

# 研究展望

## 構造物に働く流体力と振動

### HYDRODYNAMIC FORCES ON HYDRAURIC STRUCTURES AND VIBRATIONS IN THESE STRUCTURES

荻原国宏\*

By Kunihiro OGIHARA

#### 1. はじめに

流体力として定義される力は、まさしく流体の運動によって生ずる力である。また静止している流体中を物体が運動しても、物体の周辺の流体は運動をするので、このような場合にも流体力は発生する。

流体といった場合には空気、水、油等、非常に広範なものが考えられるが、英文標題のように Hydrodynamic Force について、今回は主としてまとめることにし、空気の場合の Aerodynamic Force については触れないことにする。したがって振動の場合も流力弾性振動 (Hydroelastic Phenomena) について取り扱うことにし、Aeroelastic Phenomena (空力弾性振動) については特に触れないことにした。

さて流体力として、特に取り出して書くとき特別な力を扱うような感じを受けるが、本来流体力学で扱う運動方程式の外力項は流体力であり、それらは圧力、せん断力 (摩擦力) として表示されている。したがって、特に新しい力ではなく、流体力学の発展の陰には必ず存在したわけである。

一般に水理現象を解明しようとするときには、流速、水深等に注目して行う場合が多いので、流体力はそれらによって書きなおされた形で式の中に持ち込まれてしまっている。したがって現象の解明に流体力そのものを意識して行うことはほとんどない。もっとも、流砂の場合の掃流力 (摩擦力) や密度流の場合の界面摩擦力に注目する場面があるが、たとえば掃流力は  $\rho g H i$  のように水深、水路勾配で表わせる。この全体項に注目する場合よりも、この力によってもたらされる流砂量や、界面の

形状に注目して現象を解明している。

流体力そのものが注目される場合としては、地震による流体力、海の波による波力、およびゲート等の水理構造物に作用する力等であり、構造物の設計外力として考慮しなければならない場合である。さらに、これらの力が周期的な変動成分をもつ場合には、構造物の振動外力としての流体力が問題となる場合がある。

このようなことを念頭において、最初に流体力の基本的な事項について、若干教科書的になるがまとめて、その後流力弾性振動のうち水の流れに伴うもののいくつかを紹介することにする。

#### 2. 物体に作用する流体力 (圧力項より求める方法)

物体に作用する力は当然のこととして流体側より物体に作用している力に注目しているわけであるが、逆に流体に注目してみると、その力の反作用として、物体より流体に流体力が作用するわけである。以下には、前者の立場に立って流体力を扱っていく。

さて流体中におかれた物体に作用する流体力は、物体表面に作用している力の、物体表面全体の合力として求められる。したがってまず物体表面の微小面積に作用する力について考えると、物体面に垂直に作用する力、す

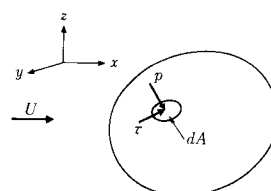


図-1

\* 正会員 工博 東洋大学教授 工学部土木工学科  
(〒189 東村山市多摩湖町 4-28-10)

なわち圧力と面に沿って作用する力，摩擦力の2つである。

したがって  $dA$  の面積にはそれぞれ  $pdA$ ， $\tau dA$  の力が作用する。これの  $x, y, z$  軸成分を  $(pdA)_i, (\tau dA)_i$  で表わすと面全体での流体力は

$$F_i = \oint_A (pdA)_i + \oint_A (\tau dA)_i, \quad i = x, y, z \dots\dots\dots (1)$$

で表わせる。このうち  $(pdA)_i$  については  $dA$  の各軸方向への射影面積を  $dA_i$  で表わすと次式のように書き直せる。

$$\oint (pdA)_i = \oint p dA_i \dots\dots\dots (2)$$

物体表面に働く圧力  $p$  および摩擦力  $\tau$  が，流体の流速との関係式で書くことができれば，流体運動との関連をもたせることができる。

(1) 圧力項の扱い

運動方程式の中には圧力  $p$  の項が含まれているので，物体廻りの流速分布が求まっていれば，オイラーの式，ナビエ・ストークスの式より圧力を求めることができる。

しかし，ポテンシャル流体の場合には拡張されたベルヌーイの式から圧力項を求めるのが便利である。

$$\frac{p}{\rho} = F(t) - gz - \frac{q^2}{2} - \frac{\partial \phi}{\partial t} \dots\dots\dots (3)$$

ここに， $\phi$  は速度ポテンシャル， $q$  は流速である。この式は非圧縮性流体の場合である（水の場合には非圧縮性として扱うことが多い）。ポテンシャル流体でない場合でも物体面上での流線が求まれば，その上ではベルヌーイの定理が成立するので同様に圧力を求めることが可能である。

この式の各項は線形和になっているので，注目すべき項のみを取り上げて，その項の流体力への効果について検討してもよいし，あるいは支配的な項のみを取り上げて流体力を求めてもよい。 $F(t)$  は  $t$  についての関数を  $\partial \phi / \partial t$  に含ませることによって定数と考えてもよい。

$\rho gz$  の項は，いわゆる静水圧，浮力となる項であり，非線形項  $\rho q^2 / 2$  は抗力項に相当する。 $\partial \phi / \partial t$  は質量力項，あるいは慣性力項に相当するものである。

(2) 摩擦力項の扱い

摩擦力が問題となるのは境界層の発達を伴うような流線形物体においてである。摩擦力は流速  $q$  との関係式

$$\tau = f \cdot \frac{\rho q^2}{2} \dots\dots\dots (4)$$

の形で表わし，摩擦係数  $f$  をレイノルズ数等で整理して使用する。

(3) 流体力  $F_i$  の表現形式

物体に作用する流体力は，式 (3)，(4) を式 (1) または (2) に代入して物体全体に積分することにより求めることができる。ここで現在一般的にされている表

現形式についてまとめておく。

a)  $p = -\rho gz$

この項よりは静水圧，浮力が出てくる。

b)  $p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t}$

この項を主体に考える現象は，ダム，水槽の地震時動水圧，重複波の波圧，物体の振動時の付加質量力または慣性力等で流体運動が比較的小さい場合である。非定常な現象の解明にはこの項が利用される。

c)  $p = -\rho \frac{q^2}{2}$

この項のみを主体として考える現象は物体に働く抗力，揚力，ゲートに作用するダウンブル，アップリフト等であり，流体の運動が大きい場合である。定常現象において主として利用されるが，流体の運動が大きい場合には非定常の場合でも考慮する必要がある。

d)  $p = -\rho \frac{\partial \phi}{\partial t} - \rho \frac{q^2}{2}$

波動場に設置された円柱に作用する波力として使われるモリソンの式は，この双方を考慮したものである。流速  $q$  を物体がない場合の物体図心点の流速で代表させ， $q = v(t) = \frac{\partial \phi}{\partial t}$  の関係を使って式 (1) の  $p$  の項のみで積分すると

$$F_x = \rho c_m \dot{v}(t)V + \rho c_D A \frac{v(t)^2}{2} \dots\dots\dots (5)$$

のような式が得られる。 $V$  は物体の体積， $A$  は物体の  $x$  軸方向の射影面積である。 $c_m$  は付加質量係数（波の場合には慣性力係数という）， $c_D$  は抗力係数に相当する。

e)  $\tau = \rho f \frac{q^2}{2}$

摩擦力が支配的な現象で，圧力項が無視できる場合，たとえば平板に平行に流体が流れているときの流体力であり境界層方程式より求める。

3. 物体に作用する流体力（運動量により求める手法）

物体表面の圧力が求まらない場合，流れが不連続の場

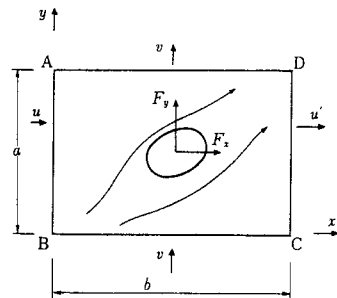


図-2

合には運動量で流体力を求めるのが便利である。たとえば図-2のように物体面上での流速は不明でも検査面 AB, BC, CD, DA での流速が判明しているときには運動量の式より

$$\left. \begin{aligned} F_x &= -\rho \left[ \int_C^D \frac{v^2}{2} dy - \int_B^A \frac{u^2}{2} dy \right] \\ F_y &= -\rho \left[ \int_A^D \frac{v^2}{2} dx - \int_C^B \frac{v^2}{2} dx \right] \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6)$$

として求めることができる。この式で x 方向のみの流速があり、AB 面では一様流速 U であり、CD 面では  $u' = U - \bar{u}(y)$  のようになっているとすれば

$$F_x = \int_0^a \bar{u} \left( U - \frac{\bar{u}}{2} \right) dy, \quad \sigma = \overline{BA} = \overline{CD} \dots\dots\dots (7)$$

のようになり、いわゆる速度欠損則に相当する式により流体力を求めることができる。

4. ポテンシャル流体として求められる流体力

物体を囲む流体の運動が速度ポテンシャルをもつポテンシャル流体としての解が求められる場合には、先に述べた 2. b), c) によって流体力が求められる。解法としては、流れの場については

$$\nabla^2 \phi = 0 \dots\dots\dots (8)$$

境界条件については、水面では大気圧 ( $p=0$ ) より

$$g\eta + \frac{\partial \phi}{\partial t} = 0 \dots\dots\dots (9)$$

と速度の条件

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} = \frac{\partial \phi}{\partial z} \dots\dots\dots (10)$$

ここに、 $\eta$  は水面の波形を与える変数、 $\eta$  を消去するとこれは

$$g \frac{\partial \phi}{\partial z} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = 0 \dots\dots\dots (11)$$

とも書ける。固体壁と接している境界面については、面に垂直方向の速度が流体のそれと同じになる条件より

$$v_n = \frac{\partial \phi}{\partial n}, \quad v_n \text{ は固体壁の動きの速度} \dots\dots\dots (12)$$

となる。固定境界のときには当然  $v_n=0$  である。

(1) 非定常な現象

物体が加速度運動をするような場合で、ダムの地震時動水圧、水槽の地震時動水圧、波圧等はこの手法で求めることができる。また水中での物体の運動を考える場合に必ず考慮しなくてはならない付加質量 (Added Mass), 仮想質量 (Virtual Mass) を求めるのも、この解法で行われる。

一般には速度ポテンシャルを時間項と座標項の積の形で次式のように書き、

$$\phi = \Phi(x, y, z) \cdot T(t) \dots\dots\dots (13)$$

これを前出の式 (8)~(12) を満たすように関数  $\Phi, T$

を決める。

解が求まると地震時動水圧、波力の場合には  $p = \rho \partial \phi / \partial t$  によって圧力分布を求める。付加質量の場合には、この圧力  $p$  を使って式 (1) によって力  $F_i$  を求める。これを加速度  $\partial v(t) / \partial t$  で割って付加質量の値を求める。

(2) 定常な現象

定常な現象の場合には  $\frac{\partial \phi}{\partial t}$  が零となるので、圧力は  $-\rho q^2 / 2$  によって決まる。このような場合にもポテンシャル流体では複素ポテンシャル  $W = \phi + i\psi$  を求めて、流体力を求めることができる。  $\frac{dW}{dz} = u - iv, \frac{d\bar{W}}{dz} = u + iv$  の関係より、

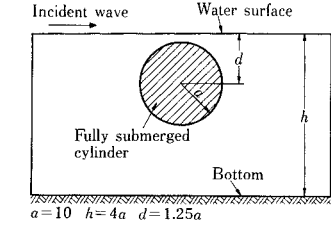
すなわち

$$F_x - iF_y = \frac{i\rho}{2} \oint \left( \frac{dW}{dz} \right) \left( \frac{d\bar{W}}{dz} \right) dz \dots\dots\dots (14)$$

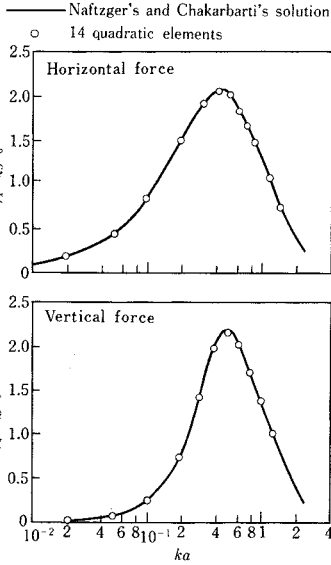
のブラジウス (Blasius) の公式として流体力  $F_x, F_y$  が決定できる。

(3) 数値計算手法の利用

数値計算法としては有限要素法 (FEM) から境界要



(a) The fully submerged cylinder



(b) Wave forces on the fully submerged cylinder obtained using 14 quadratic elements

素法 (BEM) まで発展してきており、ポテンシャル流体のラプラスの式の解法として、利用されている。特に BEM の手法は境界面のみ要素をとるため、流体力を求めるための解法としてまさに最適なものである。

またハミルトン (Hamilton) の変分原理を流体系に適用し、BEM 法によって離散化した解を求めた後、流体系についての運動エネルギーを求めて付加質量を決定する方法がある。この方法によると任意形状の物体についても数値解が求まるので、従来行われている (1) による手法より有用である<sup>1),2)</sup>。

特に任意形状の海洋構造物に作用する波力を求める場合には、波の干渉波も考えなければいけない。このことを考えると BEM 法はこの種の問題の解法として優れている。したがって多くの解が求められている。1 つの例として M. C. An and C. A. Brebbia による水没した円筒に作用する波力の計算例を図一3で紹介しておく<sup>3)</sup>。

この種の研究は非常に活発にされており、毎年のように BEM に関する国際シンポジウムが行われ、多数の論文が発表されている。この手法についてだけでも1つの展望が書けるはずであるが、この論文の主旨と若干ずれるので、ここでは詳しくは扱わないことにする<sup>4),5)</sup>。

しかしながら地震時動水圧に関する研究は、このところあまりされていない、これらのシンポジウムにもほとんど論文が提出されていない。地震時動水圧の解析手法も波力の場合と同じであるので BEM 法は有力となり得る。

5. 流れの中におかれた物体に作用する流体力

流れの中におかれた円柱に作用する流体力を一般的に表わすには抗力係数  $C_D$ 、揚力係数  $C_L$  を使って次式のように表現する。

$$\left. \begin{aligned} F_x &= C_D \cdot \frac{\rho V^2}{2} A_x \\ F_y &= C_L \cdot \frac{\rho V^2}{2} A_y \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (15)$$

$F_x$  は流れ方向の力、 $F_y$  は流れと直角方向の力であり、前者を抗力、後者を揚力という。 $A_x$ 、 $A_y$  は物体の流れ方向および流れと直角方向の射影面積である。完全流体のポテンシャル流れのように流線が円柱表面に沿って流れるときには  $F_x = F_y = 0$  となり流体力がなくなってしまう (ダランベールの背理 (d'Alembert))。しかし実際には流れが後流部 (Wake) で剥離を起こしたり、流れの非対称性より循環が発生した場合には、揚力が生ずる (クッタ-ジウフコフスキーの定理 (Kutta-Joukowski)) 係数  $C_D$ 、 $C_L$  は物体形状、レイノルズ数等の関係によって決まり実験結果および一部理論的に導かれている。

これらの事項については流体力学<sup>6)</sup>の本に詳細を譲ることにし、後述の振動に関連する事項としてカルマン渦についてまとめておく。

カルマン渦は鈍い物体が流れの中におかれたときに、物体後部より流れが剥離する際に、物体の両脇より交互に渦が発生してくる現象をいい、その渦の流される配列は安定な配列になる条件より理論的に求められている。

このときの複素速度ポテンシャルは

$$W = \frac{\Gamma}{2\pi i} \ln \frac{\sin \frac{\pi}{b} \left( z - \frac{ia}{2} \right)}{\sin \frac{\pi}{b} \left( z + \frac{ia}{2} - b \right)} \dots\dots\dots (16)$$

で与えられ、円柱の抗力係数は

$$C_D = \frac{2b}{d} \left[ 0.7936 \left( \frac{v}{U} \right) - 0.3141 \left( \frac{v}{U} \right)^2 \right] \dots\dots\dots (17)$$

で与えられる。 $b$  は渦間隔、 $a$  は渦列の幅を表わし、その関係は

$$\frac{a}{b} = \frac{1}{\pi} \cosh^{-1} \sqrt{2} = 0.2806 \dots\dots\dots (18)$$

となる。また  $v$  は渦列の流される速度であり

$$v = \frac{\Gamma}{2b} \tanh \frac{\pi a}{b} = \frac{\Gamma}{\sqrt{8} b} \dots\dots\dots (19)$$

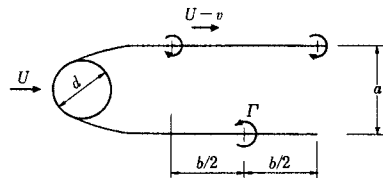
となっている。渦の発生周期または周波数を与えるストローハル数  $S_t$  の関係は

$$S_t = \frac{fd}{U} = \left( 1 - \frac{v}{U} \right) \frac{d}{b} \dots\dots\dots (20)$$

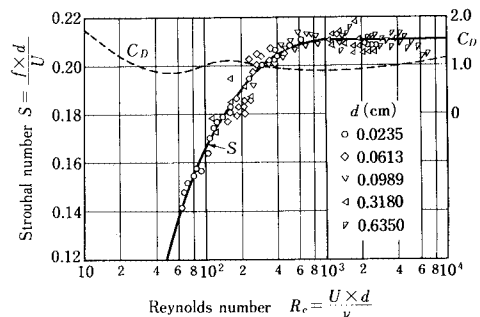
で決まるが、Reynolds 数  $R_e = 4 \times 10^2 \sim 6 \times 10^3$  ではほぼ一定の値をとり

$$S_t = 0.21 = 0.22 / C_D \dots\dots\dots (21)$$

の関係がある。なお円柱の場合の  $S_t$  数と  $R_e$  数の関係を示す図の代表的なものを図一5に示しておく<sup>7)</sup>。



図一4 カルマン渦列



図一5 Strouhal 数と Reynolds 数<sup>32)</sup>

6. 流体力による振動現象

流体中に弾性支持された物体および水理構造物は、ある条件で大きな振動をすることがある。これらの現象は物体の振動系と流れとの関係で決まってくる。たとえば、1質点1自由度の振動方程式で考えると

$$m\ddot{y} + R\dot{y} + ky = F(\dot{y}, y, t, v) \dots \dots \dots (22)$$

ここに、 $y \sim \dot{y}$  は物体の変位、 $t$  は時間、 $v$  は流体の流速である。

この振動方程式で、外力項  $F(\dot{y}, y, t, v)$  が、 $y, \dot{y}, \ddot{y}$  の変数によって支配される場合には自励振動となり大きな振動が発生する場合がある。外力項が時間  $t$  のみの関数になるときは、流れの乱れを受ける強制振動になる。流体力に関連した振動では自励振動になる場合が、その発生条件、リミットサイクル等に興味ある課題を提供してくれる。

(1) 平行流中にある物体の振動

平行流による物体の振動としては航空機の翼に発生するフラッター (Flutter)、パフェッティング (Buffeting) が知られている。また円柱の場合のカルマン渦による振動 (Vortex-Induced Oscillation)、角柱の場合のギャロッピング (Galloping) 等が知られている。これらの名前は当初、発生振動のタイプに名付けられたものであるが、次のような振動発生形態によっても分類できる。

フラッター：2~3自由度の振動の連成振動として発生するタイプのもの、翼の場合にはねじれと鉛直振動の組合せによって起こる。

パフェッティング：流れの乱れによる振動、強制振動形の振動であり、翼の場合には主翼の後流の乱れを受ける部材の振動

渦による振動：渦の剥離に伴う振動で、円柱に限らず発生する。ダム取水塔等のスクリーン等でも問題になることが多い。

ギャロッピング：流れの剥離点か物体の振動に伴い移動することによって生ずる振動で、着氷した電線の振動、およびゲートの振動にも、このタイプは多い。

フラッター、パフェッティングについては空力弾性の問題として詳しく研究されているので<sup>8)</sup>、ここでは水の流れでも問題となることの多い後者の2つについてまとめておく。

平行流中に弾性支持された円柱をセットすると、流速の遅いところでは  $S_t$  数が一定になるように振動周波数  $f$  と流速は直線関係を保って振動し、その発生周波数は  $f = 0.203 v/d$  ( $S_t = 0.203$  の条件) で決まっている。

しかし、 $f$  が付加質量をも加味した系の固有振動の近くなると図-6に示すごとく、 $S_t = \text{const}$  の直線よ

りずれて、 $v$  を増加しても、 $f \doteq f_n$  で持続振動する現象が発生する。

このような現象を Frequency Locking または Synchronization とよんでいる。このような現象は後述のゲートの振動においても発生しており、振動の振幅と流れが、振動を維持する方向に少しずつ変化し、付加質量等も変化するものと考えられる。したがって、流れが振動を持続するように制御するという意味で、このような振動を自制振動 (Self-Controlled Oscillation) とよぶ人もいる。

a) 渦励振 (Vortex Induced Oscillation)

渦による振動は、ストローハル数  $S_t = 0.203$  で発生して来る。そこで無次元流速  $V$  を次のように定義する。

$$V = \frac{v}{w_n d}, \quad w_n = 2\pi f_n \dots \dots \dots (23)$$

この式は  $S_t$  数を使って書き直すと

$$V = \frac{1}{2\pi S_t} \cdot \left( \frac{f}{f_n} \right) \dots \dots \dots (24)$$

となり、frequency Locking のときには  $f/f_n \doteq 1$  と考えてよいので、 $S_t = 0.1 \sim 0.2$  を考えると、無次元流速  $V$  は

$$V = V_r = 0.8 \sim 1.6 \dots \dots \dots (25)$$

で与えられる。ギャロッピングの場合は、この値よりは

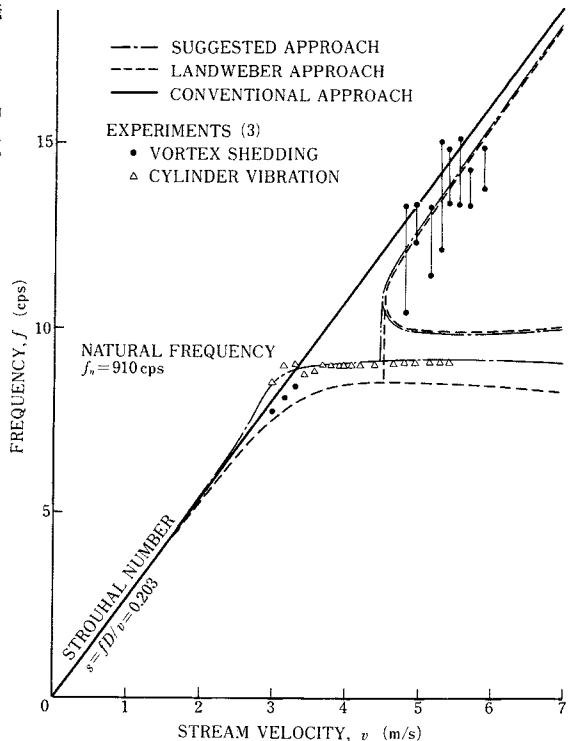


図-6<sup>15)</sup>

るかに大きい値で発生してくる。

渦励振の理論モデルはいくつか提案されているが、ここでは T. Hartlen, G. Currie のモデル<sup>9)</sup>を紹介しておく。揚力変動を揚力の公式の形で表わし、振動方程式を作ると

$$m\ddot{y} + 2\beta m\omega_n\dot{y} + m\omega_n^2y = C_y \frac{\rho}{2} v^2 d \dots\dots\dots(26)$$

となる。d は円柱の直径である。これを

$$Y = y/d, \tau = \omega_n t, V = \frac{v}{\omega_n d}, n = \frac{\rho d^2}{2m} \dots\dots\dots(27)$$

の無次元化をすると

$$\ddot{Y} + 2\beta\dot{Y} + Y = C_y n V^2 \dots\dots\dots(28)$$

が得られる。

T. Hartlen, G. Currie は  $C_y$  も固有振動  $\omega_n$  で変動すると考え、減衰項にリミットサイクルをもつ Van der pol 形を採用して

$$\ddot{C}_y - \alpha_1 \dot{C}_y + \gamma_1 \dot{C}_y^3 + \omega_n^2 C_y = F(t) \dots\dots\dots(29)$$

のようにしている。静止時よりの対数減衰率が  $\delta_i = \pi\alpha_1 / 2\omega_n$  で与えられ、Van der pol の式のリミットサイクルの振幅が

$$C_{y0} = (4\alpha_1 / 3\gamma_1 \omega_n^2)^{1/2} \dots\dots\dots(30)$$

で与えられることより、 $\alpha_1$  は  $\omega_n$  に  $\gamma_1$  は  $1/\omega_n$  に比例していることがわかる。式 (29) を

$$\ddot{C}_y - A\omega_n \dot{C}_y + \frac{B}{\omega_n} \dot{C}_y^3 + \omega_n^2 C_y = D\dot{Y} \dots\dots\dots(31)$$

とし、強制項に円柱の振動速度をとっている。A, B, D は定数である。(28), (31) を連立にして解くことによって、円柱の振動モデルが解ける。図-7 は Berger がより高次の非線形項まで入れて Feng のデータに相当する場合の理論計算結果をとりまとめたものである。減衰の弱い場合のヒステリシスの性状もよく表わしている。

この扱いは揚力係数を支配する振動方程式を抽象的に考え出して利用しているが、より物理的な現象、流れと物体の運動による迎角の変化に基づく後流の変化を考慮した回転力をもとにモデルを作り Van der pol 型の式を

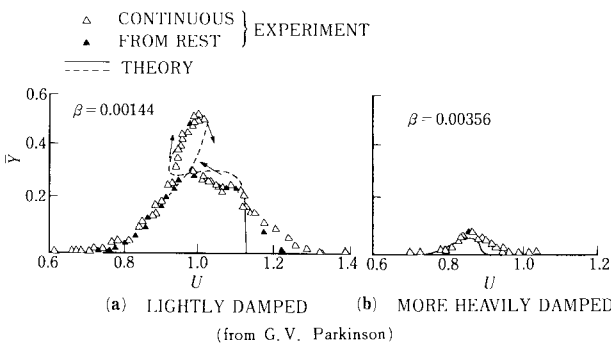


図-7

導いた Blevins と Iwan の研究, Tamura と Matsui の研究がある<sup>10), 11)</sup>。

b) ギャロッピング (Galloping)

ここでは正方形断面をもつ角柱についてのギャロッピングについて G. V. Parkinson のモデルを紹介しよう<sup>12)</sup>。

流れに直角な方向の運動が支配的な場合を考えると、運動方程式 (26) と同じになる。角柱の場合は揚力係数  $C_y$  が流れの迎角によって変化することがわかっている。

そこで揚力係数  $C_y$  と迎角  $\alpha$  の関係をつけておこう。迎角  $\alpha$  は

$$\alpha \doteq \tan \alpha = \frac{\dot{y}}{v} = \frac{\dot{Y}}{V} \dots\dots\dots(32)$$

で速度と物体の運動速度の関係で決まる。 $C_y$  と  $\alpha$  の関係は実験結果に基づいて次のような多項式で近似する。

$$C_y = A_1 \left(\frac{\dot{Y}}{V}\right) - A_3 \left(\frac{\dot{Y}}{V}\right)^3 + A_5 \left(\frac{\dot{Y}}{V}\right)^5 - A_7 \left(\frac{\dot{Y}}{V}\right)^7 \dots\dots(33)$$

ここで、 $A_1 \sim A_7$  は正の定数であり、準一様流中での  $C_y \sim \alpha$  曲線に合うように決める。式 (33) を式 (26) に代入して整理すると

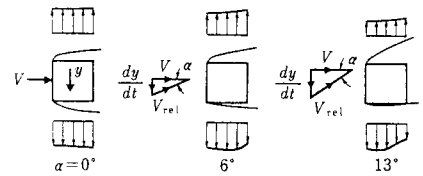
$$\ddot{Y} + Y = nA_1 \left[ \left( V - \frac{2\beta}{nA_1} \right) \dot{Y} - \left( \frac{A_3}{A_1 V} \right) \dot{Y}^3 + \left( \frac{A_5}{A_1 V^3} \right) \dot{Y}^5 - \left( \frac{A_7}{A_1 V^5} \right) \dot{Y}^7 \right] \dots\dots\dots(34)$$

が得られる。

Parkinson は、この式について詳細な検討をして、ギャロッピングの発生条件として

$$nA_1 \left( V - \frac{2\beta}{nA_1} \right) > 0 \dots\dots\dots(35)$$

を導いている。この式よりギャロッピングの発生無次元流速は



(from G. V. Parkinson)

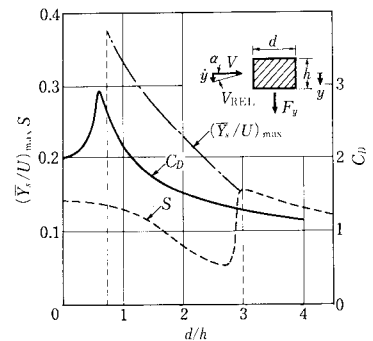


図-8

$$V > \frac{2\beta}{nA_1} \dots \dots \dots (36)$$

として与えられる。

(35) の条件は (34) の方程式で  $\dot{Y}^3$  以上の項を無視したときの負の減衰による不安定条件と一致している。

(2) その他の流力弾性振動

ダム取水部のスクリーン、河川取水部のスクリーンも接近流速との関係で振動することがある。現在のところストローハル数との関係で検討されているが、大きな振動の場合にはねじれ振動も加わったフラッター形の振動になっている可能性もある<sup>13)</sup>。

熱交換器のパイプ群の相互干渉による振動<sup>14)~16)</sup>、バルブ(スウィングチェックバルブ)の振動<sup>17),18)</sup>、ゲートの止水ゴムに起因する振動<sup>19)</sup>等も振動現象としては興味あるものである。このうちバルブの振動は、流れが発達するまでの時間が、振動の周期を支配するものであり、流力弾性振動としては特異なものである。

7. ゲートの振動

ゲートの振動は止水ゴムに関連したものから、水と空気の混相流の乱れを受ける振動まで非常に多岐にわたっている。前者は自励振動のタイプの一つであり、後者は、乱れを受けるバフティングタイプの振動の一つである。ここでは代表的なゲートの自励振動としてフラップゲートの振動と長径間のローラーゲートの自励振動の2つについてまとめておこう。

(1) フラップゲートの振動

フラップゲートは単独に使用される場合が多いが、図-9のように2段ゲートの上段扉として使用される場合も多い。このゲートは越流水脈の脈動とゲートの振動が連結して自励振動を起こすことは昔から知られていた。

著者はゲートが1自由度の回転運動をするとし、振動外力はゲートおよびナップ(水脈)下の空気の圧力変動

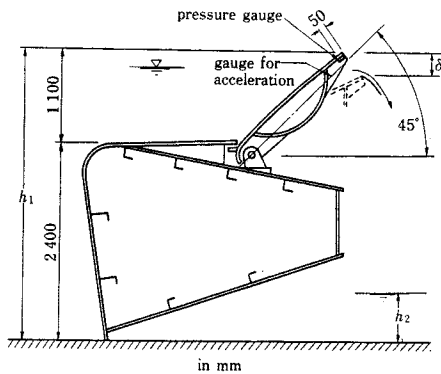


図-9

が支配的として、振動方程式

$$\ddot{\theta} + 2\gamma\dot{\theta} + \omega_n^2\theta = M_1 \int_0^{x_1} x \cdot \theta \left( t - \frac{x}{v_0 \cos \phi_1} \right) dx \dots (37)$$

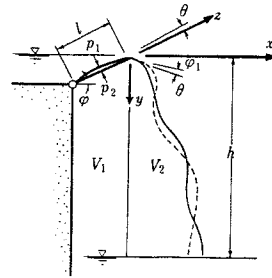


図-10

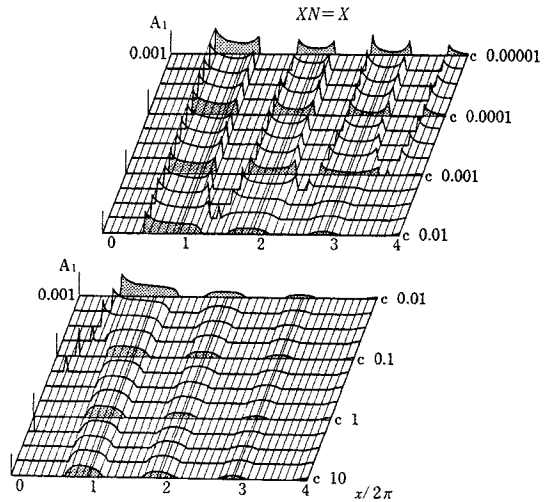


図-11

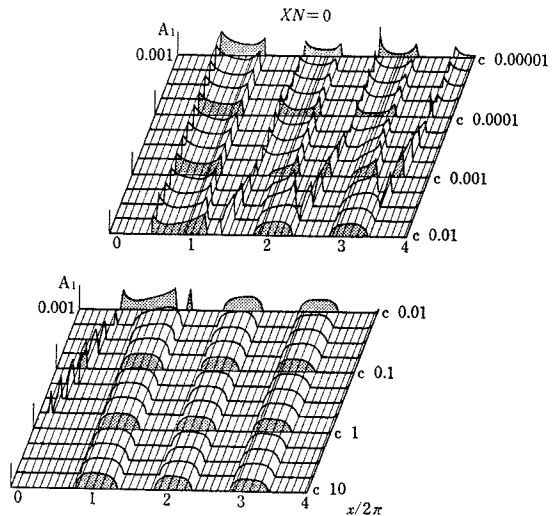


図-12

ここに

$$\frac{R_0}{I} = 2\gamma, \omega_n^2 = \frac{1}{I} \left[ kl^2 + \int_0^l B \frac{dp_1}{d\varphi} \alpha dz + \frac{RT}{V^2} \frac{B^2 l^2}{4} \right],$$

$$M_1 = \frac{1}{I} \frac{RT}{V^2} \cdot \frac{B^2 l^2}{2} \dots\dots\dots (38)$$

を導き、特性方程式として次式を導いた。

$$s^2 + 2\gamma s + \omega_n^2 - M_1 \left\{ \frac{C^2}{S^2} (1 - e^{-\frac{2}{S} s}) - \frac{C}{S} x_1 e^{-\frac{2}{S} s} \right\} = 0$$

.....(39)

$$x_1 = \sqrt{\frac{2h}{g}} \cdot c, \quad c = v_0 \cos \varphi_1 \dots\dots\dots (40)$$

この特性方程式について、特性根の実部が正になる不安定条件を詳細に検討し、 $x = \omega\beta$ ,  $x_n = \omega_n\beta$ ,  $\omega = 2\pi/T$ ,  $\omega_n = 2\pi/T_n$  のパラメータを使い、 $A = 2\gamma/M_1 x_1^2 \beta$ ,  $C = 1/M_1 x_1^2 \beta^2$  との関係で図-11, 12 のような不安定領域を決定した。ここに、 $\beta$  は水のゲート先端から下流水面までの落下時間、 $T$  は振動の周期である。

図-11 は自励振動となる場合で ( $\omega = \omega_n$ ,  $x = x_n$ )、不安定領域は

$$\frac{x}{2\pi} = \frac{\beta}{T} = n - \frac{1}{2} \sim n + \frac{1}{4} \dots\dots\dots (41)$$

に存在し、図-12 はゲートが固定されている場合 ( $T = \infty$ ,  $x_n = 0$ ) に相当し、不安定領域は

$$\frac{x}{2\pi} = \frac{\beta}{T} = n - \frac{1}{4} \sim n + \frac{1}{5},$$

$$C \text{ の大きい所では } n - \frac{1}{5} \sim n + \frac{1}{2} \dots\dots\dots (42)$$

となっており、図-11 は K. Petrikat, T. E. Unny の提案した ( $n+3/4$ ) の条件および E. Pariset の条件 ( $n+3/4+\delta$ ,  $\delta = -0.2 \sim 0.1$ ) に一致している。図-12 は H. Ivan Schwartz の ( $n+1/4$ ) の条件に一致していることがわかる<sup>20)~29)</sup>。

(2) 長径間ローラーゲートの微小開度で発生する自励振動

長径間ゲートの前面スキンプレートが図-13 のように下流側に切り上げている場合で、下流側に水があり、

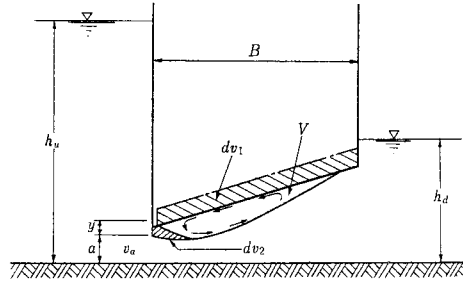


図-13

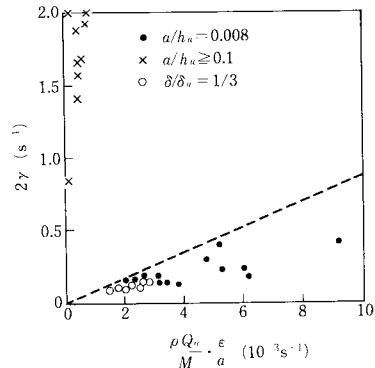


図-14

切り上げ部分が水没している場合に、水が微小開度で放流されている場合に自励振動が発生してくる。著者らは、ゲートが鉛直方向に運動して、水流をさえぎるときの運動量の変化が振動外力になるとの仮定のもとに次のような振動方程式を導いた<sup>30)</sup>。

$$\ddot{y} + (2\gamma - \alpha y)\dot{y} + \omega_n^2 y = 0 \dots\dots\dots (43)$$

ここに、 $2\gamma = R/M$ ,  $\omega_n^2 = k/M$ ,  $\alpha = \eta \cdot \rho Q / (M \cdot a)$  であり、 $\eta$  は係数、 $a$  はゲートの開きである。

発生するゲートの振動の振幅を  $\epsilon$  として、不安定条件を求めると

$$2\gamma < \alpha \epsilon = \eta \cdot \frac{\rho Q_0}{M} \frac{\epsilon}{a} \dots\dots\dots (44)$$

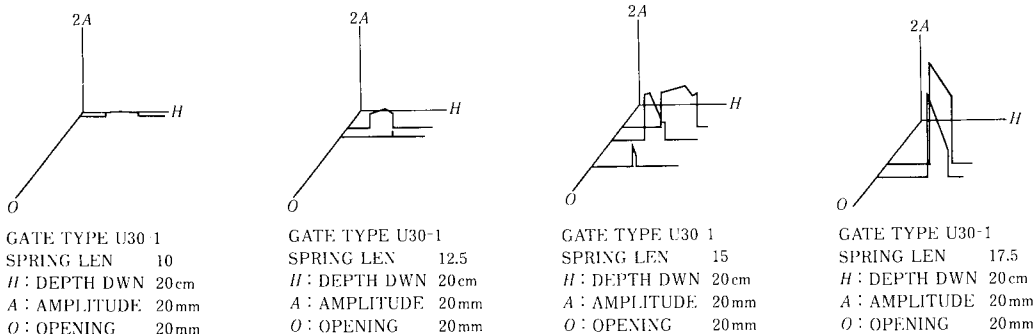


図-15



となり、 $Q_0/a=v_0$ で流速が速いほど、また、 $\alpha$ が小さいほど、振動の振幅 $\varepsilon$ が大きいくほど、自励振動が発生しやすいことを示している。

図-15はその後ローラーゲートについて実験したときの自励振動の発生領域を示すものであり、縦軸 $2A$ が振動の複振幅、横軸 $H$ は下流水位、 $O$ はゲートの開きを示し三次元グラフ表示したものである。ゲートの開き $O$ が大きくなると振動が発生しなくなり、またばね定数が小さいほど（SPRING LENの値が大きくなるほど振幅が大きくなる）振動発生領域が広くなり、(44)の結果と一致していることがわかる。

## 8. おわりに

流体力と振動という、空気の関係では橋梁、煙突等で多くの問題で研究されている。また研究者の数もかなり多い。水の関連では、熱交換器等は機械、原子力の分野で多く研究されている。またゲートは土木構造物であるが、実際の作製は機械技術者がタッチしており、流れの関連のものは土木技術者が、また止水ゴム（これに関する振動は意外と多いが）は化学工学技術者というように広範囲にわたっており、どこかでトータルな見方をしなければならぬわけである。しかし、このように広い範囲の技術の集約のために、つい振動等が発生しても後手に回ってしまう傾向にある。当然のこととして、これに関する研究者の数は非常に少ないのが現状である。

本文によって少しでも若い人達が流体力学振動に興味をもち、またこの分野の研究をしようとする人が出てくればと思いつつ筆をおく。

## 参考文献

- 1) 土木技術者のための振動便覧, 土木学会, 第11章, 1985.
- 2) Sakai, F. : Vibration Analysis of Fluid-Solid Systems, Proc. U.S.-Japan Seminar on Interdisciplinary Finite Element Analysis, Cornell University, New York, 1978.
- 3) Au, M.C. and Brebbia, C.A. : Water wave Analysis, Topics in Boundary Element Research, Edited by C.A. Brebbia, Volume 1. Basic Principles and Applications, Springer-Verlag, 1984.
- 4) Wrobel, L.C., Sphaier, S.H. and Esperan ça, P.T.T. : Propagation of Surface Waves, Topics in Boundary Element Research, Edited by C.A. Brebbia, Volume 2. Time-dependent and Vibration Problems, Springer-Verlag, 1984.
- 5) たとえば Boundary Elements VII, Proceeding of the 7th International Conference, Villa Olmo, Lake Como, Italy, September 1985, Editors : C.A. Brebbia, G. Maier Vol. I and II, Springer-Verlag が最新のものであるが、毎年シンポジウムは開催されており、流体のみでなく非常に広範な分野を含んでいる。
- 6) 日野幹雄：流体力学，朝倉出版，1974.
- 7) Schlichting, H. : Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, 1960.
- 8) 土木技術者のための振動便覧, 土木学会, 第10章, 1985.
- 9) Ronald T. Hartlen and Iain G. Currie : Lift-Oscillator Model of Vortex-Induced Vibration, Proc. of ASCE. EMS, pp.577-591, 1970.
- 10) Blvins, R. D. : Flow Induced Vibration, Van Nostrand, 1977.
- 11) Tamura, Y. and Matsui, G. : Wake-Oscillator Model of Vortex-Induced Oscillation of Circular Cylinder, Proc. of 5th Int. Conf. Wind Engineering, Fort Collins, 1979.
- 12) Parkinson, G.V. : Nonlinear Oscillator Modelling of Flow-Induced Vibrations, IAHR/IUTAM Symposium (H 3), Springer-Verlag, pp. 786-797, 1979.
- 13) 土木技術者のための振動便覧, 土木学会, p.432, 11.3.2, スクリーンの振動, 1985.
- 14) Michael P. Paidoussis : Flow Induced Vibrations in Nuclear Reactor and Heat Exchanges, IAHR/IUTAM Symposium (A1), Springer-Verlag, p.1, 1979.
- 15) Giampaolo Di Silvio : Self-Controlled Vibration of Cylinder in Fluid Stream, Pr. ASCE (EM 2), Apr. 1969.
- 16) Bublitz, P. : Unsteady Pressure and Forces Acting on an Oscillating Circular Cylinder in Transverse Flow, IAHR/IUTAM Symposium, Springer-Verlag, 1972.
- 17) Weaver, D.S. : Flow Induced Vibrations in Valves Operating at Small Openings, IAHR/IUTAM Symposium (B 13), Springer-Verlag, p.305, 1979.
- 18) Weaver, D.S. and Adubi, F.A. : Flow Visualization Studies of check valve Vibrations, Proc. 4th Biennial Symp. on Turbulence in Liquids, University of Missouri-Rolla, J.L. Zakin, G.K. Patterson editors, Science Press, Princeton, J.J. 1975.
- 19) Kurt Petrikat : Seal Vibration, IAHR/IUTAM Symposium, Springer-Verlag, 1979.
- 20) Kolkman, P.A. : Instability of a Vertical Water-Curtain on Air-Chamber, IAHR/ IUTAM Symposium, Springer-Verlag, 1972.
- 21) Treiber, B. : Theoretical Study of Nappe Oscillation, IAHR/IUTAM Symposium, Springer-Verlag, 1972.
- 22) Ogihara, K. and Homma, H. : Theoretical Analysis of Flap Gate Oscillation, Proc. of IAHR, 1977.
- 23) 荻原国宏・本間 仁：フラップゲートの振動についての理論解析, 土木学会論文集, 第238号, 1975.
- 24) Ogihara, K. and Ueda, S : Flap Gate Oscillation, IAHR/IUTAM Symposium, Springer-Verlag, 1979.
- 25) 荻原国宏：フラップゲートおよびナップの自励振動, 土木学会論文集, 1985.5.
- 26) Ogihara, K. : Unstable Condition of Self-Excited Oscillation of Flap Gate, 21 st, IAHR Congress, Melbourne, Australia, 19-23, August, 1985.
- 27) Ivan Schwartz, H. : Nappe Oscillation, Journal of Hy. Div., Proc. of ASCE, Nov. 1964.

- 28) Petrikat, K. and Unny, T.E. : Discussion on Nappe Oscillation by H. Ivan, Schwartz, J. of Hy. Div., Proc. of ASCE, Sept., 1965.
- 29) Eduard Nandascher : Discussion on Nappe Oscillation by H. Ivan Schwartz, J. of Hy. Div., Proc. of ASCE, May, 1965.
- 30) 荻原国宏・上田幸彦：長径間ゲートの振動特性に関する研究，土木学会論文集，第 279 号，1978.
- 31) 荻原国宏・上田幸彦：ローラーゲートの小開度における振動，第 40 回土木学会年次学術講演会，II-124，1985 年 9 月.
- 32) Schlichting, H. : Boundary Layer Theory, McGraw-Hill, 1960.

(1986.1.9・受付)

---