

構造物の動的応答倍率に対する信頼性工学的アプローチ

AN APPROACH TO THE DYNAMIC RESPONSE FACTOR FOR RANDOMLY EXCITED STRUCTURES FROM THE VIEW POINT OF RELIABILITY ENGINEERING

中山隆弘*・小松定夫**

By Takahiro NAKAYAMA and Sadao KOMATSU

A numerical technique for determining a dynamic response factor, such as the impact factor of highway bridge, concerning the safety level of a stationarily randomly excited structure is presented by the use of the first-passage probability theory. From that aspect, the dynamic response factor is apparently different from what is defined only by the mean of the largest value of the random response. The effectiveness and versatility of the theory are demonstrated by its practical application to the determination of the gust response factor for a flexible steel tower exposed to a strong natural wind.

1. 緒 言

コンピューターを駆使した構造設計が常識的になってきたとはいえ、動的荷重を受ける構造物の設計では、まず静的解析によって基本設計を行い、必要に応じて動的解析も実施して、その安全性を照査する方法が一般的である。したがって基本設計の段階において、道路橋については「衝撃係数」、撓性構造物については「ガスト応答倍率」といった、いわゆる動的応答倍率の概念を導入することは、構造設計上、依然として有用な手法であると思われる。

さて、一般にこれらの動的応答倍率は、「動的応答の最大値の期待値と静的応答値との比」と定義されるか、さらに簡単に、「(静的応答値+(2~3)×(動的応答の変動成分の二乗平均値の平方根))と静的応答値との比」によって定義されることが多い。前者の代表的な例は、Davenportによるガスト応答倍率¹⁾である。後者の例としては、道路橋に対する設計衝撃係数の確率論的評価を目的とした彦坂・吉村・内谷²⁾の研究などが挙げられ

る。

これらに対して、片山³⁾は、地震動に対する構造物の最大応答値を、超過確率をパラメーターとして表わす概念を提示している。そして、構造物の重要度に応じて、異なった超過確率を指定するような設計法を考えなければならないと主張している。また Konishi・Kitagawa・Katsuragi⁴⁾も、吊橋の風に対する信頼性を論じた論文の中で、「it is necessary that the gust factor is determined so that static load may be equivalent to real dynamic loads」と述べ、「the reasonable gust factor will be proposed in the near future」と合理的なガスト係数を算定する必要性を示唆している。

一方世界的なすう勢として、構造設計法は従来の許容応力度設計法から、確率論をより積極的に構造安全性の照査に利用しようとする限界状態設計法へと移行しつつある。限界状態設計法の特徴については、従来より種々の文献⁵⁾を通してかなり詳細に述べられているので、ここでは重複を避けるが、部分安全係数方式にしても、LRFD方式にしても、それらは少なくとも理念的には現行の許容応力度設計法に比べて、一歩前進した設計法であると思われる。たとえば英国の橋梁の設計示方書が10年以上の長きにわたる調査・研究の後⁶⁾、許容応力度設計法を基本とするBS 153から、限界状態設計法を基

* 正会員 工博 広島工業大学助教授 工学部土木工学科 (〒731-51 広島市佐伯区五日市町三宅725)

** 正会員 工博 大阪産業大学教授 工学部土木工学科 (大阪大学名誉教授) (〒574 大東市中区1-3-1)

調とした BS 5400 へと改訂されたのもそれゆえであろう。

本研究は上述の2点，すなわち動的応答倍率の概念はコンピューターの発達した現在でも依然として重要であること，そして構造設計法が許容応力度設計法から限界状態設計法へと移行しつつあることを踏まえて，限界状態設計法の枠組の中に動的応答倍率を組み入れるアプローチを見出すことに主目的を置いて行われた。

本論文では，まず構造信頼性レベルとの対応を説明できるような動的応答倍率を，信頼性工学的手法によって決定する1つの方法を提案し，パラメトリック・スタディの結果に基づいて，両者の関係を定量的に検討する。ただし動的荷重による荷重効果は正規定常確率過程でモデル化できるものとしている。さらに具体例として強風を受ける鋼製タワーのガスト応答倍率を取り上げ，本方法による結果と従来の Davenport の方法¹⁾に基づく結果との定量的な比較を行う。そして単に最大応答の期待値のみで応答倍率を一義的に定義する Davenport の手法に対し，本方法が設計者に選択の幅を与え得る，より柔軟な方法であることを示す。

2. 動的応答倍率の信頼性工学的算定法

限界状態設計法を基準にした設計式（安全性照査式ともいう）には，大別して部分安全係数方式と LRFD 方式とがある。これらの方式の特徴については他書²⁾に譲るが，本研究では，現在のところ，より実用的な LRFD 方式を採用している。ただし以下の概念そのものは部分安全係数方式にも適用できるものであり，いずれを選択するかは，本研究に関する限り本質的な問題にはならない。

さて，その場合，設計式は

$$\sum_k f_k(\gamma_k Q_k^*) \leq f_d(\phi R^*) \quad (1)$$

となる。ここに γ_k ， ϕ はそれぞれ公称荷重 Q_k^* および材料強度の公称値 R^* に関する荷重係数および抵抗係数である。

いま構造物あるいは構造部材に，死荷重のようにほぼ確定値とみなせるような1つの永久荷重 Q_p^* と，風荷重のように時空間的に不規則に変化する1つの定常不規則変動荷重 Q_s^* が同時に作用する場合について考える。また荷重 Q_s^* ， Q_p^* に対応するそれぞれの荷重効果 Q_p ， Q_s および強度 R^* に対応して Q_p や Q_s と同一次元で与えられる抵抗値 R とは，いずれも線形変換で結び付けられるものと仮定すれば，式(1)は次式のように書き改められる。

$$\gamma_p Q_p + \gamma_s(Q_s^* + k\sigma_{Q_s}) \leq \phi R \quad (2)$$

ここに， γ_p ， γ_s はそれぞれ永久荷重と変動荷重に関する荷重係数である。

さて，一般に定常不規則変動荷重による荷重効果 Q_s は，静的荷重効果 Q_s^* と動的荷重効果 Q_s^d に分離することができる。たとえば自然風を定常変動荷重と仮定すれば， Q_s^* は公称風荷重の平均風圧による荷重効果であり，風の乱れによる動的効果が Q_s^d になる。さらに Q_s^d を，動的効果の2乗平均値の平方根 σ_{Q_s} （以後 r. m. s 値と称する）と適当な定数 k によって $Q_s^d = k\sigma_{Q_s}$ と表わすことにすれば，式(2)は

$$\gamma_p Q_p + \gamma_s(Q_s^* + k\sigma_{Q_s}) \leq \phi R \quad (3)$$

と表記される。

さらに式(3)を整理して，

$$\gamma_p Q_p + \gamma_s(1 + k\sigma_{Q_s}/Q_s^*)Q_s^* \leq \phi R \quad (4)$$

を得る。ここで

$$K = 1 + k(\sigma_{Q_s}/Q_s^*) \quad (5)$$

とおき，この K を，定常不規則変動荷重に対する動的応答倍率と定義する。このとき式(4)は

$$\gamma_p Q_p + \gamma_s K Q_s^* \leq \phi R \quad (6)$$

となる。

式(6)の等号条件をとり，さらにその式を K に着目して変形すれば次式が得られる。

$$K = \frac{1}{\gamma_s} \left(\phi - \gamma_p \frac{Q_p}{\sigma_{Q_s}} \right) \frac{R}{Q_s^*} \quad (7)$$

ここで抵抗力の公称値 R を適当なパラメーター α_r によって平均値 \bar{R} と $R = \alpha_r \bar{R}$ と関係づけ，式(7)を

$$K = \frac{1}{\gamma_s} \left(\phi \alpha_r - \gamma_p \frac{Q_p}{\sigma_{Q_s}} \frac{\sigma_{Q_s}}{\bar{R}} \right) \frac{\bar{R}}{Q_s^*} \quad (8)$$

と表わす。

さらに便宜上

$$q_s = Q_s^d / Q_p \quad (9)$$

$$q_a = \sigma_{Q_s} / Q_p \quad (10)$$

とおけば， q_s および q_a はそれぞれ死荷重効果 Q_p と変動荷重の静的荷重効果 Q_s^* との比，および同じく Q_p と変動荷重の動的荷重効果 σ_{Q_s} との比を表わす無次元パラメーターになる。

また抵抗力の平均値 \bar{R} と σ_{Q_s} との比を \bar{m} ，静的総荷重効果 $(Q_p + Q_s^*)$ と \bar{R} との比を n とおく。すなわち，

$$\bar{m} = \bar{R} / \sigma_{Q_s} \quad (11)$$

$$n = (Q_p + Q_s^*) / \bar{R} \quad (12)$$

このとき

$$1/(\bar{m}n) = \sigma_{Q_s} / (Q_p + Q_s^*) \quad (13)$$

が成立し，式(13)に式(9)と式(10)を代入すれば次式が得られる。

$$1/(\bar{m}n) = q_a / (1 + q_s) \quad (14)$$

つまり静的構造解析によって Q_p を，そして動的構造解析によって Q_s^* と σ_{Q_s} を算定することができれば，式(9)と式(10)によってそれぞれ q_s と q_a が得られ，さらに式(14)によって $1/(\bar{m}n)$ を求めることができる。

また、式(9)~式(12)を式(8)に代入すれば、

$$K = \frac{1}{\gamma_1} \left(\varphi \alpha_r - \frac{\gamma_p}{m q_a} \right) \left(1 + \frac{1}{q_s} \right) \frac{1}{n} \dots\dots\dots (15)$$

となる。

一方文献8)に示したとおり、総荷重効果が抵抗力を初めて超過する確率(ここではこれを部材の破壊確率 P_f とする)は、式(11)と式(12)によって定義される無次元パラメーター \bar{m} 、 n と、抵抗力の変動係数 δ_r および変動荷重の評価時間 t_a を不規則応答の代表的振動数で無次元化した t_d^* の関数として近似的に与えられる。すなわち、

$$P_f = f(\bar{m}, n, \delta_r, t_d^*) \dots\dots\dots (16)$$

したがって δ_r と t_d^* が与えられるとき、 P_f はパラメーター \bar{m} と n のみに支配されることがわかる。逆にある任意の P_f ($P_{f,t}$ とする) を与える \bar{m} と n の組合せは無限に存在することも理解できる。しかし式(9)で定義される q_s と式(10)で定義される q_a によって式(14)の右辺を定めれば、式(14)を満たし、同時に $P_{f,t}$ を与える1組の \bar{m} と n の値が決定できる。そして、そのときの \bar{m} 、 n 、 q_s および q_a を式(15)に代入すれば、ある一組の安全係数に対して、 $P_{f,t}$ に対応する動的応答倍率 K を決定することができる。

なお荷重係数や抵抗係数などの安全係数の決定も非常に重要な問題であるが、当面は静的荷重に対する構造設計における係数の値をそのまま用いるか、あるいは若干の修正を行って用いるのも1つの方法であろう。

3. パラメトリック・スタディ

本研究では不規則変動荷重を受ける構造物の信頼性レベルとの関係を、より論理的に説明できる動的応答倍率の算定法を見出すことを主目的としたが、いうまでもなく信頼性レベルには荷重係数や抵抗係数なども関係するので、パラメトリック・スタディを行い、それらの相互の関係を検討することにした。

信頼性レベルは初通過破壊確率 P_f によって評価したが、抵抗力の変動係数が0.10程度であれば、その確率分布の経時変化はほとんど破壊確率に影響を及ぼさない⁹⁾。したがって、ここでは抵抗力の確率分布を正規分布、その変動係数を0.10として、付録に示した簡易式により P_f を評価した。なお抵抗力の公称値と平均値との比 α_r としては、公称値が非超過確率5%の値で与えられると仮定し、0.834とした。

(1) 動的応答倍率および安全係数と信頼性レベルとの相互関係

γ_p 、 γ_1 、 φ などの各安全係数は、荷重のモデル化、構造解析、製作・施工の誤差などによる荷重効果や抵抗力に含まれる不確定性を、構造設計の段階で考慮して構造

物の安全性を確保するための係数で、コードキャリブレーションあるいは研究者や技術者の工学的・経験的な判断によって決定されることが多い。ここではとりあえず従来の研究成果¹⁰⁾を参考にして、適当な数値を設定した。すなわち γ_p については1.0~1.3、 γ_1 については1.20~1.70、 φ については0.80~0.90の範囲の値を考えた。なお変動荷重の作用時間を示す無次元パラメーター t_d^* は1000とした。

まず図-1は、 $P_{f,t}$ をパラメーターとして、抵抗係数 φ と動的応答倍率 K との関係を示したものである。ただし荷重係数 γ_p 、 γ_1 はそれぞれ1.20、1.60とし、荷重比を表わす無次元パラメーター q_s 、 q_a はおのおの0.60、0.10としている。

同一荷重条件のもとでも、構造物の信頼性レベルを高く設定するほど、動的応答倍率 K を大きくしておかなければならないことは自明のことであるが、たとえば抵抗係数 φ を0.85としてみると、 $P_{f,t}$ を 1×10^{-3} から 1×10^{-4} にするには K を1.23から1.46に増加させることが必要であることなど、図より動的応答倍率に対する定量的な情報を得ることができる。

同様の図を図-2と図-3に示す。図-2は図-1と同様に $\varphi=0.85$ 、 $\gamma_1=1.60$ 、 $q_s=0.60$ 、 $q_a=0.10$ としたときの γ_p と K との関係を、図-3は $\varphi=0.85$ 、 $\gamma_p=1.20$ 、

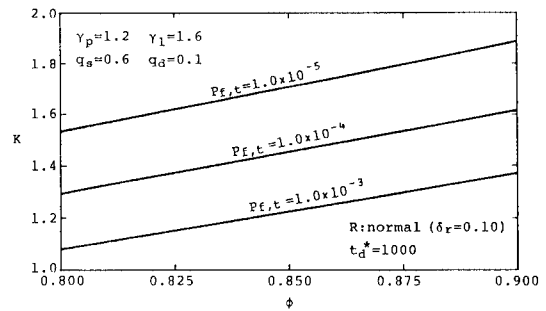


図-1 信頼性レベルおよび抵抗係数と動的応答倍率との相互関係

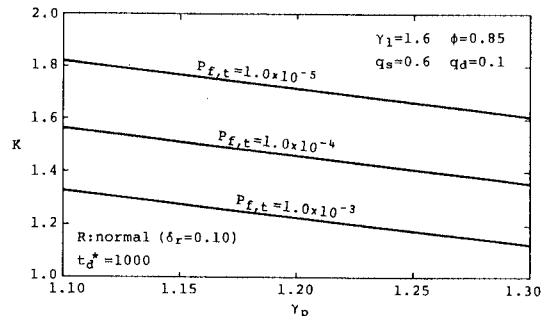


図-2 信頼性レベルおよび永久荷重係数と動的応答倍率との相互関係

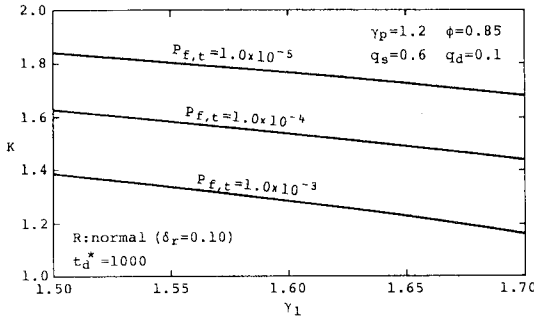


図-3 信頼性レベルおよび変動荷重係数と動的応答倍率との相互関係

$q_s=0.60$, $q_d=0.10$ としたときの γ_1 と K との関係を表わしたものである。

(2) 荷重比と動的応答倍率との関係

死荷重効果と変動荷重の静的荷重効果あるいは動的荷重効果との比と動的応答倍率との関係を検討するために、安全係数を $\phi=0.85$, $\gamma_p=1.20$, $\gamma_1=1.60$ とし、さらに $P_{f,t}$ を 1.0×10^{-4} に設定して計算を行った。図-4 に q_s をパラメーターとして、 K と q_d との関係を示した。 q_d が増加するに従って K が大きくなるのは当然であるとしても、変動荷重の静的荷重効果が小さいほど K が大きくなり、同時に若干ではあるが、 q_d の増加に対するその増加率も大きくなるのが図より理解できる。

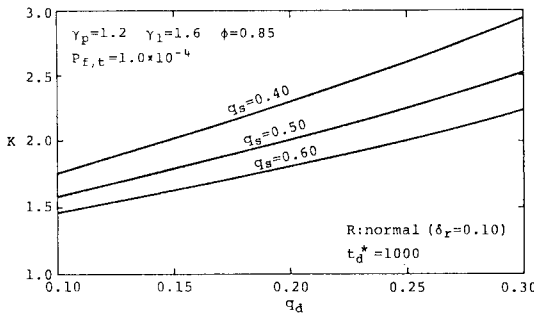


図-4 荷重比と動的応答倍率との関係

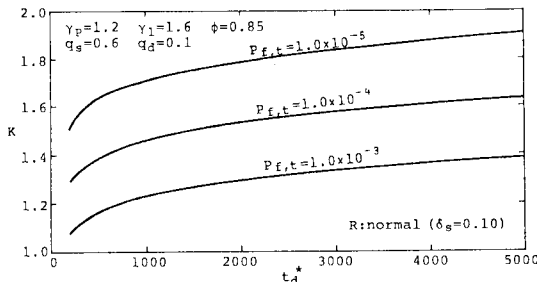


図-5 変動荷重の作用継続時間と動的応答倍率との関係

(3) 変動荷重の作用継続時間の影響

変動荷重の作用継続時間 t_d^* が動的応答倍率に及ぼす影響は、 $\phi=0.85$, $\gamma_p=1.20$, $\gamma_1=1.60$, $q_s=0.60$, $q_d=0.10$ として求めた $K \sim t_d^*$ 曲線 (図-5) にみる事ができる。

K は継続時間とともに増加するものの、徐々に t_d^* に関する変化率は減少している。たとえば、 $P_{f,t}=1 \times 10^{-4}$ の場合の応答倍率をみみると、 $t_d^*=500$ および、 $t_d^*=1000$ に対し、それぞれ 1.49 と 1.57 である。すなわち両者には 0.08 程度の差異が認められる。これに対し t_d^* が 4500 のとき ($K=1.75$) と 5000 のとき ($K=1.77$) では、おのおのの応答倍率に大きな差はないことがわかる。

以上のパラメトリック解析により、安全係数や変動荷重の作用継続時間にかかわらず、動的応答倍率が構造信頼性レベルにかなり強く影響されることを確認できた。

4. 適用例—塔状構造物のガスト応答倍率—

2. で提示した方法は、動的荷重を受ける種々の構造物の設計問題に活用できるが、本研究では同方法により塔状構造物のガスト応答倍率を算定した。ここでは従来 of Davenport の方法との比較を行ってその有効性を示したい。簡単のために解析対象としては次項に示すような円形断面を有する鋼製タワーを選び、風向方向の曲げ振動に対するガスト応答問題のみを考える。

(1) 解析モデルの概要

図-6 は栃木県小山市に建設されている高さ 80 m、外径 3 m の、計 14 個のリング状ブロックより成る全溶接鋼製円形タワー (通称小山タワー) で、上部に機械室があり、円筒の外周を取り囲んだドーナツ形の各室が、行程 54 m をゆるやかに回転しながら昇降するように設計されている。ただし強風時には、この客室は下部に設

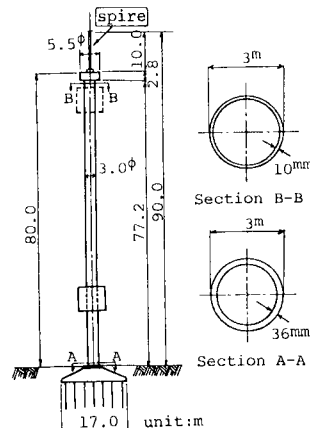


図-6 小山タワーの概略図

けられた建屋に格納される。また塔体には客室を昇降させるガイドレールが2本と、カルマン渦による風向直角方向の振動を抑制するための長方形のヒレが漸続的に取り付けられている。なお著者らが現地において実測した結果によれば、本タワーの1次の固有振動数は0.45 Hz、減衰定数は0.013~0.015であった。

(2) 風荷重

まず平均風速 $\bar{U}(z)$ の鉛直分布 (速度プロファイル) については、べき分布の式を用いた。すなわち

$$\bar{U}(z) = \bar{U}_{10}(z/10)^\alpha \dots\dots\dots(17)$$

ここに、 \bar{U}_{10} は地面上10mの位置における平均風速、 z は地面からの高度、 α は地面の粗度状態に関係するべき指数である。

次に変動風速 $u(t)$ のパワースペクトル密度関数 $S_{uu}(f, z)$ としては、Kármán の式を基本形とした日野の式¹¹⁾

$$S_{uu}(f, z) = 0.476 \frac{\bar{u}^2}{\beta_1} \left[1 + \left(\frac{f}{\beta_1} \right) \right]^{-5/6} \dots\dots\dots(18)$$

$$\beta_1 = 1.169 \times 10^{-3} \frac{\alpha \bar{U}_{10}}{\sqrt{K_r}} \left(\frac{z}{10} \right)^{(2m\alpha-1)} \dots\dots\dots(19)$$

を使用した。ここに f は周波数 (Hz)、 \bar{u}^2 は変動風速の2乗平均値で $\bar{u}^2 = 6K_r \bar{U}_{10}^2$ で算定する。 K_r は粗度係数、 m は大気安定度指数である。

また高さ方向の空間相関係数 $R_{u_1 u_2}(f, z_1, z_2)$ については、文献12)でも使用されている指数関数による近似式および鉛直方向の空間相関を比較的良好とされている Panofsky-Singer の式¹³⁾を用いた。すなわち

指数関数式：
 $R_{u_1 u_2}(f, z_1, z_2) = \exp(-kf|z_1 - z_2|/\bar{U}_{10}) \dots\dots\dots(20)$

Panofsky-Singer の式：
 $R_{u_1 u_2}(f, z_1, z_2) = \exp[-c(z_1^{1/3} - z_2^{1/3})] \dots\dots\dots(21)$

ここに、 k や c は定数、 z_1, z_2 はいずれも地面からの高度を表す。さらに空力アドミッタンス $X_D(f)$ については断面が円形であることから、周波数 f には無関係に $X_D(f) = 1$ とした^{14), 15)}。

このときタワーに作用する抗力による変動風圧の相互パワースペクトル密度関数 $S_{p_1 p_2}(f, z_1, z_2)$ は、等方性乱流場の仮定のもとで

$$S_{p_1 p_2}(f, z_1, z_2) = 4 \frac{P(z_1)}{\bar{U}(z_1)} \frac{P(z_2)}{\bar{U}(z_2)} R_{u_1 u_2}(f, z_1, z_2) \times \sqrt{S_{u_1 u_1}(f, z_1)} \sqrt{S_{u_2 u_2}(f, z_2)} \dots\dots\dots(22)$$

で与えられる。ここに $P(z)$ は、空気密度を ρ 、抗力係数を C_D 、タワーの直径を D として次式で表わされる。

$$P(z) = 1/2 \rho D C_D \bar{U}(z)^2 \dots\dots\dots(23)$$

(3) ガスト応答解析法

自然風の変動抗力に対する塔状構造物のガスト応答解析に関する研究はこれまでかなり行われている^{14)~17)}。たとえば Handa¹⁵⁾ は質量力までも考慮しているが、その解析対象は直径や幅の非常に大きい (たとえば $D = 18 \sim 30$ m) 塔状構造物である。また変動風圧に与える変動風速の2乗の項の影響は、乱れの強さがあまり大きくない場合には一般に無視されることが多い¹⁸⁾。さらに各振動モード間の連成効果が応答に与える影響も、構造系の固有振動数が十分離れている場合には非常に小さい¹⁹⁾。

したがって本研究でも、振動方程式に含まれる非線形項および各振動モードの連成効果は無視する。その場合、ガストによる抗力方向の曲げ振動によりタワーの任意断面に生ずる曲げモーメント $M(z)$ のパワースペクトル密度関数 $S_{MM}(f, z)$ は、近似的に次式で与えられる²⁰⁾。

$$S_{MM}(f, z) = \sum_r [EI(z)]^2 \left[\frac{d^2 \varphi_r(z)}{dz^2} \Big|_{z=z} \right]^2 |H_{\alpha r}(f)|^2 \times \int_0^H \int_0^H \varphi_r(z_1) \varphi_r(z_2) S_{p_1 p_2}(f, z_1, z_2) dz_1 dz_2 \dots\dots\dots(24)$$

ここに、 $EI(z)$ は曲げ剛度、 $\varphi_r(z)$ は正規化された r 次の規準振動モード、 H はタワーの高さ、また $|H_{\alpha r}(f)|^2$ は r 次の規準振動に対する伝達関数である。すなわち

$$|H_{\alpha r}(f)|^2 = \frac{1}{16\pi^4} \frac{1}{(f_r^2 - f^2)^2 + 4\xi_r^2 f_r^2 f^2} \dots\dots\dots(25)$$

式中 f_r : r 次の固有振動数

$$\xi_r = \xi_{r0} + \frac{1}{4\pi f_r} \int_0^H \rho D C_D \bar{U}(z) \varphi_r^2(z) dz \dots\dots\dots(26)$$

ξ_{r0} : r 次の規準振動に対する減衰定数で

$$\xi_{r0} = f_r / f_1 \cdot \xi_{10} \dots\dots\dots(27)$$

式(24)に含まれる $\varphi_r(z)$ については、固有値解析によって有限個の要素の各節点変位を求め、スプライン関数による近似式を用いる。その方法の妥当性については数値計算によって明らかにするものとする。

このとき $M(z)$ および $\partial M(z)/\partial t$ の r. m. s. 値はそれぞれ以下の式で与えられる。

$$\sigma_{M(z)} = \sqrt{\int_0^\infty S_{MM}(f, z) df} \dots\dots\dots(28)$$

$$\sigma_{\dot{M}(z)} = \sqrt{4\pi^2 \int_0^\infty f^2 S_{MM}(f, z) df} \dots\dots\dots(29)$$

(4) 規準振動モードのスプライン関数近似法の妥当性

小山タワーのガスト応答解析に先立ち、まず規準振動モード $\varphi_r(z)$ を3次スプライン関数で近似してガスト応答値を算定する方法の妥当性を、 $\varphi_r(z)$ の解析解が得られる等断面のタワー、すなわち幅6m、奥行4m、板

厚 24 mm, 高さ 100 m の理想的な箱形鋼製タワーをモデルとして数値計算結果により検討した. タワーの 1 次の標準振動形に対する減衰定数は 0.01 とし, その他応答を支配するパラメーターである抗力係数 C_D , 地面より 10 m の高さにおける 10 分間平均風速 \bar{U}_{10} , 速度プロファイルのべき指数 α , 大気安定度指数 m , 粗度係数 K_r については, それぞれ $C_D=2.2$, $\bar{U}_{10}=20$ m/s, $\alpha=1/5$, $m=2$, $K_r=0.025$ と設定した. なお空間相関係数については指数関数式を用い, $k=8$ とした.

さて図-7 は, それぞれ厳密な規準モード²¹⁾およびスプライン関数によって近似した規準モードを用いてガスト応答解析を行って求めたタワーの基部断面の曲げモーメントのパワースペクトル密度関数である. 図より近似式による解析結果の有効性をおおむね理解することができる. このことをより定量的に示したものが, 同じく基部曲げモーメントの r. m. s. 値を掲げた表-1 である. 全体的に近似式による値が小さめではあるが, 特に 8 要素に分割した場合には, 近似式により工学的に十分な精度が得られていると判断できるであろう. したがって, ガスト応答値の算定式に含まれる規準振動モードを 3 次スプライン関数で近似する方法は, 変断面の撓性タワーに対するガスト応答解析の場合に有効な方法の 1 つになるものと思われる.

(5) 小山タワーのガスト応答解析

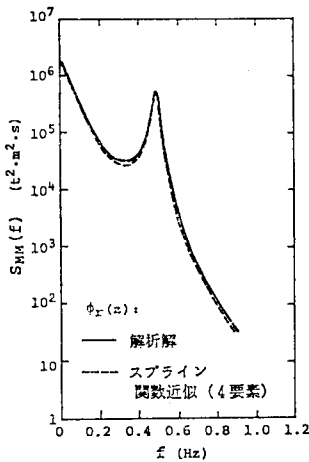


図-7 ガスト応答解析による基部断面の曲げモーメントのパワースペクトル密度関数

表-1 ガスト応答解析による基部断面の曲げモーメントの r. m. s. 値

応答値	$\phi_r(z)$	解析解	スプライン関数近似	
			8要素	4要素
σ_M (t·m)		368.6	365.1	355.2
$\sigma_{\dot{M}}$ (t·m/s)		519.1	502.5	489.6

a) 小山タワーのモデル化と動特性

まず客室については強風時には建屋に収納されることから, また尖塔については塔体に比較して直径が非常に小さく, 応答に与える影響が小さいことから, とともにその存在については無視した. 次にガイドレールおよび防振用ヒレに関しても, それらの大きさは塔体の直径に比し十分小さいので, 式 (23) や式 (26) に含まれる塔体の直径のみを見掛け上 3.4 m と増加させ, またそれらの質量を塔長方向に均等に分布させることによって考慮するものとし, 曲げ剛性に与える影響は無視した. さらに機械室は構造要素と内部の機械類の質量とを考慮し 1 つの剛体とみなした.

以上の仮定によってモデル化した小山タワーの構造諸元を図-8 に示す. そしてそれに基づいて固有値解析によって求めた非減衰時の 3 次までの固有振動数と規準振動モードをそれぞれ表-2 と図-9 に示す.

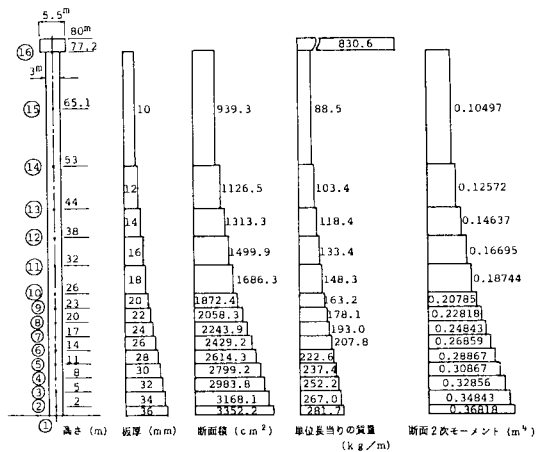


図-8 小山タワーの構造諸元

表-2 小山タワーの固有振動数

次数	固有振動数 (Hz)	固有円振動数 (rad/s)
1次	0.449	2.821
2次	2.580	16.212
3次	7.158	44.974

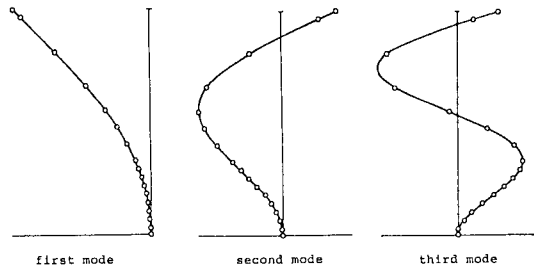


図-9 小山タワーの規準振動モード

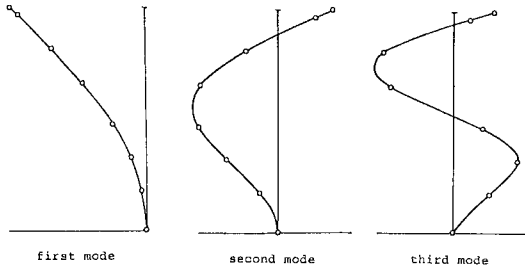


図-10 スプライン関数で近似した小山タワーの標準振動モード

表-3 ガスト応答解析結果

K_r	\bar{U}_{10} (m/s)	30	40	50
		\bar{H} (t.m)	1599.8	2235.2
0.005	σ_M (t.m)	439.3	788.3	1242.6
	σ_M (t.m/s)	999.1	1851.5	2954.7
	$\frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_M}{\sigma_r}$ (%)	0.366	0.374	0.379
0.008	σ_M (t.m)	533.3	965.3	1521.2
	σ_M (t.m/s)	1193.5	2191.7	3495.7
	$\frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_M}{\sigma_r}$ (%)	0.350	0.360	0.366
0.010	σ_M (t.m)	589.2	1063.0	1872.2
	σ_M (t.m/s)	1262.3	2265.5	3729.2
	$\frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_M}{\sigma_r}$ (%)	0.341	0.353	0.359

また図-10は標準振動モードを7つの節点(節点番号①, ⑥, ⑩, ⑬, ⑮, ⑰)を通るスプライン関数で近似した場合の結果であり, 本研究ではこれを $\varphi_r(z)$ としている. なお1次モードに対する減衰定数 $\xi_{1,0}$ については実測結果(0.014)をそのまま用いることにし, 2次以上の高次モードに対する減衰定数は, 式(27)によって算定した.

b) 風荷重の特性

4.(2)に示した風荷重の特性を決める諸式に含まれる各パラメーターの数値は以下のように設定した.

すなわち

平均風速 $\bar{U}_{10}=30, 40, 50$ (m/s)

べき指数 $\alpha=0.20$

粗度係数 $K_r=0.005, 0.008, 0.010$

大気安定度指数 $m=2.0$

空間相関指数 $C=0.85 (m^{-1/3})$

抗力係数 $C_D=1.0$ (機械室); 1.4 (塔体)

空気密度 $\rho=0.00012$ (t·s/m⁴)

c) ガスト応答解析結果

上述の条件のもとで求めた基部断面の曲げモーメントの平均値 \bar{M} と r.m.s. 値 σ_M およびその時間的導関数の r.m.s. 値 $\sigma_{\dot{M}}$ 等を表-3に示す. ただし予備的計算の結果, σ_M や $\sigma_{\dot{M}}$ の値に及ぼす2次モード以上の影響は小さいことがわかったので, 表にはすべて1次モードのみを考慮した結果を示している. たとえば $\bar{U}_{10}=40$ m/s, K_r

表-4 ガスト応答倍率

K_r	$\frac{\sigma_{\dot{M}}}{\sigma_M}$	U_{10} (m/s)	30	40	50
		G_0	1.942	1.940	1.997
0.005	1×10^{-7}	1.936	1.953	1.980	
	1×10^{-4}	1.586	1.603	1.610	
	1×10^{-5}	1.942	1.963	1.993	
0.008	1×10^{-7}	2.140	2.159	2.169	
	1×10^{-4}	1.932	1.951	1.961	
	1×10^{-5}	1.964	1.983	1.993	
0.010	G_0	2.152	2.176	2.188	
	1×10^{-7}	2.264	2.282	2.285	
	1×10^{-4}	2.044	2.062	2.074	
	1×10^{-5}	1.966	1.988	1.996	
	G_0	2.220	2.223	2.207	

=0.008とした場合, 2次のモードまでを考慮した結果は $\sigma_M=966.3$ (t·m), $\sigma_{\dot{M}}=2261.7$ (t·m/s) であり, 1次モードのみを考えて求めた各値, すなわちそれぞれ 965.3 (t·m), 2181.7 (t·m/s) にはほぼ等しい.

d) ガスト応答倍率

2. で示した方法と, 表-3のガスト応答解析の結果および自重による基部断面の圧縮応力度 39.5(kg/cm²) を用いて, タワーの基部断面の曲げ応力度に対するガスト応答倍率を求めた. ただし抵抗力は正規分布するものとし, その変動係数は0.10, 平均値と公称値との比は0.834と仮定した. また振動の継続時間は600秒とした. さらに安全係数については, 死荷重に関して $\gamma_D=1.2$, 風荷重に関して $\gamma_W=1.6$, 抵抗力に関して $\varphi=0.85$ を用いた. 表-4に結果を示す. なお表中の第2欄に用いた G_0 は Davenport の方法によるものであることを示している. すなわち次式によって算定したガスト応答倍率 G_D である.

$$G_D = 1 + g(\sigma_M/\bar{M}) \dots \dots \dots (30)$$

式中

$$g = \sqrt{2 \ln(\nu_0 t_d)} + 0.5772 / \sqrt{2 \ln(\nu_0 t_d)}$$

$$\nu_0 = \sigma_M / (2\pi\sigma_{\dot{M}})$$

で, t_d は構造物の振動継続時間である.

表より, いずれの方法でもいえることであるが, 応答倍率は平均風速の影響よりは, 地表粗度の影響をより強く受けていることがわかる. ちなみに高さ200mの吊橋のタワーに対する Davenport の方法に基づく宮田の計算結果¹²⁾をみても, 平均風速が40 m/sのとき2.085, 50 m/sのとき2.179と両者に大きな差異は認められない. ただ平均風速が大きくなるに従って若干ではあるがガスト応答倍率も増加している.

さらに本方法によれば, 構造物の信頼性のレベルに応じて, 設計に際してガスト応答倍率を適当に選択できることも表より具体的にわかる. たとえば, あくまで仮定した抵抗力の確率特性あるいは安全係数の値のもとでの議論にはなるが, 平均風速や粗度係数の値にかかわらず,

破壊確率を1桁下げるには、設計で採用すべきガスト応答倍率を約10%程度大きくすればよいことが理解できる。

5. 結 言

本研究では、構造設計法に信頼性理論を活用しようとする動きが従来になく活発になってきた現状を考えて、信頼性工学的な解釈のできる動的応答倍率の算定法を提示した。1つの応用例として、構造物、特に長大な撓性構造物にとって最も苛酷な外力の1つとなる強風に対する鋼製タワーのガスト応答倍率を数値的に求めた。

その結果、構造物の重要度に応じて設定した構造信頼性レベルに対応する設計ガスト応答倍率を、本手法により比較的簡単に算定できることを具体的に示すことができた。もちろん、ガスト応答解析に含まれる種々のパラメーターについては、今回は仮定値を採用しているため、ここで求めた信頼度の数値そのものは一例に過ぎない。また設計式における各種安全係数の値をどのように決めるかということも今後の重要課題の1つである。さらに厳密さを要求されれば、ガスト応答過程の定常性あるいは正規性も問題になるであろう。また耐用年数の間の破壊確率の選定についても論議をよぶところである²²⁾。

このように信頼性レベルを表わす数値そのものにより高い精度を与え、さらに説得力のある数値にするためには、解決しなければならない問題が山積している。しかし本研究によって、少なくとも動的応答倍率の決定に対する信頼性工学の立場からの合理的アプローチを見出すことができたものと考えている。

付録：定常正規応答過程に従う構造物の初通過破壊確率と動的応答倍率の計算手順

いま、平均値が \bar{x} の定常正規応答過程 $x(t)$ を考えれば、 $x(t)$ とその第1次導関数 $\dot{x}(t)$ との同時確率密度関数は

$$f(x, \dot{x}) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_{\dot{x}}} \exp\left\{-\frac{(x-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2} - \frac{\dot{x}^2}{2\sigma_{\dot{x}}^2}\right\} \dots\dots (A.1)$$

となる²³⁾。式中、 σ_x^2 および $\sigma_{\dot{x}}^2$ はそれぞれ $x(t)$ と $\dot{x}(t)$ との分散である。

このとき応答 $x(t)$ が、確率変数で与えられる抵抗力 R を正の勾配で超過する単位時間当たりの回数の期待値 ν^* は次式で与えられる²⁴⁾。

$$\nu^* = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \int_{R_r} \exp\left\{-\frac{(r-\bar{x})^2}{2\sigma_x^2}\right\} f(r) dr \dots\dots (A.2)$$

式中、 $f(r)$ は R の確率密度関数、 R_r は R の存在領域を表わすものである。

いま R が正規分布を示すものとすれば、若干の計算によって式 (A.2) より

$$\nu^* = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \frac{1}{\sqrt{1+\bar{m}^2\delta_r^2}} \exp\left\{-\frac{\bar{m}^2(1-n)^2}{2(1+\bar{m}^2\delta_r^2)}\right\} \quad (A.3)$$

が得られる。式中、 δ_r は R の変動係数で、 \bar{m} 、 n はそれぞれ次式で定義される無次元パラメーターである。

$$\bar{m} = \bar{R}/\sigma_x \dots\dots\dots (A.4)$$

$$n = \bar{x}/\bar{R} \dots\dots\dots (A.5)$$

いま、 R の変動係数が小さく（たとえば0.1程度）、しかも $x(t)$ が R を越える現象がまれであり、さらに \bar{x} が0より相当大きい場合、いわゆる初通過破壊確率 $P_f(t_d)$ は近似的に次式で与えられる⁹⁾。

$$P_f(t_d) \doteq 1 - P_s(0) \exp(-\nu^* t_d) \dots\dots\dots (A.6)$$

式中、 t_d は振動の継続時間、 $P_s(0) = \text{Prob}[x(0) < R]$ である。

さらに $P_s(0)$ はほぼ1であるとすれば、結局抵抗力が正規分布をなす場合には、次式によって $P_f(t_d)$ を評価できる。

$$P_f(t_d) = 1 - \exp\left[-\frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} \frac{1}{\sqrt{1+\bar{m}^2\delta_r^2}} \exp\left\{-\frac{\bar{m}^2(1-n)^2}{2(1+\bar{m}^2\delta_r^2)}\right\} t_d\right] \dots\dots\dots (A.7)$$

さて式 (A.7) を $n < 1$ であることを考慮して変形すれば

$$n = 1 - \left[-\frac{2(1+\bar{m}^2\delta_r^2)}{\bar{m}^2} \ln\left\{-\sqrt{1+\bar{m}^2\delta_r^2} \cdot \frac{1}{t_d^*} \ln(1 - P_f(t_d))\right\} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (A.8)$$

となる。式中 $t_d^* = \frac{1}{2\pi} \frac{\sigma_{\dot{x}}}{\sigma_x} t_d$ である。

また \bar{x} として、静的総荷重効果を考えれば、式 (A.4)、式 (A.5) はそれぞれ本文の式 (11)、式 (12) に対応することになる。このとき、式 (14) より、 $q = q_a/(1+q_s)$ において

$$\bar{m} = \frac{1+q_s}{q_a} \frac{1}{n} = \frac{1}{q \cdot n} \dots\dots\dots (A.9)$$

であるから、式 (A.9) を式 (A.8) に代入して、次式が得られる。

$$n = 1 - \left[-2 \left(\frac{1}{q^2 n^2} + \delta_r^2 \right) \ln\left\{-\sqrt{1+\frac{\delta_r^2}{q^2 \cdot n^2}} \cdot \frac{1}{t_d^*} \ln(1 - P_f(t_d))\right\} \right]^{1/2} \dots\dots\dots (A.10)$$

よって抵抗力の変動係数 δ_r 、無次元化した振動の継続時間 t_d^* 、荷重比を表わすパラメーター q_s 、 q_a および信頼性レベルを表わす $P_f(t_d)$ が与えられれば、式 (A.10) を繰り返し計算（本研究では2分法を用いた）によって解いて n を求めることができる。さらにその n を用いて式 (A.9) により \bar{m} を計算し、この一組の (\bar{m}, n)

によって本文の式(15)より動的応答倍率を算定できる。

参 考 文 献

- 1) Davenport, A.G. : Note on the Distribution of the Largest Value of a Random Function with Application to Gust Loading, Proc. of I. C. E., Vol. 28, pp. 187~196, 1964.
- 2) 彦坂 熙・吉村虎蔵・内谷 保 : 連行自動車荷重による単純桁橋の非定常ランダム応答と衝撃係数, 土木学会論文報告集, 第 290 号, pp. 31~41, 1979 年 10 月.
- 3) 片山恒雄 : 最大応答加速度値の分布に関する一考察, 第 27 回土木学会年次学術講演会講演概要集, I -169, pp. 491~494, 昭和 47 年 10 月.
- 4) Konishi, I., Kitagawa, T. and Katsuragi, M. : Structural Reliability Analysis Considering Strength Assurance Level, Reliability Approach in Structural Engineering, pp. 91~110, Maruzen Co. Ltd., 1975.
- 5) たとえば, 小松定夫 : 限界状態設計法による土木構造物の設計, 生産と技術, Vol. 36, No. 1, pp. 11~17, 1985.
- 6) Rationalisation of safety and serviceability factors in structural codes, CIRIA REPORT 63, London.
- 7) たとえば, 尾坂芳夫・高岡真善・星谷 勝 : 土木構造設計法, 技報堂出版, pp. 61~75, 1981 年 6 月.
- 8) 小松定夫・中山隆弘 : 静的荷重と定常不規則変動荷重を同時に受ける構造物の初通過破壊確率について, 土木学会論文報告集, 第 332 号, pp. 25~33, 1983 年 4 月.
- 9) 小松定夫・中山隆弘 : 定常不規則変動外力を受ける構造物の初通過破壊確率の高精度評価について, 土木学会論文報告集, 第 332 号, pp. 11~23, 1983 年 4 月.
- 10) Ellingwood, B., Galambos, T. V., MacGregor, J. G. and Cornell, C. A. : Development of a Probability Based Load Criterion for American National Standard A58, U.S. Dept. of Com., Natl. Bur. of Standards, June, 1980.
- 11) 前田潤滋・牧野 稔 : 大気乱流の平均流方向成分の統計的性質に関する研究, 日本建築学会論文報告集, 第 287 号, pp. 77~86, 昭和 55 年 1 月.
- 12) Miyata, T. : Calculation of Gust Factors Relevant to Determination of Design Wind Velocity for Flexible Structures, Ann. Rep. of the Eng. Res. Inst., Fac. of Eng., Univ. of Tokyo, Vol. 31, pp. 69~78, 1972.
- 13) 塩谷正雄 : 強風の乱流構造, 構造物の耐風性に関する第 3 回シンポジウム論文集, pp. 9~18, 1974.
- 14) Vickery, B. J. and Kao, K. H. : Drag or Along-Wind Response of Slender Structures, Proc. of the A. S. C. E., Vol. 98, No. ST1, pp. 21~36, Jan., 1972.
- 15) Handa, K. N. and Clarkson, B. L. : Response of Tall Structures to Atmospheric Turbulence, Symposium on Wind Effects on Buildings and Structures organized by Loughborough Univ. of Tech., Natl. Phys. Lab., Royal Aeronautical Society, paper 14-1~14-19, 1967.
- 16) Simiu, E. : Gust Factors and Alongwind Pressure Correlations, Proc. of the A. S. C. E., Vol. 99, No. ST4, pp. 773~782, April, 1973.
- 17) Ahmad, M. B., Pande, P. K. and Krishna, P. : Self-supporting Towers Under Wind Loads, Jour. of Struct. Eng., Vol. 110, No. 2, pp. 370~384, Feb., 1984.
- 18) 岡内 功・伊藤 学・宮田利雄 : 耐風構造, 丸善, p. 202, 1977 年 5 月.
- 19) Simiu, E. and Scanlan, R. H. : Wind Effects on Structures, John Wiley & Sons, p. 184, 1978.
- 20) たとえば文献 18) の p. 246
- 21) たとえば小坪清真 : 土木振動学, 森北出版, p. 185, 1973 年 4 月.
- 22) Komatsu, S. and Nakayama, T. : Some Problems of Wind Loads and its Consideration in Statistical Evaluation for Structural Safety, Proc. of the Symp. on Load and Safety of Structure, Papers presented at the 19th symp. organized by the Natl. Comm for Bridge and Structural Eng. of the Sci. Council of Japan, pp. 37~52, 1973.
- 23) たとえば, Crandall, S. H. and Mark, W. D. : Random Vibration in Mechanical Systems, Academic Press, p. 47, 1963.
- 24) 小松定夫・中山隆弘 : 材料強度のばらつきを考慮した定常不規則振動体の初通過破壊確率の研究, 土木学会論文報告集, No. 250, pp. 25~36, 1976 年 6 月.

(1985. 6. 12・受付)