

最適格子点法による不定流解析

UNSTEADY FLOW ANALYSES BY MEANS OF OPTIMUM GRID METHOD

権貝博美*・三宅敏之**・東 康夫***

By Hiroyoshi SHI-IGAI, Toshiyuki MIYAKE and Yasuo HIGASHI

Stability problems, including oscillation or even divergence of the solution, have been always involved in case of the unsteady flow computation as far as explicit method is employed.

The Optimum Grid Method (OGM) proposed in this paper eliminates stability problems with minimum computation time, keeping the solution points in domains of determination, since the computer can choose optimum time intervals automatically. OGM makes it also possible to evaluate computational error scales.

OGM is an extended form of the characteristics method with a fixed time interval being intensively utilized and developed by Iwasa and his group. It should be noted that OGM is solely designed for PAX type parallel processors, though this may be employed by any existing computers.

1. 緒 言

不定流の数値解析には、すでに通常の電子計算機による有効な数値計算法がいくつか開発されている。たとえば特性曲線法、陽的解法^{1),2)}、陰的解法³⁾⁻⁵⁾などがその有効なソフトウェアである。

ところが、最近では電子計算機のハードウェアが急速に進歩し、その結果ユーズウェアに大きな変革を生じつつある。前述のソフトウェアはその大部分は原理的には電子計算機を必要としないものであり、事実電子計算機が実用化される前から存在している。ただし、陰解法はそうではなく、大型の計算機が出現したことによって初めて可能になった解法とあってよい。

いずれにしても、従来の電子計算機と異なった概念のもとに働く電子計算機が出現してくれば、ソフトとハードをつなぐユーズウェアも変化せざるを得ない。その意味で低価格で高速の並列計算機に対応した流体計算手法の開発は大きな意味と意義を有している。

新しいユーズウェアのもつ属性についてはいろいろと

議論のあるところと考えられる。しかし、ここでは単純明快に次の3点に主眼を置いている。

- 1) 理論的に簡明であること。
- 2) 高速であること。
- 3) 安定性が適切であること。

水理学において、三次元数値計算を行うことが必要となっている現状を考えると、1), 2) が重要であることは論を待たない。三次元の非定常計算に対しては現在の計算機の能力は十分ではなく、それだからこそ新しい方式の計算機が出現してくるのである。

3)の安定性については、次の精度問題と関係してくる。

不定流の計算精度を安定性との関連性から論ずる場合、数値解法の面で安定性がよすぎる、あるいは悪すぎる差分法は計算精度が一定しないように思われる。不定流の計算は、その過程に多くの省略があり、その意味で実在の河川の水利現象と計算結果の間にある程度の差が生ずることは当然である。そのため、計算それ自体としての精度はそれほど必要としないという考え方も存在する。しかし、数値計算としての精度は何かの方法で調べておく必要はある。

非線形の現象を計算するのに計算上の安定性がよいことは大きな利点である。しかし、過度に人工的な安定性は計算精度を悪くするし、理論的に不安定が生じなくて

* 正会員 工博 筑波大学教授 構造工学系
(〒305 茨城県新治郡桜村天王台1-1)

** 正会員 工博 ESCAP

*** 正会員 工修 神戸製鋼

はならない場合に不安定が生じないほど強力な安定性をもつ計算法も具合が悪い。その意味で、適切な安定性をもつ計算法が望ましい。

この論文で PAX-128 という並列計算機に適合するユーザウェアとして述べられるのは、特性曲線法の有効利用である。特性曲線法は理論的に明快であり、特性曲面を用いることによって容易に二次元に拡張することができる。さらに、鉛直方向には理論解を用いること等によって三次元に拡張することも十分可能である。現在は、時間刻みを一定とした固定差分による特性曲線が用いられ、一次元、二次元の計算において大きな成果をあげている⁶⁾。

ここで報告するのは、この固定差分の特性曲線をもう一段改良した最適差分による特性曲線法である。

特性曲線法は非線形方程式を解くのに特性帯を用いてローカルに解いていく。したがって、理論的に非常に優れた方法であるが、通常の方法で解くならば計算の進行状況が不均一になり精度も確定されなくなることがある。

この点を補うために固定格子点による方法が考えられた。固定格子点法によれば、時間-空間座標系において格子点が確定しているから、前のような問題はない。しかし、時間刻み ΔT は考えられる範囲で安定性が得られる限界の小さい値を理論上とらなくてはならないから、計算効率がよいとはいえない⁷⁾。この点は一次元の計算においては目立たないが、二次元、三次元の計算を行うときには必ず問題となる点であると考えられる。

これを解決するために、本論文において最適格子点法 (Optimum Grid Method) を提案する。最適格子点法(あるいは OGM)においては、PAX 内の個々の計算機が自分にとって最適な時間刻みを設定し、その情報を計算機間で交換し合って、その中で最適な時間刻みを求め、それを用いて計算を行うものである。最適格子点法においては、そのため計算を細かくする必要があるところでは細かく、また粗く行ってよい場所では粗く行うようになっている。そのためこの方法においては必要な精度を保ちながら、時間的に統一のとれた結果が得られるわけである。

2. 特性曲線法

(1) 基礎方程式

一般に自然河川のように、水深方向に、または流下方向に対して不規則な断面をもつ水路における不定流計算においては、その基礎式の取り扱いが重要になる。そこでここではまず、幅の広い水路を適当な間隔に区切り、その区間内では水路の諸元は一定とする。すなわち、一般には、 A : 流路断面積, B : 水路幅, h : 水深, x : 距

離軸 (流下方向正), t : 時間軸とすると,

$$A=A(h, x), B=B(h, x), h=h(x, t) \dots \dots \dots (1)$$

であるが、区切られた区間内では,

$$A=A(h), B=B(h), h=h(t) \dots \dots \dots (2)$$

と考えるのである。このとき不定流の基礎式の1つである連続式,

$$\frac{\partial A}{\partial t} + \frac{\partial Q}{\partial x} = q \dots \dots \dots (3)$$

は変形され,

$$\frac{\partial h}{\partial t} + h \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{q}{B} \dots \dots \dots (4)$$

と書くことができる。ただし、 Q : 流量, q : 横流入量(正)または横流出量(負), u : 平均流速 (= Q/A) であり、 $A/B=h$ と幅の広い水路の近似を用いた。この近似は、通常の河川においては許容される値である。

一方、同じく不定流の基礎式である運動方程式は、水理公式集⁸⁾より次のように表わされる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \beta u \frac{\partial u}{\partial x} + g \frac{\partial h}{\partial x} = F \dots \dots \dots (5)$$

ただし,

$$F = g(i - I_f) - \frac{qu}{A} \left(1 - \frac{u_b}{u}\right) \dots \dots \dots (6)$$

ここで、 g : 重力加速度, i : 底勾配, u_b : 横からの流入速度の x 方向成分, I_f : 摩擦項である。また式(5)において、運動量補正係数 β は、断面内の流速分布により決定されるものであり、通常の計算では $\beta=1$ とし考えられている。

したがって、式(4)と式(5)より長波の波速 $c = \sqrt{gh}$ を用いて、次の式を得ることができる。

式(4), 式(5)を加え,

$$\frac{\partial(u+2c)}{\partial t} + (u+c) \frac{\partial(u+2c)}{\partial x} = F + q \sqrt{\frac{g}{AB}} \dots \dots (7)$$

式(5)より式(4)を引き,

$$\frac{\partial(u-2c)}{\partial t} + (u-c) \frac{\partial(u-2c)}{\partial x} = F - q \sqrt{\frac{g}{AB}} \dots \dots (8)$$

ただし、右辺では $c = \sqrt{gA/B}$ を用いた。さらに両式は,

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (u+c) \frac{\partial}{\partial x} \right] (u+2c) = F + q \sqrt{\frac{g}{AB}} \dots \dots (9)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (u-c) \frac{\partial}{\partial x} \right] (u-2c) = F - q \sqrt{\frac{g}{AB}} \dots \dots (10)$$

と変形される。右辺は x に関係していないので,

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (u+c) \frac{\partial}{\partial x} \right] (u+2c - m_1 t) = 0 \dots \dots (11)$$

$$\left[\frac{\partial}{\partial t} + (u-c) \frac{\partial}{\partial x} \right] (u-2c - m_2 t) = 0 \dots \dots (12)$$

が得られる。ただし,

$$m_1 = F + q \sqrt{\frac{g}{AB}} \dots \dots \dots (13)$$

$$m_2 = F - q \sqrt{\frac{g}{AB}} \dots\dots\dots(14)$$

であり、特に横流入、横流出のないときには、 $q=0$ となり、

$$m_1 = m_2 = F \dots\dots\dots(15)$$

$$F = g(i - I_r) \dots\dots\dots(16)$$

である。

式(11)、式(12)はそれぞれ特性曲線上での微分を表わすことより、

$$\frac{dx}{dt} = u + c \quad (C1) \dots\dots\dots(17)$$

$$\frac{dx}{dt} = u - c \quad (C2) \dots\dots\dots(18)$$

なる2本の特性曲線 C1, C2 が導かれ、それぞれについて次の式が成立する。

$$d(u + 2c) = F \cdot \Delta T \dots\dots\dots(19)$$

$$d(u - 2c) = F \cdot \Delta T \dots\dots\dots(20)$$

すなわち、流れが射流にならないかぎり曲線 C1 と C2 は $x-t$ 平面上で交点をもつので、式(19)、(20)を用いて段階的に解を得ることができる。

(2) 特性方程式の差分化

実際に求めたい水理量は、特性曲線 C1, C2 上において式(19)、(20)を差分化することによって得られる。

いま、図-1のように x 方向の任意の点 L, R より特性曲線 C1_L および C2_R が引かれ、点 M で交わったとする。また点 M での時間差を ΔT とし、各点における諸量を添字 L, R, M で表わすものとするとき式(19)、(20)は次のように差分化される。

C1_Lについて、
 $(u + 2c)_M - (u + 2c)_L = \overline{F}_L \cdot \Delta T \dots\dots\dots(21)$

C2_Rについて、
 $(u - 2c)_M - (u - 2c)_R = \overline{F}_R \cdot \Delta T \dots\dots\dots(22)$

ここに、 $\overline{F}_L, \overline{F}_R$ は点 L, R と点 M との平均値をとるものであり、

$$\overline{F}_L = (F_L + F_M) / 2 \dots\dots\dots(23)$$

$$\overline{F}_R = (F_R + F_M) / 2 \dots\dots\dots(24)$$

である。各点での F はマンニングの平均流速の公式を用いて表わされ、特に横からの流入出がない場合には、

$$F = g|i - (n^2/R^3)u|u| \dots\dots\dots(25)$$

と表わすことができる。ここで、 n :粗度係数、 R :径深である。

したがって、式(21)~(25)より点 M での未知数である波速 c 、流速 u は、 c について一次式、 u について二次式の解として得ることができる。すなわち点 M での波速 c は式(21)より式(22)を引いて、

$$c_M = \{(u + 2c)_L - (u - 2c)_R + \Delta T(\overline{F}_L - \overline{F}_R)\} / 4 \dots\dots(26)$$

となり、長波理論近似式より h_M は以下のように求める

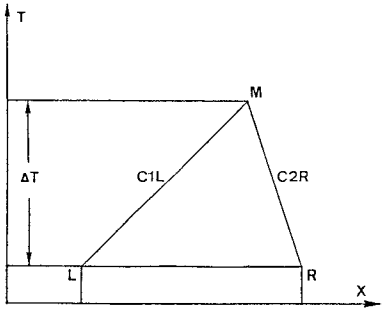


図-1 特性曲線

ことができる。

$$h_M = c_M^2 / g \dots\dots\dots(27)$$

径深 R については、式(27)により水深が求まれば、決定される値である。

また、式(21)と式(22)を加え、 u_M について整理すると、

$$\alpha_M u_M |u_M| + 2u_M - S = 0 \dots\dots\dots(28)$$

となり u_M に関する二次方程式を得る。ただし、

$$\alpha_M = g \Delta T (n^2 / R^{4/3})_M \dots\dots\dots(29)$$

$$S = (u + 2c)_L + (u - 2c)_R + g \Delta T i_M + (F_L + F_R) / 2 \dots\dots\dots(30)$$

である。式(28)を u_M について解くと、 u_M が正のとき、

$$u_M = \{-1 \pm 1 + \alpha_M \cdot S\} / \alpha_M \dots\dots\dots(31)$$

u_M が負のとき、

$$u_M = \{1 \pm 1 - \alpha_M \cdot S\} / \alpha_M \dots\dots\dots(32)$$

となる。ただし、式(31)は、 u_M が正でなくてはならないところから右辺は+、式(32)は、 u_M が負でなくてはならないところから右辺は-をとることになる。

ここで流れが正の状態、つまり流れが上流から下流に向かって流れている場合を考える。このとき、 u_M は式(31)によって求めることができるが、式(31)の右辺において、 $\alpha_M \cdot S \geq 0$ でなければ、 $u_M \geq 0$ とならない。

また流れが負の状態(逆流)にある場合には同様に、式(32)において、 $\alpha_M \cdot S < 0$ でなければ $u_M < 0$ とならない。

したがって流速 u_M を求める式は、点 L, R, M から求まる式(29)および式(30)の積、 $\alpha_M \cdot S$ の取る符号により分かれ、

$\alpha_M \cdot S > 0$ のとき式(31) (根号は正)

$\alpha_M \cdot S < 0$ のとき式(32) (根号は負)

をそれぞれ用いることにより未知の点 M での流速 u_M を求めることができる。

また波速 c_M および流速 u_M を得ることができれば、他の水理量は前述の関係式を用いることにより決定される値である。

3. 最適格子点法

一般に特性曲線法による解法を、不定流に代表される水理計算に応用させた場合には、距離方向に対して Δx を与えても、時間刻み ΔT を規定することができないという問題がある。しかも河川の計算などの場合には Δx をあまり小さくとれない反面、大きくとりすぎると特性曲線の曲線と直線の相違が大きくなるなどの制約が生ずる。これらの問題点は OGM によって解決することができる。

従来の特性曲線法と本研究における OGM とを比較するため図-2 に各種方法による解の存在位置を $x-t$ 平面に示す。

(a) は基礎式より求まる特性曲線を内挿あるいは外挿によらず任意の地点から引き、その交点から解を求める純正の手法である。この手法によると確かに解は厳密になるが、与えられた時刻、場所での解が得られず、距離的にも時間的にも比較的大きな空間を扱う洪水計算の場合、実用上多くの問題を含んでいる。そこで、これらの問題に対し、現在では (b) のようにあらかじめ格子点を固定し、その格子点上に特性曲線が導かれるように水量を内挿する手法が一般的に扱われている(固定格

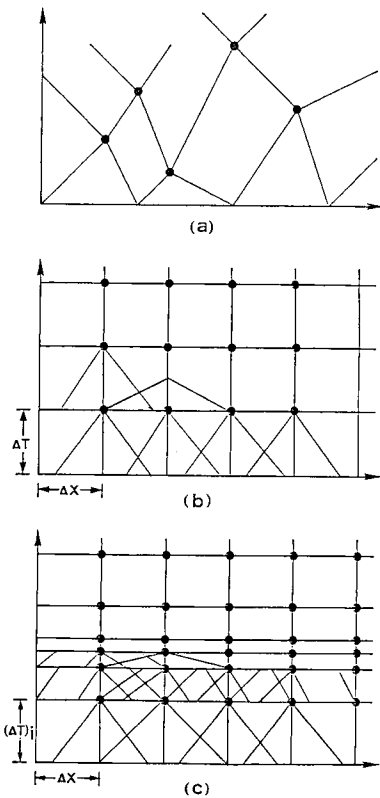


図-2 特性曲線法における解の存在位置

子点法)。内挿には、一次内挿、二次内挿などを用い⁹⁾、それによる計算精度を論議する研究も数多く報告されているが、ここでは、その格子間隔 Δx および ΔT の取り方に問題があり、これは安定条件の問題とも関係する。

すなわち、 Δx 、 ΔT を固定した場合、解が特性曲線内の決定領域外(影響領域)に存在する可能性があるからである。これはさらに外側の格子点の値を用いることによって一応解決するが、それだけ精度が落ちることになる。これを避けるためには ΔT をできるだけ小さい値とするなど事前に十分な検討を必要とする。さらに固定した ΔT の計算においては、 ΔT を大きく取れる場合でも小さい ΔT を用いることになるから、計算速度は当然低下する。

次に、(c) に本研究での最適格子点法における計算格子を示す。この手法の基本的な考え方は、解を常に隣接した2つの格子点より出る特性曲線の決定領域内に存在するようにし、安定性の面においても、精度においても満足する解を得ようとするものである。したがって、時間間隔 ΔT の値は当然計算ごとに変動する。

ΔT の決定に際しては、次の計算過程を必要とする。まず、 ΔT をすべての x 方向の i 点について次式を満足するように求めておく。

$$(\Delta T)_i \leq \Delta x / |(u \pm c)_i| \dots\dots\dots (33)$$

さらに

$$\Delta T = \min[(\Delta T)_i] \dots\dots\dots (34)$$

により、 $(\Delta T)_i$ の中の最小値をとって、あらためてその値を ΔT とする。そうすることにより、任意の i 点での解は常に決定領域内に存在することになる。

また式(33)で+をとるものは、Courant 条件と一致することになり、解の安定性に対する配慮は (b) ほど煩雑にならないという利点がこの手法にはある。

さらに ΔT が大きく取り得るところでは自動的に大きい値が選択されるため、計算時間を節約することができる。

なお、 $\min[(\Delta T)_i]$ を選択するためには PAX 系統の計算機では隣接のマイクロコンピュータとデータ転送

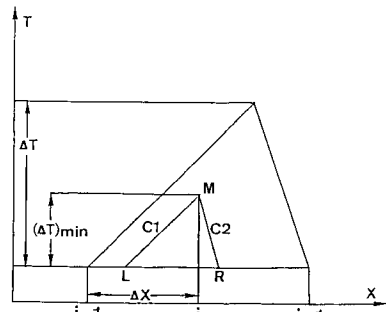


図-3 OGMにおける内挿手法

し、そこで大小比較を行い最小値を決定していく特別のサブルーチンを用いたため計算時間はほとんど必要としない。

x 方向に対しては、図-3のように Δx を一定とし、式(34)より得られる ΔT に基づき、M 点に特性曲線が導かれるように既知の点 $i-1, i, i+1$ より L, R 点を内挿することにより i 点での ΔT 後の水理量は前節の計算法に沿って求めることができる。以下時間方向について同様の計算を繰り返すことにより同時レベルでの各地点での解が得られる。

4. PAX 128 による計算方法

PAX 128 は 8×16 の二次元直角格子状に配置された 128 台の Processing Unit <PU>, PU 群を制御する Control Unit <CU> および Host Computer <HOST> から構成されている¹⁰⁾。ここで注意しておきたいことは、この計算機はスーパーコンピュータの一種であって、特殊目的の専用機ではないということである。

PAX 128 を系列として分けるとすると、Illiac, Clay の系統に属する。これについては文献 12) の 97 ページ以下を参照されたい。このタイプのスーパーコンピュータは、実は並列にも直列にもソフトによってつなぎかえることができるのが大きな特徴である。たとえば、パイプライン方式(直列)にプログラムを書いた場合の例は文献 2) である。しかし、一般に並列計算機は文字通り、並列の計算が多く行われる場合に威力を発揮するものである。たとえばその一例として、湖の三次元計算などにおいては、平面上の各格子点を各計算機に分担させ、各計算機ごとに鉛直方向に計算を行うといった従来の計算機では不可能であった計算法が可能になってくる。この場合には、モジュラーマッピングなどの最適化手法を用いることが、さらに有効性を増大させるであろう。

PAX 128 の市販価格は、約 4 000 万円程度であるので M 380 の周辺機器として用いると、多大の計算時間を消費せずに、実時間に直して数か月、あるいは数年分のシミュレーションを行うことが可能である。したがってこのような新しいタイプの汎用計算機には新しい発想による計算を行うことが必要になってくる。もちろん在来の計算を行うことも可能であり、その場合にはプログラム内にいくつかのサブルーチンが加えられるだけである。

さて、実際に計算機を動かす手順であるが、そのプログラムは PU の場合、PAX の並列処理のために開発された PASCAL 的な SPLM 言語で作成する。

一方、HOST では FORTRAN 言語でプログラムを記述し、プログラムの開始、データの入出力、PAX へのデータ転送および PU の駆動などの仕事を担当する。

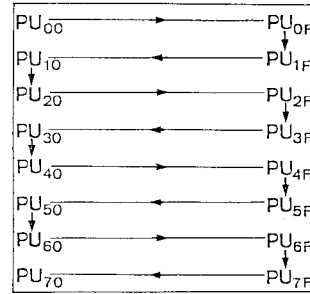


図-4 PU の配列

本研究では図-4 に示すように 128 台の PU を一次元に配列し各 PU に距離方向の格子点 1 点ずつを担当させ計算を行った。すなわち、前述した距離方向の格子点 i で行う計算を 1 台の PU で行い、計算した結果を隣接した PU に転送し、次のステップの計算を行った。

初期条件の計算については、HOST 側、PU 側どちらでも計算は可能であるが、ここではまず HOST 側で初期条件の計算を行い、全 PU にそのデータを転送する形式を用いた。初期条件の計算は等流計算、または不等流計算により初期水理量を決定するものであるが、HOST 側でこれらの計算を行うことにより、PU 側は同じプログラムで、HOST 側はどの初期条件計算を用いるかを変えるだけで計算が行える利点がある。

境界条件については、上流端の計算は図-4 に示す 00 の PU が、また下流端の計算は 70 の PU がそれぞれ担当し計算を行うものとした。境界条件の与え方としては、流量-時間曲線、水位-時間曲線、水位-流量曲線などの与え方があるが、いずれの条件をとるものとしてもその条件は直接 PU 側で計算を行うものとする。

具体的な計算の流れは次のようである。

- 1) HOST 側で初期条件を計算。その結果および断面特性等を全 PU に転送する。
- 2) 上流および下流端を担当する PU で境界条件を計算する。
- 3) 全 PU (すなわち距離方向のすべての格子点) から同時に特性曲線を引き、そこで得られた ΔT の最小値を求める。
- 4) $x-t$ 平面において ΔT タイムステップが進んだところから、3) の計算を行い必要な時間まで計算を継続する。

5. 結果および考察

図-5 に幅 100 m の矩形水路を想定した場合の計算結果を示す。この計算では、その距離間隔 Δx は 1 000 m 一定、断面数は 20、すなわち河道総延長 19 km を仮定した。また初期条件は河床勾配 0.001、水深 4 m の等流

状態とし、境界条件は上流端で水位-時間曲線を与え、下流端では便宜上等流水深4m一定としている。この図は時間ステップ40で、およそ4100秒(約1時間10分)の計算結果を距離 x 、時間 T 、水深 H で表わしたものである。ここで距離 x に関して i を一定とすると任意の地点でのハイドログラフが得られ、特に $i=1$ の地点では上流端、 $i=20$ の地点では下流端の境界条件を表わしている。また時間 T に関しては j を一定とすると、任意の時刻での流下方向に対する洪水波形を与え、特に $T=0$ では等流計算に基づく初期条件を示している。

各地点での水量は、特に平滑化を行わなかったにもかかわらず非常に滑らかで、基礎方程式を直接差分によって求める解法に起こりがちな解の振動、発散などの現象は全く認められなかった。

また特性の変化する流れ、たとえば、a) 水路幅が拡大、または減少する場合、b) 河床勾配の変化する場合、c) 境界条件として比較的急な変化を含むもの(たとえば川幅や河床勾配が正弦曲線的に変化する場合)、などについてもこの傾向は同様であり、この解法は数値的には安定性の高い解法であるといえる。

これは従来固定格子を用いる場合と違って、この微分方程式の解が常に決定領域内に求まることによるものと考えられる。そこでここで用いた時間方向に変動する

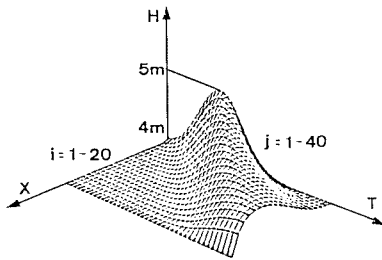


図-5 計算結果

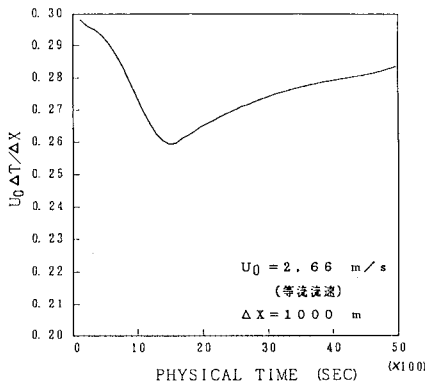


図-6 時間きざみ ΔT の変化

差分格子の時間きざみ ΔT の変化を等流流速 U_0 、および、距離きざみ Δx で無次元化し表わすと図-6 のようになる。時刻1500秒付近までは ΔT は相対的に急激に小さくなり、それ以後では徐々に増加し最終的には安定するものと思われる。

この時間きざみ ΔT の増減の傾向は次のように解釈される。すなわち ΔT が増加する傾向にあるときは、各格子点から引かれた特性曲線で囲まれる決定領域の面積も増加するので、この計算系全体としての安定性はより安定な方向に進む。また逆に ΔT が減少する傾向にあるときは計算格子が時間方向に対して密なものとなり、その付近での計算は他に比べて特に綿密なものとなり、系全体としての安定性は不安定な方向に推移しているものと推測される。

この場合では境界での入力洪水波は、時刻1500秒でピーク水位に達する。このことと前述のことを考え合わせると、洪水波がこの系に入射している段階では、この系全体は不安定性が高まり、より密な計算を必要とし、したがって時間きざみ ΔT の減少する傾向に計算が進む。そして洪水波ピークが通過した後では、系全体として安定な方向に計算が回復していることが読み取れる。

したがって、この系は常に特性曲線法における決定領域を考えることにより、その内部に計算を安定な方向に進める独自の調節機能を有しているものと考えられることができる。

次にPAX-128と汎用大型計算機FACOM-M380との計算時間の比較を行った。ここで計算時間とはPAX-128では計算が開始してから終了するまでとし、HOSTからのデータ転送の時間は含まないものとする。一方他の計算機ではPAX-128で並列計算を行っている部分に相当するCPU時間を計算時間と定義する。

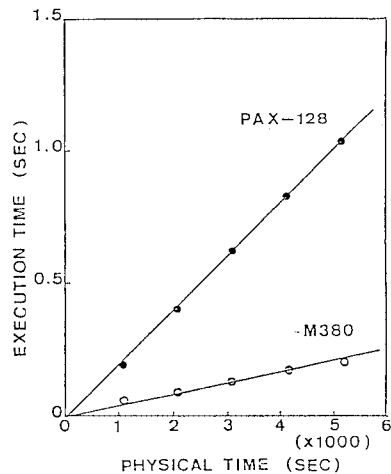


図-7 計算時間の比較

物理時間ステップ数を変化させて不定流計算を行うのに要した各計算機の計算時間を図-7に示した。時間ステップが10ステップ（物理時間1077秒）のときPAX-128で約0.2秒、M380で0.06秒であり時間ステップが50ステップ（物理時間5188秒）のときPAX-128で約1秒、M380で0.2秒と50ステップのときには5倍の時間の差がでている。

PAX-128およびFACOM 380における計算機時間は、物理時間に対して線形に変化しており、本計算においてはPAX-128とFACOM 380との間に常に計算機時間に5倍ほどの差があるものと考えられる。

一般に計算機の性能は、性能対価格比の観点から議論されることが多い。計算機の価格はシステム構成により異なるため正確な価格を評価することは困難であるが、概算でPAX 128の価格を4000万円、M380の価格を22億円として、性能対価格比を計算すると、PAX 128は 2.4×10^{-4} 、M380は、 2.3×10^{-5} となり両計算機の間には約10倍の差がある。なお、ここで性能は計算速度の逆数で評価した。

このように性能対価格比の観点からは、PAX-128はFACOM 380より優れていることがわかる。さらに自然河川への適用例として、ある実在の大河川についてある波形の洪水を与え、OGMを用いて流況を計算した例

を示す。 ΔT の時間的変化（つまりコンピュータが最適化を行った場合は図-8に示すとおりである。 ΔT は32~52sの間で変動していることがわかる。なお、 Δx は280m~1010mの範囲にある。このようにすると安定である ΔT の値はわかるので、その範囲内で最も大きな ΔT （=52.649s）を用いて計算をしないことができる。このように最大の ΔT がわかることがOGMの利点の1つである。

表-1には ΔT の最大値、最小値による固定格子点法を用いた場合と、OGMとの比較が示してある。どの程度の精度を求めるかということはそれぞれの場合によるが、OGMを一度用いて定めた ΔT の範囲内では結果に大差はない。ただし、計算のステップ数（したがって計算時間）は大幅に節約になる。したがって一度OGMを用いた後に同程度の計算を行うときには、 $(\Delta T)_{max}$ を用いてもよいであろう。

$\Delta T=60$ s以上の場合は当然のことながら、すぐに発散した。もちろんこの場合でも外挿を用いれば、計算は可能であるが、変断面における特性曲線の扱が必要であろう。また外挿を無限に許すとすれば、結局上流端と下流端の値のみから新しい水位を求めることになるので合理的とはいえない。

6. 誤差について

不定流の誤差については、単なる計算上の打ち切り誤差、集積誤差を考える場合と、平滑化を行うことによって生じる大局的な誤差とがある。河川の断面測定、流況観測の精度から考えて、打ち切り誤差はあまり神経質に考えなくてもよいであろう。問題なのは大局的な誤差である。

ここでは、ある時刻において存在している水の総量を V_i 、最初の時刻のそれを V_e とすると、

$$E = 1 - \frac{(\sum Q_{u_i} \cdot \Delta T_i - \sum Q_{d_i} \cdot \Delta T_i) + V_e}{V_i} \dots\dots\dots(35)$$

で大局的誤差を定義する。ここに $\sum Q_{u_i} \cdot \Delta T_i$ は上流端より流入した水の流量、 $\sum Q_{d_i} \cdot \Delta T_i$ は下流端から流出した水の総流量である。

もしも、平滑化が過度に行われると、 $E < 0$ となり、

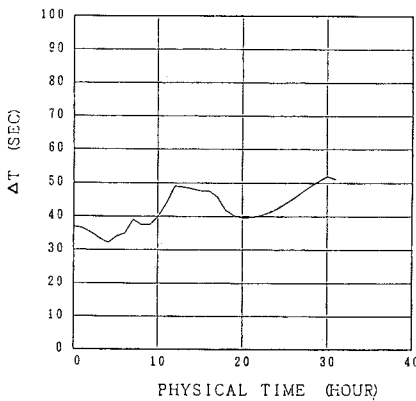


図-8 実河川での ΔT の変化

表-1 時間きざみの取り方による比較

	ピーク流量 (m^3/S)	ピーク水位 (m)	ピーク時間 ($HOUR$)	ステップ数	全計算ステップ ($31 HOUR$)
$(\Delta T)_{min}$ (32.293sec)	4974.9	11.278	20.001	2230	3458
OGM	5047.5	11.295	20.006	1798	2682
$(\Delta T)_{max}$ (52.649sec)	5094.2	11.303	20.006	1368	2121

表-2 一様断面水路での誤差

ステップ数	10	20	30	40	50
時間 (sec)	1077.5	2064.5	3083.9	4128.1	5188.8
誤差 (%)	0.07	0.14	0.09	-0.31	-0.81

表-3 実河川での誤差

時間 (hour)	1	5	10	15	20
ステップ数	94	516	1001	1385	1798
誤差 (%)	-1.80	-6.28	-7.18	-7.75	-6.83

逆に発散傾向の計算においては $E > 0$ となる。不定流の計算ではこの点が考慮されていないと E の値はすぐに数 10% に達するので注意が必要である。一様断面水路の場合 E の変化は表-2 であり、実在の河川においては、表-3 である。両者とも実用上十分な精度であると判断した。

7. 結 論

本論文では固定格子特性曲線法において、時間きざみのみを変動する最適格子点特性曲線法を提案し、並列計算機 PAX-128 を用いて河川の不定流解析を行った。

その結果、以下の諸点が明らかとなった。

(1) 従来の汎用計算機を用いた固定格子点特性曲線法では、上流端から下流端に向けて各格子点で内挿を行いながら逐次計算を進めていくため、計算時間が膨大となる欠点があった。しかし、本研究では 128 台のマイクロコンピュータを並列結合させた PAX-128 を用い、各マイクロコンピュータに 1 格子点ずつ割り当てたため、ある時間ステップの計算は全距離方向において同時に計算可能となり、従来の欠点が原理的には解消された。

(2) 本研究における特性曲線法では、与えられた条件に対して常に最適となる ΔT を自動的に求めるといふ、独自の調節機能を有しているため、比較的大きな変化を含む河道、境界条件に対してもその安定性は十分信頼できるものであり、計算速度も短縮することができた。

(3) 本計算では、PAX-128 の計算速度は汎用大型計算機 M 380 の約 1/5 であるが、性能対価格比は PAX-128 は M 380 の 10 倍となった。

謝 辞：本研究は昭和 58 年度科学研究費 (58850117) の援助のもとに行われた¹¹⁾。

本研究に対して貴重な助言をいただいた筑波大学構造工学系教授 星野 力博士ならびに同講師 白川友紀博士に深甚なる謝意を表す。また研究の側面からいろいろとご協力いただいた筑波大学 PAX 研究室の諸氏に感謝の意を表す。また、京都大学工学部 岩佐、井上、片山、多田氏らの論文によって研究の貴重なヒントが得られたことにも深く感謝する。

参 考 文 献

- 1) Kikkawa, T. and Shi-igai, H.: On the characteristics of floods at estuary, UNESCO, International Symposium on Floods and Their Computation 15-22 August, 1967.
- 2) 椎貝博美・星野 力・三宅敏之：並列計算機 PAX-128 の不定流解析への応用，土木学会論文集，第 349 号/VI-1, pp.26~33, 1984 年.
- 3) 建設省土木研究所：陰形式差分法，土研資料第 1569 号，昭和 55 年 3 月.
- 4) 建設省土木研究所：河川における不定流計算法 (II) - 分合流を考慮した陰形式差分法 -，土研資料 1762 号，昭和 58 年 3 月.
- 5) 建設省土木研究所：河川における不定流計算法 (III) - 複断面を考慮した陰形式差分法 -，土研資料 1939 号，昭和 58 年 3 月.
- 6) 岩佐義郎・井上和也・片山 猛：開水路非定常流の数値計算法について，京大防災研究所年報第 19 号 B, pp.187~200, 昭和 51 年.
- 7) Cunge, J.A., Holly, F.M. and Verwey, A.Jr.: Practical Aspects of Computational River Hydraulics, Pitman Advanced Publishing Program.
- 8) 水理公式集：p.206, 昭和 60 年版，土木学会.
- 9) 岩佐義郎・多田彰秀：不連続部を含む時間的変化の急な流れの数値シミュレーション，第 29 回水理講演会論文集，pp.663~668, 1985 年.
- 10) 白川友紀ほか：並列計算機 PAX-128, 電子通信学会論文集，Vol. J 67-D, No. 8, pp.853~860.
- 11) 椎貝博美・星野 力・西村仁嗣：水工分野における並列シミュレータの応用，昭和 59 年度科学研究費補助金研究 成果報告書，昭和 59 年 12 月，筑波大学.
- 12) 川合敏雄：スーパーコンピュータへの挑戦，岩波書店，1985 年.

(1985.5.23・受付)