

## 鉛直二次元多層被圧帯水層における巨視的分散現象に関する研究

STUDY ON THE PHENOMENA OF MACROSCOPIC-DISPERSION IN THE VERTICAL  
TWO DIMENSIONAL STRATIFIED CONFINED AQUIFER

藤間 聡\*

By Satoshi TOHMA

The dispersive transport of a conservative solute in the two dimensional stratified confined aquifer is analyzed by applying Aris moment method. In this analysis, the permeability distribution is a known function of vertical position of the layer and the flow is unidirectional, parallel to the stratification. The result of the analysis is that non-Fickian behavior occurs early in the dispersion process, macroscopic-dispersion coefficients have been demonstrated to depend in a complex manner on heterogeneities of the permeability. This process can not be represented by conventional advection-dispersion equation. For large time, transport process becomes Fickian type, macroscopic-dispersion coefficients approach continuously to a asymptotic value. Microscopic-dispersion coefficients measured in the laboratory tracer tests may be inadequate for predicting dispersive transport in the stratified aquifer.

## 1. 緒 論

近年、各地で地下水の水質汚染が著しく進行し、水資源利用ならびに環境保全の方面から早急な改善が要望されている。この事態に対応するには汚染機構を解明し、有効な保全対策を講ずることが必須である。

多孔体内の保存系溶解物質の分散は主に次の三要因により生ずると考えられる。①分子拡散、②多孔体の任意位置における分散物質の分子群の平均速度と一分子の流路に沿った平均速度との差、③分散物質が通過する層の平均流速と全断面平均流速との差。一般に、①、②は微視的分散、③は巨視的分散として分類される。微視的分散過程に関しては、Scheidegger に代表される確率過程論的手法<sup>1)</sup>、Rumer に代表される物質保存則に基づく確定論的手法<sup>2)</sup>等多数の研究がなされ、その結果は実験的に検証されて基本的な水理特性はほぼ解明されている<sup>3)</sup>。特に、分散係数は浸透流速と多孔体固有の分散率 (dispersivity) との積で表示できるという有用な知見を得ている<sup>4)</sup>。しかし、これらの研究成果を巨視的分散過程の解明に用いた場合、その妥当性は著しく低く、実用に供しないことが指摘されている<sup>5)</sup>。この原因は、巨

視的分散が空隙径の偏差よりスケールの大きな地層構造の不均質性に起因するため、前述の方法では分散係数を正確に推定できないことにある。事実、Pickens の野外大規模分散実験結果<sup>6)</sup>から分散率は多孔体固有の値を示さず流下距離に伴い増加することが明らかにされた。

成層帯水層における巨視的分散に関しては、Gelhar<sup>7)</sup>、Matheron<sup>8)</sup>の研究がある。Gelhar は成層構造に起因する透水係数の変動に特殊な相関関数を導入し、確率過程論的に解析を行った。この結果、分散初期の輸送過程においては Fick 則は成立せず、分散係数は成層の幾何学的特性、浸透流速および微視的分散係数の複雑な関数形を呈するが、十分な時間が経過した後、Fickian 過程となり、分散係数はある定数に漸近することを明示した。一方、Matheron は Taylor の乱流拡散理論<sup>9)</sup>と同様な確率モデルを用いて Gelhar の研究結果を詳細に検討し、成層に直角方向の混合がある場合のみ Gelhar の結論が成立するとした。これらの研究は、幾何学のおよび運動学的な複雑さのため実験的に研究されてきた巨視的分散過程の本質的な理解に寄与するが、次に述べる不十分さを残している。巨視的分散係数は透水係数または流速の相関関数の関数で与えるため、あらかじめこの相関関数を正確に把握しなければならない。また、Gelhar の解析法においては相関関数の積分特性距離を零にしなければ

\* 正会員 工修 室蘭工業大学助教授 工学部土木工学科  
(〒050 室蘭市水元町 27 番 1 号)

ばならない。後者の条件は物理的に特異であるため、その適用は限られたものとなる。

本論文は、透水係数が異なる多層で構成される鉛直二次元被圧帯水層における分散過程を対象とし、濃度積分法<sup>10)</sup>を用いて確定論的に巨視的分散係数の定式化を図り、溶解物質の分散形態とその経時変化を究明することを目的とする。さらに、この解析法の妥当性を分散実験結果と比較して検証するものである。

## 2. 多層被圧帯水層における分散過程の定式化

### (1) 基礎方程式と初期・境界条件式

解析対象の帯水層モデルは、Fig. 1 に示す透水係数の異なる多層で構成される二次元水平被圧帯水層であり、層厚は一定で、水平方向には無限とする。以後、本帯水層を成層帯水層と呼称する。流れは層に平行な一方向定常せん断流とし、流速は鉛直方向の位置の関数で与えられるとする。この流れ系に分散物質を瞬間的に線状放出した場合、任意時間経過後の分散物質は Fig. 2 に示す分布形を呈する。図中の記号 A は空隙径の偏差に基づく微視的分散帯を、B は透水係数の変動に基づく巨視的分散帯をそれぞれ表示している。

微視的分散の物質の挙動は、次の分散方程式で示される。

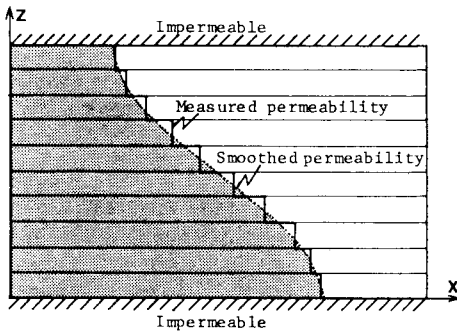


Fig. 1 Schematic diagram of a stratified aquifer with vertical variations of permeability.

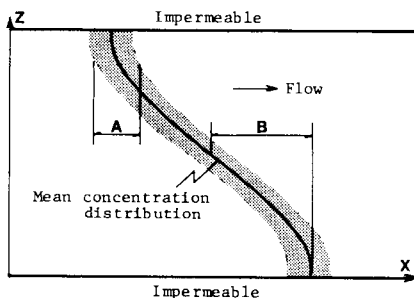


Fig. 2 Behavior of a conservative solute injected into a stratified aquifer with the flow.

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -V(z)\frac{\partial c}{\partial x} + D_1(z)\frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + \frac{\partial}{\partial z}\left(D_2(z)\frac{\partial c}{\partial z}\right) \dots (1)$$

$$0 \leq x < \infty, 0 \leq z \leq h$$

ここに、 $c$ ：分散物質濃度、 $V$ ：実流速、 $D_1$ ：微視的縦方向分散係数、 $D_2$ ：同横方向分散係数、 $h$ ：帯水層総厚、 $x, z$ ：位置座標、 $t$ ：時間を示す。

以後の解析を容易に行うため、各水理量の断面平均量を用いて変数変換し、式(1)の無次元化を行う。

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = -\alpha V^* \frac{\partial C}{\partial \xi} + D_1^* \frac{\partial^2 C}{\partial \xi^2} + \frac{\partial}{\partial \eta}\left(D_2^* \frac{\partial C}{\partial \eta}\right) \dots (2)$$

ただし、

$$\tau = \bar{D}_2 t / h^2, \quad \xi = \sqrt{\bar{D}_2 / \bar{D}_1} (x - \bar{V} t) / h, \quad \eta = z / h, \\ \alpha = \bar{V} h / \sqrt{\bar{D}_1 \bar{D}_2}, \quad V^* = (V - \bar{V}) / \bar{V}, \quad D_1^* = \bar{D}_1 / \bar{D}_1, \\ D_2^* = \bar{D}_2 / \bar{D}_2.$$

式中の $\bar{\quad}$ は断面平均量を表わし、たとえば $\bar{V}$ に関しては次式で定義する。他の諸量も同様である。

$$\bar{V} = \frac{1}{h} \int_0^h V dz \dots (3)$$

ここで、式(1)の初期条件に関して考察する。分散物質が時刻 $t=0$ で、地点 $x=0$ に瞬間放出された場合、初期条件は次式で示される。

$$c(x, z, t=0) = m \delta(x) / \rho \dots (4)$$

ここに、 $m$ ：単位空隙面積当たりの物質質量、 $\rho$ ：流体密度、 $\delta(x)$ ：Diracのデルタ関数。分散物質を保存系と仮定すると、次式が成立する。

$$\int_0^h \int_0^\infty c(x, z, t) dx dz = \frac{mh}{\rho} \dots (5)$$

一方、境界条件は、

$$D_2 \partial c / \partial z = 0 \quad z=0, h \dots (6)$$

$$c=0, \partial c / \partial x = 0 \quad x=\infty \dots (7)$$

となる。

式(2)における無次元濃度は次式で表示される。

$$C = \sqrt{\bar{D}_1 / \bar{D}_2} \rho h c / m \dots (8)$$

### (2) 断面平均濃度分布

成層帯水層においては断面方向に流速分布を有するため、分散物質の移動距離は Fig. 2 に示すように差異を生ずる。この結果、次に述べる二測定法においては異なった濃度時間曲線が記録されることになる。測定法の1つは観測井の一定水深点に測定器を設置した場合で Fig. 2 の A で示される微視的分散過程の濃度分布が得られる。他の1つは、観測井の全断面またはある区間から揚水して、その濃度を求めるもので、断面平均濃度分布が得られる。後者は、ダムサイトの基礎、兩岸岩盤における浸透流向、透水係数の把握のためのトレーサー試験時に用いられる。この断面平均濃度分布に関しては、断面平均量を用いた移流拡散方程式により直接解析的に求める方法<sup>11)</sup>が一般的であるが、この方法はあらかじめ流速、分

散係数が既知量でなければならず、また濃度分布が正規分布以外の場合には解析誤差が大きいことが知られており<sup>12)</sup>、複雑な流れ系には適用し難いと考えられる。

本解析では、近似解法ではあるが成層帯水層の分散現象を解析し得る濃度積率法<sup>13)</sup>を用いて断面平均濃度分布の定式化を行う。

無次元移動座標系において、原点  $\xi=0$  で瞬間的に放出された分散物質は流下に伴い不規則な運動を繰り返す、その行程が確率的なものとなるため、任意時間経過後の分散物質の位置は確率変数  $\Xi$  で表わすことができる。したがって、濃度分布の定式化はこの確率変数  $\Xi$  の密度関数  $f(\xi)$  を求めることに帰着される。

ここで、濃度積率法により確率密度関数  $f(\xi)$  を決定するため、次式で定義される特性関数  $\phi(r)$  を導入する<sup>14)</sup>。

$$\phi(r) = E[e^{ir\Xi}] = \int_{-\infty}^{\infty} e^{ir\xi} f(\xi) d\xi \quad \dots\dots\dots (9)$$

ここに、 $r$ : 任意の実数パラメーター、 $i$ : 虚数単位、 $E[\cdot]$ : 期待値をそれぞれ示す。

この特性関数  $\phi(r)$  の対数をとると、次式で示されるキュムラント母関数  $\psi(r)$  を得る。

$$\psi(r) = \log \phi(r) = \sum_{j=1}^{\infty} \frac{(ir)^j}{j!} \lambda_j \quad \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $\lambda_j$  は  $j$  次のキュムラントである。この  $\lambda_j$  と平均値回りの  $n$  次積率  $m_n$  との間には次の関係が成立する。

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= m_1/m_0, \quad \lambda_2 = m_2/m_0, \quad \lambda_3 = m_3/m_0 \\ \lambda_4 &= m_4/m_0 - 3(m_2/m_0)^2 \quad \dots\dots\dots (11) \end{aligned}$$

上式の平均値回りの濃度積率  $m_n$  は次式で定義される。

$$m_n = \int_{-\infty}^{\infty} (\xi - \bar{\xi})^n f(\xi) d\xi \quad n=0, 1, 2, \dots \quad \dots\dots\dots (12)$$

確率変数  $\Xi$  の平均値を  $\bar{\xi}$ 、分散を  $\sigma^2$  で表わすと、2次以下の濃度積率は次式で示される。

$$\begin{aligned} m_0 &= \int_{-\infty}^{\infty} f(\xi) d\xi = 1 \\ m_1 &= \int_{-\infty}^{\infty} (\xi - \bar{\xi}) f(\xi) d\xi = 0 \quad \dots\dots\dots (13) \\ m_2 &= \int_{-\infty}^{\infty} (\xi - \bar{\xi})^2 f(\xi) d\xi = \sigma^2 \end{aligned}$$

特性関数  $\phi(r)$  は式 (11)、(13) を式 (10) に代入し、変換すると次式で与えられる。

$$\phi(r) = \exp\left(-\frac{(r\sigma)^2}{2}\right) \left[1 + \frac{(ir)^3}{3!} \lambda_3 + \frac{(ir)^4}{4!} \lambda_4 + \dots\right] \quad \dots\dots\dots (14)$$

上式を式 (9) に代入した後フーリエ逆変換を行うと、確率密度関数  $f(\xi)$  は次式で与えられる。

$$\begin{aligned} f(\xi) &= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ir\xi - \frac{r^2\sigma^2}{2}) \\ &\quad \left[1 + \frac{(ir)^3}{3!} \lambda_3 + \frac{(ir)^4}{4!} \lambda_4 + \dots\right] dr \quad \dots\dots\dots (15) \end{aligned}$$

上式の被積分項にエルミート多項式<sup>15)</sup>を導入する。

$$\begin{aligned} &\int_{-\infty}^{\infty} \exp(-ir\xi - \frac{r^2\sigma^2}{2}) (ir)^n dr \\ &= \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) \frac{\sqrt{2\pi}}{\sigma^{n+1}} H_n\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) \quad \dots\dots\dots (16) \end{aligned}$$

ここに、 $H_n(\xi/\sigma)$  はエルミート多項式を表わす。

式 (16) を式 (15) に代入すると、確率密度関数  $f(\xi)$  は最終的に次の無限級数の漸化式で与えられる。

$$\begin{aligned} f(\xi) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \exp\left(-\frac{\xi^2}{2\sigma^2}\right) \left[1 + \frac{\lambda_3}{6\sigma^3} H_{e3}\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) + \frac{\lambda_4}{24\sigma^4} \right. \\ &\quad \left. \cdot H_{e4}\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) + \frac{\lambda_5}{72\sigma^6} H_{e6}\left(\frac{\xi}{\sigma}\right) + \dots\right] \quad \dots\dots\dots (17) \end{aligned}$$

ここで、 $H_{e3} = (\xi/\sigma)^3 - 3(\xi/\sigma)$

$$H_{e4} = (\xi/\sigma)^4 - 6(\xi/\sigma)^2 + 3$$

$$H_{e6} = (\xi/\sigma)^6 - 15(\xi/\sigma)^4 + 45(\xi/\sigma)^2 - 15.$$

上式の無限級数に含まれる  $\lambda_3$  および  $\lambda_4$  は、変動の測度であるひずみ度 (skewness)  $f_1$ 、尖度 (kurtosis)  $f_2$  と次の関係がある。

$$\begin{aligned} f_1 &= \lambda_3/\sigma^3 \\ f_2 &= \lambda_4/\sigma^4 + 3 \quad \dots\dots\dots (18) \end{aligned}$$

したがって  $\lambda_3$  は平均値に対する濃度分布の非対称性の程度を示し、 $\lambda_4$  は最頻値付近の高低の程度を示す測度となる。 $\lambda_3, \lambda_4$  がともに零の場合は、確率密度関数が正規分布の密度関数に一致し、分散過程は *Fickian* 過程になる。

以上の結果、平均濃度分布は積率  $m_n$  を求めることによりその近似解が決定される。

### (3) 巨視的分散係数

巨視的分散係数の定式化を行うため、Fig. 1 に示す成層帯水層において透水係数の空間分布が余弦関数で近似できる場合を考察する。

帯水層内の流れが水平 ( $x$  方向) 流の場合、巨視的縦方向分散係数  $K_1$  と物質分子の分散 (variance)  $\sigma_x^2$  との間には次の関係が成立する<sup>16)</sup>。

$$K_1 = \frac{1}{2} \frac{d\sigma_x^2}{dt} = \frac{\bar{D}_1}{2} \frac{dm_2}{d\tau} \quad \dots\dots\dots (19)$$

ここに、 $\bar{D}_1$  は微視的平均縦方向分散係数である。

本帯水層での透水係数の空間分布は次の余弦関数で表示できるものと仮定する。

$$k = \bar{k}(1 + a \cos(\pi\eta)) \quad \dots\dots\dots (20)$$

ここに、 $k$ : 任意の高さ  $\eta$  における透水係数、 $\bar{k}$ : 断面平均透水係数、 $a$ : 任意定数を示す。

式 (19) の2次積率  $m_2$  を求めるため、式 (2) の各項に  $\xi^n$  を乗じ、 $0 \sim \infty$  で積分を行うと次式を得る。

$$\frac{\partial \theta_n}{\partial \tau} = naV^* \theta_{n-1} + n(n-1)D^* \theta_{n-2} + \frac{\partial}{\partial \eta} \left( D^* \frac{\partial \theta_n}{\partial \eta} \right) \quad \dots\dots\dots (21)$$

ここに、 $\theta_n$  は

$$\theta_n = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^n C d\xi \quad n=0, 1, 2, \dots \dots \dots (22)$$

で定義される濃度積率であり、前述の平均値回りの濃度積率  $m_n$  との間に次の関係が成立する。

$$m_n = \int_0^1 \int_{-\infty}^{\infty} \xi^n C d\xi d\eta = \int_{-\infty}^{\infty} \xi^n \bar{C} d\eta = \bar{\theta}_n \dots \dots \dots (23)$$

ここに、 $\bar{\theta}_n$ ：断面平均濃度に関する濃度積率を示す。

式 (21) の各項を  $\eta$  に関して 0~1 で積分し、式 (23) の関係を用いると次の平均値回りの積率微分方程式を得る。

$$\frac{\partial m_n}{\partial \tau} = n\alpha \int_0^1 V^* \theta_{n-1} d\eta + n(n-1) \int_0^1 D_2^* \theta_{n-2} d\eta \dots \dots \dots (24)$$

上式の誘導過程において、式 (21) の右辺第 3 項は次の被圧境界条件により消去される。

$$D_2^* \frac{\partial \theta_n}{\partial \eta} = 0 \quad \eta = 0, 1 \dots \dots \dots (25)$$

一方、1 次積率  $\theta_1$  は、透水係数の設定条件から次式を満足する。

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = \alpha a \cos(\pi\eta) + \frac{\partial}{\partial \eta} (D_2^* \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}) \dots \dots \dots (26)$$

上式の  $D_2^*$  を決定するには、各層の微視的横方向分散係数  $D_2$  の値を必要とする。本節では、 $D_2$  が分散率と流速に規定される水理量であることを考慮し、(i) 断面方向に一定、(ii) 流速に比例、(iii) 分散率および流速に比例の 3 つの場合に分けて解析を行う。

(i)  $D_2$  が断面方向に一定の場合

各層の流れの Peclet 数が 10 以下の場合、横方向分散係数は空隙系の特性に影響されずに有効分子拡散係数の値に漸近し一定値となる<sup>17)</sup>。この結果、 $D_2^* = 1$  となり、境界条件式 (25) を満足する式 (26) の解は次式で与えられる。

$$\theta_1(\eta, \tau) = \frac{\alpha a}{\pi^2} \cos(\pi\eta) (1 - e^{-\pi^2 \tau}) \dots \dots \dots (27)$$

$\theta_1$  は Fig. 2 の実線で示す分布形を呈し、無次元時間  $\tau > 0.3$  の範囲においてはほぼ一定となる。これは各層の濃度分布の重心位置が平均流速で移動することを意味する。

巨視的縦方向分散係数は式 (24) を用いて式 (19) から次のように表わされる。

$$K_1 = \bar{D}_1 + \frac{\bar{V}^2 h^2}{D_2} \frac{\alpha^2}{2\pi^2} (1 - e^{-\pi^2 \tau}) \dots \dots \dots (28)$$

上式から、分散物質は放出源付近の領域では、微視的分散のスケールで広がり、長時間経過後の領域においては平均流速、層厚等の運動学的、幾何学的特性により非常に大きなスケールで分散することが推定される。

平均値回りの濃度積率は式 (21) および式 (24) を用いて次式で与えられる。

$$m_2 = \frac{\alpha^2 a^2}{\pi^2} \left( \tau - \frac{1}{\pi^2} (1 - e^{-\pi^2 \tau}) \right)$$

$$\begin{aligned} m_3 &= \frac{3\alpha^3 a^3}{8\pi^3} \left( \frac{\pi}{2} + \frac{1}{\pi} \right) \left( \tau - \frac{1}{\pi^2} (1 - e^{-\pi^2 \tau}) \right) \\ m_4 &= \frac{3\alpha^4 a^4}{8\pi^4} \left( \frac{\pi^2}{8} + \frac{3}{4} + \frac{1}{\pi^2} \right) \left( \tau - \frac{1}{\pi^2} (1 - e^{-\pi^2 \tau}) \right) \\ &\quad - \frac{\alpha^4 a^4}{\pi^6} \left( \tau e^{-\pi^2 \tau} + \frac{2}{3\pi^2} (1 - e^{-\pi^2 \tau}) \right) \\ &\quad + \frac{1}{12\pi^2} (1 - e^{-4\pi^2 \tau}) + 3m_2^2 \dots \dots \dots (29) \end{aligned}$$

上式で与えられる平均値回りの濃度積率を式 (17) に代入すると断面平均濃度分布が得られる。

(ii)  $D_2$  が流速に比例する場合

各層の分散率がほぼ等しい場合は、無次元横方向分散係数は流速の関数で与えられる。

$$D_2^* = D_2 / \bar{D}_2 = \varepsilon_2 V / \varepsilon_2 \bar{V} = 1 + \alpha \cos(\pi\eta) \dots \dots \dots (30)$$

ここに、 $\varepsilon_2$  は微視的横方向分散率を示す。

この  $D_2^*$  を式 (26) に代入した場合、同式は複雑な非同次方程式となり解析的に取り扱うことが困難となる。したがって、本節では式 (26) の右辺第 2 項を無視した放出源付近の領域と左辺の濃度時間変化率を無視した定常領域とに分離して解析的に濃度積率  $\theta_1$  を求めることとする。ここで、以後前者の領域を第 I 種領域、後者を第 II 種領域と呼称する<sup>18)</sup>。

第 I 種領域：

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial \tau} = \alpha a \cos(\pi\eta) \dots \dots \dots (31)$$

上式の解は次式で与えられる。

$$\theta_1 = \alpha a \tau \cos(\pi\eta) \dots \dots \dots (32)$$

したがって、この領域における巨視的分散係数は、

$$K_1 = \bar{D}_1 + \frac{\bar{V}^2 \alpha^2 t}{2} \dots \dots \dots (33)$$

となり、放出後の経過時間に比例して分散幅が増加する。

第 II 種領域：

$$\frac{\partial}{\partial \eta} (D_2^* \frac{\partial \theta_1}{\partial \eta}) = -\alpha a \cos(\pi\eta) \dots \dots \dots (34)$$

上式の解は次式となる。

$$\theta_1 = \frac{\alpha}{\pi^2} \log \left( \frac{2(1 + \alpha \cos(\pi\eta))}{1 + \sqrt{1 - \alpha^2}} \right) \dots \dots \dots (35)$$

巨視的分散係数は、この  $\theta_1$  と式 (24) を用いて、

$$\begin{aligned} K_1 &= \frac{\bar{V}^2 h^2 \alpha^2}{D_2 \pi^2} \left( \frac{1}{2} + \frac{\alpha^2}{8} + \frac{\alpha^4}{16} + \dots + \frac{3 \cdot 5 \dots (2j-3)}{2 \cdot 4 \dots (2j)} \alpha^{2j-2} + \dots \right) \\ &\quad + \bar{D}_1 \quad j=1, 2, 3, \dots \dots \dots (36) \end{aligned}$$

の無限べき級数で与えられる。この場合、3 項まで考慮すると 1% 以下の誤差であり実用上支障はない。また、1 項のみを考慮した巨視的分散係数は、式 (28) の  $\tau \rightarrow \infty$  の値と一致する。

(iii)  $D_2$  が分散率および流速に比例する場合

この場合、透水係数が各層の構成材料の粒径の二乗に比例することを併せて考慮すると、無次元横方向分散係

数は次式となる。

$$D_2^* = \frac{[1 + a \cos(\pi\eta)]^{3/2}}{\left(1 + \frac{3}{16} a^2\right)} \dots\dots\dots (37)$$

この  $D_2^*$  を式 (26) に代入した場合、前述の (ii) と同様に  $\theta_1$  を解析的に求めることができない。したがって、第 I 種領域と第 II 種領域に分けて巨視的分散係数を求める。ただし、第 I 種領域に関しては式 (33) と同一となるため省略し、第 II 種領域についてのみ解析を行う。

第 II 種領域：

1 次濃度積率  $\theta_1$  は次式で与えられる。

$$\theta_1 = -\frac{2a}{\pi^2} \left(1 + \frac{3a^2}{16}\right) \left[ \frac{1}{\sqrt{a \cos(\pi\eta) + 1}} - \frac{1}{\sqrt{a+1}} \right] \dots\dots\dots (38)$$

巨視的分散係数は、この  $\theta_1$  と式 (24) から次の無限ベキ級数で与えられる。

$$K_1 = \frac{2\bar{V}^2 h^2}{D_2 \pi^2} \left(1 + \frac{3a^2}{16}\right) \sum_{j=2}^{\infty} \left[ \frac{(j-1)!!}{j!!} \right]^2 a^j \dots\dots\dots (39)$$

ここに、 $j$  は偶数であり、 $j!! = j(j-2)\cdots 4 \cdot 2$ 。

上式の任意定数  $a$  が小さい場合には、式 (36) で示す巨視的分散係数とはほぼ等しくなる。

以上、微視的横方向分散係数  $D_2$  に関して 3 つの場合の解析を行い、 $D_2$  が断面方向に一定の場合のみ式 (26) の解析解が存在し、巨視的分散係数および平均濃度分布が得られることを示した。一方、他の 2 つの場合は解析解が存在しないため、放出源付近と定常領域に分離して巨視的分散係数の近似解を示した。

#### (4) 微視的分散係数の同定

前節で述べた巨視的分散係数を決定するには、各層の微視的縦・横分散係数  $D_1$ 、 $D_2$  をあらかじめ正確に把握しておく必要がある。本解析においては微視的分散係数を客観的にかつ機械的に求めるため、Powell の共役方向法<sup>19)</sup>を用いる。この方法は非線形関数の最小化問題に対する解法であり、すでに水文学を始めとする多分野において数理モデルの定数同定に適用され、その妥当性が確かめられている<sup>20), 21)</sup>。共役方向法は、数理モデルの計算値と実測値との誤差を最小にするモデル定数を決定するもので、他の解法と異なり、一階偏導関数の値を必要としないため計算処理時間が少ない特徴を有する。

微視的分散係数を求めるモデル式は、汎用性をもたすため次の三次元分散方程式を用いる。

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -V \frac{\partial c}{\partial x} + D_1 \frac{\partial^2 c}{\partial x^2} + D_2 \frac{\partial^2 c}{\partial y^2} + D_z \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \dots\dots\dots (40)$$

$$\text{初期条件: } c(x, y, z, t=0) = 0 \dots\dots\dots (41)$$

$$\text{境界条件: } c(x=0, y, z, t) = c_0 e^{-\gamma t} \dots\dots\dots (42)$$

$$c(x \rightarrow \infty, y, z, t) = 0 \dots\dots\dots (43)$$

境界条件式 (42) 中の濃度減衰率  $\gamma$  は、実験で分散物

質を矩形波状に瞬間放出することが難しく、実際に生起する挙動を再現するため導入している。

式 (40) の解は次式で与えられる。

$$c = \frac{c_0 Q}{8\pi D_1 R} \exp(-\gamma t) \left[ \exp\left(\frac{Vx - \beta R}{2D_1}\right) \text{Erfc}\left(\frac{R - \beta t}{\sqrt{4D_1 t}}\right) + \exp\left(\frac{Vx + \beta R}{2D_1}\right) \text{Erfc}\left(\frac{R + \beta t}{\sqrt{4D_1 t}}\right) \right] \dots\dots\dots (44)$$

ここに、 $R = [x^2 + (D_1/D_2)y^2 + (D_1/D_2)z^2]^{1/2}$

$$\beta = [V^2 - 4D_1\gamma]^{1/2}$$

Erfc (・) は余誤差関数を表わし、 $Q$  は流量を示す。

上式の右辺角括弧中の第 2 項は、 $R$  の増加に伴い余誤差関数が急速に 0 に収束するため 5 % 以下の誤差で無視できる。したがって、本解析では次式をモデル式とする。

$$c = \frac{c_0 Q}{8\pi D_1 R} \exp(-\gamma t) \exp\left(\frac{Vx - \beta R}{2D_1}\right) \cdot \text{Erfc}\left(\frac{R - \beta t}{\sqrt{4D_1 t}}\right) \dots\dots\dots (45)$$

分散係数の最適同定値の決定基準には、解析目的、実測値の精度に応じて種々の形が考えられるが、ここでは分散実験に用いる濃度検出器の感知性能を考慮し、高濃度部の実測値と式 (45) との絶対誤差の最小化を用いる。

この共役法は、制約条件がない場合に限り有効であるため負の分散係数を得る可能性が生ずる。この場合においても機械的な演算は可能であるが、分散係数の物理的な意味を失う。本解析ではこの欠点を避けるため分散係数が負となった場合、大きな正定値を加えて再度探索を実行し、分散係数の最適同定値を求める。

### 3. 解析結果と考察

本章では、前章で得られた理論結果を Pickens らの行った大規模野外実験<sup>22)</sup>および著者が行った室内実験に適用し、巨視的分散係数、断面平均濃度分布の推定を行い、その妥当性を検討する。

#### (1) 野外実験帯水層への適用

Pickens らが対象とした帯水層は、粘土層に挟まれた砂層からなる被圧帯水層であり、その諸元は Table 1 に表示してある。同表には現地で採取した試料の室内カラム実験結果も併せて掲載している。この帯水層の透水係数は、分散物質投入井から 4 m 離れた観測井の一垂線上の 15 点で測定されており、平均値で無次元化した結果を Fig. 3 に図示する。同図の黒丸印は実測値を示し、実線は次式で与えられる分布近似値である。

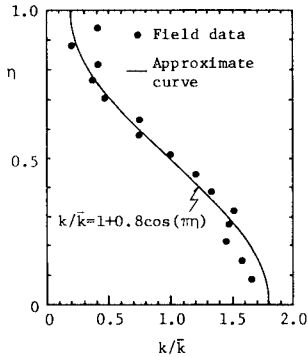
$$k/k = 1 + 0.8 \cos(\pi\eta) \quad 0 \leq \eta \leq 1 \dots\dots\dots (46)$$

本解法で巨視的分散係数を求める際、微視的横方向分散係数を必要とするが、この実験では明記されていないので、Table 1 の流速  $V$ 、平均粒径  $d$  および分子拡散

**Table 1** Stratified aquifer parameter measured by Pickens and Grisak.

Field single well tracer tests:	
Aquifer thickness	8.2 m
Mean grain size	0.12-0.21mm
Permeability	$2 \times 10^{-3}$ - $2 \times 10^{-2}$ cm/s
Longitudinal dispersivity	0.256L* m
Laboratory column tracer tests:	
Column length	30cm
Mean grain size	0.20mm
Velocity	$9.26 \times 10^{-4}$ - $8.60 \times 10^{-3}$ cm/s
Longitudinal dispersivity	0.035cm

\* L: Mean travel distance.



**Fig. 3** Permeability profile measured by Pickens and Grisak and approximate cosine curve.

係数  $D_m = 2.03 \times 10^{-5}$  cm<sup>2</sup>/s を用いて Peclet 数から推定する。

$$Pe = Vd/D_m = 8.5 \dots \dots \dots (47)$$

この値から、微視的横方向分散係数は構成材料の空隙系の特性には影響されず、有効分子拡散係数  $D_e = 1.02 \times 10^{-5}$  cm<sup>2</sup>/s の値と一致し、2.(3)の(i)  $D_2$  が断面方向に一定の場合に相当することになる。

Pickens らは分散物質投入井から 1 m 間隔で直線上に配置された 4 本の濃度観測井で巨視的分散率を求め、その結果を次式で与えた。

$$A_e = 0.256L \dots \dots \dots (48)$$

ここで、 $A_e$  は巨視的分散率 (m)、 $L$  は分散物質の平均移動距離 (m) を示す。

また、投入井から 1 m の位置の観測井において鉛直方向の 20 点で濃度測定を行い、微視的分散率  $\epsilon_1 = 0.007$  m を得た。この場合、分散物質は投入後、観測井に達するまで平均 4.8 時間を要し、この間の平均流速は  $\bar{V} = 5.8 \times 10^{-5}$  m/s と推定される。

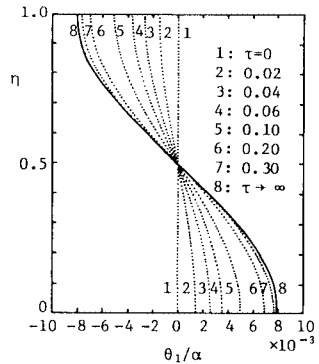
この観測井における巨視的分散率は式 (48) から  $A_e = 0.256$  m となり、また、巨視的分散係数は  $K_1 = A_e \bar{V} = 1.49 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s を得る。巨視的分散率は微視的分散率の約 40 倍の値となる。

本解析による巨視的分散率および分散係数は、上記の移動経過時間、平均流速を用い式 (28) からそれぞれ、

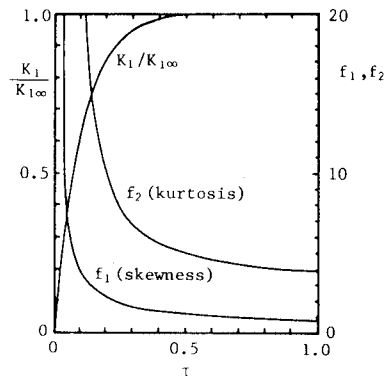
$A_e = 0.320$  m、 $K_1 = 1.86 \times 10^{-5}$  m<sup>2</sup>/s を得る。実験値に対する相対誤差は 20% であるが、オーダーから判断して、解析値は十分実用に供し得ると考えられる。

**Fig. 4** はこの帯水層において分散物質を瞬間線状放出した場合の濃度重心位置の経時変化を式 (27) を用いて解析的に求めたものである。 $\tau < 0.3$  の領域では、時間の経過とともに分散帯が増大する状態であり、巨視的分散係数は移動距離または経過時間の関数となる。 $\tau > 0.3$  の領域においては、濃度重心の移動速度は浸透流速と等しくなり、断面方向の重心位置の分布形は時間に関して不変となる。この結果、**Fig. 2** に示す巨視的分散帯 B は一定となり、移流の寄与は消滅する。すなわち第 II 種領域に達し、巨視的分散係数は一定値となる。

**Fig. 5** は式 (26) から求めた巨視的分散係数、ひずみ度および尖度の経時変化を示す。図中の記号  $K_{1\infty}$  は  $\tau \rightarrow \infty$  における巨視的分散係数を表わし、また  $f_1, f_2$  は式 (18) で与えたもので、断面平均濃度分布の形状を規定する量である。巨視的分散係数は **Fig. 4** で推定した分散機構を裏付けする経時変化を呈している。ひずみ度  $f_1$  は  $\tau < 0.2$  の領域で急減し、その後は  $\tau^{-1/2}$  の減速率で 0 に漸



**Fig. 4** Transient development of  $\eta(\eta, \tau)$  for the cosine permeability profile.



**Fig. 5** Transient behavior of macroscopic-dispersion coefficient, skewness and kurtosis.

近する。この傾向から放出源付近の濃度分布は強い非対称性を有し、時間の経過に従い順次対称な分布に近づくことが推定できる。一方、尖度  $f_2$  はひずみ度  $f_1$  より遅れて  $\tau < 0.3$  の領域で急減したのち、 $\tau^{-1}$  の通減率で正規分布の尖度 3 に漸近する傾向を示している。以上の傾向から、巨視的分散係数が一定となる第 II 種領域においても、断面平均濃度分布はわずかなひずみを有する非対称形であり、 $\tau \rightarrow \infty$  で正規分布となる。したがって、厳密に解釈すると分散過程が第 II 種領域に達しても、現在慣例的に使用されている一次元移流拡散方程式では現象を正しく把握できないことになる。

Fig. 6 は分散物質を瞬間線状放出した場合の平均濃度の空間分布を式 (17) から求めたものである。ただし、縦軸は正規分布の場合に 1 になるように  $\sqrt{2\pi}\sigma$  で除し、横軸は  $\sigma$  で除して規準化を行っている。 $\tau=0.6$  の濃度分布のひずみ度は  $f_1=1.00$ 、尖度は  $f_2=4.54$  であり、 $\tau=0.8$  の場合は  $f_1=0.85$ 、 $f_2=4.10$  となる。また  $\tau=1.0$  では、 $f_1=0.74$ 、 $f_2=3.86$  となり正規分布に近い形状を呈するが、最頻値より大きな領域が尾を引く正のひずみを有する。

Fig. 7 は投入井から距離 2 m の位置にある観測井における断面平均濃度-時間曲線の実測値と解析値を示す。

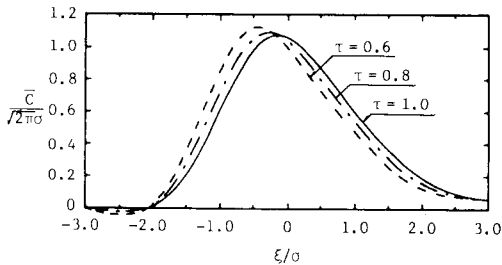


Fig. 6 Spatial concentration distribution of the stratified aquifer for several times.

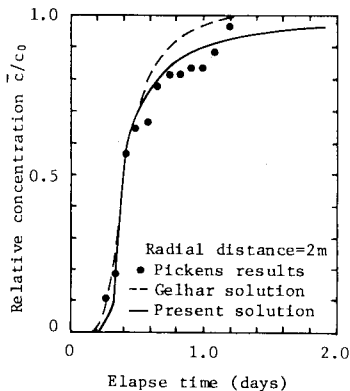


Fig. 7 Comparison of analytical concentration curve with measured concentration curve of Pickens.

実測値は図中の黒丸で示され、各層で測定された濃度に重みとして層厚と透水係数を用いて平均したものである。破線は Pickens が Gelhar の解析法<sup>23)</sup>を適用して得た結果である。一方、実線は実測値の算出法に従い次式で求めたものである。

$$\bar{c}(x, t) = \frac{1}{kh} \int_0^h k(z)c(x, y, z, t) dz \dots \dots \dots (49)$$

ただし、実験における物質放出時間が 30 時間であることから、解析では連続放出と仮定している。両解析結果は相対濃度  $c/c_0 < 0.7$  の範囲では差異はみられないが、 $c/c_0 > 0.7$  においては本解析結果が実測値の傾向を精度よく再現していることが認められる。

## (2) 室内実験帯水層への適用

本節で対象とする帯水層モデルは総厚 30 cm、幅 40 cm、長さ 200 cm の 3 層被圧砂帯水層である。この帯水層の各層の厚さは等しく 10 cm であり、第 1 層 (下層) と第 3 層 (上層) は同一砂で構成され、平均粒径は  $\bar{d}_1 = 0.35$  mm、透水係数は  $k_1 = 0.11$  cm/s である。この両層に挟まれる第 2 層 (中層) は上、下層に比べて粗粒砂から構成されており、その平均粒径は  $\bar{d}_2 = 0.80$  cm、透水係数は  $k_2 = 0.37$  cm/s である。

ここで、帯水層が第 2 層の中心軸に関して上下対称構造であることから解析は下半部についてのみ行う。第 1、2 層の平均透水係数は  $\bar{k} = 0.24$  cm/s であり、両層の相対透水係数はそれぞれ  $k_1/\bar{k} = 0.458$ 、 $k_2/\bar{k} = 1.542$  となる。定数  $a = 0.542$  を導入すると、解析領域の透水係数は次のステップ関数で表わすことができる。

$$\frac{k}{\bar{k}} = \begin{cases} 1-a & \text{第 1 層 (第 3 層)} \\ 1+a & \text{第 2 層} \end{cases} \dots \dots \dots (50)$$

上式から、本実験の帯水層における透水係数の分布式は式 (20) で  $\cos(\pi\eta) = \pm 1$  と置いた場合に相当する。

解析に必要な各層の微視的分散係数を決定するため、成層帯水層と同一の寸法を有する均質被圧帯水層を個々に作製し、定常一様流条件のもとで分散実験を行った。分散物質には 1% 濃度の塩水を用い、瞬間的放出に近い状態を得るため 5 秒間線状放出を行った。塩分濃度の測定は放出井から 50 cm の位置にある完全貫入井の観測井で濃度検出開始から 15 秒間隔で終了時までに行い、第 1 層と同一砂の均質帯水層において 101 個、第 2 層と同一砂の場合では 99 個の濃度測定値を得た。

これらの実測値に基づき Powell 法により微視的縦・横方向分散係数の同定を行った。その結果を Table 2 の上半部に示す。微視的縦方向分散係数は Klotz の実験結果<sup>24)</sup>を満足し、横方向分散係数は Fried の  $D_2/D_m - P_e$  の関係式<sup>25)</sup>に従うことから両分散係数は正しく同定されたと考えられる。

一方、成層帯水層における微視的分散過程の水理特性

を把握するため、均質帯水層と同一の実験条件下で分散実験を行った。濃度測定は観測井の第1層および2層の中央部に相当する位置に検出器を固定し、濃度の経時変化を記録した。得られた微視的分散係数を Table 2 の下半部に示してある。また、Fig. 8 は本実験結果の一例であり、第2層で得られた実測濃度分布と式 (45) による計算濃度分布を示す。計算値の適合度から Powell 法は精度よく微視的分散係数を同定できることが認められる。

Table 2 から、成層帯水層における微視的縦方向分散率は同一実験条件下の均質帯水層で得られた値の約3倍に増大している。この原因は以下のように考えられる。透水係数の大きな第2層では、塩分の流下につれて層に直角方向の濃度勾配が増大し、横方向分散により第1層に塩分を輸送する。一方、第1層においては、高濃度部が流下した第2層へ塩分を供給する。この結果、塩分放

出源付近における第2層の濃度分布は減衰部が長く尾を引き、第1層では逆に上昇部が過増し、ともに濃度分布形が引き伸ばされた形になる。この濃度平滑化現象により成層帯水層の微視的縦方向分散率は見掛け上大きな値をとり、横方向分散係数は第1, 2層で差がなくなると推定される。

巨視的縦方向分散係数を実験的に決定するため、塩分放出井から 30 cm と 70 cm の距離にある完全貫入井の観測井において第1層中央部、第2層中央部および層間境界面の3点で同時に濃度測定を行った。測定時間は 135 秒—4 380 秒であり、無次元時間  $\tau = 1.8 \times 10^{-3} - 5.8 \times 10^{-4}$  に相当する。この値から本実験の分散過程は放出源付近の第I種領域に属し、巨視的分散係数は塩分の移動距離に比例して増大すると考えられる。

層間境界面で測定された濃度分布は2個のピークを有する双峰形状を呈する。ピーク間の距離は各層の塩分移動速度差に比例し、その間の低濃度遷移部は前述の平滑化現象により出現する。この遷移部の塩分濃度は横方向分散によって輸送される最大移動距離と密接な関係がある。本実験における最大移動距離は Carslaw<sup>26)</sup> によると、第2層の 10% 濃度が第1層内の 1 cm の位置に達していると推定される。

ここで、断面平均濃度として上記3点で得られた濃度の単純平均値を用い、各観測井における巨視的縦方向分散係数  $K_1$  および分散率  $A_e$  を求めると、30 cm の位置にある観測井においては  $K_1 = 0.352 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $A_e = 7.73 \text{ cm}$ , 70 cm の位置の観測井では  $K_1 = 0.760 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $A_e = 17.41 \text{ cm}$  が得られる。これらの値から巨視的分散係数は塩分の移動距離の関数となり次式で与えられる。

$$K_1 = 0.0113L \dots \dots \dots (51)$$

ここに、 $L$  は塩分移動距離 (cm) を示す。

次に、本実験の第I種領域における巨視的縦方向分散係数を理論的に決定する。透水係数分布式 (50) を用いると、塩分の挙動は式 (32) の  $\cos(\pi\eta)$  を  $\pm 1$  と置いた場合に相当し、分散係数は次式で与えられる。

$$K_1 = a^2 \bar{V}^2 t = 0.0127L \dots \dots \dots (52)$$

ただし、上式においては微視的縦方向分散係数を微小量として無視している。上式から巨視的分散係数および分散率を求めると、 $L = 30 \text{ cm}$  では、 $K_1 = 0.381 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $A_e = 8.84 \text{ cm}$ ,  $L = 70 \text{ cm}$  では、 $K_1 = 0.889 \text{ cm}^2/\text{s}$ ,  $A_e = 20.63 \text{ cm}$  が得られる。実験値に対する解析値の相対誤差は約 10% であり、本解析は放出源付近の巨視的分散係数を十分な精度で推定できると考えられる。

本実験で把握された分散過程は、放出源付近の領域に限られるため、定常状態に達するまでの過程を理論的に考察する。本節では、透水係数分布式にステップ関数を用いているため、塩分の挙動を表わす式 (26) は解析的

Table 2 Aquifer parameters measured from laboratory experiment tracer tests.

Homogeneous sand aquifer tracer test	
First layer:	
Velocity	$1.60 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$
L-dispersion coefficient	$4.35 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$
T-dispersion coefficient	$6.00 \times 10^{-5} \text{ cm}^2/\text{s}$
L-dispersivity	0.27mm
Second layer:	
Velocity	$6.30 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$
L-dispersion coefficient	$7.95 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$
T-dispersion coefficient	$1.96 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$
L-dispersivity	1.26mm
Stratified sand aquifer tracer test	
First layer:	
Velocity	$2.18 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$
L-dispersion coefficient	$1.98 \times 10^{-3} \text{ cm}^2/\text{s}$
T-dispersion coefficient	$1.10 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$
L-dispersivity	0.91mm
Second layer:	
Velocity	$6.44 \times 10^{-2} \text{ cm/s}$
L-dispersion coefficient	$2.57 \times 10^{-2} \text{ cm}^2/\text{s}$
T-dispersion coefficient	$1.30 \times 10^{-4} \text{ cm}^2/\text{s}$
L-dispersivity	3.99mm

\* L : Longitudinal, T : Transverse.

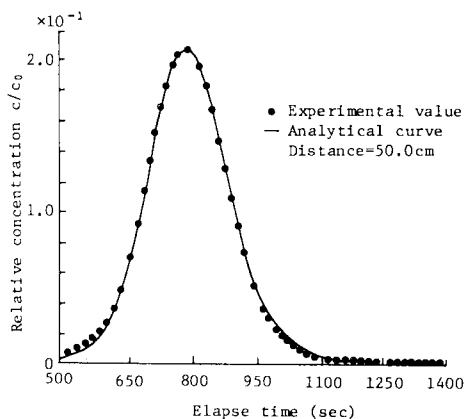


Fig. 8 Comparison of analytical concentration curve with experimental values at distance of 50 cm.



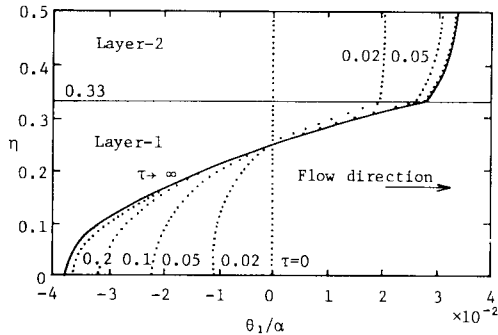


Fig. 9 Transient development of  $\theta_1(\eta, \tau)$  for the step function permeability profile.

に取り扱うことができない。ここでは、Crank-Nicolson の陰解法により解を求める。Fig. 9 は瞬間放出した塩分の濃度重心の経時変化を示すもので、無次元時間  $\tau \approx 0.3$  で重心位置は一定となり、分散過程は定常領域に達する。これらの曲線の勾配が、層間境界面  $\eta = 0.33$  で不連続点を有するのは、各層の微視的分散係数の不連続性に起因する。

定常領域における巨視的縦方向分散係数は式 (34) の  $\cos(\pi\eta)$  を  $\pm 1$  として、式 (24) から次の形で与えられる。

$$K_1 = \frac{7a^2 h_1^2 \bar{V}^2}{243D_2} \dots\dots\dots (53)$$

ただし、 $h_1$  は成層総厚の 1/2 を示す。

上式に本実験で得られた諸量を代入すると、巨視的分散係数は  $K_1 = 29.5 \text{ cm}^2/\text{s}$ 、分散率は  $A_e = 684 \text{ cm}$  となる。定常領域に達するまでの所要時間  $\tau = 0.3$  は 156 時間に相当し、また流下距離は 242 m に達する。これらは室内実験規模の成層帯水層では再現不可能な数値である。

以上の結果から、小規模分散実験で得られる巨視的分散係数は常に移動距離または経過時間の関数となり、Fick 則が成立しないため、成層帯水層の分散現象に一次元移流拡散方程式を適用した場合には得られる結果に大きな誤差が含まれると推定される。

#### 4. 結 論

濃度積分法を用いて鉛直二次元多層被圧帯水層における巨視的分散係数、断面平均濃度分布の定式化を試み、その分散機構の基本的特性を明らかにした。

本研究で得られた主な結論を要約すると以下のようになる。

(1) 本解法を野外および室内分散実験に適用した場合、巨視的分散係数および断面平均濃度分布については実験値を十分説明し得る解析結果が得られた。これより本解法の妥当性が裏付けされた。

(2) 濃度重心の移動速度が浸透流速に達しない放出

源付近の分散領域では、巨視的分散係数は多層系の流速偏差と平均流速との関数であり、移動距離に比例して増大する。

(3) 濃度重心の移動速度が浸透流速にはほぼ等しい領域では、巨視的分散係数は一定となり、多層系の平均流速、総厚および微視的横方向分散係数の関数で与えられる。

(4) 断面平均濃度分布は放出源付近では強いひずみを有し、分散時間  $t$  の経過とともにひずみ度は  $t^{-1/2}$  の減少率で、また、尖度は  $t^{-1}$  の減少率で減衰し、 $\tau \rightarrow \infty$  の極限において正規分布となる。

謝 辞：本研究を進めるにあたって室蘭工業大学土木工学科 近藤俊郎教授に有益なご助言を頂いた。記して謝意を表する。

#### 参 考 文 献

- 1) Scheidegger, A. E. : Statistical hydrodynamics in porous media, J. Appl. Physics, Vol. 25, pp. 994~1001, 1954.
- 2) Rumer, R. R. Jr. : Longitudinal dispersion in steady and unsteady flow, Proc. ASCE, Vol. 88, HY4, pp. 147~171, 1962.
- 3) Fried, J. J. and Combarous, M. A. : Dispersion in porous media, Adv. Hydroscience, Vol. 7, pp. 169~282, 1971.
- 4) Klotz, D. et al. : Dispersion and velocity relationship from laboratory and field experiments, J. Hydrol., Vol. 45, pp. 169~184, 1980.
- 5) Hatton, T. A. et al. : Dispersion of tracer solutes in flowing groundwater, Water Resour. Res., Vol. 20, No. 9, pp. 1253~1259, 1984.
- 6) Pickens, J. F. et al. : Scale-dependent dispersion in a stratified granular aquifer, Water Resour. Res., Vol. 17, No. 4, pp. 1191~1211, 1981.
- 7) Gelhar, L. W. et al. : Stochastic analysis of macrodispersion in a stratified aquifer, Water, Resour. Res., Vol. 15, No. 6, pp. 1387~1397.
- 8) Matheron, G. et al. : Is transport in porous media always diffusive ?, Water Resour. Res., Vol. 16, No. 5, pp. 901~917, 1980.
- 9) Taylor, G. I. : Dispersion of soluble matter in solvent flowing slowly through a tube, Proc. Roy. Soc., A, pp. 186~203, 1953.
- 10) Molz, F. J. et al. : An examination of scale-dependent dispersion coefficients, Groundwater, Vol. 21, No. 6, pp. 715~725, 1983.
- 11) 本間 仁・林 泰造編：続水理学, 丸善, p. 82, 1980.
- 12) Chatwin, P. C. : Presentation of longitudinal dispersion data, Proc. ASCE, Vol. 106, HY1, pp. 71~83, 1980.
- 13) Chatwin, P. C. : The approach to normality of the concentration distribution of a solute in a solvent flowing along a straight pipe, J. Fluid Mech., Vol. 43, pt. 2,

- pp. 321~352, 1970.
- 14) J. C. ロッタ (大路通雄訳) : 乱流, 岩波書店, pp. 10~11, 1981.
- 15) 小倉久直 : 物理・工学のための確率過程論, コロナ社, pp. 35~38, 1980.
- 16) Scheidegger, A. E. : The physics of Flow through porous Media, Univ. Toronto Press, p. 142, 1960.
- 17) 前出 3), pp. 228~229.
- 18) 前出 11), p. 70.
- 19) Powell, M. J. D. : An efficient method for finding the minimum of several variables without calculating derivatives, Com. j. J., pp. 155~162, 1964.
- 20) 小林慎太郎・丸山利輔 : Powellの共役方向法によるタンクモデル定数の探索, 農業土木学会論文集, 第 65 号, pp. 42~47, 1976.
- 21) 藤間 聡 : 非線形最適化手法による飽和多孔体の分散係数の同定について, 土木学会北海道支部論文報告集, 第 41 号, pp. 183~188, 1985.
- 22) 前出 6).
- 23) 前出 7).
- 24) 前出 4), p. 178.
- 25) 前出 3), pp. 228~229.
- 26) Carslaw, H. S. and Jaeger, J. C. : Conduction of Heat in Solids, Clarendon, Oxford, pp. 99~101, 1959.
- (1985. 8. 1・受付)
-