

掃流から浮遊への遷移機構に関する基礎的研究

STUDY ON TRANSITION MECHANISM FROM BED LOAD MOTION TO SUSPENSION

辻本 哲郎*・中川 博次**

By Tetsuro TSUJIMOTO and Hiroji NAKAGAWA

In order to make a physical model of bed material load transport process including both bed load and suspended sediment, it is important to investigate the mechanism of transition from bed load motion to suspension. In this paper, based on clearer definitions of bed load motion and suspension, a physical model of transition from saltation as deterministic motion into suspension as random motion is proposed, and it is inspected by film analysis of behaviors of polystyren particles in open channel flows. Furthermore, based on the present model for transition from saltation to suspension, the so-called reference concentration of suspended load, total load transport rate, and the ratio of suspended load to total load are deduced to demonstrate the utility of the present model.

1. 序 論

一般に流砂は掃流砂と浮遊砂とを区別して扱うが、従来は単に運動領域を想定して画一的に区分しているだけで、必ずしもそれぞれの定義が明確でない。流砂機構の研究も、両者が別々に全く独立に存在している場を想定して展開しているため、両者が混在する条件で両者がどのように相互作用を及ぼし合っているかについてはほとんど関心が払われなかった。そのため、浮遊砂の基準面濃度の評価にあたっては掃流運動についての情報を必ずしも合理的に取り込むまでには至らなかった。

著者らは、bed material loadの運動を次のように考えている。河床材料粒子が局所的・瞬間的に強い流体力の作用を受けて河床から離脱し(初期移動)、小跳躍(転動、滑動も包括表現する)を繰り返す(掃流運動)ことになるが、その途中で流れの変動(乱れ)に取り込まれ(掃流から浮遊への遷移)、あたかも乱れに追従するかのようランダム運動(浮遊砂としての挙動)を呈するに至るものもある(Fig. 1参照)。浮遊砂がランダム運動と

して扱われるのに対し、掃流運動は床面との衝突・反発によって不規則性がもたらされるものの、個々の跳躍運動(saltation)中はその軌跡がほぼ平均流体力に対し運動方程式で記述されるような確定論的挙動¹⁾をする。すなわち、確定論的な運動方程式で記述される軌跡から、衝突などが生じていないにもかかわらず(水流の乱れの作用で)軌跡が急激に偏倚し、以後それまでの軌跡と全く独立なランダム運動に近い状況を呈することが掃流砂から浮遊砂への遷移であると想定できる。本研究ではこうした考えから遷移機構をモデル化する⁽¹⁾一方、ポリスチレン粒子を用いてビデオ画像解析による実験的考察

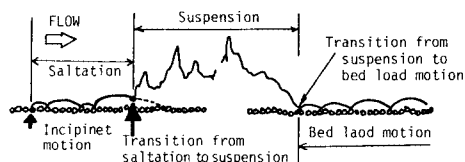


Fig. 1 Illustration of bed material load transport process.

注1) 遷移機構のモデル化の基本的考え方はすでに第29回水理講演会論文集²⁾で発表しているが、本論文ではポリスチレン粒子を用いた実験によってモデルを検証するとともに、モデルに含まれる遷移基準にかかわるパラメータの評価を行い、さらにモデルに基づいた考察を拡充している。

* 正会員 工博 金沢大学助教授 工学部土木建設工学科
(〒920 金沢市小立野 2-40-20)

** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学科
(〒606 京都市左京区吉田本町)

とモデルの一部の検証を行い、さらに、このモデルを応用して従来浮遊砂量算定に不可欠であったいわゆる基準面濃度の評価、浮遊砂量、総流砂量の推定を行い、さらに総流砂に占める浮遊砂の割合から平均的様相としての掃流から浮遊への遷移限界についても言及する。

2. bed material load 流送モデルに占める掃流から浮遊への遷移機構の意義

saltation の確定論的な軌跡を呈して運動しているものを掃流砂、それから異常に逸脱してランダム運動を呈するものを浮遊砂とすると、一般に bed material load の流送においては、ある粒子が掃流砂として運ばれるときもあれば浮遊砂として流送されるときもある。したがって両者の相互作用である「遷移」をうまくモデル化できるかどうかは bed material load 流送モデルの成否にかかわる。

いま浮遊砂といえども河床からの離脱は掃流砂と共通で、ひとまず saltation 運動に入り、saltation 運動によって(平均的流体力と河床での反発により)河床から高さ y_B まで持ち上げられた後、乱れの作用により浮遊に遷移する機会を迎えると考える。 $y = y_B$ で浮遊砂に遷移した砂はそこを出発点とするランダム過程としてたとえば確率モデルによって追跡され、出発点の高さの条件付きでの浮遊粒子の鉛直方向存在確率密度 $f_s(y|y_B)$ が求められる($y = y_B$ を出発した後、 $y = 0$ (河床) に到達するといわゆる 'rest period' の状態あるいは掃流砂としての性質を示すことになる)。浮遊砂の出発点がすべて $y = y_B$ であるとしたときの浮遊砂濃度分布 $C_s(y|y_B)$ は、出発点での濃度がその位置での掃流砂濃度 $C_b(y_B)$ に比例しているとして、次のように表わされる。

$$C_s(y|y_B) = p_T(y_B) C_b(y_B) \cdot \hat{f}_s(y|y_B) \dots \dots \dots (1)$$

ただし、

$$\hat{f}_s(y|y_B) \equiv f_s(y|y_B) / f_s(y_B|y_B) \dots \dots \dots (2)$$

$$p_T(y_B) \equiv C_s(y_B|y_B) / C_b(y_B) \dots \dots \dots (3)$$

で、この $p_T(y_B)$ が $y = y_B$ において掃流砂が浮遊砂へ遷移する確率とみなせる。ところで、 $y = y_B$ までは掃流砂として、すなわち saltation 運動によって持ち上げられ、これによって $y = y_B$ に粒子が浮遊へ遷移する機会を待ちながら存在する確率密度は、掃流粒子の存在高さの確率密度 $f_b(y_B)$ としてすでに著者らによる不規則連続跳躍 (irregular successive saltation) のモデルに基づき数値模擬を利用してその特性が知られている¹⁾。この $f_b(y_B)$ を用いると、初期存在高さの条件を開放した浮遊砂の濃度分布は次式によって与えられる。

$$C_s(y) = \int_0^h C_s(y|y_B) \cdot \gamma_T(y_B) \cdot f_b(y_B) dy_B \dots \dots \dots (4)$$

ここに、 h : 水深、 $\gamma_T(y_B)$ は出発点による浮遊継続時間

の相違による重みで、

$$\gamma_T(y_B) = \frac{E[T_R|y_B]}{\int_0^h E[T_R|y_B] \cdot f_b(y_B) dy_B} \dots \dots \dots (5)$$

で与えられる。ただし $E[T_R|y_B]$ は出発点の高さの条件付きでの浮遊継続時間の期待値である^(注2)。また、掃流砂濃度 $C_b(y)$ は河床単位面積当たりの掃流運動砂粒数を ν_b とすると、次のように $f_b(y)$ と関係づけられる。

$$C_b(y_B) = \nu_b A_3 d^3 \cdot f_b(y_B) \dots \dots \dots (6)$$

ただし、 A_3 : 砂の3次元形状係数、 d : 砂粒径である。式(1)、(6)を式(4)に代入すると、

$$C_s(y) = \nu_b A_3 d^3 \int_0^h p_T(y_B) \gamma_T(y_B) \hat{f}_s(y|y_B) |f_b(y_B)|^2 dy_B \dots \dots \dots (7)$$

となる。すなわち、浮遊砂濃度分布は、(i) 掃流砂運動の解析(たとえば不規則連続跳躍モデル¹⁾)によって与えられる $\nu_b, f_b(y_B)$; (ii) たとえばランダム運動の確率過程論的手法による追跡によって知られる $\hat{f}_s(y|y_B), \gamma_T(y_B)$; さらに (iii) 掃流運動中の粒子が浮遊状態に遷移する確率 $p_T(y_B)$ から構成されている。本論文ではこれまで上述のような認識に基づいて研究されることがほとんどなかった (iii) に注目している。

3. saltation 粒子の浮遊への遷移機構

本論文では掃流運動を確定論的な運動方程式によって記述されるもの、浮遊状態を乱れに追従したランダムなものとして定義している。したがって「遷移」を saltation としての確定論的運動軌跡からの「異常な逸脱(偏倚)」と定義できよう。ここではこうした定義に基づいて遷移事象のモデル化を試みる。

いま主流方向についての力関係を上記目的から近似的に省略できるとし、鉛直方向のみに着目することとする。鉛直方向の粒子速度を v_v 、作用する流速の鉛直方向変動成分を v' とすると、粒子の運動方程式は次のように書ける。

$$\rho \left(\frac{\sigma}{\rho} + C_M \right) A_3 d^3 \frac{dv_v}{dt} = \frac{1}{2} C_b \rho |v' - v_v| (v' - v_v) A_2 d^2 - \rho \left(\frac{\sigma}{\rho} - 1 \right) A_3 g d^3 \dots \dots \dots (8)$$

ここに、 ρ : 流体の密度、 σ : 砂の密度、 C_M : 付加質量係数、 C_b : 抗力係数、 g : 重力加速度、 A_2 : 砂の2次元形状係数である。

乱れ速度 v' の作用持続時間を Δt (粒子応答に有効な時間スケール) とすると、この間の粒子の saltation

注2) $E[T_R|y_B]$ は近似的に次式で与えられよう。

$$E[T_R|y_B] \approx \frac{1}{w_b} \int_0^h y \hat{f}_s(y|y_B) dy \int_0^h \hat{f}_s(y|y_B) dy$$

運動としての軌跡 (v' を無視した式 (8) で記述される) からの乱れによる鉛直方向偏倚量は,

$$\xi_* \equiv \xi/d$$

$$= K_\xi | \omega - v_* | (\omega - v_*) + | v_* | v_* \dots \dots \dots (9)$$

と近似される。ただし,

$$K_\xi \equiv \frac{C_D A_2}{4 A_3 (\sigma/\rho + C_w)} \left(\frac{h}{d} \right)^2 \cdot \left(\frac{u_* \Delta t}{h} \right)^2 \dots \dots \dots (10)$$

また, $\omega \equiv v'/u_*$, $v_* \equiv v_0/u_*$, u_* : 摩擦速度である。
Fig. 2 に $\xi_* \sim \omega$ 関係を v_* をパラメーターとして示してある。ここで, saltation 運動から浮遊への遷移を Δt 時間中の粒子軌跡の偏倚量 $|\xi|$ がある基準値 ξ_c 以上であるとき生じるものとする。すなわち $|\xi| < \xi_c$ ならその偏倚は単なる「ゆらぎ」にすぎない, すなわち平均的に saltation 軌跡は保持されたり, saltation 軌跡への復元力が働くものとする。この仮説については今後粒子運動の力学から検討すべきである。

いま河床から高さ y の位置を考えると, 乱れ速度は確率変数であるし, 粒子速度もスケールが分布した saltation の集合からの標本として出現するという意味で確率変数である。saltation のスケールはその鉛直方向初

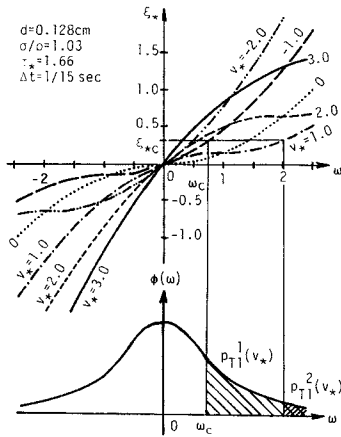


Fig. 2 The relation between ξ_* and ω .

Table 1 Four aspects of transition from saltation to suspension.

| saltation 運動 偏倚の方向 | 上昇時 (k=1) | 下降時 (k=2) |
|-----------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 上向き (j=1) | $\omega_{c1}^1 = v_* [1 + \sqrt{\xi_{*c}/K_\xi v_*^2 - 1}]$ $p_{T1}^1 = \text{prob}[\omega > \omega_{c1}^1]$ | $\omega_{c1}^2 = v_* [1 - \sqrt{\xi_{*c}/K_\xi v_*^2 - 1}]$ $p_{T1}^2 = \text{prob}[\omega > \omega_{c1}^2]$ |
| 下向き (j=2) | $\omega_{c2}^1 = v_* [1 - \sqrt{1 + \xi_{*c}/K_\xi v_*^2}]$ $p_{T2}^1 = \text{prob}[\omega < \omega_{c2}^1]$ | $\omega_{c2}^2 = v_* [1 + \sqrt{1 + \xi_{*c}/K_\xi v_*^2}]$ $p_{T2}^2 = \text{prob}[\omega < \omega_{c2}^2]$ |

速度 (主として床面との反発時の上向き速度¹⁾) v_0 の分布に依存している¹⁾。もし, v_* が確定したときの遷移確率を考えるなら, それは ω の分布によって決まることは **Fig. 2** より容易にわかる。

さて遷移の「相」として, 次の4つが考えられ, それぞれの「相」の遷移が生じる ω の限界値 ω_{cj} およびその場合の遷移確率 p_{Tj}^k は次のようである (Table 1 参照)。

(i) saltation 運動の上昇時に上向きに遷移する場合:

$$\omega_{c1}^1 = v_* [1 + \sqrt{\xi_{*c}/K_\xi v_*^2 - 1}]$$

$$p_{T1}^1 = \text{prob}[\omega > \omega_{c1}^1] \dots \dots \dots (11)$$

(ii) saltation 運動の上昇時に下向きに遷移する場合:

$$\omega_{c2}^1 = v_* [1 - \sqrt{1 + \xi_{*c}/K_\xi v_*^2}]$$

$$p_{T2}^1 = \text{prob}[\omega < \omega_{c2}^1] \dots \dots \dots (12)$$

(iii) saltation 運動の下降時に上向きに遷移する場合:

$$\omega_{c1}^2 = v_* [1 - \sqrt{1 + \xi_{*c}/K_\xi v_*^2}]$$

$$p_{T1}^2 = \text{prob}[\omega > \omega_{c1}^2] \dots \dots \dots (13)$$

(iv) saltation 運動の下降時に下向きに遷移する場合:

$$\omega_{c2}^2 = v_* [1 + \sqrt{-1 + \xi_{*c}/K_\xi v_*^2}]$$

$$p_{T2}^2 = \text{prob}[\omega < \omega_{c2}^2] \dots \dots \dots (14)$$

清水流の実験によると, v' の変動はほぼ正規分布で表わされ, $\omega \equiv v'/u_*$ の標準偏差 ($\sigma_\omega \equiv \sqrt{v'^2}/u_*$: いわゆる無次元乱れ強度) の水深方向変化は, 河床にごく近いところを除けば次式によってほぼ普遍表示される³⁾。

$$\sigma_\omega(\eta) = D_2 \exp(-\lambda_2 \eta) \dots \dots \dots (15)$$

ただし $\eta \equiv y/h$ で, $D_2 = 1.27$, $\lambda_2 = 1.0$ が適当である³⁾。なお河床近傍 ($y < y_0$) では, 実測値³⁾ を参考に乱れの減衰を次式のように考慮した。

$$\sigma_\omega(y^+) = D_2 \exp(-\lambda_2 y_0^+ / \bar{R}_{e*}) [1 - (y^+ / y_0^+ - 1)^2]$$

$$(y^+ < y_0^+) \dots \dots \dots (16)$$

ただし, $y^+ \equiv y u_* / \nu$, $\bar{R}_{e*} \equiv u_* h / \nu$, ν : 動粘性係数であり, $y_0^+ = 50$ とした。

$\omega_* \equiv \omega / \sigma_\omega$ とし, また標準正規分布の分布関数を $\Phi(\omega_*)$ と書くと,

$$p_{Tj}^k = 1 - \Phi(|\omega_{cj}^k|) \dots \dots \dots (17)$$

のように各遷移相別の遷移確率が求められる。

ところで, ω_c は v_0 の関数で, saltation のスケールを決める初速度 v_0 が与えられれば v_0 は y の関数として特定されるので, ω_c が y の関数として書ける。すなわちこのとき, saltation の初速度 v_0 の条件付きでの相別遷移確率の鉛直方向変化 $p_{Tj}^k(y|v_0)$ が式 (17) によって与えられる。相の条件は,

$$p_T(y|v_0) = \sum_{k=1}^2 \left\{ \sum_{j=1}^2 p_{Tj}^k(y|v_0) \right\} / 2 \dots \dots \dots (18)$$

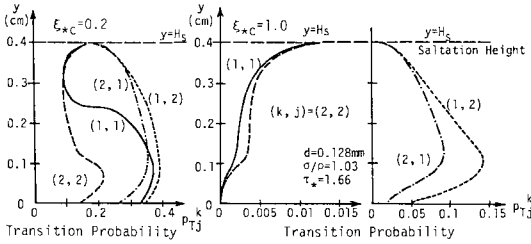


Fig. 3 Transition probability for each aspect of transition.

によって開放され、さらに $|v_0|$ の確率密度関数 $g_0(v_0)$ が知られると、saltation を特定する条件をも開放でき、次のように $p_T(y)$ を求めることができる。

$$p_T(y) = \frac{\int_{v_{0c}(y)}^{\infty} p_T(y|v_0)g_0(v_0)dv_0}{\int_{v_{0c}(y)}^{\infty} g_0(v_0)dv_0} \dots\dots\dots(19)$$

ただし、 $v_{0c}(y)$ は saltation の高さが y 以上となる限界初速度で、saltation の運動方程式によって容易に決まる¹⁾。

Fig. 3 は $p_T^k(y|v_0)$ の計算例である。 $d = 0.128$ cm, $\sigma/\rho = 1.03$ のポリスチレン粒子について、 I (エネルギー勾配) $= 1/400$, $h = 15$ cm の場合を対象とし、 $\Delta t = 1/15$ 秒として、 $\xi_{*c} = 0.2, 1.0$ の 2 通りに変えて比較したもので、 $\Delta t, \xi_{*c}$ のとり方が平均遷移確率、遷移確率の鉛直方向分布性状、遷移相の卓越のし方に大きく影響していることがわかる。すなわち、遷移基準である $\xi_{*c}, \Delta t$ の決め方が重要ということになり、次章ではポリスチレン粒子の挙動のビデオ画像解析によりその検討を行う。

4. saltation 粒子の浮遊への遷移基準に関する実験的考察

前章において saltation から浮遊へ遷移する様相をモデル化した。モデルに含まれる 2 つのパラメーター、 ξ_{*c} と Δt の評価が、そのモデルによって求められるべき遷移確率に大きな影響を与えること、今回提案したモデルの性格上そのモデルに基づいた議論によってこれらを評価することができないことから、これらの検討のための実験を工夫した。すなわち、比較的遅い流速でも掃流から浮遊への遷移が生じ、また粒子径も大きく挙動の観察の容易なポリスチレン粒子 ($d = 0.128$ cm, $\sigma/\rho = 1.03$, $w_0 = 1.79$ cm/s : 沈降速度) を用い、ビデオ画像解析により遷移の様子を詳しく観察した。

実験水路は長さ 8.0 m, 幅 30 cm のアクリル製 (路床勾配を 1/500 に設定) で、水路床には実験に用いたのと同じポリスチレン粒子を密に貼り付けた粗面としてある。実験は等流に近い状態で行われ、その実験条件は $\tau_* = 1.4 \sim 2.6$, $R_{e*} = 76 \sim 101$, $w_0/u_* = 0.57 \sim 0.77$ ($\tau_* \equiv u_*^2/(\sigma/\rho - 1)gd$; $R_{e*} \equiv u_*d/\nu$) である。ビデオ撮影は

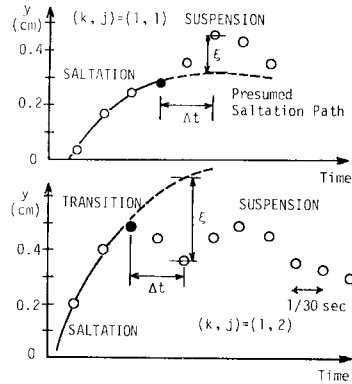


Fig. 4 Samples of trajectories of particles.

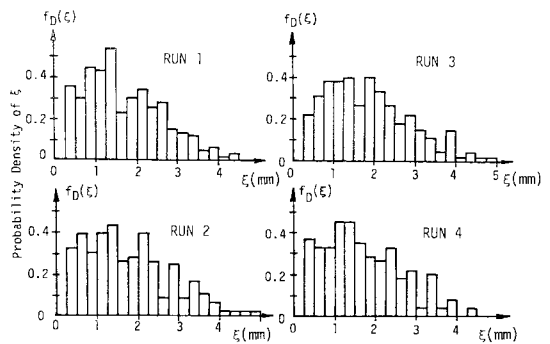


Fig. 5 Distribution of shift of particle's position from its inherent saltation path.

側方からロータリーシャッターカメラを用いて行い、ビデオポジションアナライザーにより 1/30 秒刻みで粒子位置を読み取った。その例が Fig. 4 に示される。図中の曲線が想定される saltation 軌跡で、図の●印が遷移直前の粒子位置を示す。ビデオの 1 コマが 1/30 秒であるので、図中の Δt は 1/15 秒としており、 Δt 間の偏倚量 ξ が図に示すようにして求められた。このようにして遷移の生じた例を抽出し、 ξ の分布を調べたものが Fig. 5 であり、 $\xi_* = 0.2$ 程度が最小値となっている。これより $\xi_* \approx 0.2$ との類推を得る。ただし $\xi_* = 0.2 \sim 0.8$ 程度ではこうした偏倚が遷移と確定論的に結びつくわけではなく、今後こうした様相へも確率論的配慮が必要となるかもしれない。

次にビデオ記録より概略的な平均遷移確率を求め、これとモデルに基づいて理論的に計算される高さ方向の条件を開放した遷移確率 \bar{p}_T ($\Delta t = 1/15$ 秒とし、 ξ_{*c} をパラメーターとした) とを比較した結果、Fig. 6 のように $\xi_{*c} = 0.2$ の妥当性が確認された。モデルによると、掃流力が一定のときの \bar{p}_T は ξ_{*c} と Δt の関数となる。Fig. 7 は τ_* が一定のときの $\bar{p}_T \sim \xi_{*c}$ 関係を Δt をパラメーターとして描いたもので、実験結果 ($\bar{p}_T \approx 0.4$) を

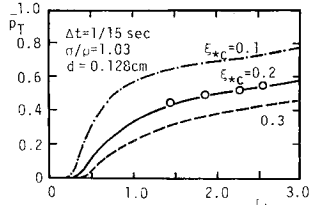


Fig. 6 Averaged transition probability.

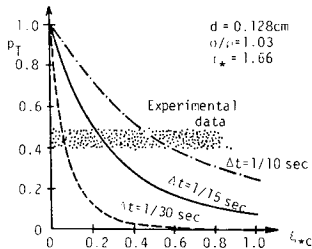


Fig. 7 The relation between \bar{p}_T and ξ_{*c} with parameter Δt .

説明する (ξ_{*c} , Δt) の組合せはいくらでも決まる。しかしながら前章で述べたように、あるいは Fig. 3 に示されるように p_{1j}^* は ξ_{*c} の選び方に敏感である。すなわち、遷移相別の情報により ξ_{*c} の選定のし方の適否が判断されると思われる。今回の実験では計測の便宜上、粒子数密度を極端に少なくしており、そのため特に saltation の下降時の挙動については十分な資料が得られず、各遷移相の卓越度を定量的に評価することはできなかったが、上昇時についていえば上向き遷移 ($k=1, j=1$) と下向き遷移 ($k=1, j=2$) の抽出データ個数が comparable であったことを Fig. 3 と併せて考慮すると、 $\xi_{*c} = 0.2$ 程度がほぼ妥当といえる。

以上より、本実験条件に対して $\xi_{*c} = 0.2$, $\Delta t = 1/15$ 秒とすることはほぼ妥当と判断される。さらに次元解析的考察により、遷移事象に有意な時間スケール Δt の相似規準として、

$$\pi_1 = \Delta t \sqrt{(\sigma/\rho - 1)g/d} \dots\dots\dots(20)$$

を考える^(注3)と、今回の実験より $\pi_1 = 1.01$ が得られた。この規準を用いることによりポリスチレン粒子で実験的に検討された事項を自然砂の場合へと拡張適用できるものとする。

なお、Fig. 8 には、実測によって得られた掃流から浮遊への遷移高さの分布が、本論文で提案された遷移モデルから理論的に計算されたものと比較されている。遷移

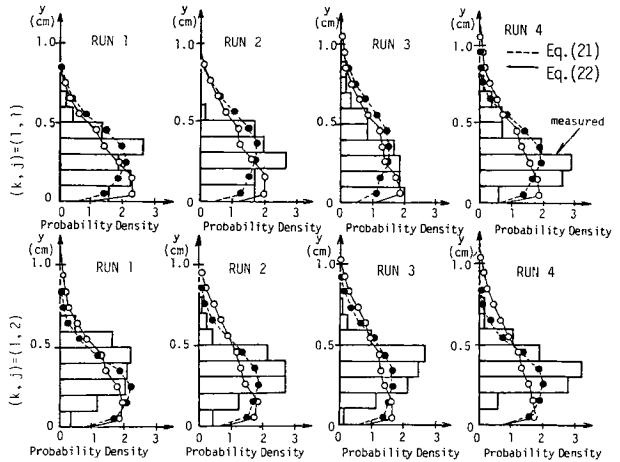


Fig. 8 Probability density of transition height for suspension.

高さの分布の密度関数 $f_T(y)$ は、 $p_T(y)$ と $f_B(y)$ より、

$$f_T(y) = \frac{p_T(y)f_B(y)}{\int_0^h p_T(y)f_B(y)dy} \dots\dots\dots(21)$$

によって、あるいは、saltation 高さ H_s の条件付きでの遷移確率 $p_T(y|H_s)$ と H_s の確率密度分布 $f_H(H_s)$ ($g_0(v_0)$ より容易に換算できる¹⁾) より、

$$f_T(y) = \frac{\int_0^h p_T(y|H_s)f_H(H_s)T_s(H_s)dH_s}{\int_0^h \int_0^h p_T(y|H_s)f_H(H_s)T_s(H_s)dH_s dy} \dots\dots(22)$$

によって与えられる。ここに T_s は saltation period である。著者らの不規則連続跳躍モデルによる数値模擬により知られた $f_B(y)$ を用いて式 (21) によって計算された $f_T(y)$ が Fig. 8 中の破線、実測された $f_H(H_s)$ を用いて式 (22) によって計算された $f_T(y)$ が実線で示され、遷移相別といった厳しい条件にもかかわらず比較的良好に現象が説明されていることから、今回提案されたモデルに基づく $p_T(y)$ の評価がほぼ妥当であったことが傍証されたと考える。

5. 掃流から浮遊への遷移モデルに基づく流砂量の検討

本章では本論文で提案された掃流から浮遊への遷移モデルを流砂量の推定の問題に適用する。

まず、簡単のため掃流砂量は次式のようにスイス公式⁴⁾の型式で与えられるものとする。

$$q_{B*} = q_B / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3} = 8(\tau_* - \tau_{*c})^{3/2} \dots\dots\dots(23)$$

ただし、 τ_{*c} は無次元限界掃流力で、ここでは岩垣式⁵⁾によって与えられるものとする。掃流砂粒の流下方向の平均運動速度 \bar{u}_g が、掃流砂の平均存在高さ $E[y]$ ($= \int_0^h y f_B(y) dy$) での流速で与えられるとすると、

注3) 粒子運動の時間スケールとして、乱れの Lagrange 的時間スケールも考えられるが、ポリスチレン粒子、自然砂についての実験資料の検討より、式 (20) の相似規準がより適切であると判断された。浮遊運動をランダム酔歩とみなすときの時間スケールはむしろ乱れの Lagrange 的時間スケールが適当なようである。

$$\phi_* \equiv \frac{\bar{u}_g}{u_*} = \frac{1}{\kappa} \ln 30.1 \phi_* \lambda \dots\dots\dots (24)$$

で、ここに κ : Kármán 定数, $\phi_* \equiv E[y]/d$, λ : 水路床の水理学的粗滑状態による補正係数で, R_{e*} の関数である. $q_B = \nu_g \cdot A_3 d^3 \cdot \bar{u}_g$ であるから,

$$\nu_g A_3 d^3 = q_{B*} / (\phi_* \sqrt{\tau_*} d) \dots\dots\dots (25)$$

である. また, 掃流砂粒の鉛直方向存在確率密度分布を吉川・山田⁹⁾による関数表示で近似すると,

$$\left. \begin{aligned} f_*(\zeta) &= K_0(\zeta) / \int_0^\infty K_0(\zeta) d\zeta \\ K_0(\zeta) &= \exp \left\{ -\frac{(\zeta-1)^2}{2\alpha_y^2} \right\} + \exp \left\{ -\frac{(\zeta+1)^2}{2\alpha_y^2} \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (26)$$

である. ここに $\zeta \equiv y/E[y]$, $f_*(\zeta)d\zeta = f_B(y)dy$ であり, また α_y は掃流砂粒の存在高さの変動係数である. 著者らの不規則継続跳躍モデルに基づく数値模擬の結果¹⁾によると,

$$\left. \begin{aligned} \phi_*(\tau_*) &\equiv \frac{E[y]}{d} = \frac{A_3(\sigma/\rho + C_M)}{A_2 C_D} \tau_*^{0.7} + 0.5 \\ \alpha_y &\equiv 0.65 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (27)$$

と推定される. さらに遷移モデル中に含まれる掃流砂の挙動についての情報としては, 個々の saltation の鉛直方向初速度 v_0 の確率密度関数 $g_0(v_0)$ があるが, これについても著者らの不規則継続跳躍モデルによる数値模擬結果の検討により,

$$\left. \begin{aligned} E[v_{0*}] &= 2.5 \sqrt{\tau_*} \\ \alpha_{v0} &\equiv \sqrt{\nu_{ar}[v_0]} / E[v_0] \equiv 0.44 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (28)$$

程度と推定され, たとえば shape parameter が 5 程度の gamma 分布で近似されよう.

一方, ランダム運動としての浮遊砂の挙動については, たとえば Yalin-Krishnappan⁷⁾ による確率モデルの適用が適切と思われる. しかし浮遊砂運動に対する確率モデルの現状では, 時間スケールのとり方を始めとして, いくつかの曖昧な点が残されていること, 従来の確率モデルによる取り扱いの結果がほぼ拡散モデルと変わらないことから, $\hat{f}_s(y|y_B)$ が Rouse による相対濃度式⁸⁾で近似できるものとする. すなわち,

$$\left. \begin{aligned} \hat{f}_s(y|y_B) &= \left(\frac{h-y}{y} \cdot \frac{y_B}{h-y_B} \right)^Z \\ Z &\equiv w_0 / \beta \kappa u_* \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (29)$$

とする. ただし $\beta = 1.2$ である. このとき $\gamma_r(y) = 1.0$ となる.

以上を仮定すると, 浮遊砂濃度式として次の絶対濃度表示を得る.

$$\left. \begin{aligned} C_s(y) &= \frac{q_{B*}}{\phi_* \phi_* \sqrt{\tau_*} d} \int_0^h p_r(y_B) \left\{ \frac{y_0(h-y)}{y(h-y_B)} \right\}^Z \\ &\quad \cdot \left[f_* \left(\frac{y_B}{\phi_* d} \right) \right]^2 dy_B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (30)$$

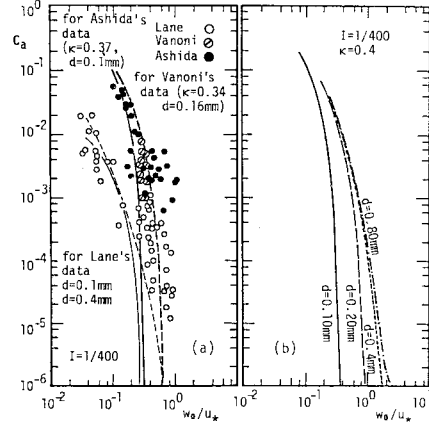


Fig. 9 Reference concentration of suspended load.

従来の浮遊砂濃度分布式は相対濃度表示となっているのが多く, そのため基準面濃度の評価が必須でありながら, これまで特に合理的な評価法が確立されているわけではない. 従来の方法を踏襲する場合の便宜として, また式(30)の定量的検証を目的とし, $y=0.05h$ での濃度を C_a としてこれを求めると,

$$\left. \begin{aligned} C_a &= \frac{q_{B*}(h/d)^2}{\phi_* \phi_* \sqrt{\tau_*}} \int_0^1 p_r(\eta_B h) \cdot \left(\frac{19 \eta_B}{1-\eta_B} \right)^Z \\ &\quad \cdot \left[f_* \left(\frac{\eta_B h}{\phi_* d} \right) \right]^2 d\eta_B \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (31)$$

となる. Fig. 9(a) は従来の実験データ⁹⁾⁻¹¹⁾と上式による理論曲線とを比較したものである. 浮遊砂を含む流れでは見掛け上 Kármán 定数は変化するため, 式(24), (29)中の κ の評価には注意を要する. ここでは Vanoni⁹⁾, 芦田・道上¹⁰⁾の実験室データに対してはそれぞれ測定された κ の平均値 (それぞれ 0.34 および 0.37) を用いた. 一方実河川資料を含む Lane-Kalinske¹¹⁾ のデータに対しては最近提案された Karim-Kennedy¹²⁾ の回帰式を用いた. Karim らの式は実河川データとの適合性がよい. え掃流砂量から κ の変化が推定されるので本モデルの予測システムに好都合である. なお, Fig. 9(b) には, 便宜上 $\kappa=0.4$ (清水流での値) として $C_a \sim (w_0/u_*)$ 関係に対する粒径の効果を示している.

さて, 浮遊砂濃度分布 $C_s(y)$ が知られると, 浮遊砂量 q_s は次式で算定される.

$$q_s = \int_a^h C_s(y) u(y) dy \dots\dots\dots (32)$$

a は便宜上 $0.05h$ とした. また先述のような Kármán 定数の変化は流速分布に対しても考慮すべきであるが, ここでは $\kappa=0.4$ として計算を行う. さらに現実には河床波が形成されるなど, ここで示す計算の対象は実際現象とはかけ離れたものといわざるを得ないが, Kármán

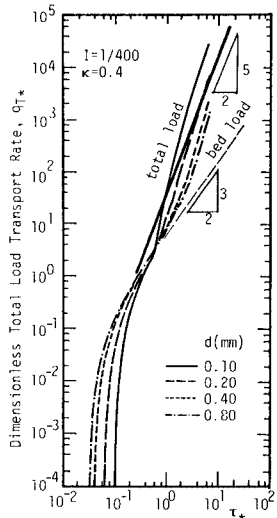


Fig. 10 Total load transport rate.

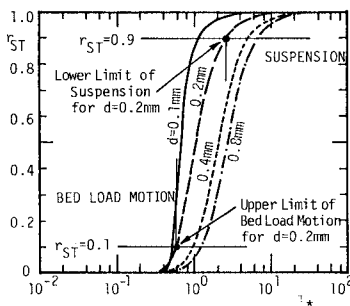


Fig. 11 Upper limit of bed load motion and lower limit of suspension.

定数の変化に代表される浮遊砂流の乱流構造の問題、河床波の影響などは本論文の対象とは異質で別途研究されるべきものである(現時点でこれらに対する安易な仮定,たとえば河床波の影響を単に有効掃流力を用いることで除去するなど,は本論文で対象としたものを十分に議論できなくする可能性がある)。

$(q_s + q_b)$ で与えられる総流砂量の無次元量 $q_{T*} (\equiv q_T / \sqrt{(\sigma/\rho - 1)gd^3})$ と無次元掃流力 τ_* の関係を Fig. 10 に示した。図には細破線で $\tau_* > 0.6$ の $q_{B*} \sim \tau_*$ 関係も併示したが、粒径によらず $q_{B*} \propto \tau_*^{3/2}$ であるのに対し、この条件での $q_{T*} \sim \tau_*$ 関係は粒径の影響を受けていること、平均的かつ近似的にみて(図中の太い実線参照) $q_{T*} \propto \tau_*^{5/2}$ 程度となっていることが注目される。

総流砂量に対する浮遊砂量の比 $r_{ST} (\equiv q_s/q_T)$ を計算して τ_* との関係を見ると、Fig. 11 のようになる。たとえば $r_{ST}=0.1$ 、 $r_{ST}=0.9$ で平均的様相としての掃流限界(掃流砂が卓越する上限)、浮遊限界(浮遊砂が卓越する下限)を定義すると、これらは粒径の大きいものは

ど大きく、しかも両限界の無次元掃流力の差(比)は大きくなることが示されている。

6. 結 論

本論文では、掃流運動を床面との衝突によって持ち込まれる不規則性のほかはたとえば saltation の運動方程式に支配される確定論的な軌跡を呈すもの、浮遊砂運動を乱れにほぼ追従したランダム運動とした明確な定義を与え、これらの間の遷移の機構について考察した。まず bed material load の流送モデルを組み立て、この際掃流砂が浮遊砂へ遷移する確率を評価することが重要であることを示した。次に水流の乱れ的作用によって saltation の軌跡がある基準以上に偏倚すると、その後はランダム運動へと遷移することが多いことに着目、乱れ強度、掃流砂粒の固有の鉛直方向速度の分布(saltation のスケールが確率的であることに起因する)を考慮し、遷移相(saltation 軌跡のどの相で、どちら向きに偏倚して遷移するか)別の遷移確率を検討した。さらに、乱れに応答する粒子運動に有効な時間スケール、ランダム運動へと遷移するのに必要な saltation 運動軌跡からの逸脱量の限界値を評価するため、ポリスチレン粒子を用いたビデオ画像解析による粒子挙動の観察を行い、モデル中のパラメーターの適正な評価を行うとともにモデルの検証が同時になされた。

次に、本研究で提案された遷移モデルの有効性を示すため、流砂量の検討を行った。掃流砂の運動については著者らが先に提案した不規則継続跳躍モデルにより必要な情報はすべて推定される。一方浮遊砂の挙動については確率モデルの適用が有意義であると思われる。これらと本論文で提案された遷移モデルを組み合わせると首尾一貫して bed material load の流送過程が記述されるが、必ずしも各モデルのすべての部分が完全でないこと、ここでは新たに提案された掃流から浮遊への遷移モデルの妥当性、有効性の検討を優先するため、掃流・浮遊それぞれの状態については便宜上従来モデルも併用して近似的に取り扱った。こうした検討により、従来決め手のなかった浮遊砂の基準濃度の評価を始め、総流砂量の推定、さらに平均的様相としての掃流砂、浮遊砂の卓越する限界条件などが、遷移モデルの提案により容易にかつ合理的に扱えることが示された。

本研究はもともと掃流と浮遊の共存する領域を扱おうというのが動機である。粒径の細かい場合(浮遊砂が卓越する場合)には、最近注目されているいわゆる bursting の役割が重要であると考えられるが、本モデルにはこの効果は取り入れられていない。また河床に形成されるさまざまな河床形状が浮遊砂および掃流から浮遊への遷移現象に及ぼす影響も今後の重要な課題である。

bursting の構造や不規則河床波上の流れ構造を明らかにするよう努めるとともに、流れの面で明らかにされてくる情報を常に取り込んで真に近い姿で流砂現象が記述されるよう、流砂モデルの方も用意万端整えておくことが肝要と思われる。

謝 辞：本研究の遂行にあたり、京都大学工学部村上正吾助手ならびに同大学院学生 笹持和洋君(現在・関西電力(株)勤務)の多大な協力を得た。記して謝意を表す。また、本研究は一部、文部省科学研究費・一般研究(B)「水流と流砂の相互作用に関する研究」(代表：中川博次)の補助を受けた。

参 考 文 献

- 1) 辻本哲郎・中川博次：掃流粒子の saltation の確率過程論的解析，土木学会論文集，第 345 号/II-1, pp. 83~90, 1984.
- 2) 中川博次・辻本哲郎・村上正吾・笹持和洋：Bed material load における saltation から浮遊への遷移機構のモデル化，第 29 回水理講演会論文集，pp. 509~514, 1985.
- 3) 称津家久：開水路乱流の乱れ強度に関する研究，土木学会論文報告集，第 261 号，pp. 67~76, 1977.
- 4) Meyer-Peter, E. and Müller, R. : Formulas for bed-load transport, Proc. 2nd Congress of IAHR, Stockholm, Sweden, pp. 39~64, 1948.
- 5) 岩垣雄一：限界掃流力の流体力学的研究，土木学会論文集，第 41 号，pp. 22~38, 1956.
- 6) Kikkawa, H. and Yamada, T. : Transport rate of bed load based on 'the existence probability' of a sand particle, Proc. 3rd International Symposium on Stochastic Hydraulics, Tokyo, Japan, pp. 277~288, 1980.
- 7) Yalin, M. S. and Krishnappan, B. M. : A probabilistic method for determining the distribution of suspended solid in open channels, Proc. International Symposium on River Mechanics, Bangkok, Thailand, Vol. 1, pp. 603~614, 1973.
- 8) Rouse, H. : Modern conceptions of the mechanics of turbulence, Trans. ASCE, Vol. 102, pp. 463~543, 1937.
- 9) Vanoni, V. A. : Transportation of suspended sediment by water, Trans. ASCE, Vol. 111, pp. 67~102, 1946.
- 10) 芦田和男・道上正規：浮遊砂に関する研究(1)―河床付近の濃度一，京都大学防災研究所年報，第 13 号 B, pp. 233~242, 1970.
- 11) Lane, E. W. and Kalinske, A. A. : Engineering calculations of suspended sediment, Trans. A. G. U., Vol. 22, pp. 307~603, 1941.
- 12) Karim, M. F. and Kennedy, J. F. : Computer-based predictions of sediment discharge and friction factor of alluvial streams, Proc. 2nd International Symposium on River Sedimentation, Nanjing, China, pp. 219~233, 1983.

(1985. 5. 7・受付)