

# 機械的擾乱と熱的擾乱が複合的に作用する水温成層場での鉛直混合量に関する研究\*

## VERTICAL MIXING IN THERMALLY STRATIFIED FIELDS INDUCED BY COMBINATION OF MECHANICAL AND THERMAL STIRRING

室田 明\*\*・道奥 康治\*\*\*

By Akira MUROTA and Kohji MICHIOKU

Model experiments are performed to examine the vertical mixing process in the case when the wind stress and thermal convection simultaneously act on the surface of thermally stratified water body. The stress-driven mechanical turbulence and thermally induced convective motions are simulated by means of the oscillating grid and the bottom plate heater, respectively. Introducing the characteristic velocity scale defined by linearly superimposing the energy flux of mechanical turbulence and thermal convection, the mixing rate can be expressed as a function of an overall Richardson number. Analytical solutions for the mixing layer depth, specific density anomaly, etc., are derived based on the experimental law of mixing rate. Satisfactory agreement between the theory and experiments is obtained. Additionally, the régimes where the mechanical or thermal stirring effects dominate the mixing process, respectively, are systematically classified.

### 1. 序 論

#### (1) 研究の目的

水温成層化した水域では水面における風の擾乱効果と表面熱収支が内部の水温構造に大きく影響する。前者は力学エネルギー、後者は内部エネルギー収支にかかわる異質の物理過程であり水質混合への両者の貢献は全く形態が異なる。風応力が生成する乱れエネルギーは成層内部での拡散・逸散によって水深方向に減衰し、躍層低下とともに混合への寄与が小さくなる。逆に熱対流運動は混合層厚さ程度の鉛直規模を有し躍層面が深いほど混合へ大きく貢献する。

これまで鉛直混合の外力要因として機械的（力学的）擾乱か熱的擾乱かのいずれか1つのみが作用する場合については基礎的・実験的研究がなされてきた。しかし、現実には風と水面冷却が絶えず複合的に作用して水質挙動を支配し成層構造が変遷する。実際現象の把握と予測手法の確立のためには両種の擾乱が複合作用した場合の

混合特性を理解する必要がある。本研究は、このような複合擾乱が負荷された水温成層場を実験的に再現し成層浸食過程に関する基礎的検討を行ったものである。貯水池や湖沼のように閉鎖され躍層面でのせん断効果が僅少である水域を想定し、機械的・熱的擾乱の発生源として振動格子と加熱底板を採用する。現実の水温成層場との対応性および実験操作上の浮力供給の容易さを考慮して、密度場としては水温二層系を対象とする。

#### (2) 研究の現況

力学的・機械的擾乱が外力となる場合の混合現象についてはさまざまな形態の実験モデル化がなされている。密度界面にせん断層をもつ成層流、水面と界面にせん断層が存在する開放水域型の吹送流や摺動板作用下の成層流、あるいは閉水域内の吹送流や振動格子のように表面のみに擾乱源が存在し平均流のない場合についても研究が数多くなされている<sup>1)</sup>。既往の研究の大部分は塩分成層を対象とし連行係数がリチャードソン数の $-3/2$ 乗に比例するという結果を得ている。水温成層場の場合には $-1$ 乗則が得られている。

振動格子を擾乱源とする場合には混合を規定する乱れの代表量を同定する必要がある。HopfingerとToly<sup>2)</sup>(1976)やThompsonとTurner<sup>3)</sup>(1975)は均質密度

\* 本研究の一部は文献1)に発表済みであるが、その後の研究成果を加えて取りまとめたものである。

\*\* 正会員 工博 大阪大学教授 工学部土木工学科  
(〒565 吹田市山田丘2-1)

\*\*\* 正会員 工修 大阪大学助手 工学部土木工学科(同上)

場での丹念な乱流計測を行い、振動格子によって発生する乱れの長さや速度の代表量の鉛直分布特性を示した。この計測結果と乱れエネルギー輸送式による理論的考察をもとに、彼らは次のような半経験式を提唱した。

$$u_s = cfs^{3/2}M^{1/2}z_0^{-1}, l_s = \beta z_0 \dots \dots \dots (1)$$

ここに、 $u_s$  は変動流速の平均二乗和で定義される乱れ強度 (cm/s)、 $l_s$  は積分特性距離 (cm)、 $c \cdot \beta$  は定数、 $f$  は格子の振動周波数 (Hz)、 $s$  は格子の振幅 (cm)、 $M$  は格子要素の間隔 (cm)、 $z_0$  は格子からの距離 (cm) である。

吹送流量が 0 となり躍層面でのせん断効果が無視できるような閉鎖水域においては風応力による乱れの生成が表面せん断層のみに限定され、発生した乱れエネルギーは拡散・逸散を経て下方に輸送された後躍層面に作用して混合をもたらす。この点で振動格子のもたらす混合過程は閉鎖水域の混合現象との定性的な類似性を有する。

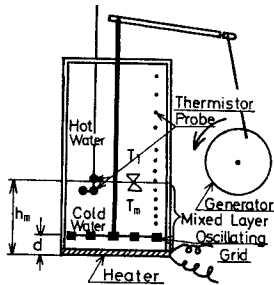
他方、熱対流が擾乱要因となる成層浸食過程については機械的擾乱の場合に比べると研究例が少なく、大気・海洋成層の分野でわずかにみられるにすぎない。

Deardorff ら<sup>6)</sup> (1980) は大気接地層の対流混合を対象として底面加熱による水温成層場の混合に関する実験を行っている。密度界面上昇速度から混合速度を求め対流速度を用いたりリチャードソン数との関係を整理した。しかし、データ間のばらつきが大きく、リチャードソン数との明確な関数関係は得られていない。本研究では熱的擾乱のみが作用する場合の実験も併せて行い、この点についても明らかにする方針である。

2. 実験方法と実験条件

(1) 実験方法

図一に実験装置を示す。水槽は縦 25 cm、横 25 cm、高さ 50 cm の透明樹脂製であり、壁面に断熱材を配する。振動格子は底面から  $d = 3.9$  cm 上方に設置し、振幅・周波数が可変の起振機で振動させる。2本のガイド棒によって格子の振動は鉛直方向に限定される。乱れの



図一 実験装置

代表量として式 (1) を用いる関係上、格子の幾何形状は Turner<sup>1)</sup> と同じく格子要素 1 cm 角、格子要素間隔  $M = 5$  cm とする。

熱的擾乱・複合因擾乱の場合について底面からの熱供給はともに底面に設置したヒーターに一定電圧を負荷することによって行われ水平方向に一律の熱量が供給された。系内の貯熱量 (1 分ごとの水温分布計測より得られる) の時間的变化は全ケースにおいて十分線形性を保っており系内に供給される熱量がほぼ一定であると考えられる。以上より熱フラックス  $H_s$  (cm°C/s) は貯熱量の時間変化率として算定される。このようにして得られた  $H_s$  は供給電力に比例し同一電圧のもとでは振動格子の周波数・振幅と無関係にほぼ一定値が保たれた。

一般に定温度型加熱板上の壁面乱流における混合対流では底面での熱フラックスが底面近傍の乱れに支配されることが知られている。しかし上記の結果より本実験のように一定供給電力型の加熱板ではほぼ供給熱エネルギーにつり合った熱フラックスが生じしかも強制対流で誘起される熱フラックスやヒーターから系外への直接逸散量はそのごく一部を占めるものと考えられる。

水温二成層は高温水・低温水を貯留した恒温水槽より給水されて作製される。注水の際、格子を適度に振動させて明瞭な水温二成層を設定する。実験は一定の格子振幅・周波数と加熱度のもとに、混合層厚と上下層密度差が変化する非定常状態で行われる。水温分布は鉛直方向 30 点に設置したサーミスタ水温計で計測されデータロガーに収録される。

(2) 実験条件

実験条件を表一に記す。表中  $H_s$  は密度  $\rho$  と定圧比熱  $c$  で除した形の底面から供給される熱フラックスである。格子振幅はいずれの場合も  $s = 1$  cm である。

表一 実験条件

(a) 機械的擾乱の場合			(b) 熱的擾乱の場合		
CASE	$f$ (Hz)	$\Delta T$ (°C)	CASE	$H_s$ (°C cm/s)	$\Delta T$ (°C)
M-1	1.52	5.9	T-1	0.0342	5.3
M-2	2.96	6.4	T-2	0.0541	3.3
M-3	3.95	3.9	T-3	0.0852	5.6
M-4	1.67	11.8	T-4	0.0315	11.9
M-5	1.50	12.3	T-5	0.0440	11.3
M-6	3.26	10.1	T-6	0.0435	11.4
M-7	3.11	12.5	T-7	0.0442	11.8
M-8	4.18	11.6	T-8	0.0461	13.8
M-9	3.01	12.9	T-9	0.0389	15.1
M-10	4.00	12.5	T-10	0.0844	11.9
			T-11	0.0433	12.5
			T-12	0.0786	14.4

(c) 複合因擾乱の場合

CASE	$f$ (Hz)	$H_d$ (°Cm/s)	$\Delta T$ (°C)
C-1	1.41	0.0872	11.5
C-2	2.91	0.0865	12.2
C-3	3.90	0.0862	11.7
C-4	1.26	0.0290	10.5
C-5	1.25	0.0318	12.0
C-6	1.35	0.0296	10.7
C-7	3.00	0.0302	13.0
C-8	2.95	0.0298	11.3
C-9	1.52	0.0470	10.9
C-10	1.36	0.0438	12.7
C-11	3.05	0.0388	9.7
C-12	2.95	0.0435	11.6
C-13	3.10	0.0426	11.2
C-14	3.00	0.0394	12.9
C-15	2.98	0.0774	11.0
C-16	3.76	0.0378	12.3
C-17	3.88	0.0817	12.5

### 3. 水温分布

図-2に水温分布の計測例を示す。縦軸は時々刻々の混合層厚さ  $h_m(t)$  で無次元化された鉛直座標  $\zeta = z/h_m(t)$ 、横軸は無次元水温  $\theta(\zeta) = |T(z) - T_m(t)|/\Delta T$  である。ここに  $T(z)$  は底面からの高さ  $z$  における水温である。混合層厚  $h_m(t)$  は上下層の一樣水温部の平均値、 $T_1$ 、 $T_m$  の相加平均値  $(T_1 + T_m)/2$  に相当する高さで定義する。 $\Delta T = T_1 - T_m$  は上下層水温差である。密度中間層厚  $\Delta h = \Delta T / (\partial T / \partial z)_{z=h_m}$  は  $\Delta h/h_m = 0.1 \sim 0.3$  の範囲で変化し明瞭な二層系を呈している。

### 4. 混合層厚の経時変化

図-3に混合層厚の時間変化を示す。

図-3 (a) は振動格子による機械的擾乱だけが作用する場合の計測例である。時間とともに界面での混合によって下層厚が増す。擾乱源と密度界面との距離の増加に伴い、式 (1) で表わされる擾乱速度が減少し長さの

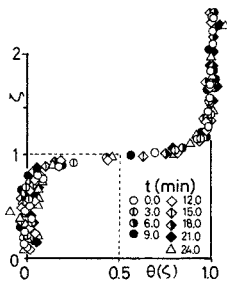


図-2 無次元水温分布の例

代表量が増加するため混合層厚の発達速度  $dh_m/dt$  は時間とともに単調減少する。

図-3 (b) の熱的擾乱のみが作用する場合は、逆に混合層厚の増大に伴う対流速度の増加と、加えて熱供給に伴う水温差  $\Delta T$  の減少のため  $dh_m/dt$  は単調に増大する。

両種の擾乱が同時に作用する図-3 (c) の場合には、上記2ケースを合成したような特異な発達過程を示す。すなわち、混合層厚が小さい初期の間は機械的擾乱に対して熱的擾乱の混合への貢献が小さく、図-3(a)と同様、 $dh_m/dt$  は時間的に減少する。しかし、混合層厚が増大すると層内での機械的擾乱の減衰が大きくなり逆に対流速度は増加するためその後  $d^2h_m/dt^2 = 0$  なる変曲点を経て熱的擾乱の場合と同様に  $dh_m/dt$  が増大し始める。

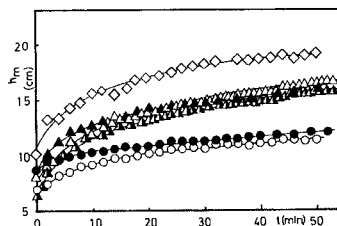
以上の結果を実水域の現象に照合すると、深層躍層の挙動に対しては熱的要因、表層躍層の混合に対しては力学的な擾乱作用がおのおの重要となることが理解される。

### 5. 鉛直混合量の評価

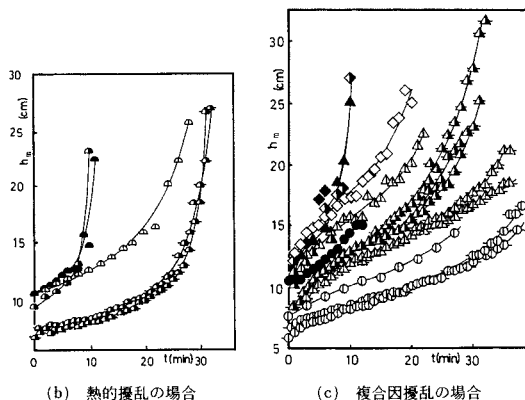
2種の擾乱に関する代表量を規定し、混合量の規準化を行う。

#### (1) 機械的擾乱による混合量

式 (1) を用いて連行係数とリチャードソン数  $\hat{R}_{is}$  を次式のように定義する。



(a) 機械的擾乱の場合



(b) 熱的擾乱の場合

(c) 複合因擾乱の場合

図-3 混合層厚の経時変化

$$E_s = (dh_m/dt)/u_s, \hat{R}_{is} = \epsilon g l_s / u_s^2 \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 $u_s$ 、 $l_s$ は式(1)で $z_0 = h_m - d$ (格子位置と界面間の鉛直距離)とて得られる界面位置での乱れの代表量である。 $\epsilon$ は上下層の相対密度差、 $g$ は重力加速度である。HopfingerとToly<sup>2)</sup>によると本実験条件のもとでは式(1)中の定数は $c=0.2$ 、 $\beta=0.1$ である。これを用いて $E_s$ と $\hat{R}_{is}$ の関係を図-4に示す。同図中には混合層厚一定で片層攪乱の条件のもとに行われたTurner<sup>5)</sup>の実験結果を併記する。両実験値の適合度から、(i)本実験においては混合層厚の変化に伴う非定常性の影響は無視できる、(ii)式(1)を代表量として本実験にも適用し得る、という2点が間接的に確認される。なお、混合量に及ぼすペクレ数 $\hat{P}_{es} = u_s l_s / k_f (k_T$ は熱拡散係数)の影響はみられない。

実験値より $E_s$ と $\hat{R}_{is}$ の関係は次式で近似される。

$$E_s = C_1 \hat{R}_{is}^{-1}, C_1 = 1.10 \dots \dots \dots (3)$$

なお、 $E_s$ と $\hat{R}_{is}$ は本来的には大域的な物理量というよりは乱流水理量に属する。しかし、閉鎖水域型の吹送流場や振動格子場では水面で発生した擾乱が水深方向に減衰するため、摩擦速度(振動格子場では $f_s$ に相当する)のような水面水理量によって混合量を規準化することはできない。幸い、比例定数 $c$ 、 $\beta$ を除けば、 $h_m$ 、 $d$ 、 $f$ 、 $s$ 、 $M$ といった大域物理量で $u_s$ 、 $l_s$ が記述されていることから、乱れのconstant fluxを仮定できない場合での混合量を対象とする場合には、このような定義の $E_s$ 、 $\hat{R}_{is}$ を平均水理量とみなして以後の解析を進める。

(2) 熱的擾乱による混合量

規準化に用いる代表量として混合層厚 $h_m$ と対流代表速度

$$u_f \equiv (\alpha g H_s h_m)^{1/2} \dots \dots \dots (4)$$

を用いる。ここで $\alpha$ は熱膨張係数である。混合率とリチャードソン数を次式で定義する。

$$E_f \equiv (dh_m/dt)/u_f, R_{if} \equiv \epsilon g h_m / u_f^2 \dots \dots \dots (5)$$

$E_f$ と $R_{if}$ の関係を図-5に示す。同図中には水温二成層場での対流混合に関するDeardorffら<sup>6)</sup>(1980)の

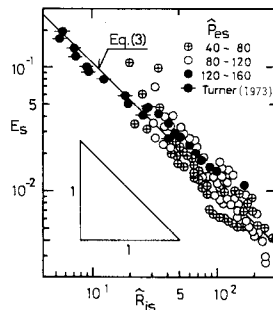


図-4 機械的擾乱が作用する場合の混合率とリチャードソン数の関係

実験結果を併記する。彼らの実験値では本研究と異なる混合層厚と相対密度差の定義を用いているため、本実験値より小さめの値を示すが、全体の傾向は両者で一致している。本実験値はペクレ数 $P_{ef} = u_f h_m / k_T$ をパラメータとして示されているが、 $P_{ef}$ に対する明確な傾向は特に認められない。なお上下端固定境界を有する対流層内での乱れ計測から水槽の幅が狭くなると(総熱輸送量に変化はないが)対流の水平構造が対流層の幅と高さに関するアスペクト比とともに変化するという報告がある<sup>8)</sup>。これによれば本実験はDeardorffらの実験とともにアスペクト比の影響を受ける範囲にある。対流構造の水平方向幾何形状と密度界面での鉛直混合量との相関については現在のところ明らかではないが図-5の実験結果(さまざまなアスペクト比のデータが含まれる)をみる限りにおいてはその影響はみられないようである。このことから密度界面での混合に対しては対流の水平幾何形状よりもむしろ総熱輸送量 $H_s$ および層厚 $h_m$ で代表される鉛直長さスケールが支配的要因であろうと予想される。しかし混合層内での物質輸送量に限っては上記の点が重要になると考えられる。

Deardorffらは $E_f \sim R_{if}$ 間の関数関係を明確には示していないが、本実験結果とも併せて考えると $E_f$ が $R_{if}^{-1}$ に比例するという関数形で近似できる。そこで本実験結果の最適合曲線を次式のようにおく。

$$E_f = C_2 R_{if}^{-1}, C_2 = 0.45 \dots \dots \dots (6)$$

(3) 複合因擾乱による混合量

混合層内では振動格子による乱れと熱対流運動が非線形的に干渉し合い複雑な運動を呈していると考えられる。密度界面に作用する乱れの特性格はこうした非線形過程を考慮したうえで評価すべきものであるが、本研究では混合量を表わし得る範囲で単純化された手法により複合因擾乱の代表量を求めることを目的として以下のように解析を行う。

前節までの議論からわかるように機械的擾乱が作用す

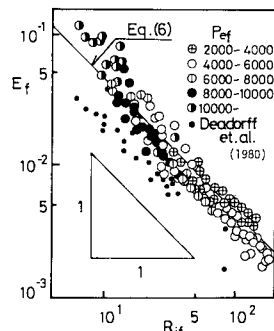


図-5 熱的擾乱が作用する場合の混合率とリチャードソン数の関係

る場合の代表長さは  $(h_m - d)$  であるのに対し、熱的擾乱に関しては  $h_m$  を用いている。このような代表長さのずれは、実験模型の構造上格子が底面より  $d$  だけ上方に設置されていることに原因している。しかし、現実の風応力による擾乱発生位置は水面にあり、これは実験における  $d=0$  の場合に相当する。したがって本来的には両擾乱を規定する支配量として  $h_m$  を選ぶことが妥当であるため、複合因擾乱の長さの代表量としては便宜上  $h_m$  を用いる。

速度の代表量については積分混合層模型<sup>7)</sup>と同じように、複合因擾乱のエネルギーフラックスが2種の擾乱のエネルギーフラックスの線形和から成ると考え、次式の形で定義する。

$$\sigma = (u_j^3 + \eta^3 u_s^3)^{1/3} \dots \dots \dots (7)$$

ここに、 $\sigma$  は複合因擾乱の代表速度、 $\eta$  は両擾乱速度間の換算係数である。

以上の長さと速度の代表量を用いて混合率  $E_o$  とリチャードソン数  $R_{io}$  を次式で定義する。

$$E_o \equiv (dh_m/dt)/\sigma, R_{io} \equiv \epsilon g h_m / \sigma^2 \dots \dots \dots (8)$$

次に(1)、(2)での結果を総合判断し、 $E_o$  と  $R_{io}$  について次のような関数形を想定する。

$$E_o = C_3 R_{io}^{\alpha} \dots \dots \dots (9)$$

ところで上式中の未定定数は  $u_j \rightarrow 0, u_s \rightarrow 0$  の両極限(すなわち機械的擾乱・熱的擾乱のいずれか一方のみが存在する場合)において、上式が式(3)と式(6)のおのおのに一致するように決定される必要がある。

前述のように代表長さとして  $h_m$  を用いている関係上、 $u_j \rightarrow 0$  の極限で式(9)が式(3)と同じ関数形になるように、まず  $\eta$  を次のように再定義し底面と擾乱原点とのずれ  $d$  に関する修正を行う。

$$\eta = \eta_0 h_m / (h_m - d)^{1/3} \dots \dots \dots (10)$$

前述のごとく実現象では  $d \rightarrow 0$  でありこのとき  $\eta = \eta_0$  となる。

次に  $u_s \rightarrow 0$  の極限において式(9)が式(6)に一致せねばならないことから

$$C_3 = C_2 = 0.45$$

が得られる。さらに実測の混合層発達速度を式(9)に代入して  $\eta_0$  の値を求める。図-6は  $\eta_0$  を時々刻々の擾乱の強度比  $u_j/u_s$  の関数として示したものである。同図中の実線は  $u_j \rightarrow 0$  の極限で式(9)が式(3)に一致するとして得られた値

$$\bar{\eta}_0 = (C_1/\beta C_2)^{1/3} = 2.9 \dots \dots \dots (11)$$

である。

$\eta_0$  は平均的には  $\bar{\eta}_0$  なる値をとる。 $\eta_0$  のばらつきの原因としては計測誤差のほか2つの擾乱の相互作用が存在する混合層内の乱れを式(7)のような表現でモデル化したこと等が考えられる。しかし  $\eta_0$  と  $u_j/u_s$  との顕著

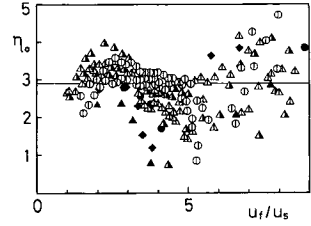


図-6 換算係数  $\eta_0$  と擾乱強度比  $u_j/u_s$  の関係

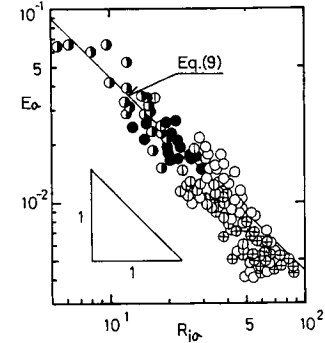


図-7 複合因擾乱の場合の混合率とリチャードソン数との関係

な相関がみられずまた各擾乱に関する成層安定度  $\hat{R}_{is}$ 、 $R_{is}$  と  $\eta_0$  の間にも有意な関数関係はみられなかった。ここでは  $\eta_0$  に関しこれ以上の実験的定式化を行わず上述のような簡単な仮定の範囲で混合量を定式化することを試みる。そこで  $\eta_0 = \bar{\eta}_0$  (一定) として  $R_{io}$  と  $E_o$  を算出する。図-7に両者の関係を示す(本論の図-6, 7は文献1)中の図-6, 7のデータのうち実験操作上の誤りがあった初期のケースについて同一条件のもとに再実験を行い修正を施して得られたものである)。図-7より複合因擾乱が作用した場合の混合速度は式(9)で表わされ、かつ式(10)中の換算係数を  $\eta_0 = \bar{\eta}_0$  で一定とおいて代表速度を定義し得ることが示された。

## 6. 混合層水理量の解析解

本節では混合率に関する実験式(9)を活用して混合層水理諸量の経時変化特性を解析的に示す。

### (1) 解の誘導

図-8の二層系の模式図を参考にして体積保存則と相對密度差保存則は次のようになる。

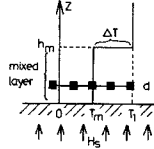
$$\frac{dh_m}{dt} = C_3 \frac{\sigma^3}{\epsilon g h_m} \dots \dots \dots (12)$$

$$\frac{d\epsilon}{dt} = -\frac{aH_s}{h_m} - \frac{dh_m}{dt} \frac{\epsilon}{h_m} \dots \dots \dots (13)$$

初期条件は次のようである。

$$t=0 \text{ で } h_m = h_{m0}, \epsilon = \epsilon_0 \dots \dots \dots (14)$$

まず  $h_{m0}$ ,  $\epsilon_0$ ,  $g$  を用いて各諸量を次のように無次元化



図—8 二層系での保存則の説明図

する。

$$\hat{h}_m = h_m/h_{m0}, \hat{\varepsilon} = \varepsilon/\varepsilon_0, \hat{t} = t\sqrt{\varepsilon_0 g/h_{m0}} \dots (15)$$

ここに、overhat は無次元諸量であることを意味する。式 (15) を用いて (12), (13) を書き改めると

$$\frac{d\hat{h}_m}{d\hat{t}} = C_3 \frac{\hat{\sigma}^3}{\hat{\varepsilon} \hat{h}_m} \dots (16)$$

$$\frac{d\hat{\varepsilon}}{d\hat{t}} = -\frac{\hat{u}_{r0}^3}{\hat{h}_m} - \frac{d\hat{h}_m}{d\hat{t}} \frac{\hat{\varepsilon}}{\hat{h}_m} \dots (17)$$

となる。ここで

$$\hat{\sigma} \equiv \sigma/\sqrt{\varepsilon_0 g h_{m0}}, \hat{u}_{r0} \equiv u_{r0}/\sqrt{\varepsilon_0 g h_{m0}}, u_{r0} \equiv (agH_0 h_{m0})^{1/3} \dots (18)$$

と定義している。また式 (14) の初期条件は

$$\hat{t} = 0 \text{ で } \hat{h}_m = \hat{\varepsilon} = 1 \dots (19)$$

となる。

式 (17) に  $\hat{h}_m$  を乗じ整理すると次式を得る。

$$\frac{d(\hat{\varepsilon} \hat{h}_m)}{d\hat{t}} = -\hat{u}_{r0}^3 \dots (20)$$

底面浮力フラックス  $agH_0$  が時間的に一定な場合には式 (20) の右辺が定数となる。式 (19) の初期条件のもとに積分すれば

$$\hat{\varepsilon} \hat{h}_m = 1 - \hat{u}_{r0}^3 \hat{t} \dots (21)$$

となる。式 (21) を式 (16) に代入して次式が得られる。

$$\frac{d\hat{h}_m}{d\hat{t}} = \frac{C_3 \hat{\sigma}^3}{1 - \hat{u}_{r0}^3 \hat{t}} \dots (22)$$

$\hat{\sigma}^3$  は式 (7) および式 (18) より

$$\hat{\sigma}^3 = \hat{u}_{r0}^3 \hat{h}_m + \eta_0^3 \hat{u}_{s0}^3 \hat{l}_{s0}^3 \hat{h}_m (\hat{h}_m - \lambda)^{-4} \dots (23)$$

である。ここで

$$\left. \begin{aligned} \hat{u}_{s0} &\equiv u_{s0}/\sqrt{\varepsilon_0 g h_{m0}}, u_{s0} \equiv fs, \\ \hat{l}_{s0} &\equiv l_{s0}/h_{m0}, l_{s0} \equiv c\sqrt{sM}, \\ \lambda &\equiv d/h_{m0} \end{aligned} \right\} \dots (24)$$

である。式 (23) を (22) に代入して次の方程式が得られる。

$$\frac{d\hat{h}_m}{\hat{u}_{r0}^3 \hat{h}_m + \eta_0^3 \hat{u}_{s0}^3 \hat{l}_{s0}^3 \hat{h}_m (\hat{h}_m - \lambda)^{-4}} = \frac{C_3 d\hat{t}}{1 - \hat{u}_{r0}^3 \hat{t}} \dots (25)$$

これを式 (19) の初期条件のもとに積分すると無次元混合層厚  $\hat{h}_m$  に関して次のような解が得られる。

$$G(\hat{h}_m, \hat{\varepsilon}, \lambda) = \ln(1 - R_{lr}^{R_0^{-3/2}} \hat{t})^{-C_3} \dots (26 \cdot a)$$

ここで

$$G(\hat{h}_m, \hat{\varepsilon}, \lambda) \equiv \frac{1}{\hat{\varepsilon}^4 + \lambda^4} \left[ \lambda^4 \ln \hat{h}_m + \frac{1}{4} \hat{\varepsilon}^4 \ln \frac{(\hat{h}_m - \lambda)^4 + \hat{\varepsilon}^4}{(1 - \lambda)^4 + \hat{\varepsilon}^4} \right]$$

$$\begin{aligned} &+ \frac{1}{2} \hat{\varepsilon}^2 \lambda^2 \tan^{-1} \left( \frac{\hat{\varepsilon}^2 (\hat{h}_m - \lambda)^2 - (1 - \lambda)^2}{\hat{\varepsilon}^4 + (\hat{h}_m - \lambda)^2 (1 - \lambda)^2} \right) \\ &- \frac{1}{4\sqrt{2}} \lambda \hat{\varepsilon} \left[ (\hat{\varepsilon}^2 - \lambda^2) \ln \left| \frac{(\hat{h}_m - \lambda)^2 - \sqrt{2} \hat{\varepsilon} (\hat{h}_m - \lambda) + \hat{\varepsilon}^2}{(\hat{h}_m - \lambda)^2 + \sqrt{2} \hat{\varepsilon} (\hat{h}_m - \lambda) + \hat{\varepsilon}^2} \right| \right. \\ &\left. \frac{(1 - \lambda)^2 + \sqrt{2} \hat{\varepsilon} (1 - \lambda) + \hat{\varepsilon}^2}{(1 - \lambda)^2 - \sqrt{2} \hat{\varepsilon} (1 - \lambda) + \hat{\varepsilon}^2} \right] + 2(\hat{\varepsilon}^2 + \lambda^2) \tan^{-1} \\ &\left( \frac{\sqrt{2} \hat{\varepsilon} [(\hat{h}_m - \lambda) \hat{\varepsilon}^2 - (1 - \lambda)^2] - (1 - \lambda) \hat{\varepsilon}^2 - (\hat{h}_m - \lambda)^2}{\hat{\varepsilon}^2 - (\hat{h}_m - \lambda)^2} \right) \dots (26 \cdot b) \end{aligned}$$

ここに

$$\hat{\xi} = \eta_0^{3/4} (R_{lr}^0/R_{is}^0)^{3/8} = (\eta_0 \hat{u}_{s0} \hat{l}_{s0} / \hat{u}_{r0})^{3/4} \dots (27)$$

は初期状態での機械的擾乱と熱的擾乱の強度比に相当する無次元パラメーターであり、混合過程を規定する重要な量となる。 $R_{lr}^0$  と  $R_{is}^0$  はおのおの初期状態での熱的擾乱と機械的擾乱に関するリチャードソン数であり次式で定義される。

$$R_{lr}^0 = \varepsilon_0 g h_{m0} / u_{r0}^2 = \hat{u}_{r0}^{-2} \dots (28)$$

$$R_{is}^0 = \varepsilon_0 g h_{m0} / (u_{s0} l_{s0} h_{m0})^2 = \hat{u}_{s0}^{-2} \hat{l}_{s0}^{-2} \dots (29)$$

なお、新たに

$$\tau_1 \equiv R_{lr}^{0-3/2} \hat{t} \dots (30)$$

なる無次元時間  $\tau_1$  を定義すれば以後の式展開が有利である。このとき、式 (26・a) は

$$G(\hat{h}_m, \hat{\varepsilon}, \lambda) = \ln(1 - \tau_1)^{-C_3} \dots (31 \cdot a)$$

または

$$\tau_1 = 1 - \exp \left[ -\frac{1}{C_3} G(\hat{h}_m, \hat{\varepsilon}, \lambda) \right] \dots (31 \cdot b)$$

となる。一方、相対密度差  $\hat{\varepsilon}$  の解は式 (21) と (31・b) から、

$$\hat{\varepsilon} = \hat{h}_m^{-1} \exp \left[ -\frac{1}{C_3} G(\hat{h}_m, \hat{\varepsilon}, \lambda) \right] \dots (32)$$

となる。

(a)  $\hat{\xi} \rightarrow \infty$  の漸近解 (機械的擾乱のみが存在する場合)

式 (26) の  $G(\hat{h}_m, \hat{\varepsilon}, \lambda)$  を  $(\hat{h}_m - \lambda)/\hat{\xi}$ ,  $(1 - \lambda)/\hat{\xi}$ ,  $(\hat{h}_m - \lambda)^2/\hat{\xi}^2$ ,  $(1 - \lambda)^2/\hat{\xi}^2$  に関して展開し、 $\hat{\xi} \rightarrow \infty$  なる極限操作を行って高次微少項を無視すれば、次のような漸近解が得られる。

$$\frac{1}{4} (\hat{h}_m^4 - 1) - \frac{4}{3} \lambda (\hat{h}_m^2 - 1) + 3\lambda^2 (\hat{h}_m - 1) - 4\lambda^3 (\hat{h}_m - 1) + \lambda^4 \ln \hat{h}_m = C_3 \tau_2 \dots (33)$$

ここで

$$\tau_2 \equiv \eta_0^3 R_{is}^{0-3/2} \hat{t}$$

は機械的擾乱のみが作用する場合の規準化時間である。

(b)  $\hat{\xi} \rightarrow 0$  の漸近解 (熱的擾乱のみが存在する場合)

式 (26) は次のようになる。

$$\hat{h}_m = (1 - \tau_1)^{-C_3} \dots (34)$$

式 (33), (34) は単一擾乱の場合について先に得られた解<sup>1)</sup>とおのおの一致する。

(2) 解の特性

実験値との比較に先立ち、混合層水理諸量の特徴を考察する。議論の一般化のために実際現象に相当する状況である  $\lambda=0$  の場合（すなわち両擾乱がともに底面上に位置する場合）について解析解を示す。この場合  $\hat{h}_m, \hat{\varepsilon}$  はともに時間の関数として得られ、次のように表わされる。

$$\hat{h}_m = (1 + \xi^4)(1 - \tau_1)^{-4C_3} - \xi^4)^{1/4} \dots\dots\dots (35)$$

$$\hat{\varepsilon} = (1 - \tau_1)((1 + \xi^4)(1 - \tau_1)^{-4C_3} - \xi^4)^{-1/4} \dots\dots\dots (36)$$

熱的擾乱に関するリチャードソン数は定義より

$$R_{Lr} = \varepsilon g h_m / u_s^2 = \hat{\varepsilon} \hat{h}_m^{1/3} R_{Lr}^0 \dots\dots\dots (37)$$

である。一方、機械的擾乱に関するリチャードソン数を新たに

$$R_{is} \equiv \varepsilon g h_m / u_s^2 = \hat{\varepsilon} \hat{h}_m^3 R_{is}^0 \dots\dots\dots (38)$$

と定義して 5. (1) で連行則を表示するのに使われた  $\hat{R}_{is}$  と区別する。なお、 $R_{is}$  と  $\hat{R}_{is}$  に本質的差異はなく、 $d = \lambda = 0$  のとき  $R_{is} = \hat{R}_{is} / \beta$  なる大きさ関係にある。

式 (35), (36) を (37), (38) に代入すると各リチャードソン数の経時変化は次のようになる。

$$R_{is} / R_{is}^0 = (1 - \tau_1)((1 + \xi^4)(1 - \tau_1)^{-4C_3} - \xi^4)^{1/2} \dots\dots\dots (39)$$

$$R_{Lr} / R_{Lr}^0 = (1 - \tau_1)((1 + \xi^4)(1 - \tau_1)^{-4C_3} - \xi^4)^{-1/6} \dots\dots\dots (40)$$

混合率  $E_\sigma$  は式 (9) より

$$E_\sigma = C_3(u_s^3 + \eta_0^3 u_s^3)^{2/3} / \varepsilon g h_m \\ = C_3 R_{Lr}^{-1} \left\{ \left( \frac{R_{Lr}}{R_{Lr}^0} \right)^{-3/2} + \xi^4 \left( \frac{R_{Lr}}{R_{Lr}^0} \right)^{-3/2} \right\}^{2/3} \dots\dots\dots (41)$$

となる。 $E_\sigma R_{Lr}^0$  という新たに規準化された混合率を考える。式 (41) に (39), (40) を代入して混合率の経時変化が次のように得られる。

$$E_\sigma R_{Lr}^0 = C_3(1 - \tau_1)^{-1} [(1 + \xi^4)(1 - \tau_1)^{-4C_3} - \xi^4]^{1/4} \\ + \xi^4 (1 + \xi^4)(1 - \tau_1)^{-4C_3} - \xi^4)^{-3/4}]^{2/3} \dots\dots\dots (42)$$

図-9 の (a)~(e) はおののお式 (35), (36), (39), (40), (41) で与えられる混合層水理諸量の走時曲線である。いずれも初期擾乱強度比  $\xi$  をパラメーターとして表示している。

図-9 (a) は無次元混合層厚  $\hat{h}_m$  の解である。4. で述べられたような経時変化特性をもつ混合層の発達が見られる。一点鎖線は  $\xi=0$  すなわち熱的擾乱のみが作用した場合の漸近解である式 (34) である。 $\xi$  の増加とともに混合層厚が増加する。図-9 (b) の相対密度差  $\hat{\varepsilon}$  ならびに図-9 (d) の熱的擾乱に関するリチャードソン

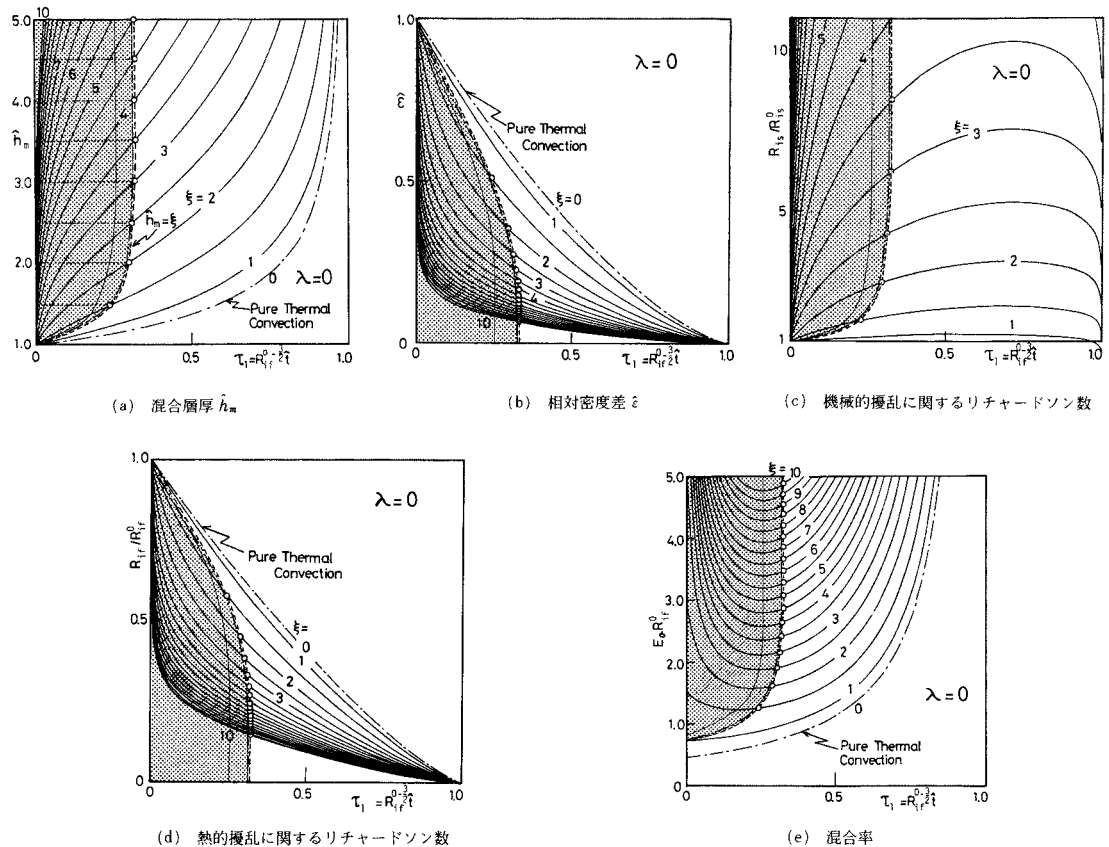


図-9 混合層水理諸量の経時変化特性

ン数  $R_{1f}/R_{1f}^0$  は時間とともに単調減少している。  $\tau_1=1$  においては  $\hat{\varepsilon}=0$  となり全層一様の混合状態になる。 機械的擾乱に関するリチャードソン数  $R_{1s}/R_{1s}^0$  は時間とともに増大するが  $\tau_1=1$  付近では  $\hat{\varepsilon}$  が 0 に漸近するため再び  $R_{1s}/R_{1s}^0$  が減少する。 図-9 (e) に示す混合率  $E_o R_{1f}^0$  は当初減少するが極小値を経て再び増大する。

2つの擾乱が混合に対して同じ貢献度をもつという場合の条件は、式 (23) の右辺2項を等置することによって次のように得られる。

$$\hat{h}_m^* = \xi + \lambda \dots \dots \dots (43)$$

以後 asterisk は両擾乱の混合への貢献度が均衡するときの諸量であることを意味する。 上式の  $\hat{h}_m^*$  を境にして  $\hat{h}_m \leq \hat{h}_m^*$  のとき鉛直混合に対し機械的擾乱の効果が卓越する領域、  $\hat{h}_m \geq \hat{h}_m^*$  のとき熱的擾乱が卓越する領域であるといえる。 図-9 (a)~(e) 中にこの領域区分を示す。 各図中、破線が  $\lambda=0$  のときの式 (43) で与えられる領域境界に相当し、これより左の陰の部分は機械的擾乱の卓越する領域に相当する。

次に  $d^2\hat{h}_m/d\hat{t}^2=0$ 、すなわち混合速度が極小値をとるときの条件は式 (35) より次のように求められる。

$$\left( \frac{1+C_3}{C_3} \cdot \frac{\hat{h}_m - \lambda}{3\hat{h}_m + \lambda} \right)^{1/4} (\hat{h}_m - \lambda) = \xi \dots \dots \dots (44)$$

これを図-9 (a)~(e) 中に二点鎖線で示す。 いずれの図においても破線で示される領域区分境界と上式で与えられる曲線とは近接している。 これより混合層厚の経時曲線に現われる変曲点が擾乱の卓越性に関する領域境界とおおむね一致することがわかる。 この点に関する実験の確認は後述する。

また混合率  $E_o$  の極小値は次式の条件のときに現われ

$$\left( \frac{2C_3+3}{2C_3} \cdot \frac{\hat{h}_m - \lambda}{3\hat{h}_m + \lambda} \right)^{1/4} (\hat{h}_m - \lambda) = \xi \dots \dots \dots (45)$$

ることが式 (42) から示され、混合速度の極小点と必ずしも一致しないことに留意を要する。 式 (45) の条件は図-9 の各図中に細線で示す。 以上を総合すると、時間的には、①混合率の極小点、②混合速度の極小点、③両擾乱の混合への貢献度が均衡する点、の順に現われ②と③は近接していることが明らかになった。

7. 実験値と解析値の比較

各実験ケースにおいて  $h_{m0}=9$  cm の混合層厚に達した時間を開始時間  $t=0$  において時間軸をそろえ、  $\lambda$  の値を  $\lambda=d/h_{m0}=3.9/9.0=0.433$  と固定して実験値と解析値との比較を行う。

図-10 は機械的擾乱のみが作用した場合の  $\hat{h}_m \sim \tau_2$  の関係を示したものである。 図中の実線は式 (33) で与えられる解析解である。 他の  $\lambda$  の場合の解析値を併記する。 実験条件の差異にかかわらず、混合層厚の走時曲線

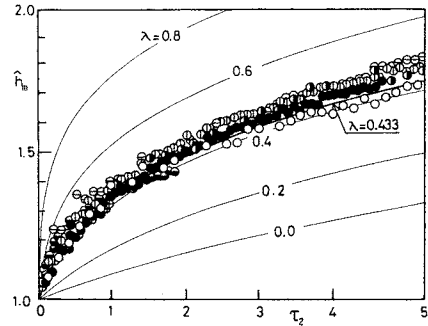


図-10 混合層厚の実験値と解析値の比較 (機械的擾乱の場合) が相似形で表わされ、無次元化と解析の有効性が確認される。

図-11 は複合因擾乱が作用する場合の無次元混合層厚  $\hat{h}_m$  と無次元時間  $\tau_1$  の関係を示したものである。  $\xi=0$  は熱的擾乱のみが作用する実験ケースに相当する。 図中の曲線群は式 (26) で与えられる解析解である。  $\xi$  が定まれば実験条件にかかわらず実験値が1つの相似曲線

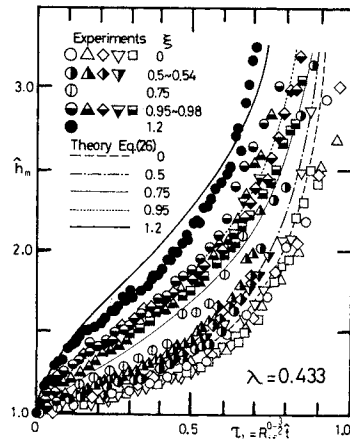


図-11 混合層厚の実験値と解析値の比較 (熱的擾乱および複合因擾乱の場合)

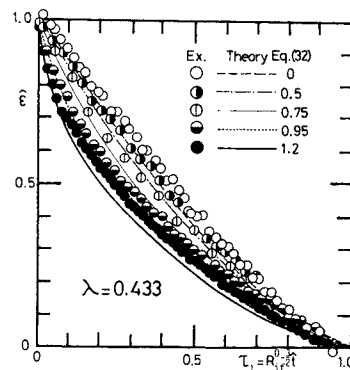


図-12 相対密度差の実験値と解析値の比較 (熱的擾乱および複合因擾乱の場合)



で表わされ、解析値ともよく一致することがわかる。

図-12は相対密度差  $\hat{\epsilon}$  を式 (32) とともに示したものである (ただし図が煩雑になるため  $\xi$  の各値ごとに1ケースずつ示している)。この場合も実験と解析とのよい一致がみられる。

図-10~12の結果より、本研究で示した時間と水理諸量の規準化を行えば、初期擾乱強度比  $\xi$  のみがパラメーターとなり、混合過程を普遍的に記述できることが示された。

次に極小混合速度が現われる条件に関し、式 (44) と実験値との比較・検討を行う。式 (44) から、混合速度が極小となるときの混合層厚さは  $\xi$  によって規定される。ここでは  $\xi$  の物理的意義の理解をより深めるため、モーニン・オブコフの安定度長に対応する特性長  $L$  を次式のように

$$L \equiv u_{s0}^3 / \alpha g H_s \dots\dots\dots (46)$$

定義し、これを用いて式(44)の条件を書き改める。式(46)中の  $u_{s0}$  を表面摩擦速度に置き換えれば  $L$  はモーニン・オブコフ長になる。無次元特性長  $\hat{L}$  は  $\xi$  と次の関係をもつ。

$$\hat{L} \equiv L / h_{m0} = \hat{u}_{s0}^3 / \hat{u}_{s0}^3 = \eta_0^{-3} \hat{l}_{s0}^{-3} \xi^4 \dots\dots\dots (47)$$

式 (47) を式 (44) に代入すると次式が得られる。

$$\hat{L} = \frac{1 + C_3}{C_3} \eta_0^{-3} \hat{l}_{s0}^{-3} \frac{(\hat{h}_m - \lambda)^5}{3\hat{h}_m + \lambda} \dots\dots\dots (48)$$

実験の混合層厚経時曲線より混合速度の極小値が現われるときの  $\hat{h}_m$  を求め、無次元特性長  $\hat{L}$  との関係を示したのが図-13である。図中の実線が式 (48) であり実験値とよく適合している。

一方、先に示した擾乱の卓越性に関する領域境界を表わす式 (43) 中の  $\xi$  を式 (47) の  $L$  の定義式を用いて特性長の形に書き換える。このとき、式 (43) は

$$\hat{L}_* = \eta_0^{-3} \hat{l}_{s0}^{-3} (\hat{h}_m^* - \lambda)^4 \dots\dots\dots (49)$$

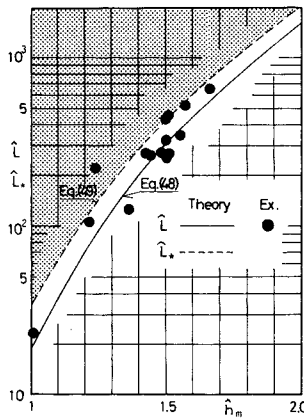


図-13 混合速度の極小値が現われるときの特性長  $\hat{L}$ 、 $\hat{L}_*$  と混合層厚  $\hat{h}_m$  の関係

となる。式 (49) を図-13中の破線で示す。 $\hat{L}_*$  は  $\hat{L}$  の実験値ならびに理論値より若干大きい値を示すがほぼ同様の傾向を示す。 $\hat{L}_*$  の定義から、同図の破線より上方の領域では機械的擾乱が、下方の領域では熱的擾乱が卓越する。同図の破線で示した領域境界は混合層厚経時曲線の変曲点 (実線と実験値) とおおむね対応することが実験的にも示された。なお  $\lambda=0.433$  の場合には両擾乱の均衡状態の方が若干小さい混合層厚で生じ、その後極小混合速度が現われる。

以上の検討から、安定成層の場合のみならず昼間の大気接地層や夜間、冬期の水温成層表水域において複合因擾乱が作用する場合においても、モーニン・オブコフ長さは躍層の挙動形態を支配する重要な物理指標であることが理解される。

### 8. 等混合率曲線

式 (9) では2つの擾乱因を合成したりチャードソン数  $R_{i\sigma}$  によって混合率  $E_\sigma$  が記述されているため、混合に及ぼすおのおのの擾乱の貢献度を定量的に知ることができない。そこで本節では  $E_\sigma$  と各擾乱に関するリチャードソン数  $R_{is}$ 、 $R_{i\sigma}$  の三者間の関係を統一的に図式化し、 $E_\sigma$  に対する  $R_{is}$  と  $R_{i\sigma}$  の寄与を明確に示す。議論を一般化するため、実際現象と対応する  $\lambda=0$  の場合を考える。

式 (9) と  $R_{is}$ 、 $R_{i\sigma}$  の定義より

$$E_\sigma = C_3 (R_{i\sigma}^{-3/2} + \eta_0^3 R_{is}^{-3/2})^{2/3} \dots\dots\dots (50)$$

となる。式 (50) の関係を  $(R_{is}, R_{i\sigma})$ 、 $(R_{i\sigma}, E_\sigma)$ 、 $(R_{is}, E_\sigma)$  の3空間上で示したものが図-14中の太い実線群である。同図の第2象限は  $R_{is}$  をパラメーターとした  $E_\sigma$  と  $R_{i\sigma}$  の関係を示す。 $R_{is} \rightarrow \infty$  の極限である漸近曲線 A は式 (6) に一致する。同様に第4象限は  $R_{i\sigma}$  をパラメーターとした  $E_\sigma$  と  $R_{is}$  の関係を示す。 $R_{i\sigma} \rightarrow \infty$

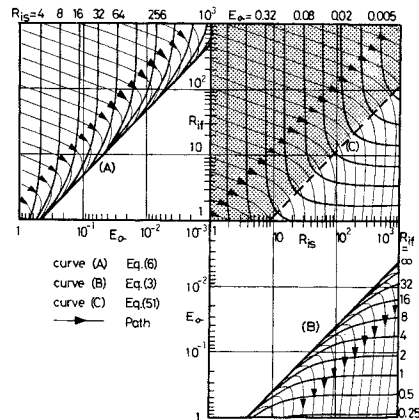


図-14 等混合率曲線

の極限である漸近曲線 B は式 (3) 中の  $\hat{R}_{is}$  を  $R_{is}$  で表現した関係に一致する。これら 2 つの象限の値を ( $R_{is}$ ,  $R_{lr}$ ) 平面上に投影したものが第 1 象限に示される等混合率曲線である。同象限の破線で示された曲線 C は両擾乱の貢献が均衡するときの  $R_{is}$  と  $R_{lr}$  の関係である。これは式 (50) 中の右辺の 2 項を等置することにより

$$R_{lr} = \eta_0^2 R_{is} \dots \dots \dots (51)$$

として求められる。式 (51) は前節までに示した領域区分境界にはかならず、式 (43) と等価である。図-14 中の陰の部分が機械的擾乱の卓越する領域に相当する。

図-14 中の矢印が付いた細線群は一定の熱フラックスが作用した場合の現象が進む経路と方向の例を表わしている。これらは式 (39), (40) および (42) から  $\xi$  をパラメーターとして算定されたものである。

実水域においても、摩擦速度  $u_*$  と格子位置での速度の代表量  $u_{so}$  間の相互換算を行い、気象観測から  $R_{lr}$ ,  $R_{is}$  に相当する量を算定して図-14 と同様の図を描けば、躍層低下に対しいずれの擾乱がどの程度効果的であり混合量がどうであるのかさらには混合現象がおよそどのように進行するのかが知ることができよう。

## 9. 結 論

風の応力と熱対流によって誘起される閉鎖水温成層水域での鉛直混合過程を実験的に解明するため、各擾乱を振動格子と加熱底板で模擬した実験模型を作製し、混合量の評価を行った。

本研究で得られた主要な結論を以下に示す。

(1) 熱的擾乱が作用する場合の混合率はリチャードソン数の -1 乗にほぼ比例する。

(2) 複合因擾乱による混合量の定量評価を行うために、速度の代表量を各擾乱の代表速度の立方線形和によって定義し、2 種の擾乱速度間の換算係数を求めた。これを用いて混合量を整理し、混合率がリチャードソン数の -1 乗に比例することが示された。

(3) 混合量に関する実験結果をもとにして混合層水理諸量の経時変化に関する解析値を得た。本解析で用いた無次元化を行えば混合層水理量の経時変化曲線が初期擾乱強度比  $\xi$  のみの関数として表わされる。解析値は実験値とよく一致する。同一の  $\xi$  をもつ実験ケースについては混合層の経時変化が 1 つの相似曲線で表わされる。

(4) 混合に対して機械的擾乱が卓越する領域と熱的擾乱が卓越する領域の区分を示した。また時間的には、①混合率の極小点、②混合速度の極小点、③両擾乱の混

合への貢献度が均衡する点、の順に現われる。

(5) ( $R_{is}$ ,  $R_{lr}$ ) 平面上の等混合率曲線によって 2 つの擾乱の混合への貢献度と混合率の関係が明確に示された。また解析より得られる現象の進行経路を同平面上に表示した。

なお、本研究で対象とした振動格子乱流場と実際の吹送流場<sup>9)</sup>には前述したように定性的な乱流構造の類似性はあるが、後者には(閉水域でも)平均流が存在し(平均流量は 0 である)また造波作用がある点で大きな違いがある。さらに吹き寄せが完了するまでは海域と同じく閉水域においても躍層面でのせん断効果が存在することは事実である。したがって本研究の工学的応用性を高めるためには乱流輸送機構に関する振動格子場と吹送流場の相互関係や水面の存在による影響、吹送過程と成層場固有の慣性との関係等を明らかにする必要がある。

本研究を遂行するにあたり、実験装置の製作、実験データの整理に協力頂いた山辺建二氏(当時大阪大学大学院生、現建設技術研究所勤務)に謝意を表する。

## 参 考 文 献

- 1) 室田・道奥：機械的擾乱・熱的擾乱が共存した密度成層場での鉛直混合に関する研究、第 29 回水理講演会論文集、pp. 407~412, 1985.
- 2) Hopfinger, E. J. and Toly, J. A. : Spatially decaying turbulence and its relation to mixing across density interfaces, *J. Fluid Mech.*, Vol. 78, pp. 155~175, 1976.
- 3) Thompson, S. M. and Turner, J. S. : Mixing across an interface due to turbulence generated by an oscillating grid, *J. Fluid Mech.*, Vol. 67, pp. 349~368, 1975.
- 4) Turner, J. S. : The influence of molecular diffusivity on turbulent entrainment across a density interface, *J. Fluid Mech.*, Vol. 33, pp. 639~659, 1968.
- 5) Turner, J. S. : *Buoyancy effects in fluids*, Cambridge University Press, 1973.
- 6) Deardorff, J. W., Willis, G. E. and Stockton, B. H. : Laboratory studies of the entrainment zone of a convectively mixed layer, *J. Fluid Mech.*, Vol. 100, pp. 41~64, 1980.
- 7) (たとえば) Denman, K. L. : A time-dependent model of the upper ocean, *J. Phys. Oceanogr.*, Vol. 3, pp. 173~184, 1973.
- 8) Fitzjarrald, D. E. : An experimental study of turbulent convection in air, *J. Fluid Mech.*, Vol. 73, pp. 693~719, 1976.
- 9) (たとえば) Kranenberg, C. : Wind-induced entrainment in a stably stratified fluid, *J. Fluid Mech.*, Vol. 145, pp. 253~273, 1984.

(1985. 5. 17・受付)