

円筒タンクの非線形スロッシング解析に基づく 長周期応答スペクトルの推定[†]

ESTIMATION OF LONG PERIOD RESPONSE SPECTRA WITH NONLINEAR SLOSHING ANALYSIS OF CYLINDRICAL TANKS

嶋田三朗*・山田善一**・家村浩和***・野田 茂****

By Saburo SHIMADA, Yoshikazu YAMADA, Hirokazu IEMURA and Shigeru NODA

In this study, the effect of nonlinear boundary conditions at liquid surface on sloshing height of cylindrical tank under vertical and horizontal ground motions is discussed in comparison to linear analysis. It is found that this effect mainly depends on both dimensionless sloshing height and dimensionless liquid depth as far as smaller sloshing height is concerned, and simple formula estimating this effect is proposed. On the level of observed large sloshing height due to the 1983 Nihonkai-chubu earthquake, sloshing height calculated under nonlinear conditions are estimated about 10-25 % larger than those under linear conditions. Taking into account this effect, response spectra of long period ground motions deduced from observed sloshing height are found nearly equal to two-dimensional response spectra calculated from strong motion seismograms.

1. 序 論

今後ますます重要になると考えられるやや長周期領域における地震動に関しては、現在のところ必ずしも十分な情報が得られているとはいえない。その原因としては、次のことが指摘できる。従来のSMAC型加速度計ではこの周期帯において各種の誤差が含まれている可能性があり、記録長(最大3分間)も十分とはいえない。また、最近になって工学の分野でも利用され出した気象庁1倍強震計は、最大振幅が土約3cmで振り切れてしまう。そのような状況のもとで、比較的発生メカニズムが明解なタンクのスロッシング挙動を調べ、スロッシング高さの観測結果を検討することは、やや長周期領域における地震動に関し貴重なデータを提供できるものと考えられる。

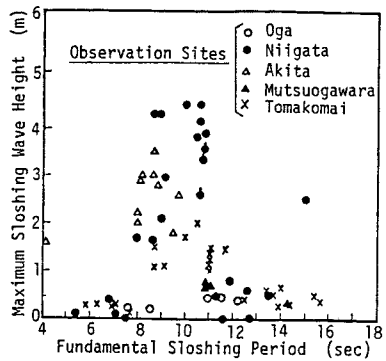
著者らは、日本海中部地震時における石油タンクのスロッシング現象や各種の強震計記録から、長周期構造物

の設計入力地震動について検討を行ってきた¹⁾。その際、ポテンシャル理論に基づく線形流体力学解析を採用し、スロッシングの基本モードの周期 T_s と、スロッシング波高 η_{max} から逆算した地動の速度応答スペクトル S_v を式(1)および(2)により求めた。

$$T_s = 2\pi \sqrt{\frac{D}{3.682g} \coth\left(\frac{3.682 \cdot H_l}{D}\right)} \dots\dots\dots(1)$$

$$S_v = \frac{g \cdot T_s}{0.837 \pi D} \eta_{max} \dots\dots\dots(2)$$

ここに、 D はタンクの直径、 H_l は液深、 g は重力加速度、 η_{max} は最大観測波高である。地震時に観測されたスロッシングの最大観測波高 η_{max} とスロッシングの周期 T_s と



図一 日本海中部地震時の各地のスロッシング観測波高

[†] 土木学会第18回地震工学研究発表会にて一部発表
 * 正会員 前田建設工業(株)主任 土木設計部 (〒102 千代田区富士見 2-10-26)
 ** 正会員 工博 京都大学教授 工学部土木工学教室 (〒606 京都市左京区吉田本町)
 *** 正会員 工博 京都大学助教授 工学部土木工学教室 (同上)
 **** 正会員 工修 京都大学助手 工学部土木工学教室 (同上)

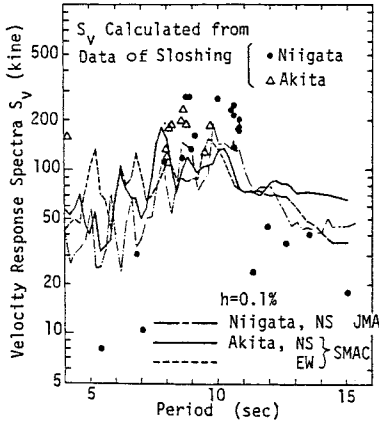


図-2 応答スペクトルの比較

の関係は、図-1 のようである。なお、スロッシング高さは油の痕跡より推定したが、その精度については、現場の観測者に直接確認を行っている。

また、強震計記録としては、新潟地方気象台の1倍強震計記録（振り切れている記録を修復したもの）¹¹と運輸省秋田港でのSMAC（B2）型加速度記録（記録長3分もの）を用いた。これらの実記録より算出した速度応答スペクトルと、図-1 および式（2）により逆算した S_v 値を比較したのが図-2 である¹¹。同図より、新潟や秋田では周期8～11秒において、200kine（減衰0.1%）前後の速度応答スペクトルを与える地動があったことが、スロッシング観測と強震計記録の両者から推察される。このように、前論文¹¹では、やや長周期領域の地震動に関する貴重なデータを提供することができた。

しかし図-2 にみられるように、スロッシング高さから逆算した S_v 値は、強震計記録から得られた S_v より、かなり大きめの値を示している例が多く、特にスロッシング高さが大きい場合に顕著であった。

上述のごとく、2つの異なった算定法から求めた S_v 値が相違する原因としては、タンクと強震計の設置位置の相違や、強震計記録に含まれる各種の誤差等が考えられる。一方では、式（1）および（2）に考慮されていない各種の要因¹⁰、特にスロッシング波高に含まれる境界条件の非線形性や上下動入力の影響が原因していることも考えられる。また、水平面内での地動の軌跡を勘案し、強震計記録による S_v は任意の方位における速度応答の最大値を取るべきかもしれない。

そこで、本研究では、まず、スロッシングに関して、水平動と上下動が同時に作用したときの境界条件の非線形性を考慮した振動方程式を導く。これより、正弦波入力に対する過渡応答特性を検討し、液面揺動に関する非線形挙動の基本的特徴について論ずる。次に、強震計記録を用いた非線形解析を行い、線形解による最大スロ

シング波高と比較することにより、境界条件の非線形性の影響を簡便に評価するための回帰式を提案するものである。一方、強震計記録の水平2成分を用いて二次元速度応答スペクトルを求め、1方向のスペクトルと比較するとともに、最大応答を示す方位をスロッシング観測結果と比較する。最後に、スロッシング観測波高から非線形性を考慮して求めた逆算応答スペクトルと、強震計記録から求めた二次元応答スペクトルとの比較検討を行う。なお、本論文で論じる境界条件の非線形性とは、自由液面における境界条件がスロッシングにより変化することを考慮した有限振幅理論に従っている。

2. 水平上下同時加振による非線形液面揺動に関する基礎方程式

剛体円筒タンクの非線形スロッシング挙動に関する従来の研究には、上下方向正弦波加振に対して、安定・不安定問題として解析（摂動法）および実験を比較したもの²⁾や、有限要素法による正弦波過渡応答解析例³⁾等がある。また、水平方向加振に対する自由液面での非線形境界条件を扱ったものには、正弦波入力に対し、swirl（旋回）を含む安定問題として解析および実験的に研究したもの⁴⁾や、確立論的立場から非定常不規則応答解析を実施したもの⁵⁾等がある。しかしながら、実地震波による水平上下同時入力に対するスロッシング応答を、観測波高と比較しながら論じたものはほとんど見当たらない。

本研究では、剛体円筒タンクの非線形液面揺動について、坂田・木村・内海による方法⁵⁾をもとに、それに新たに上下動入力の項を導入するものである。解析においては、非圧縮完全流体の渦なし流れを仮定した。

液体のタンクに対する相対運動の速度ポテンシャル ϕ を用いると、ラプラスの方程式は

$$\nabla^2 \phi = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \phi}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial \theta^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \dots\dots\dots (3)$$

側壁面および底面における境界条件は

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{r=a_0} = 0 \dots\dots\dots (4)$$

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=-h} = 0 \dots\dots\dots (5)$$

液面における非線形境界条件は

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{a_0} \left\{ \left. \frac{\partial \phi}{\partial t} \right|_{z=\eta} + [g + \dot{f}_z(t)] \eta + r \cos \theta \dot{f}_x(t) + \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{\partial \phi}{\partial r} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \phi}{\partial \theta} \right)^2 + \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 \right\} \right|_{z=\eta} - \frac{1}{2} [\dot{f}_z^2(t) + \dot{f}_x^2(t)] \right\} \times \delta \eta r d r d \theta = 0 \dots\dots\dots (6)$$

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{a_0} \left[- \left. \frac{\partial \eta}{\partial t} + \frac{\partial \phi}{\partial z} \right|_{z=\eta} - \left. \frac{\partial \phi}{\partial r} \right|_{z=\eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial r} \right]$$

$$-\frac{1}{r^2} \frac{\partial \phi}{\partial \theta} \Big|_{z=\eta} \cdot \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \Big|_{z=\eta} \delta \phi \Big|_{z=\eta} r dr d\theta = 0 \dots\dots (7)$$

となる。

ここに、 r, θ, z は図-3に示す円筒座標系である。 a_0 はタンク半径、 h は液深、 η は液位すなわちタンクに固定された運動座標系に対する液面の z 方向変位を表わす。 $\ddot{f}_z(t), \ddot{f}_x(t)$ はおのおの上下および水平方向の入力加速度である。式(6)は自由表面における圧力条件、式(7)は波形連続条件である。いずれもガレルキン法による計算の便宜のために積分形で示してある。

ガレルキン法による近似解法においては、 ϕ と η の許容関数として、線形自由振動モードのうち、加振方向に揺動する面内揺動成分のみを取り上げた次式を採用する。

$$\phi(r, \theta, z, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{mn}(t) \cos m\theta \times J_m(\lambda_{mn} r) \times \cosh[\lambda_{mn}(z+h)] / \cosh(\lambda_{mn} h) \dots\dots (8)$$

$$\eta(r, \theta, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} C_{mn}(t) \cos m\theta \times J_m(\lambda_{mn} r) \dots\dots (9)$$

ここに、 $A_{mn}(t)$ および $C_{mn}(t)$ は一般化座標である。周方向波数 m 、半径方向モード次数 n に対する固有値 λ_{mn} は、 $dJ_m(\lambda r)/dr|_{r=a_0} = 0$ を満たす n 番目の正根である。ただし、 J_m は第1種 m 位ベッセル関数である。ここで考慮するモードとしては、浮根式大型タンクのスロッシングに支配的と考えられるものとした。周方向波数は $m=0, 1, 2$ までとし、半径方向次数は最低次の $n=1$ のみとする。採用した3つのモードを図-3に示す。以下、 i 次モードと表現するときは周方向波数 i を表わすものとし、添字 n を省略する。したがって、1次モードが線形解における基本モードに対応し、0次および2次モードが非線形項となる。各次の固有振動数は $\omega_m^2 = g \lambda_m \tanh(\lambda_m h) \dots\dots (10)$ で与えられる。ここに $\lambda_0 a_0 = 3.8317$, $\lambda_1 a_0 = 1.8412$, $\lambda_2 a_0 = 3.0542$ である。

次に、タンク半径 a_0 と固有振動数 ω_1 を用いた無次元量により式(6)~(9)を表現し、ガレルキン法を用いて一般化座標 C_i に関する常微分方程式を導く。無次元化や式の誘導については基本的に文献⁵⁾を参考にし

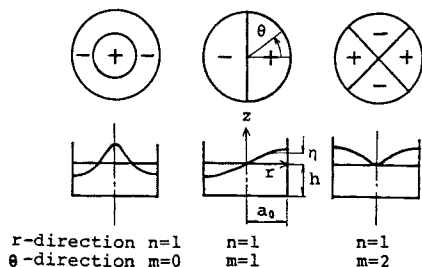


図-3 座標系と振動モード

た、液位の一般化座標 C_i の振動方程式として、
 $\ddot{C}_1 + 2\xi_1 \dot{C}_1 + [1 + \ddot{f}_z(t)/g] C_1 + C_1^3 P^{(1)}$
 $+ C_1 \dot{C}_1^2 P^{(2)} + C_1 C_0 Q_0^{(1)} + \dot{C}_1 \dot{C}_0 Q_0^{(2)}$
 $+ C_1 C_2 Q_2^{(1)} + \dot{C}_1 \dot{C}_2 Q_2^{(2)} = -\mu S_1 \ddot{f}_x(t) \dots\dots (11)$

$$\ddot{C}_0 + 2\xi_0 \omega_0 \dot{C}_0 + \omega_0^2 [1 + \ddot{f}_z(t)/g] C_0 = C_0^2 R_0^{(1)} + \dot{C}_0^2 R_0^{(2)} \dots\dots (12)$$

$$\ddot{C}_2 + 2\xi_2 \omega_2 \dot{C}_2 + \omega_2^2 [1 + \ddot{f}_z(t)/g] C_2 = C_2^2 R_2^{(1)} + \dot{C}_2^2 R_2^{(2)} \dots\dots (13)$$

が得られる。

ここに、 ξ_i は i 次の等価減衰定数である。 S_1 は定積分値、 $\mu, P^{(1)}, P^{(2)}, Q_m^{(1)}, Q_m^{(2)}, R_m^{(1)}, R_m^{(2)}$ ($m=0, 2$) は無次元液深 \bar{h} ($=h/a_0$) に依存する非線形パラメータである。

式(11)~(13)には、上下動 \ddot{f}_z の影響が Mathieu の方程式の形で導入されている。定常振動状態における不安定問題と対応させると、 \ddot{f}_z の影響が最も大きくなるのは \ddot{f}_z が、各次の振動モードに対してサブハーモニックな振動数となる $2\omega_0, 2\omega_1, 2\omega_2$ の振動数を有する場合である。また、水平動入力 \ddot{f}_x は1次モードにのみ直接作用し、0次および2次モードに対しては、1次モードの振動 C_1^2 および \dot{C}_1^2 が外力として作用していることがわかる。

いま、スロッシングの主振動は1次モードであるので、

$$C_1 = \bar{C} \sin \omega_1 t$$

とおくと、式(12)の右辺の外力項は、

$$C_1^2 R_0^{(1)} + \dot{C}_1^2 R_0^{(2)} = \bar{C}^2 (R_0^{(1)} + R_0^{(2)} \omega_1^2) - (R_0^{(1)} - R_0^{(2)} \omega_1^2) \cos 2\omega_1 t / 2 \dots\dots (14)$$

となる。したがって、式(12)より、 C_0 は振動数 $2\omega_1$ の外力を受ける振動となる。また、 C_2 についても同様である。その結果、 $2\omega_1/\omega_0$ および $2\omega_2/\omega_0$ が1に近づくと、おのおの0次および2次モードが共振し、非線形の影響が強く現われることとなる。図-4は、無次元液深 \bar{h} (タンクの形状を表わしている) に対して $\omega_1/\omega_0, \omega_1/\omega_2$ を示したものである。 \bar{h} の増大とともに、 ω_1/ω_0

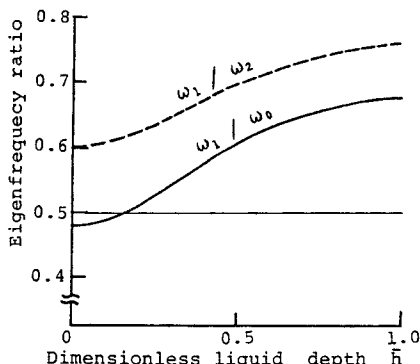
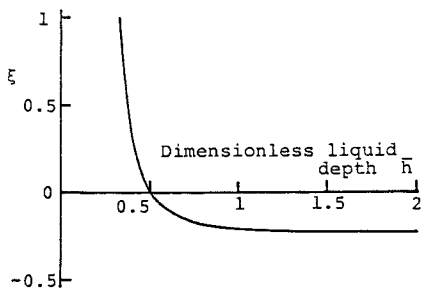


図-4 各次の固有振動数の関係



図—5 振動数の振幅依存性を表す係数 ξ と無次元液深 \bar{h} の関係 (内海による⁶⁾)

および ω_1/ω_2 はともに単調増加を示している。 $h < 0.16$ における ω_1/ω_0 を除き、振動数比は両者とも 0.5 以上である。したがって、 \bar{h} の小さいタンク、すなわち浅い形状のタンクほど非線形性の影響が現われやすくなるものと考えられる。また、式 (12) と (13) よりわかるように、 C_0 、 C_2 は基本的には C_1^2 に比例する量である。したがって、非線形性の影響の割合、すなわち C_0 、 C_2 の C_1 に対する比は C_1 に比例することが了解される。

次に、振動周期の振幅依存性について述べておく。内海⁶⁾によると、線形振動数およびタンク半径で無次元化された無次元非線形振動数 ω と無次元振幅 (波高) C との関係は、摂動法を用いると、

$$\omega^2 = 1 + \xi C^2 \dots \dots \dots (15)$$

で近似される。 ξ は無次元液深 \bar{h} にのみ依存し、図—5 のようになる。式 (15) および図—5 によると、 $\bar{h} = 0.5$ を境として、それ以下では振幅 C の増加とともに ω は増加し、逆に $\bar{h} > 0.5$ では ω は減少することがわかる。

3. 正弦波入力に対するスロッシング過渡応答

大きなスロッシング現象は、地震波動のうち、固有周期周辺の狭帯域の周波数成分に対する、減衰の非常に小さい共振現象と考えられる。日本海中部地震時の新潟でのスロッシング観測では、片振幅 10~15 cm (加速度で 4~6 gal) で 15 波程度の共振正弦波に相当する地動が作用したものと推定された¹⁾。

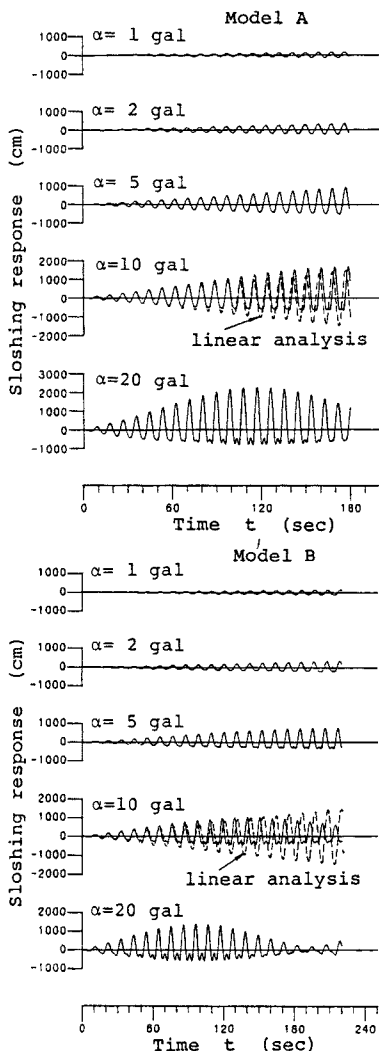
そこで共振正弦波入力に対してスロッシングの過渡応答を解析し、非線形性の影響について考察する。解析モデルとしては、現存する浮屋根式大型タンクを念頭において、表—1 に示す 2 種類のものを用いた。モデル A は、波高の増大とともに振動周期が増大する軟化ばね型の形状特性 (深いタンク： $\bar{h} = 0.667$) を有する。一方、モデル B は逆に硬化ばね型 ($\bar{h} = 0.333$) のタンクである。減衰定数は各次とも 0.1% とした。

(1) 水平方向入力

水平方向のみの入力に対し、入力加速度を 1~20 gal にした場合のスロッシング応答 ($\theta = 0^\circ$, $r = a_0$ の液位)

表—1 正弦波応答に用いた解析モデル

Model	Diameter (m)	Liquid Depth (m)	Fundamental Slosing Period (sec)
A	60	20	8.83
B	60	10	10.96



図—6 共振正弦波入力に対する過渡応答波形

を図—6 に示す。入力加速度が 10 gal については線形解 (すなわち 1 次モードのみ) の結果を破線で示してある。ここで、本研究で計算した非線形解によるスロッシング波高と既往の線形解を比較してみる。波高が+側 (上昇側) の非線形応答は線形解よりも大きくなり、波高の-側 (降下側) では液位の低下が線形解より少なくなっている。これは、式 (14) にみられるように、 C_0 と C_2 の振動方程式の外力項には調和形の振動成分だけでな

く、 C_2^2 に比例する正の外力が常に作用しているためと解釈できる。図一6から、モデルAでは振動周期が線形解より長くなっており、モデルBでは逆に短くなっているのがみてとれる。そのため、両モデルとも、振幅の増加とともに自由振動周期と強制振動周期との間にずれが生じ、うねり現象を呈している。この現象は特に $\alpha = 20$ gal の場合に顕著にみられる。モデルBはモデルAよりも非線形性の影響が大きく現われている。これは図一4で示したように、浅いタンクほど非線形性が現われやすくなるという形状特性のためである。以下+側の最大スロッシング高さ η_{max} を線形解と比較する。以下、モデルAの結果のみを示す。

図一7は、入力加速度の変化に対し、応答波高の非線形解と線形解との比 β_1 を、入力波数 n をパラメータにして示したものである。一部を除き、非線形性を考慮して求めた波高は、全体的に線形解より大きくなっていく。ただし、入力加速度が大きく、入力波数も多くなると、非線形波高は線形解より逆に小さくなっていく。これは、波高の増大とともに振動周期の振幅依存性により入力周期とのずれを生じ、共振状態から離れるためである。

図一8は、無次元波高 $\bar{\eta} (= \eta_{max} / \alpha_0)$: 以下の図における $\bar{\eta}$ は線形解によるものを示す) に対し、 β_1 をプロットし直したものである。図中には、入力加速度や入力波数の異なるものを一緒にプロットしてある。波高がタンク半径の0.1~0.2倍程度(これは大型タンクで工学的に問題となる範囲である)までは β_1 は単調に増加し、

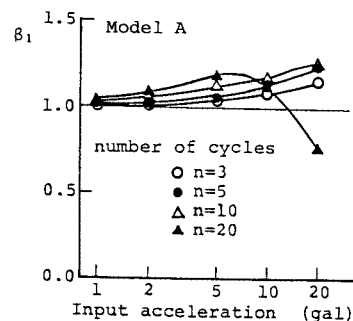
$$\beta_1 = 1 + \gamma \bar{\eta} \dots \dots \dots (16)$$

の直線に乗っている。 γ は \bar{h} に依存する定数で、

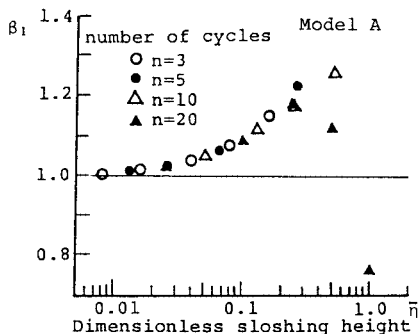
$$\left. \begin{array}{l} \text{モデルA } (\bar{h}=0.667) \text{ に対し, } \gamma=1.03 \\ \text{モデルB } (\bar{h}=0.333) \text{ に対し, } \gamma=2.40 \end{array} \right\} \dots \dots (17)$$

で近似できる。この β_1 と $\bar{\eta}$ との関係は、前述したように、非線形項 C_0, C_2 が基本的には C_2^2 に比例することからも明らかである。

図一8は、比較的小きな波高の範囲において、共振正弦波に対する応答波高の非線形性が、入力加速度や入力



図一7 入力加速度と線形解との波高比の関係(共振正弦波入力)



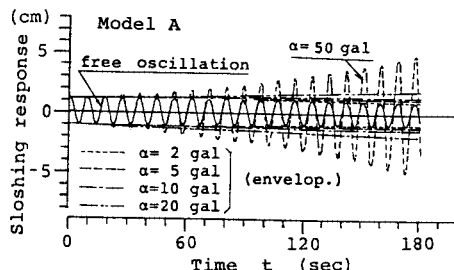
図一8 無次元波高と線形解との波高比の関係(共振正弦波入力)

波数に直接左右されず、その結果としての応答波高にのみ依存することを示している。この性質は後に述べる実地震波入力についてもほぼ適合する。すなわち、タンクのスロッシングの非線形性は、主として無次元液深(タンク形状)と無次元波高により支配されるといえる。

(2) 上下方向入力

液面静止状態から上下動を単独に入力したのではスロッシングは生じない。そこで、初期条件として最大波高1 cmの1次モード形を与え、1次振動数 ω_1 の2倍の振動数を有する正弦波を、上下方向に入力した。入力加速度を2~50 galと変化させ、入力波数 n を40波(1次振動の20波に相当)まで加えた。モデルAの結果を図一9に示す。図一9において、入力加速度が50 galの応答波形は破線で示し、その他のものは応答の包絡線を示した。また、初期状態からの自由振動波形も実線で示してある。

図からわかるように、応答は1次モードのみが強く現われ(振動数は ω_1 である)液面上昇側と下降側とは対称な波形となっている。これは、1) 式(12), (13)において、 C_0, C_2 の外力項の C_1 が非常に小さいために C_0, C_2 がほとんど励起されないためと、2) 上下動入力 \ddot{f}_z の振動数を $2\omega_1$ としたことによって C_0, C_2 に対してはサブハーモニックな振動数から離れており、上下動の影響が現われないためと考えられる。応答波高につ



図一9 上下方向正弦波入力に対する過渡応答波形

いては、入力加速度が50 galの場合でも、入力40波で5 cm程度にしか増幅していない。以上のことより、上下動単独では工学的に問題となるようなスロッシングは生じないことがわかる。

(3) 水平上下同時入力

水平上下同時入力についても、上下動入力の影響が最も大きくなるのは入力振動数がサブハーモニックな場合である。そこで、水平動に対し ω_1 、上下動に対し $2\omega_1$ を有する入力条件のもとで検討を行った。その際、水平動と上下動の位相差 ψ をパラメーターにとり、最大加速度は水平、上下ともに10 galとした。入力波数は1次周期の20波分とする。

解析結果を図-10に示す。線形解による波形を破線、水平動のみの非線形応答を実線で示し、水平上下同時入力に対しては非線形応答の包絡線で示してある。

図-11には、入力波数 n に対して最大応答波高の非線形解と線形解の比 β_2 を示した。図中には水平動のみの結果も示した。上下動の影響は ψ が 0° と -180° 、 -90° と -270° とは逆の効果となっている。すなわち、水平動のみの結果と対比させると、位相差によってはスロッシング波高が上下動により逆に押さえられることもあることがわかる。また、 $n=15$ の場合をみると、 β_2 は水平動のみのときには約1.2であるのに対し、 $\psi=0^\circ$ 、 -90° の上下動を加えるとそれが約1.3に増加している。このような入力条件の場合には、上下動の影響を無視できないことがわかる。

4. 実地震波入力に対するスロッシング応答

日本海中部地震時の強震計記録としては、秋田におけるSMAC記録、新潟および苫小牧における気象庁1倍強震計記録を用いた。また、対象としたタンク諸元については、秋田、新潟、苫小牧において日本海中部地震時に実際にスロッシングが観測されたものを採用した。ほとんどのタンクは、容量1万kl~13万klの大型タンクである。

図-12は、水平動(NS成分)のみの入力に対し、最

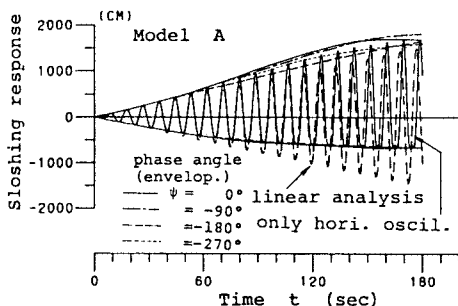


図-10 水平上下同時入力(共振正弦波)に対する応答

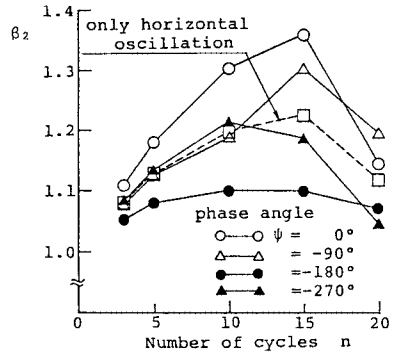


図-11 水平上下同時入力(共振正弦波)に対する波高の線形解との比

大応答波高の線形解に対する比 β_1 を示したものである。線形解に対し、非線形性を考慮すると、新潟で~15%、秋田で~20%、苫小牧で~10%程度の波高の増大がみられる。また、大きな β_1 を示す周期帯は8~11秒程度であるが、これは図-1の観測例でわかるように、大きなスロッシング波高を示した周期帯でもある。その他の周期にも比較的大きな β_1 を示すものもある。これは、地震発生時の液位がかなり低く、形状特性の影響が大きく現われたものと考えられる。

次に、水平動(NS成分)と上下動を同時に入力したときの最大波高を、水平動のみの場合との波高比 β_2 で示したのが図-13である。図より明らかなように、最大波高に及ぼす上下動の影響は~±2%程度で、工学的には無視し得る大きさといえる。上下動の影響は、波高を増大させる作用と、逆に波高を減少させる作用とほぼ同じ程度に現われている。これは、正弦波入力の項で検討したように、水平動と上下動の入力位相差の分布に関係しているものと考えられる。また、正弦波入力の場合(図-11)に比べ、上下動の影響が小さくなっているのは、以下の理由による。正弦波入力の場合には、上下動

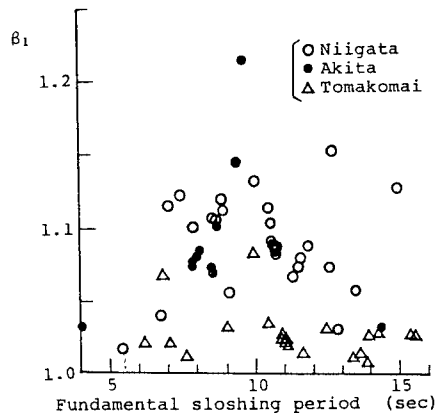


図-12 水平動入力に対する線形解との波高比

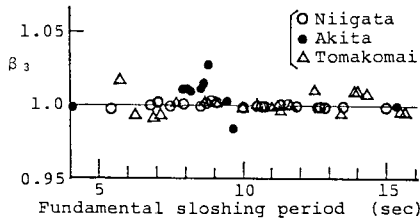


図-13 非線形解析における上下動の影響

の振動数を1次振動数 ω_1 に対して1/2サブハーモニックとし、入力加速度振幅を水平動と同じとしたためである。図-13より、このような特殊な入力条件は、少なくとも今回用いた実地震波には存在しなかったことがわかる。新潟、秋田、苫小牧を比較すると、新潟では他地点に比べ上下動の影響が全体に小さくなっている。これは、スロッシングの基本周期帯(今回の場合6~14秒程度)における水平動成分に比較して、その1/2の周期帯(3~7秒)における上下動成分の割合が、新潟の場合、他地点より大幅に小さいという特性によるものである。

さて、前章において、正弦波の水平方向入力に対して、非線形性が最大波高に及ぼす影響の大きさは式(16)で表わされることを述べた。そこで、実地震波に対しても非線形性の影響の大きさを簡便な近似式で表わせないかを検討する。ただし、ここでは、上下動の影響も含めて考える。すなわち、水平上下同時入力の場合の最大波高の線形解に対する比 β_2 について整理してみる。

いま、容量2万kl~13万kl程度的大型タンクのスロッシングを対象とすると、タンクの直径は40~85m程度、満液時の液深は15~23m程度である。スロッシングが工学的に問題(内液の溢流)となるのは満液に近い状態であるので、無次元液深は0.4~0.9程度を考えればよい。そこで、上記の解析結果のうち該当するものを選び出し、式(16)の形の γ (上下動の影響を含む)を逆算してプロットしたのが、図-14のシンボルである。一方、無次元液深 \bar{h} と γ との関係は双曲線と仮定して回帰曲線を求めたのが図-14の破線である。回帰曲線として

$$\gamma = 0.952/\bar{h} - 0.397 \dots\dots\dots (18)$$

が得られた。なお、正弦波入力に対して得られた式(17)もこの曲線上に乗ってくる。

図-14に示した解析結果は、無次元波高 $\bar{\eta}$ が0.1以下のものであるが、工学的にはもう少し大きな波高のものについても式(18)が成り立つことを確認しておく必要がある。そこで、新潟、秋田で大きなスロッシングを生じた数基のタンクについて、水平と上下の入力地動の振幅をおのおの1.5倍および2倍にして解析し、 $\bar{\eta}$ に対して β_2 をプロットしたのが図-15である。[β_2-1] は $\bar{\eta}$ にほぼ比例することがわかる。これより、正弦波

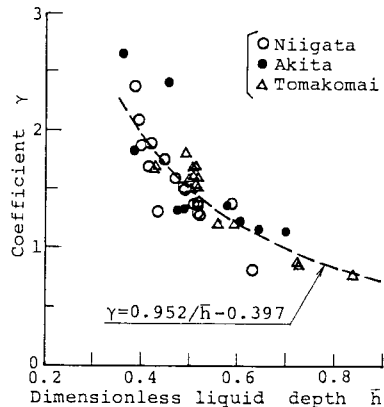


図-14 非線形性の影響の大きさを表わす係数 γ と無次元液深との関係

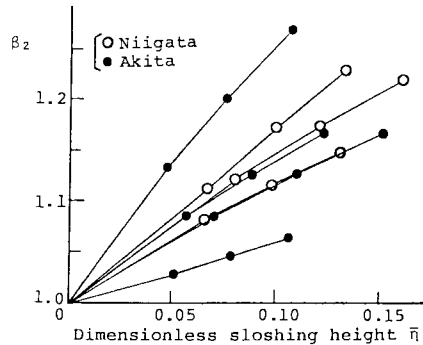


図-15 線形解との波高比 β_2 と無次元波高の関係

入力に対する図-8と実地震波に対する図-15を参考とすると、式(18)は $\bar{\eta}$ が0.2程度までは成立すると考えられる。 $\bar{\eta}=0.2$ は、直径80mのタンクで波高が8m、直径50mのタンクで5mに相当するので、工学的な範囲を包含していると考えられる。

以上の検討により、上下動入力を含む非線形スロッシング波高は、線形解による波高に次の係数 β_2 を乗ずることにより簡便に評価することができる。

$$\beta_2 = 1 + (0.952/\bar{h} - 0.397)\bar{\eta} \dots\dots\dots (19)$$

なお、図-14におけるばらつきの原因としては次のようなことが考えられる。

- 1) 各地震波のスペクトル形状の相違。振幅の増大に伴って振動周期が変化するので、1次周期周辺のスペクトル特性も影響する。
 - 2) 上下動成分の影響の差
- このようなことより、今後、他の地震波形についても検討を行う必要がある。

5. 二次元速度応答スペクトル

円筒タンクは軸対称構造物であるので、地震時にどの

方向にも同等に揺れる可能性がある。そのため、タンクの円周方向で最も応答スペクトルが大きくなる方位において最大のスロッシングが生ずるものと考えられる。一方、強震計観測により地震動は水平面に関して直交2方向（多くの場合NSおよびEW）に記録されるため、どちらか1方向の成分だけで応答スペクトルを求めても、過小評価になる。

そこで、強震計記録の水平2成分を用い、おのおのの方向の速度応答値を時刻歴で合成し、そのベクトルの絶対値の最大（以下二次元スペクトルと称す）とその方向を求めてみた。新潟、秋田と苫小牧について計算した結果が図-16である。図-16の各図の上段は最大応答を生ずる方位 θ_s を○印で表わしている。図の下段は二次元速度応答スペクトルと、NSおよびEW成分が単独に作用したときの速度応答スペクトルを示している。図-16より、二次元スペクトルはNSおよびEWの応答スペクトルのほぼ包絡線となっている。秋田の周期9.5~12秒の区間等においては、従来の1方向のスペクトルによると真の応答を過小に評価する可能性のあることがわかる。しかしながら、周期4~16秒の間のいくつかの顕著なピーク値に関しては、両者のスペクトルにはほとんど差がない。

次に、最大応答を示す方位 θ_s についてみる。新潟においては最大波高の方位が岡本ら⁷⁾によって観測されている。図-16の(a)には観測値を●印で示している。図より、本解析の結果と観測値がよく一致していることがわかる。大きなスロッシングが観測された周期8~11秒の帯域において、 θ_s はNS~N30°Wの範囲に集中している。秋田、苫小牧については観測結果が得られておらず、本解析との定量的な比較はできない。図-16より、 θ_s は周期11秒以下において一様な分布を示している。また、新潟の周期12秒以上、秋田の13秒以上、苫小牧の11秒以上では、おのおの特定の方位に θ_s が集中している。この結果は、震源における発震機構や波動伝播に関する何らかの情報を提供しているものと考えられる。

6. 応答スペクトルの比較

4. では、スロッシング観測波高より式(2)を用いてタンクに作用した地動の応答スペクトル S_v を逆算すると、境界条件の非線形性のために過大な S_v を算定してしまうことを指摘した。その非線形性が最大波高に及ぼす影響の大きさ β_2 を示したのが図-12であった。同図は、各地の実在タンクと同じ諸元を有するモデルに観測地震波を入力して最大波高を求め、線形解と比較したものである。この解析によって求めた計算波高は各種の誤差のために必ずしも観測波高に一致していない。すなわち図-12は計算波高レベルにおけるものであり、こ

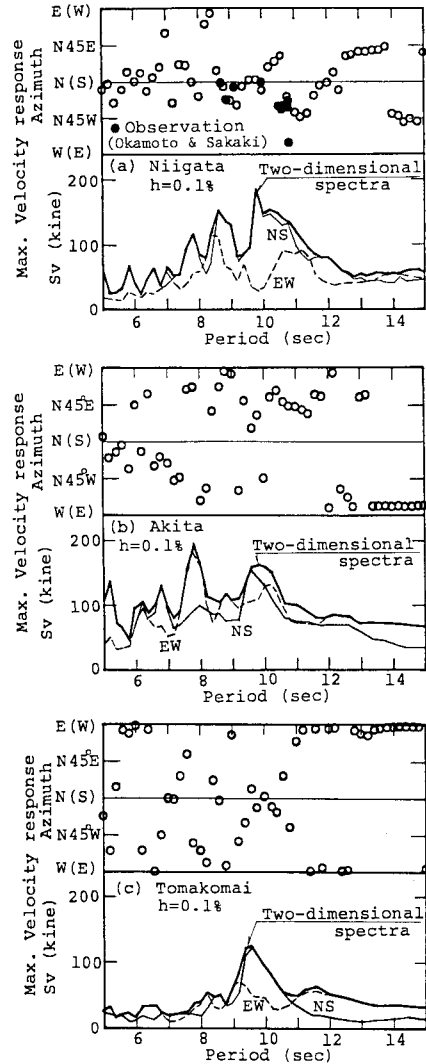


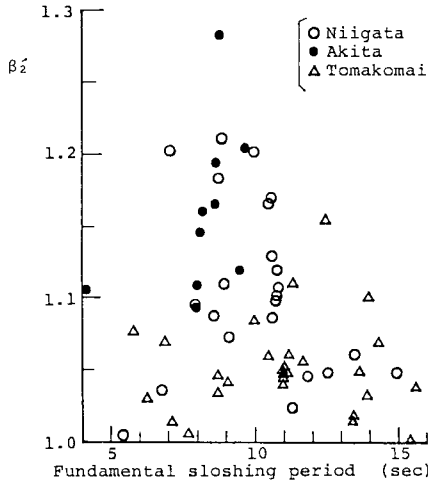
図-16 二次元応答スペクトル

こに必要な観測波高レベルのものではない。

ところで、式(19)における $[\beta_2 - 1]$ が $\bar{\eta}$ に比例する ($\bar{\eta} < 0.2$) ことが図-15において確認された。そこで、上下動の影響を含むこの関係を用いて各観測波高レベルでの β_2 を求め直したのが図-17である。同図の結果は図-12よりは全体に大きめの値が得られている。 β_2 の値は新潟で1.2以下、秋田で1.28~1.1、苫小牧で1.15以下となっている。

次に、各タンクについて式(2)で得られる S_v を図-17の β_2 で除して非線形性を考慮した S_v を求め、5. で得られた二次元速度応答スペクトルと比較したのが図-18である。

図中、前者を○印で後者を実線で示している。図-18(a)の新潟では振り切れた強震計記録を修復して用い

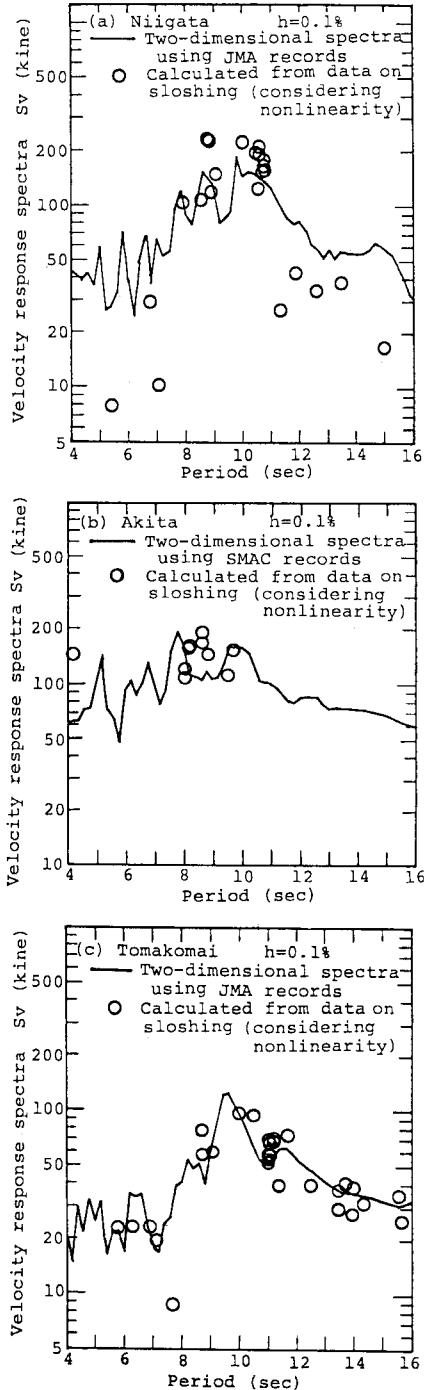


図一17 観測波高レベルにおける線形解との波高比

ているにもかかわらず、全体の傾向はよく対応している。周期 8~11 秒におけるスペクトルのピークにおいても、スロッシング波高から逆算した S_v が 230 kine (周期 8.7, 8.9, および 10.0 秒) に対し、強震計によるものが 190 kine (周期 9.8 秒) と若干の差があるが、図一2 に比べると両者の関係は格段に改良されている。図一18 (b) の秋田では、各種の誤差の混入の可能性のある SMAC 記録を用いて、二次元速度応答スペクトルを計算している。しかし、図一2 と比較すると、非線形性の影響の補正によって、2つの手法により求めた S_v の対応がかなりよくなっている。周期 4 秒および 8.5 秒付近で両者に差が認められる。これらの周期帯では、強震計記録のスペクトルの谷部に当たっており、その前後のスペクトルのピークをみると、ピーク値としてよい一致を示している。すなわちスロッシング波高から逆算した S_v が周期 4.1 秒で 140 kine に対し強震計記録によるものが周期 5.2 秒で 140 kine、また同様にスロッシングによるものが周期 8.7 秒で 200 kine に対し、強震計記録によるものが周期 7.8 秒で 200 kine となっている。図一18 (c) の苫小牧では、新潟とは異なり同じ 1 倍強震計記録でも振り切れることなく良好な記録が得られている。このことを反映して両者のスペクトルは広い周期範囲 (5~16 秒) にわたりきわめてよい一致を示している。ただしこれは、スロッシング高さがそれほど大きくないので、非線形性の影響を考慮しなくてもある程度は見える。

7. 結 論

本研究の主目的は、大型タンクのスロッシングに関して、観測波高に含まれる境界条件の非線形性の影響 (上下入力の影響も含める) を検討し、観測波高から逆算



図一18 スロッシング観測波高より逆算 (非線形性を考慮) して求めた応答スペクトルと強震計記録から求めた二次元応答スペクトルの比較

される速度応答スペクトルの推定精度を向上させることであった。本研究で得られた結果をまとめると以下のようになる。

(1) 水平上下同時入力に対し、境界条件の非線形性を考慮した液面揺動に関する振動方程式を式(11)~(13)のように導いた。

(2) 大型タンクで工学的に問題となる波高の範囲(タンク半径の2割以下)において、スロッシングの非線形性は、主として無次元液深と無次元波高により支配され、線形解との波高比は式(19)で表わされる。

(3) 波高が大きくなると、振動周期の振幅依存性により周期が大きくなるため、式(19)では表現し切れなくなる。

(4) 上下動入力の影響は、今回用いた実地震波(新潟・苫小牧の1倍強震計と秋田のSMAC型加速度計記録)の範囲では、±2%以下で工学的には無視できる。

(5) 二次元速度応答スペクトルは、今回用いた強震計記録の範囲では、一部を除き、NS成分およびEW成分のおおのこのスペクトルの包絡線に近い。また、最大応答を示す方位は、新潟でのスロッシング観測結果とよい対応を示す。

(6) 日本海中部地震時に各地で観測されたスロッシング波高には、上下動を含む非線形性の影響が、新潟で最大20%、秋田で最大28%、苫小牧で最大15%程度含まれていた。

(7) 境界条件の非線形性を考慮することにより、スロッシング観測波高から逆算した地動の速度応答スペクトルを、強震計記録による二次元速度応答スペクトルに、より近づけることができた。

謝 辞：本研究を進めるにあたり、東京工業大学助手 木村康治博士、および当時大学院生 内海雅彦博士(現・石川島播磨重工業)には多大のご助言を賜った。また、本研究で用いたSMAC記録は運輸省港湾技術研究所より提供して頂いたものであり、1倍強震計記録は気象庁から提供を受けたものである。スロッシング高さに関するデータは、各地の消防本部より提供頂いたもの

である。さらに本研究における数値解析のプログラム作成および数値計算に関しては、前田建設工業(株)土木設計部の吉田隆治氏に負うところが大きい。ここに記して関係各位の方々に深謝の意を表わす次第である。

参 考 文 献

- 1) 山田善一・家村浩和・野田 茂・嶋田三朗：タンクのスロッシングおよび地震記象からみた長周期地震動の特徴，土木学会論文集，第362号，pp.471~480，1985年10月。
- 2) 池田駿介・秋山成興・中村広昭・白井伸一：円筒タンク内の液体動揺に関する研究，土木学会論文報告集，第290号，pp.53~65，1979年10月。
- 3) 鷺津久一郎・中山 司・池田昌弘：上下加振を受ける容器内のスロッシングの解析，第26回応用力学連合講演会講演論文抄録集，pp.333~334，1976年10月。
- 4) Hutton, R. E. : An investigation of resonant, nonlinear, nonplanar free surface oscillations of a fluid, NASA TN D-1870, May 1963.
- 5) 坂田 勝・木村康治・内海雅彦：円筒タンク内の非線形液面揺動の非定常不規則応答解析，日本機械学会論文集，c編，第49巻，第442号，pp.963~970，1983年6月。
- 6) 内海雅彦：模擬地震入力に対する弾性円筒液体貯槽の不規則振動に関する研究，東京工業大学昭和59年度博士論文。
- 7) 岡本 隆・榎 信昭：日本海中部地震の石油タンクのスロッシング波高，土木学会第39回年次学術講演会講演概要集，第1部，pp.699~700，1984年10月。
- 8) 山田善一・家村浩和・野田 茂・嶋田三朗：日本海中部地震による長周期(約5~15秒)地震動の工学的検討，第21回自然災害総合シンポジウム講演要旨集，pp.165~168，1984年10月。
- 9) 嶋田三朗・吉田隆治・山田善一・家村浩和・野田 茂：水平上下同時入力に対する非線形スロッシング挙動と長周期応答スペクトルについて，第18回地震工学研究発表会講演概要，pp.477~480，昭和60年。
- 10) 坂井藤一：液体貯槽の耐震設計研究に関する現状と課題，土木学会論文集，第362号，pp.1~11，1985年10月。

(1985.8.9・受付)