要素となる数値の中からその構成成分を識別することは困難であり、次の方法による。

(i)' まず、支川にダムがないと考えて通常の合流操作を行う。すなわち、

$$QJ_5^0 = QJ_5 * PQ_5 \dots\dots\dots (A.1)$$

となる。 $QJ_5^0$ はダム存在を無視した場合の合流地点4での合成流量と部分流域4の流出流量との同時生起確率を表わす $(4s+1) \times (s+1)$ 行列である。

(ii)' 次にダムの存在によって合流地点4における合成流量の生起確率が受ける影響を導入する。ダムの操

作方式を表わすパラメーターとして操作行列の列方向に1の並ぶ列番号を $j_p$ 、その列に並ぶ1の最下部要素の行番号を $i_p$ と定義する。 $D_5$ の第 $j_p$ 列第 $(j_p+1) \sim i_p$ 行はダムによって流入量の一部を貯留することを表わしている。そこで、これらのパラメーターに基づいて $QJ_5^0$ の成分を列方向に次のように移動することによって $QJ_5^1$ を得る。すなわち、 $QJ_5^1$ の第j列要素を

$$\begin{cases} j_p < j < i_p \text{ のとき, } j - j_p \text{ だけ上方に移動する。} \\ i_p < j \text{ のとき, } i_p - (j - j_p) \text{ だけ上方に移動する。} \end{cases}$$

(ケース2) ダムとその残流域を有する支川が本川と合流する場合(本文5.(1), 14))

本川に合流する支川がダムおよびその残流域を有する場合も(ケース1)と同様に同時生起確率行列あるいは遷移確率行列の行・列成分の間の対応が保たれないためShift-operationを行う前に特別な操作が必要となる。

いま、 $PQ_8, PQ_9$ をそれぞれ部分流域8の流出流量( $Q_8$ )と部分流域9の流出流量( $Q_9$ )との遷移確率行列 $((s+1) \times (s+1))$ 行列、および $Q_9$ と部分流域10の流出流量( $Q_{10}$ )との遷移確率行列 $((s+1) \times (s+1))$ 行列とし、 $D_6$ をダム6の操作行列 $((s+1) \times (s+1))$ 行列とする。合流地点10での合成流量の生起確率行列 $QJ_{10}((10s+1) \times (2s+1))$ 行列を求めるためには、次の手順に従って $Q_8$ と合流地点9での合成流量( $Q_{10} + Q_9$ )との間の遷移確率行列 $QJ_9$ を算定しなければならない。ただし、 $Q_{10}$ はダム6の放流量である。

(i)  $PQ_9$ の列番号で表わされる部分流域9の流出量 $Q_9$ はダム操作行列 $D_6$ によって放流量 $Q_{10}$ に変換される。したがって $PQ_9$ の各成分を $Q_{10}$ によって分類し、 $Q_{10} = 0, 2, \dots, j_0, \dots, s$ に対する $Q_8$ と $Q_9$ の遷移確率行列 $PQ_8^{Q_{10}=j_0}$ を作成する。 $PQ_8^{Q_{10}=j_0}$ の成分を $p_{ij}^{8j_0}$ とする

$$p_{ij}^{8j_0} = p_{ij} | Q_8 = i, Q_{10} = j_0 | \dots\dots\dots (A.2)$$

$$PQ_8^{Q_{10}=j_0} = [p_{ij}^{8j_0}] (s+1) \times (s+1) \dots\dots\dots (A.3)$$

となる。式(A.3)で示される $PQ_8^{Q_{10}=j_0}$ は $Q_{10}$ が $j_0$ となる条件のもとでの $Q_{k-1}$ と $Q_k$ との遷移確率行列である。

(ii)  $PQ_8^{Q_{10}=j_0}$ と $PQ_{10}$ とを次の演算規則に従い $QJ_9^{Q_{10}=j_0}$ を算出する。

$$QJ_9^{Q_{10}=j_0} = PQ_8^{Q_{10}=j_0} \star PQ_{10} \quad (j_0 = 1, 2, \dots, s) \dots\dots\dots (A.4)$$

ただし、演算 $\star$ は $PQ_8^{Q_{10}=j_0}$ と $PQ_{10}$ の行列積を求め、その全成分を行方向に $j_0$ だけ移動することを示す。なお、移動後空白となる位置はすべて0で満たされる。

$QJ_9^{Q_{10}=j_0}$ の第(i, j)要素を $q_{ij}^{9j_0}$ とすると、

$$q_{ij}^{9j_0} = P_{ij} | Q_8 = i, Q_{10} = j_0 | \dots\dots\dots (A.5)$$

$$QJ_9^{Q_{10}=j_0} = [q_{ij}^{9j_0}] (s+1) \times (2s+1) \dots\dots\dots (A.6)$$

が成り立つ。すなわち、 $QJ_9^{Q_{10}=j_0}$ は $Q_{10}$ が $j_0$ のもとで

の  $Q_8$  と合流地点 9 での合成流量  $G_9(=QO_8+Q_{10})$  との間の遷移確率行列式である。

(iii)  $Q_8$  と  $G_9$  との遷移確率行列  $QJ_9$  は、

$$QJ_9 = \sum_{j_0=0}^s QJ_8^{QO_8=j_0} \dots \dots \dots (A.7)$$

によって求められる。

(iv) 合流地点 10 での合成流量の生起確率行列  $QJ_{10}((10s+1) \times (2s+1))$  は、合流地点 8 での合成流量の生起確率行列  $QJ_8((8s+1) \times (s+1))$  と  $QJ_9$  との Shift-operation によって求められる。

$$QJ_{10} = QJ_8 * QJ_9 \dots \dots \dots (A.8)$$

参 考 文 献

- 1) 小坂 忠：河川と下水道，建設省都市河川対策室，1974.
- 2) 長尾正志：洪水処理計画における確率論的研究，京大防災研究所年報，第 10 号 B，1967.
- 3) 石原安雄・瀬能邦雄：はんらんの確率論的評価について，昭和 46 年度土木学会関西支部年構，1971.
- 4) 高棟琢馬・池淵周一・小尻利治：水系一貫した治水計画

- の策定に関する研究，京都大学防災研究所年報，第 25 号 B-2，pp.285~296，1982.
- 5) Chow, V. T. : Stochastic Hydrologic Systems, Proc. of 1st Bilateral U.S.-Japan Seminar in Hydrology, pp. 1. 1 ~ 1. 23, 1971.
- 6) 田中雄作：治水計画における降雨波形の処理について，土木学会論文報告集，No. 204，1972.
- 7) 今井一郎・鈴木栄一：降雨の相関解析，電気通信研究所成果報告，1，825，1962.
- 8) Conner, W. J. : The distribution of  $\sum f(y_s)$  Where  $(y_0, y_1, \dots)$  is Realization of a Non-Homogeneous Finite State Markov Chain, Biometrika 52, No. 1, pp. 277~279, 1965.
- 9) 稲田 裕：貯水池群による淀川水系の最適洪水調節に関する研究，京都大学学位論文，pp. 155~158，1977.
- 10) Nathan Buras : Scientific Allocation of Water Resources, American Elsevier Pub. Co., pp. 63~67, 1972.
- 11) 池淵周一・小尻利治・堀 智晴：治水システムの段階的建設手順に関する研究，京都大学防災研究所年報，第 28 号 B-2，pp. 237~252，1985.

(1985. 11. 8・受付)