

一様開水路および閉管路の三次元乱流構造に関する研究

INVESTIGATION ON THREE-DIMENSIONAL TURBULENT STRUCTURE IN UNIFORM OPEN-CHANNEL AND CLOSED DUCT FLOWS

柅津家久*・中川博次**

By Iehisa NEZU and Hiroji NAKAGAWA

The present study has carried out highly accurate measurements of secondary currents in fully-developed straight open channel flows by making use of a powerful two-color Laser Doppler Anemometer system with a direct digital signal processing. The primary and secondary velocity distributions, the maximum-velocity-dip phenomena, the bed and side-wall shear stress distributions and also the turbulence characteristics were made clear in channels of the aspect ratio of 2. The effects of free surface on three-dimensional structure were then examined by comparison with the data of closed duct flow. Most noticeable feature is that a strong free-surface vortex is produced due to high an-isotropy of turbulence which is caused by the existence of free surface. This vortex produces a velocity dip and also restrains the development of the bottom vortex.

1. 序 論

一様な直線水路には2次流が存在し、流れが三次元構造を示すことが古くから指摘されてきた。すなわち、2次流によって、主流速分布がゆがめられ、最大流速点が水面下に現われること¹⁾、水路横断面内に運動量および物質が輸送され、壁面せん断応力や浮遊砂濃度が横断方向に変化すること²⁾、また流れと河床との相互作用から三次元河床波が形成されること³⁾などが説明されている。

湾曲流などでみられる2次流は遠心力の作用で渦度が伸張するため起こり(Prandtlの第1種2次流)、平均流解析でもかなり解明されるが⁴⁾、本研究が対象とする直線水路の2次流(同第2種)は乱れが非一様分布するため渦度が発生して起こる現象であり、乱流構造の本質といえる。この種の2次流は、非円管路の構造を解明するうえで不可欠なものと考えられ、機械工学等の分野で精力的に実験的研究が行われてきた^{5),6)}。一方、開水路の2次流の研究は、上述のように水理学的に重要な諸現象を解く鍵と考えられるが、この乱流構造は現在でも不明で

ある。この原因は、2次流速が主流速の高々3%程度の微流速のため、きわめて高精度の水流計測が要求されたからである。このため、ピトー管やプレストン管によって水路断面内の主流速分布や壁面せん断応力分布の解明に終始し、二次元乱流場との比較から2次流の影響を間接的に推測するにとどまっている^{7),8)}。ところが、最近の流速機器の発展で2次流の実験的研究が可能となった。特に、レーザー流速計は、ホットフィルムに比べて、流速検定がまったく不要のうえに、プローブの挿入がないから流れを乱すことがなく、また水温変化や微細ゴミ、気泡の付着の影響を受けないから2次流計測には理想的な計器と考えられる。

著者らは、高精度のレーザー流速計システムを開発し⁹⁾、主流方向および鉛直方向の流速成分を実測し、流れの三次元構造を検討した¹⁰⁾。その結果、アスペクト比 B/h (ここで、 h =水深、 B =水路幅)が5以下では最大流速点が水面下に完全に没し、水路全断面に三次元流況が現われ、2次流パターンは管路流に比べてきわめて相違することを明らかにした。本研究は、2次流が生じる最も基本的な流れであるアスペクト比が $B/h=2$ (正方形管路に相当する)の場合を取り上げ、管路と開水路の2次流を詳細に比較検討することによって両者の三次元乱流構造を解明し、自由水面やフルード数の影響を明

* 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科(同上)

示すものである。

2. 理論的考察

(1) 2次流の渦度方程式

流下方向に x 軸 ($x=0$ は水路上流端), 河床の垂直上方に y 軸 ($y=0$ は河床壁面) および水路横断方向に z 軸 ($z=0$ は水路中央軸) をとり, 平均流速成分をそれぞれ U, V, W , 乱れ成分を u, v, w とする. x が十分長く, 流れが十分に発達した乱流を対象にすると, 次の連続式および運動方程式が得られる.

$$\frac{\partial V}{\partial y} + \frac{\partial W}{\partial z} = 0 \dots\dots\dots (1)$$

$$V \frac{\partial U}{\partial y} + W \frac{\partial U}{\partial z} = g \sin \phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \frac{\partial(-\bar{u}v)}{\partial y} + \frac{\partial(-\bar{u}w)}{\partial z} + \nu \nabla^2 U \dots\dots\dots (2)$$

$$V \frac{\partial V}{\partial y} + W \frac{\partial V}{\partial z} = -g \cos \phi - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \frac{\partial(-\bar{v}^2)}{\partial y} + \frac{\partial(-\bar{v}w)}{\partial z} + \nu \nabla^2 V \dots\dots\dots (3)$$

$$V \frac{\partial W}{\partial y} + W \frac{\partial W}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial(-\bar{v}w)}{\partial y} + \frac{\partial(-\bar{w}^2)}{\partial z} + \nu \nabla^2 W \dots\dots\dots (4)$$

ここで, P は平均圧力, ν は動粘性係数, ϕ は水路勾配.

式 (3), (4) から P を消去すると, 次の2次流に関する渦度方程式が得られる.

$$\underbrace{V \frac{\partial \omega}{\partial y} + W \frac{\partial \omega}{\partial z}}_{\text{A}} = \underbrace{\frac{\partial^2}{\partial y \partial z} (\bar{v}^2 - \bar{w}^2)}_{\text{B}} + \underbrace{\left(\frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) \bar{v}w}_{\text{C}} + \underbrace{\nu \nabla^2 \omega}_{\text{D}} \dots\dots\dots (5)$$

ここで,

$$\omega = \frac{\partial W}{\partial y} - \frac{\partial V}{\partial z} \dots\dots\dots (6)$$

式 (5) のAは渦度 ω の移流項, Bは発生項, Cはレイノルズ応力項およびDは粘性項である. 柾津らは¹¹⁾, アスペクト比が大きい水路で生じる2次流セル群(縦渦群)と河床の縦筋との密接な関係に着目して, 縦筋を設置したダクト流実験を行い, 縦筋上で安定した2次流が形成され, B項とC項とがほぼバランスすることを示した. 縦筋がない滑面水路でもBとCとが主要項になると考えられるが, これを水路実験から検討することは精度上困難である.

(2) せん断応力分布および壁面の抵抗則

式 (3), (4) は, 2次流自体の運動方程式であるが, 式 (2) に比べて2次の微小項ゆえこれを実験的に検討することは困難である. 一方, 式 (2) は主流の運動方程式であり2次流 (V, W) が主流に及ぼす影響を検

討できる. いま,

$$\sin \phi - \frac{1}{\rho g} \frac{\partial P}{\partial x} = \text{const.} \equiv I_e \quad (\text{エネルギー勾配}) \dots\dots\dots (7)$$

とおき, 式 (2) を積分すると, y 方向および z 方向のせん断応力 τ_{uv} および τ_{uw} がそれぞれ次のように得られる.

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{uv}}{\rho} &\equiv -\bar{u}v + \nu \frac{\partial U}{\partial y} = \overbrace{g I_e h (1-y/h)}^G \\ &+ \underbrace{\int_h^y V \frac{\partial U}{\partial y} dy}_{\text{SC1}} + \underbrace{\int_h^y W \frac{\partial U}{\partial z} dy}_{\text{SC2}} + \underbrace{\int_h^y \frac{\partial}{\partial z} \left(-\frac{\tau_{uw}}{\rho} \right) dy}_{\text{SUW}} \dots\dots\dots (8) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \frac{\tau_{uw}}{\rho} &\equiv -\bar{u}w + \nu \frac{\partial U}{\partial z} = \overbrace{g I_e h (-z/h)}^G \\ &+ \underbrace{\int_0^z V \frac{\partial U}{\partial y} dz}_{\text{SC1}} + \underbrace{\int_0^z W \frac{\partial U}{\partial z} dz}_{\text{SC2}} + \underbrace{\int_0^z \frac{\partial}{\partial y} \left(-\frac{\tau_{uv}}{\rho} \right) dz}_{\text{SUV}} \dots\dots\dots (9) \end{aligned}$$

G項は重力項, SC1, SC2は2次流項およびSUV, SUWは相対するせん断応力項である. 本研究では, $\bar{u}w$ 以外の各項は実測値から得られるから, 式 (8), (9) を使うと, せん断応力分布に及ぼす2次流の効果を検討できる. 当然, 2次流が存在しない二次元乱流場では $\tau_{uv}/\rho = g I_e h (1-y/h)$, $\tau_{uw}/\rho = 0$ (10) となり, τ_{uv} は直線分布することがわかる.

次に, 河床および側壁上の壁面せん断応力をそれぞれ τ_b および τ_s とすると, 式 (9) から

$$\frac{\tau_s}{\rho} = \frac{g I_e B}{2} - \frac{d}{dy} \int_{-B/2}^0 (UV - \frac{\tau_{uv}}{\rho}) dz \dots\dots\dots (11)$$

となり, 式 (11) を $y=0$ から h まで積分すると次式となる.

$$\frac{\bar{\tau}_b}{\rho} + \frac{2}{\alpha} \cdot \frac{\bar{\tau}_s}{\rho} = g I_e h \dots\dots\dots (12)$$

ここで, $\bar{\tau}_b, \bar{\tau}_s$ は河床および側壁に沿って平均された壁面せん断応力であり, $\alpha \equiv B/h$ である. $\Phi \equiv \bar{\tau}_s/\bar{\tau}_b$ が既知であれば式 (12) から $\bar{\tau}_b, \bar{\tau}_s$ が計算され, 流れの抵抗則が得られる. しかし, 三次元乱流場での主流速は最大流速点が水面下に降下するため複雑であり, 現在でも Φ を理論的に評価することは困難である. 最近, Knightらは⁷⁾, 従来の多くの実験値を再整理し, Φ が α のみの関数であることを実験的に示した.

3. 実験装置および2次流の計測技術

(1) 実験装置および水理条件

開水路実験は、カールスルーエ大学水理研究所の水路幅 60 cm, 高さ 100 cm, 長さ 20 m の長方形断面の可変勾配型滑面水路で行われた。Table 1 に示すように、アスペクト比 $\alpha \equiv B/h$ は 2 に固定され、常流 (CW-1) および射流 (CW-2) 条件で実験を行い、2 次流に及ぼすフルード数の影響が検討された。Gessner は⁶⁾、管路の 2 次流の発達に関する従来の研究成果を総括し、 $x/4R \geq 60$ (ここで、 R は径深) で十分に発達した 2 次流が形成されると報告した。この条件を満足するように、水路全長にわたりしきり側壁板を設置し、水路幅を $B = 20$ cm, 水深を $h = 10$ cm とした。なお、側壁および底面はガラス張り、滑面水路となっている。一方、管路流実験は、京都大学水理研究室の小型風洞を用いて行われ、上述の Gessner の条件を満足した¹⁴⁾。熱線流速計で (U, V, W) の流速 3 成分が精度よく計測され、その結果は Melling らの水流通路の結果⁵⁾とよく一致し、以下の開水路のデータと十分に比較・検討ができる¹⁴⁾。

(2) レーザ流速計の光学系および信号処理システム

レーザ流速計 (OEI 社製) は標準型の前分散乱流で操作されたが、2 次流を高精度に計測するため次のような最高水準の計測システムが開発された⁹⁾。

- ① 高出力アルゴンレーザーを用い、青と緑のビームに分光して 2 成分同時計測を行った (4 ビーム法)。
- ② 全ビームをブラックセルに通し、周波数がシフトされた (ダブルブラックセル法)。シフト周波数は常にモニターされ、この正確な値がパソコンに入力された。
- ③ 周波数トラッカーによる信号欠損を避け、質の高い信号のみから流速値を得る直接デジタル信号処理法を開発した。

この信号処理法は、個々の散乱粒子が作るドップラバースト信号をトランジェントレコーダを用いて 1024 のデジタルメモリに記録し、信号の質に合ったしきい値を設置して SN 比の高い信号のみからゼロクロス法によってドップラ周波数 f を評価するものである。この信号処理はパソコンで制御され、多数の散乱粒子から得られた f が集合平均された。1 個のバースト信号のサンプル時間間隔は約 0.2 m 秒であり、5 kHz 程度の流速変動まで解析できるから水流計測では十分に高い周波数応答性である。長時間平均された乱流構造を高精度に計測するため、バーストの集合平均個数を 1500 個にとり、

Table 1 Hydraulic Conditions.

(a) Open Channel (Water Flow)										
Case	h (cm)	B/h	R (cm)	U _{max} (cm/s)	U _{mc} (cm/s)	\bar{U}_{b1} (cm/s)	\bar{U}_{s1} (cm/s)	Re $\times 10^4$	Fr	x/4R
CW-1	10.1	2.0	5.0	59.01	53.53	2.417	2.376	9.7	0.54	90
CW-2	10.3	1.9	5.1	133.69	122.75	5.196	5.073	23.1	1.22	90
(b) Closed Duct (Air Flow)										
CA-1	4.0	2.0	2.0	719.7	620.7	31.4	30.2	3.6	—	63
U _{mc} =Mean Vel. at z=0, \bar{U}_{b1} =Mean Friction Vel. on Bed, \bar{U}_{s1} =on Side-Wall										

これに要する計測時間は 1 測点で約 6 分間であった。

(3) 2 次流の流速の評価方法

青および緑のレーザービームが水路床に沿ってとられた x 軸となす光軸角度 θ は目視によって $\theta = 45^\circ$ に設定された。しかし、水路勾配が変化すると、正確な光軸角度はこの設定値より微小角 $\Delta\theta$ だけずれるから、 x 軸および y 軸方向の流速成分 \bar{u} および \bar{v} は次の公式から計算される⁹⁾。

$$\left. \begin{aligned} \bar{u} &= |\bar{u}_i \sin(\theta - \Delta\theta) + \bar{u}_i \sin(\theta + \Delta\theta)| / \sin 2\theta \\ \bar{v} &= |\bar{u}_i \cos(\theta - \Delta\theta) - \bar{u}_i \cos(\theta + \Delta\theta)| / \sin 2\theta \end{aligned} \right\} \dots (13)$$

ここで、 $\bar{u}_i \equiv (\lambda_i / 2 \sin \phi) \cdot (f - f_s)$ で、 $i = 1$ および 2 の成分は、それぞれ青および緑のビームから得られる瞬間流速である。 λ_i は各ビームの波長、 ϕ は交差半角であり、 $\phi = 4.6^\circ$ に設定された。また、 f_s はシフトされた周波数で、 $f_s = 50$ kHz が設定された。光軸の偏差角度 $\Delta\theta$ は、鉛直方向の平均流速 $V = \bar{v}$ が流れの収支条件すなわち $\int_{-B/2}^0 V(z) dz = 0$ を満足するように決定された。本実験では $\Delta\theta$ はすべて 0.2° 以内の修正であった。

次に、横断方向の流速成分 \bar{w} をレーザ流速計で計測するにはレーザ光線を河床から入射させねばならず、本実験のような大型水路では不可能である。そこで、十分に発達した乱流条件での連続式 (1) を使って、横断方向の平均流速成分 W が次式で計算された。

$$W(y, z) = - \int_{-B/2}^z \left(\frac{\partial V}{\partial y} \right) dz \dots \dots \dots (14)$$

式 (14) を精度よく求めるために、 V の変化が大きい水路側壁部の計測を密とし、また $\partial V / \partial y$ は V の実測値をスプライン曲線で最適近似してから微分した。計測点は 169 点であり、1 ケースの計測に 3 日間要した。

まず、半水深 $y/h = 0.5$ の高さで、水路全横断面にわたり (U, V) が計測され、その結果が Fig. 1 に示される。ケース CW-1 (常流), CW-2 (射流) とともに水路中央軸 $z = 0$ に関してほとんど対称であり、たとえば側壁近くの $2z/B = \pm 0.9$ の位置で左右の U の値を比較すると、その相対誤差は 1.3% (CW-1), 1.8% (CW-2) であった。2 次流成分 V の対称性も非常によく、流れの

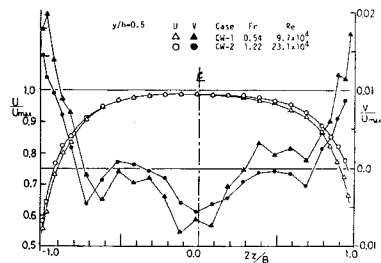


Fig.1 Spanwise distributions of primary and secondary velocities, U and V , against all the channel width.

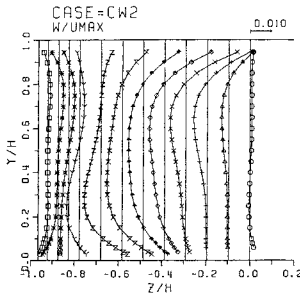


Fig. 2 Spanwise component, W , of secondary currents calculated from Eq. (14).

偏流や旋回は認められず、良好な一様流れが形成された。

Fig. 2は、式 (14) から計算された $W(y, z)$ の一例であり、最大流速 U_{max} で無次元化されている。水路中央軸 $z=0$ で W/U_{max} はほぼ 0.1% 以内でゼロとなり、 W の境界条件を良好に満足する。各断面位置で水深方向に平均された $\bar{W}(z)$ も U_{max} の 0.1% 以内の誤差内でゼロとなり、流れの収支条件を良好に満足した。

以上のことから、本実験で得られた 2 次流データは十分な精度をもち、流れは式 (14) が適用できる十分に発達した一様等流であると結論される。

4. 主流の流速分布特性

(1) 流速分布 $U(y, z)$

Fig. 3は、主流速分布 $U(y, z)$ を最大流速 U_{max} で無次元化して示したコンター図である。管路と開水路での流速分布は著しく相違し、自由水面の影響が顕著に現われている。管路流では最大流速点 y_{max} が管路中央軸 ($y_{max}/h=1, z/h=0$) に現われ、等流速線はコーナー 2 等分線に関してほぼ対称で、これに沿って隅角部にはらんだ分布をなし、従来の多くの実験結果と一致する^{5), 6)}。一方、開水路流の最大流速点は常流、射流ともほぼ $y_{max}/h \approx 0.6$ の深さに現われ、自由水面ではかなり減速されている。本実験での射流は流速が 1 m/s 以上の高速流であり、水面変動も認められたが、流速分布は

常流のもと相似であり、フルード数の影響はないものと考えられる。CW-1 に比べて、CW-2 の方が壁面近くで U/U_{max} の値が大きいのはレイノルズ数の影響であり、後述するように壁法則表示すれば両者は一致する。

等流速線を詳細に検討すると、管路流では流れの対称軸すなわち $z=0$ あるいは $y=h$ 上で流れの中央部（コア部）に向かって凸となるが、開水路では $z=0$ の対称線上で凹となり、 $|z/h| \approx (0.4 \sim 0.5)$ で底面から若干離れる方向にありすなわち凸形分布を示す。また、自由水面近傍では管路流に比べて著しくコア部に張り出している。これらの等流速線の凸凹は後述するように 2 次流 (V, W) の方向と一致し、2 次流によってゆがめられたと考えられる。

Fig. 4は、管路と開水路で得られた鉛直断面内の流速分布を壁法則表示すなわち $U^+ \equiv U/U_*$ を $y^+ \equiv yU_*/\nu$ でプロットしたものである。摩擦速度 U_* は、内部層 ($y/y_{max} \leq 0.2$) の流速の実験値が次の対数則に一致するように最小二乗法を適用して決定された。

$$U/U_* = \frac{1}{\kappa} \ln(U_* y/\nu) + A \dots \dots \dots (15)$$

ここで、管路では $\kappa=0.40, A=5.5$ 、開水路では $\kappa=0.41, A=5.3$ となる⁹⁾。管路および開水路ともに、 $z'=z+B/2 \approx 0.1h$ 程度の側壁近傍まで内部層内の流速分布は式 (15) の対数則で良好に表現されることが確認できる。この結果は、最近の Sarma らによるピトー管の結果と一致する⁹⁾。次に、外部層 ($y/y_{max} > 0.2$) の流速分布は複雑である。管路では、 $z'/h=1.0$ の管中央断面で式 (15) から高速側に最もずれるが、側壁に近づくにつれて単調に減速され、しだいに平坦な分布形となる。一方、開水路の y_{max} の位置までは、 $z'/h=1.0$ の水路中央断面で二次元乱流場の外部層で成立する Log · Wake 則に良好に従っている⁹⁾。 z' が減少すると、この Log · Wake 則から高速側にずれて、 $z'/h \approx 0.5$ でずれが最大に達する。そして、側壁にさらに近づくとき、管路と同様に単調に減速され、平坦な分布形となる。このように、

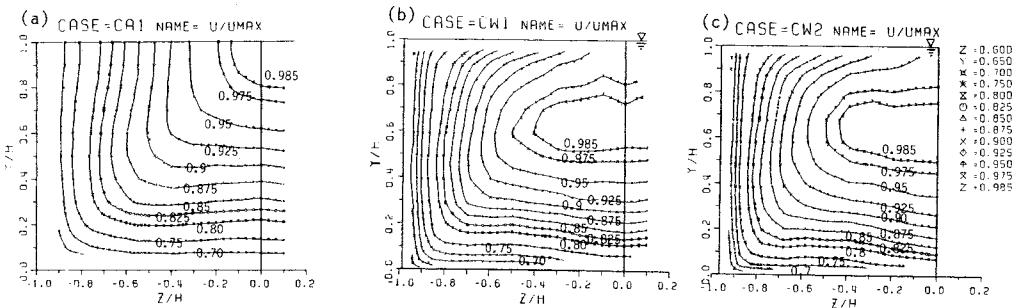


Fig. 3 Iso-velocity lines of primary mean velocity, $U(y, z)$.

(a) Closed duct, (b) Subcritical open-channel, (c) Supercritical open-channel.

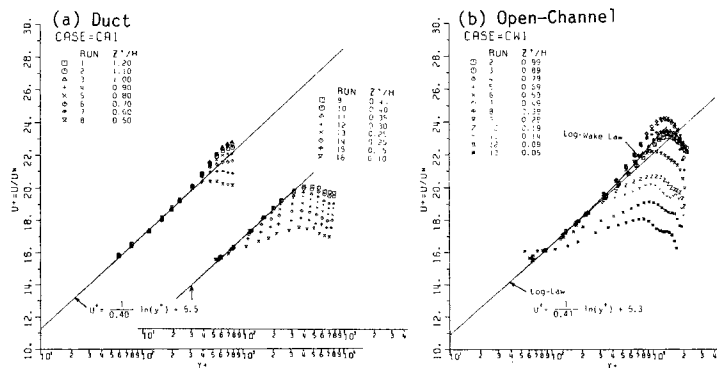


Fig. 4 Log-law descriptions of mean velocity.

(a) Closed duct, (b) Open-channel.

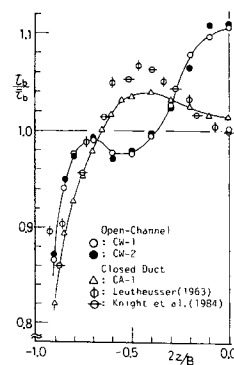


Fig. 5 Spanwise distributions of bed shear stress, τ_b .

摩擦速度で無次元化された外部層の流速分布が高速側にずれる z の位置はほぼ 2 次流の上昇流部 ($V > 0$) に対応することから、管路と開水路の流速分布の相違は 2 次流パターンの違いを反映したものと考えられる。

同様にして、側壁上の U の水平方向分布が検討され、その結果、内部層で式 (15) の対数則が成立し、側壁上の摩擦速度 U_* が評価された^{20), 21)}。すなわち、 $y/h \leq 0.1$ および $z/h \leq 0.1$ の水路のごく隅角部を除く全潤辺上で内部層に関する対数則は良好に成立する。

(2) 壁面せん断応力分布

河床面のせん断応力 $\tau_b \equiv \rho U_*^2$ が前節の対数則分布から得られた。この結果を横断方向に関する平均値 $\bar{\tau}_b$ で無次元化して Fig. 5 に示した。管路流に関しては Leutheusser⁵⁾ および Knight ら¹³⁾ によるプレストン管で計測された結果も比較のため併示した。また、CW-1 および CA-1 の実験値は曲線で結び、みやすくした。

開水路と管路の壁面せん断応力分布は著しく相違することがわかる。すなわち、管路では側壁から離れると τ_b は急増し、 $z/h \approx -0.4$ で最大に達したのち、管路中央 $z=0$ で極小値をとる。この特性は上記の他の研究者の結果にもみられる。一方、開水路では側壁から離れると τ_b は急増するが、 $z/h \approx -0.7$ で極大値に達した後漸減し、 $z/h \approx -0.5$ でゆるやかな極小値をもつ。その後再び急増して、水路中央 $z=0$ で最大値に達している。常流と射流で τ_b の分布はほとんど一致し、せん断応力に及ぼすフルード数の影響はないと考えられる。

開水路の滑面河床上のせん断応力がこのように複雑な極大・極小特性をとるらしいことは以前から報告されているが¹⁶⁾、この変動幅は $\bar{\tau}_b$ の 10% 以内であるから水流のプレストン管計測でこれを定量的に提示することは困難だった。開水路と管路で τ_b の分布が相違するのは両者の 2 次流特性が相違するためと式 (8) から推測される。実際、 τ_b の極小は $V > 0$ となる 2 次流の上昇流

部で起こり、運動量が 2 次流によって輸送された結果である。たとえば、水路中央軸では、後述するように強い下降流が生じ、主流の高運動量が河床へと輸送されるが、一方管路ではここで弱い上昇流が生じ逆にコア部に低運動量が輸送されるためと説明される。このような 2 次流とせん断応力分布との密接な関係は縦筋上の 2 次流セル (縦渦群) にも観測され¹¹⁾、2 次流の一般的特性である。

5. 2 次流の流速分布特性

(1) 2 次流のパターン

Fig. 6 は、管路流、開水路常流および射流で得られた 2 次流速 (V, W) をベクトル表示したものである。各図の右肩に速度ベクトルの単位が矢印で示される。開水路の 2 次流の大きさは最大でも U_{max} の 3% 程度であるが、Fig. 2 で示したように本実験の 2 次流の計測精度は 0.1% 程度あるから定量的検討が十分可能である。開水路と管路の 2 次流の大きさはほぼ同程度であるが、両者の 2 次流パターンは著しく相違し、注目される。管路流ではコーナー 2 等分線に沿って隅角部に向かう 2 次流が強く、隅角部ではほぼ対称に分流して底面および側壁に沿って流れ、管路中央で上昇流となって流れのコア部に戻ってくる。一方、開水路流では、自由水面近くで水路中央に向かう水平方向の流速成分 ($W > 0$) が強く、このため水路中央部の広い範囲に下降流が現われる。Fig. 3 の主流速分布と比較すると、自由水面近くの W の大きな値は U の等流速線の水路中央部への張り出しに対応し、 $z=0$ での V の下降流は最大流速点の降下に対応している。また、常流と射流の 2 次流のパターンはほとんど同じであり、2 次流に及ぼすフルード数の影響はないものと考えられる。

このように自由水面近くで大規模で強い縦渦 (以下、水面渦という) が発生するのは自由水面が存在するためであり、開水路流の大きな特徴である。この強い縦渦の

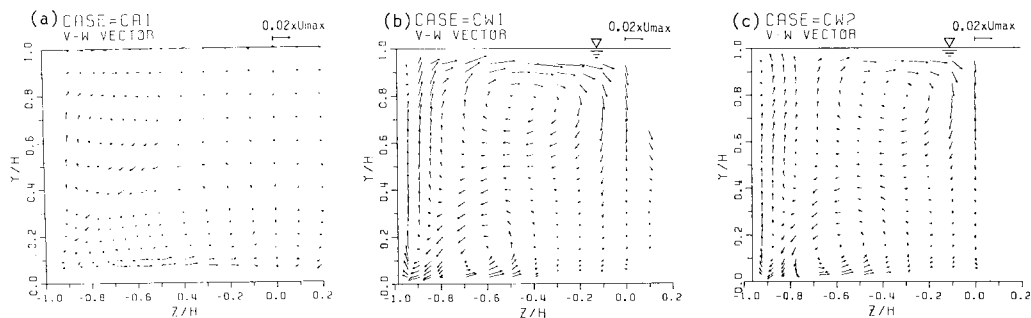


Fig.6 Vector descriptions of secondary currents, (V, W) .
 (a) Closed square duct, (b) Subcritical open-channel, (c) Supercritical open-channel.

ため、対となる河床の渦（以下、底面渦という）は管路流に比べてかなり抑制され、そのスケールが小さくなっている。同様に、アスペクト比が大きい水路でも最大流速線が水面下に現われる側壁領域で大きな水面渦が形成され^{[10], [21]}、また粗面開水路でも水面渦が形成されることが最近報告され^[7]、注目される。

(2) 2次流の流線分布

Fig.7は、実測された2次流成分 V の等流速線図であり、負の値はハッチを入れて区別してある。管路ではコーナー2等分線に沿って下降流が現われ、側壁近傍および管中央部が上昇流となる。一方、開水路の V の分布は若干複雑であるが、水路中央部に強い下降流が生じることが特徴である。この下降流は $y/h \approx 0.8$ で最大となり、河床近くまで張り出し、運動量を輸送する。これが、Fig.5で示したように水路中央でせん断応力が最大となる原因と考えられる。もう1つの注目すべき点は、最大流速点が現われる高さまでの正方形隅角部すなわち $0 < y/h < y_{max}/h \approx 0.6$ および $-1 < z/h < -0.4$ の領域は管路流の分布特性とよく類似することである。この領域でみられる V の上昇・下降流は底面渦を表わすから、最大流速点が水面下に降下したために底面渦が抑制された結果と解釈できる。すなわち、底面渦は側壁の存在によって乱れが非一様分布するため起き、この機構は管路流のそれと同一であると考えられる。一方、 $y > y_{max}$ の

自由水面領域では後述するように自由水面の存在によって乱れが非一様分布するため、水面渦が形成される。

底面渦と水面渦の規模は次のように2次流の流線を解析することによって明らかにされる。流関数 $\psi(y, z)$ は、

$$\psi(y, z) = \int_{-B/2}^z V(y, z) dz \dots\dots\dots (16)$$

と計算され、 $h \cdot U_{max}$ で無次元化して Fig.8に示す。管路ではコーナー2等分線に関してほぼ対称な縦渦が形成される。開水路では水面渦の規模が底面渦よりはるかに大きく、流れの主要部を占めている。水面渦の回転中心は $y/h = 0.8, z/h = \pm 0.5$ にあり、水路全断面で双子渦のように回転し、底面渦はこれによってかなり抑制される。この開水路と管路の2次流の相違は乱れの非一様性からのちに説明される。

(3) 2次流の渦度分布

前節の流線 ψ は2次流の積分から得られ、流れ全体のパターンがわかった。一方、渦度 ω は式(6)に示すように2次流の微分から得られ、この内部構造が解明される。Fig.9は、管路と開水路の渦度分布を示したコンターである。微小な2次流を微分するため式(6)の実験値にはかなりのばらつきがあるが、渦度分布の概略が把握される。管路では、流れの対称性によりコーナー2等分線および管対称軸 $z=0$ あるいは $y=h$ の線上で $\omega=0$ となり、2等分線に関して反対称分布を示す。実

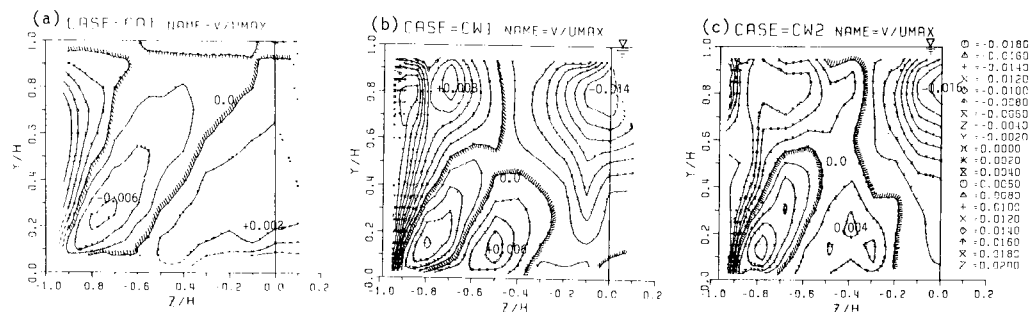


Fig.7 Contour lines of vertical velocity component, $V(y, z)$.

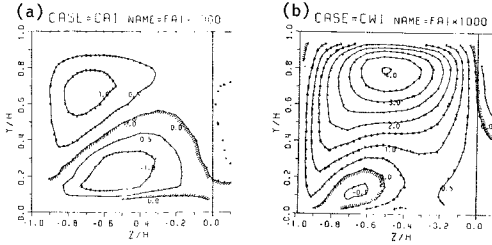


Fig. 8 Stream function, $\psi(y, z)$.

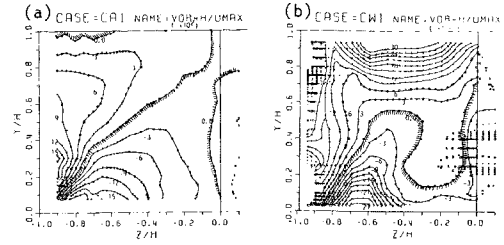


Fig. 9 Streamwise vorticity, $\omega(y, z)$.

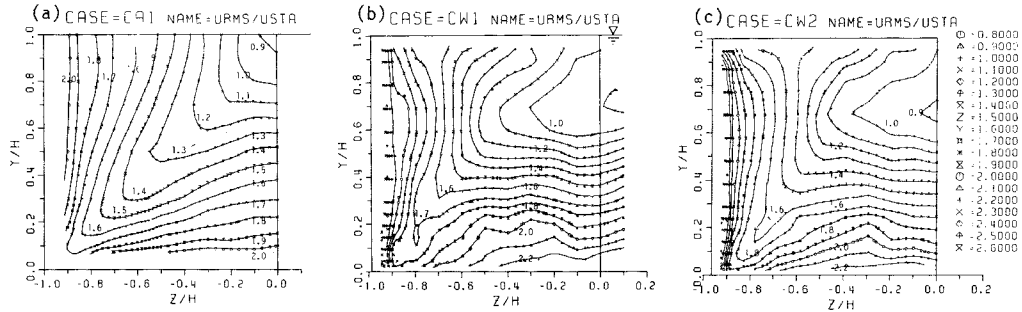


Fig. 10 Contour lines of streamwise turbulence intensity, u'/\bar{U}_{*b} .

験値はこの特性をほぼ満足する。Fig. 8と比較すると、縦渦の回転中心と渦度が最大になる点は一致しないことが注目される。渦度は2次流の変化率が大きい所で生じるから、2次流の向きが急変する隅角部近くで最大になる。2等分線上では流れの対称性により $\bar{v}^2 = \bar{w}^2$ であるから隅角部に近いほど $(\bar{v}^2 - \bar{w}^2)$ の変化は大きいことが予測され、ここで渦度が発生されると式(5)から理解される。一方、開水路の渦度分布はかなり複雑である。Fig. 7のVの分布と同様に、 $y \leq y_{max}$ の正方形隅角部の渦度分布は管路の結果にほぼ相似であり、底面渦が側壁の存在によって発生することが再び確認される。 $y > y_{max}$ の自由水面領域では水面近傍で渦度は最大となり、水面渦が形成されたと理解できる。しかし、渦度の発生は式(5)から乱れの構造を明らかにしてはじめて定量的に評価される。

6. 乱れの構造

(1) 乱れ強度分布

Figs. 10および11は、乱れ強度 u' および v' を平均摩擦速度 \bar{U}_{*b} で無次元化して示したコンター図である。 u' のコンターの張り出し特性は主流速 U のそれによく似ている。すなわち、管路の u' はコーナー2等分線に関してほぼ対称であり、管の中心(コア)で最小値をとる。一方、開水路では最大流速点 y_{max} 付近に u' の最小値が現われ、この位置から自由水面に向かって u' は増加する。管路の v' は流れの対称性からコーナー2等分線より上方の値は2等分線より下方の w' の値に等しくなる

はずであり、側壁近くの v' は大きな値を示す。開水路でもこの特性が現われるが、 v' は y が増加すると単調に減少し、特に $y/h > 0.9$ で急減する。このように、 $y > y_{max}$ の自由水面領域では y の増加とともに u' は増加するが、逆に v' は減少し、管路流に比べて乱れの非一様性は増加することがわかる。本実験では w' は計測されなかったが、乱れの非一様性が強くなることから式(5)の渦度発生項が大きくなり、前述したように大規模な水面渦が形成されたと結論される。

Naot・Rodiは¹²⁾、自由水面の存在によって乱れ強度 v' が管路流より抑制されるという二次元乱流場で得られた中川らの実験結果¹⁸⁾を $k-\epsilon$ 乱流モデルに組み込んで開水路の2次流を数値計算し、Fig. 12に示す結果を得た。この数値予測された2次流パターンは定量的にもFig. 6の本実験値とよく一致し、きわめて注目に値する。上述のように、三次元開水路流れでは二次元流れに比べて乱れの非一様性はさらに高いから、Naotらのモデルには細部においてさらに検討が必要であるが、少なくとも自由水面の存在を v' の抑制という形で定式化すると水面渦の発生が説明できそうである。

(2) レイノルズ応力分布および渦動粘性係数

Fig. 13は、レイノルズ応力 $-\overline{uv}/\bar{U}_{*b}^2$ のコンター図である。管路では $z=0$ の中央軸で $-\overline{uv}$ は y に対してほぼ直線分布をなし、式(10)の二次元乱流の特性が近似的に成立する。 z の変化に対しても $-\overline{uv}$ は直線的に変化し、ほぼ相似変化をすることが特徴である。開水路でも、 $y \leq y_{max}$ の正方形隅角部ではこの相似変化の特性が

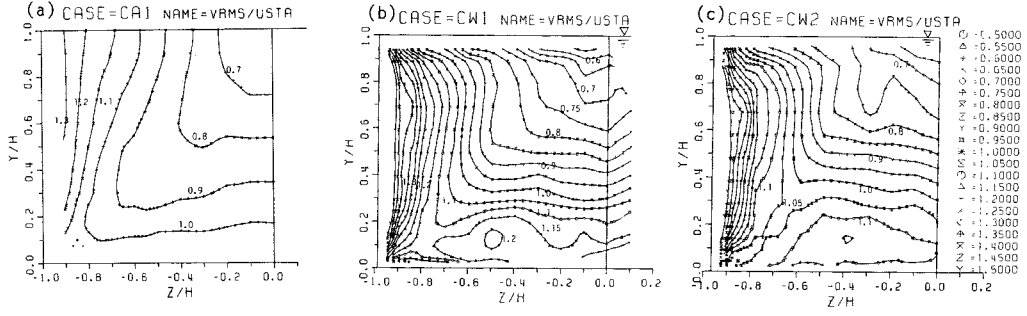


Fig. 11 Contour lines of vertical turbulence intensity, v'/\bar{U}_{*0} .

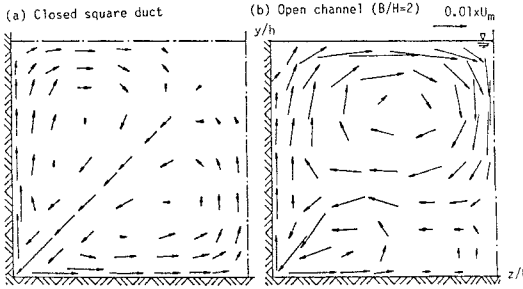


Fig. 12 Numerical simulation (modified $k-\epsilon$ model) of secondary currents by Naot & Rodi¹²⁾.

みられ、これは側壁効果によるものと考えられる。 $y > y_{max}$ では負のレイノルズ応力が現われ、 $\partial U/\partial y < 0$ となることに対応している。

さて、渦動粘性係数 ϵ_{uv} は次式で定義される。

$$-\bar{uv} = \epsilon_{uv} \frac{\partial U}{\partial y} \dots \dots \dots (17)$$

Fig. 14 は、式 (17) から得られた実験値である。図中には、二次元乱流場に関する管路での実験曲線⁹⁾および開水路での理論曲線⁹⁾を併示した。 ϵ_{uv} はかなりばらつくが、Fig. 14 から ϵ_{uv} の概略の特性がわかる。管路では対称面の $y/h=1$ で $\epsilon_{uv} \neq 0$ となるのが大きな特徴であり⁹⁾、本実験値にもこの特性が認められる。管中央 $z'/h=1$ ($z=0$) では ϵ_{uv} は二次元乱流の実験曲線に比較的良好に従い、側壁に近づくにつれてこれから単調に減少するようである。一方、開水路では自由水面上で $\epsilon_{uv} = 0$ となる点の特徴である。図中の理論曲線は、 $\Pi = 0$ が通常の対数則、 $\Pi = 0.2$ が Fig. 4 に示した Log-Wake 則から計算したものである。実験値は水路中央で $\Pi = 0.2$ の曲線上にばらつき、側壁に近づくにつれて減少する傾向がみられるが、管路流に比べて複雑に変化する。

以上から、三次元流れの渦動粘性係数 ϵ_{uv} を定式化することは困難であり、流れを数値予測するのなら $k-\epsilon$ 乱流モデルのように ϵ_{uv} を乱流特性値と整合性よく関係づけて方程式系を閉じることが必要であろう。

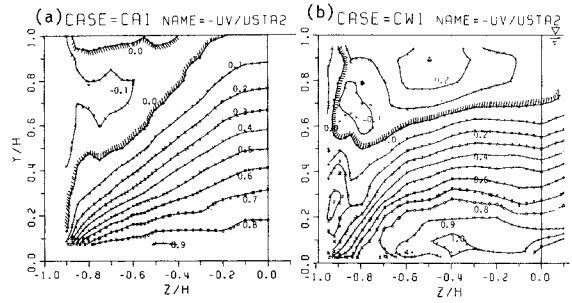


Fig. 13 Reynolds stress, $-\bar{uv}/\bar{U}_{*0}$.

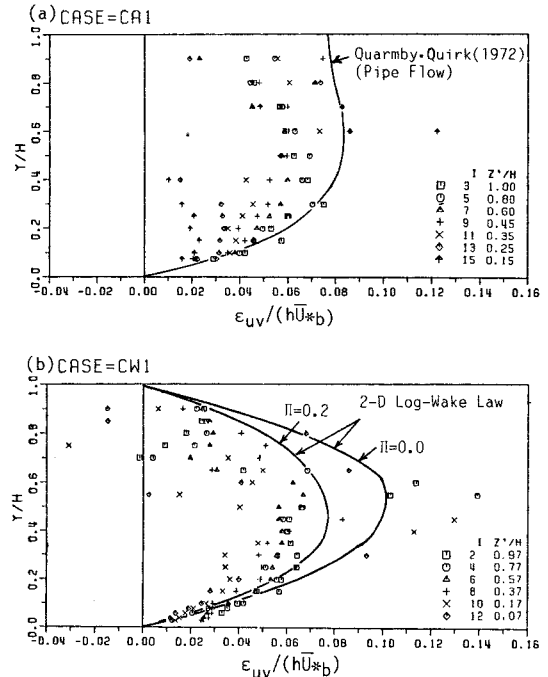


Fig. 14 Eddy viscosity.

(a) Closed duct, (b) Open-channel.

7. せん断応力分布に及ぼす2次流の影響

(1) せん断応力分布の内部構造

式(8)および(9)からせん断応力 τ_{uv} および τ_{uw} とバランスする各項を評価すると、これに及ぼす2次流の影響が検討できる。式(8)と(9)は相対関係にあるので、ここでは τ_{uv} の内部構造に関して考察する。

Fig. 15 は、 $z/h=0$ および -0.5 の断面位置を代表にとり、 τ_{uv} に寄与する各項の分布を式(8)に基づいて評価した結果であり、 $\bar{\tau}_b$ で無次元表示されている。なお、開水路実験では、自由水面上 ($y=h$) での計測は不可能であるから、式(8)の積分の上端を計測の最上端点 $h_{max}=0.94h$ にとり、 $y=h_{max}$ の計算値を式(8)の境界条件にとった。重力項(圧力項) G には側壁効果が式(12)のように加わるから、次のようになる。

$$G/\bar{\tau}_b = \left(1 + \frac{2}{\alpha} \cdot \bar{\tau}_s/\bar{\tau}_b\right)(1-y/h) \dots \dots \dots (18)$$

$\alpha \equiv B/h=2$ では $\bar{\tau}_s \approx \bar{\tau}_b$ であるから次式となる。

$$G/\bar{\tau}_b = 2(1-y/h) \dots \dots \dots (19)$$

Fig. 15 の G 項は、対数則から求められた $\bar{\tau}_b$ 、 $\bar{\tau}_s$ を使って式(18)を図示したものであり、開水路および管路ともに確かに式(19)とよく一致する。このように、重力項 G は二次元乱流の式(10)より2倍も大きく、両者の差違が2次流効果 SC1, SC2 および横断方向のレイノルズ応力の効果 SUW として説明される。まず、 $z=$

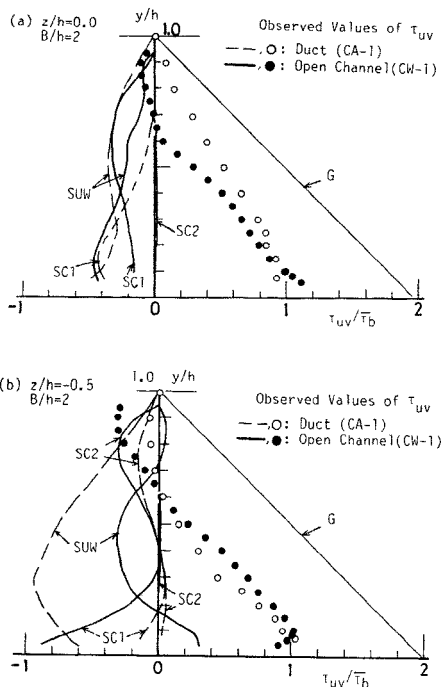


Fig. 15 Contributions of secondary currents to shear stress, τ_{uv} .

0の水路中央断面では、 W 成分による効果 SC2 はほとんどゼロである。一方、 V 成分の寄与を表わす SC1 の絶対値は、半水深以上で管路より開水路の方がはるかに大きく、 τ_{uv} が負となったのは SC1 項によるものと考えられる。 $z/h=-0.5$ の1/4断面では、管路と開水路で2次流の寄与率が明らかに相違する。管路では SC1 はほとんどゼロであり、SC2 すなわち $W\partial U/\partial z$ による寄与が $y/h > 0.5$ で現われる。一方、開水路では $y/h < 0.5$ の河床側で $|SC1| \gg |SC2| \approx 0$ 、逆に $y/h > 0.5$ の水面側で $|SC2| \gg |SC1| \approx 0$ となっている。すなわち、前者では上昇流の寄与が大きく、後者では水平流の寄与が大きいことを示す。この特性は、Fig. 6 や Fig. 7 で明らかに認められる。このように、開水路と管路での2次流の相違を反映して、両者の SUW はかなり異なり、横断方向のレイノルズ応力 $-\overline{uw}$ の z 方向に関する分布が両者で相違するものと推測される。

(2) 側壁上の壁面せん断応力の計算

Fig. 16 は、式(9)の運動量式を $z/h=0$ から側壁に最も近い測点 $z/h=-0.96$ まで積分して得られた τ_{uw} を示すものである。この τ_{uw} は、式(11)から側壁上のせん断応力 τ_s にほぼ等しいと考えられるから、式(15)の対数則から求められた τ_s の値を併示した²⁰⁾。また、管路流では熱線流速計で実測された τ_{uw} の実験値も示した。式(9)の計算値には、主流速 U 、2次流速 V 、 W およびレイノルズ応力 $-\overline{uw}$ が直接関与するから、これらすべての実験値には非常に高い精度が要求される。 τ_{uw} の計算値にはかなりのばらつきがあるが、平均的にみると側壁面のせん断応力 τ_s に比較的良好に一致し、注目される。この結果は、本実験の2次流計測が流れの三次元構造を運動量式から定量的検討を行えるほど高精度であったことを示す例証と考えられる。

8. 結 論

本研究は、一様直線水路の三次元乱流構造を解明する

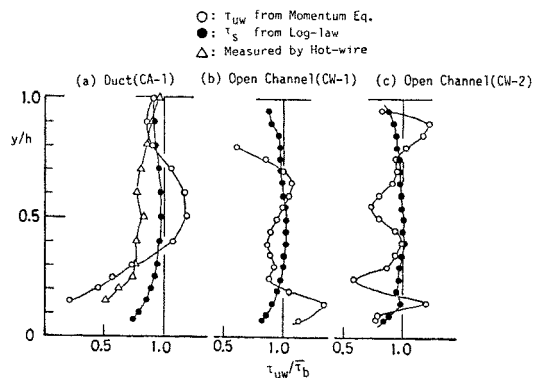


Fig. 16 Comparison of τ_{uw} calculated from momentum equation with τ_s obtained from log-law.

ために、主流および鉛直方向の流速成分をレーザー流速計で高精度に計測し、管路流の結果と比較することによって、主流速分布、2次流分布、せん断応力分布、乱れ特性などに及ぼす自由水面の影響を検討したものである。開水路の2次流の実測は従来困難とされ、ほとんど満足すべきデータがないことを考慮して、本研究では2次流計測用に特に高性能のレーザー流速計システムを開発し、次にこれを駆使して、アスペクト比を $B/h=2$ に固定して常流および射流条件で実験を行い、開水路の2次流の基本的特性を解明したものである。本研究で得られた主な知見を列挙すると次のとおりである。

(1) 主流速分布は管路と開水路で顕著に相違する。

特に、開水路では最大流速点が水面より水深の0.4程度まで降下し、水路全断面が三次元流れとなる。この三次元乱流構造は常流と射流でほとんど同じである。

(2) 水深の約1割程度の水路隅角部を除く全週辺上で主流速の内部層分布は対数則によく従い、壁面せん断応力が良好に評価される。

(3) 河床面のせん断応力分布には極大・極小特性が現われるが、管路と開水路ではその変化特性が著しく異なり、たとえば中央断面で比較すると管路では極小、開水路では極大となる。これは、せん断応力が底面渦(2次流)によってひずまされた結果である。

(4) 管路ではコーナー2等分線に関して対称な縦渦が発生する。一方、開水路では自由水面近くで水路中央に向かう強い2次流が生じ、大規模な水面渦が形成される。この水面渦は底面渦を抑制し、両者の渦パターンは著しく非対称となる。

(5) 乱れ強度 u' は最大流速点付近で最小値をとり、この位置から自由水面に向かって増大する。一方、 v' は自由水面に向かって急減する。このため、自由水面近くでは乱れ強度の非一様性は管路に比べて大きくなり、強い水面渦が発生されたと渦度方程式から解釈される。

(6) せん断応力分布に及ぼす2次流の効果が運動量式から検討され、水面側の負のレイノルズ応力は水面渦によって引き起こされることが判明した。

以上のように、管路と開水路の2次流特性は歴然とした違いがあり、従来行われたように管路の結果から開水路の2次流を類推することは困難であることが判明した。これは、自由水面の存在のため乱れの非一様性が増大し、管路にはみられない水面渦が形成されたためである。2次流は主流速をひずませ、運動量や物質の横断方向への輸送原因となるから、管路と開水路ではこれらの水理特性は大きく相違するものと考えられる。(3)の壁面せん断応力分布が両者で異なることは好例である。

本研究で得られた知見は、アスペクト比が大きい河川の三次元構造(縦渦セル群)の解明や三次元数値計算の開発で重要であるばかりか、都市河川など比較的アスペクト比が小さい水路の抵抗則、乱流拡散、土砂輸送などを予測するうえで貴重なデータを与えるものと確信する。

最後に、開水路の2次流計測は、第1著者がフンボルト財団特別研究員としてカールスルーエ大学水理研究所に滞在中に行われたものである。これに全面的協力をいただいたW. Rodi教授をはじめ研究所の教職員に多大の感謝をするものである。

参考文献

- 1) Rajaratnam, N. and Muralidhar, D. (1969), La Houille Blanche, p. 603.
- 2) Vanoni, V. A. (1946), ASCE, 111, p. 67.
- 3) Allen, J. R. L. (1984), Elsevier.
- 4) 洪水流の三次元流況と流路形態に関する研究委員会報告, 土木学会論文集 (1984), 345, p. 41.
- 5) Melling, A. and Whitelaw, J. H. (1976), JFM, 78, p. 289.
- 6) Gessner, F. B. (1981), Complex Turbulent Flows, p. 182.
- 7) Knight, D. W. (1981), ASCE, HY-7, p. 839.
- 8) Sarma, K. V. N. et al. (1983), ASCE, Hydr. Eng., 109, p. 270.
- 9) Nezu, I. and Rodi, W. (1986年ASCEに出版予定).
- 10) 柁津家久・中川博次 (1985), 第29回水講演文集, p. 769.
- 11) Nezu, I. and Nakagawa, H. (1984), ASCE, Hydr. Eng., 110, p. 173.
- 12) Naot, D. and Rodi, W. (1982), ASCE, Hydr. Eng., 108, p. 948.
- 13) Knight, D. W. et al. (1984), ASCE, Hydr. Eng., 110, p. 405.
- 14) Nezu, I. et al. (1985), Turbulent Shear Flows 4, Springer-Verlag, p. 246.
- 15) Leutheusser, H. J. (1963), ASCE, HY-3, p. 1.
- 16) Kartha, V. C. and Leutheusser, H. J. (1970), ASCE, HY-7, p. 1469.
- 17) 富永晃宏・江崎一博 (1985), 第29回水講演文集, p. 827.
- 18) Nakagawa, H., Nezu, I. and Ueda, H. (1975), JSCE, 241, p. 155.
- 19) Quarmby, A. and Quirk, R. (1972), Int. J. Heat Mass Trans., 15, p. 2309.
- 20) 柁津家久・中川博次 (1985), 京大防災研年報第28号, p. 499.
- 21) Nezu, I. and Rodi, W. (1985), 21st IAHR Congress, Melbourne, p. 115.

(1985.6.5・受付)