

移動荷重-はり系の動特性推定

IDENTIFICATION OF DYNAMIC PARAMETERS OF A RUNNING LOAD AND BEAM SYSTEM

丸山 収*・斉藤悦郎**・星谷 勝***

By Osamu MARUYAMA, Etsuro SAITO and Masaru HOSHIYA

The EK-WGI method was effectively applied to identification problems of a running load and beam system. By suitably formulating the state vector equation and the observation equation of the system, accurate estimation on the dynamic properties of both the running load and beam was obtained, where numerically simulated data were used as observation waves in order to examine the accuracy of results.

1. はじめに

鉄道橋や道路橋の耐震安全性を検討するために、また道路橋における自動車の乗心地や歩道橋における歩行者の振動感覚^{1)~3)}、およびこれらの老朽化などを評価するためには、橋梁の振動観測を実施して、そこから得られた実測データに基づいて、動特性を合理的に推定することが重要となる。

動特性推定に用いる実測データを得るための試験方法は、地震観測、常時微動測定、起振機実験、および走行車両による自由振動実験、衝撃試験による自由振動実験などが一般的である。走行車両通過後の自由振動や衝撃試験における試験車の後輪落下後の自由振動を観測して、基本振動モードに対応する固有円振動数と対数減衰を求めることができる。起振機実験では、装置の設置に手間がかかるが、得られたデータの共振曲線から、起振パワーが十分であれば、正確に各次のモード、固有円振動数および減衰定数が求められる。また、常時微動や地

震観測の場合には、伝達関数やパワースペクトルを求めて、それらの観測したランダムデータを周波数領域に変換して、スペクトル形状より動特性の推定を行う。この場合には、一般に伝達関数などにスムージングを施しているが、そのスムージングのかけ方により減衰定数が変動するため、その定量的評価は難しいものと思われる。

以上の方法などによって推定された動特性値を用いて、設計上で求められた動特性値の検証や橋梁系の動特性値のデータ蓄積を行っている。また、衝撃係数を求めたり⁴⁾、老朽化した橋梁では、その老朽度を評価する際に応用されている。

道路橋においては、走行車両による橋梁の応答が路面の凹凸の影響を強く受けるので、老朽化した路面では、自動車の乗心地が低下するとともに、橋梁系への影響も無視できないものとなる²⁾。このため路面の凹凸を評価するための測定法が各種考案⁵⁾されている。動特性が既知である試験車を走らせて振動データを求め、その要因である路面凹凸を測定する方法^{6),7)}がある。しかしながら橋梁との連成振動となるために、試験車の振動記録に橋梁の振動成分が含まれるなど、この方法には問題がある。一般には時間と労力を要するが、路面上にあるピッチでレベル等により測定していく方法^{8),9)}が、現在では最も精度の高いものであると思われる。

* 学生会員 工修 武蔵工業大学大学院博士課程在学中
(〒158 世田谷区玉堤 1-28-1)

** 正会員 工博 フジタ工業(株)技術研究所
(〒223 横浜市港北区大湖町 74)

*** 正会員 Ph.D. 武蔵工業大学教授 土木工学科
(〒158 世田谷区玉堤 1-28-1)

さて、上述したように常時微動記録や地震記録のようなランダムなデータでは、周波数領域に変換して動特性値を推定するが、スペクトル形状が複雑であるためにスムージングを施す結果、減衰量の評価が難しくなる。著者らは、これらのランダムなデータを周波数領域に変換することなく、時間領域のシーケンシャル処理による動特性推定法として、EK-WGI法^{10)~12)}を提案している。EK-WGI法は、拡張カルマンフィルターアルゴリズム¹³⁾に重み付きグローバルな繰り返しを併用したものである。この方法によれば、モード、固有円振動数のみでなく、減衰量も評価できることを、数値実験^{10),11)}や実測¹²⁾から確認している。

以上、橋梁の実体調査のための各種手法と実データ解析の問題点を概観したが、多量のデータを効率よく処理し、正確に動特性値を推定する有効な方法として、橋梁での地震観測や常時微動測定により得られたデータについても、文献11)で示した定式化をEK-WGI法に適用すれば、動特性値の推定が可能と思われる。

そこで、本論文は実用的な方法を確立するための基礎的研究として、移動荷重-はり系モデルを用いて数値解析的に得られたデータに基づいた理論解析を行ったものである。すなわち、走行車両が橋梁上を通過するまでの連成振動データを時間領域で処理して橋梁および車両系の動特性値を推定する可能性^{14),15)}について検討したものである。これらの推定が可能であれば、実際の橋梁の動特性、老朽度の評価、また本論文には含まれないが、橋梁の動特性の推定結果を用いて間接的に路面凹凸の推定なども可能となろう。

2. EK-WGI法^{10),11)}

本研究では、動特性値の推定にEK-WGI法を適用するので、その概要をまとめて示しておく。EK-WGI法を適用するためには、問題ごとに最も合理的な状態方程式と観測方程式に定式化することが肝要である。以下に示すが、同定すべき特性値を要素に含んだ状態ベクトル X_t に関する状態方程式と観測量を要素とした観測ベクトル y_{tk} に関する観測方程式が導ければ、EK-WGI法のアルゴリズムにより、自動的に最適推定値が求まる。

さて、拡張カルマンフィルターは、非線形連続型状態方程式(1)と非線形離散型観測方程式(2)を基本としている。

$$dX_t/dt = f(X_t, t) \dots \dots \dots (1)$$

$$y_{tk} = h(X_{tk}, t) + v_k \dots \dots \dots (2)$$

ここで、 X_t, X_{tk} :それぞれ連続型、離散型の状態推定ベクトル、 y_{tk} :離散型観測ベクトル、 v_k :ガウス白色雑音、 $E[v_k \cdot v^T] = R(k)\delta_{kl}$ 、 δ_{kl} :クロネッカーのデルタ関数、 $E[\cdot]$:期待値である。

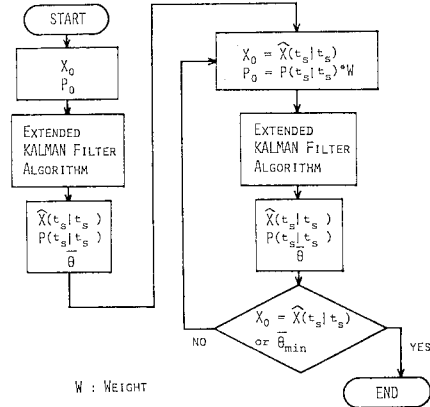


図-1 EK-WGI法のアルゴリズム

拡散カルマンフィルターアルゴリズムは、非線形の状態方程式と観測方程式を非確率関数である基準軌跡のまわりで線形化し、この基準軌跡を用いてカルマンフィルターアルゴリズムに組み込み誘導されたものである。そして、初期の状態推定ベクトル X_0 と初期の誤差の共分散行列 P_0 を与えることにより、観測データを取り込みながら漸的に状態推定ベクトルの最適推定値 $\hat{X}(t_k | t_k)$ を求めることができる。

次に重み付きグローバルな繰り返し法(WGI法)は、推定結果が初期条件の影響を受けなければ安定した推定結果であるという考え方から導かれたアルゴリズムである(図-1)。そして、各グローバルな繰り返し時に安定性評価基準として用いられる評価値 θ は次のようになる。

$$q_{ik} = y_{ik} - h_i(\hat{X}(t_k/t_k), t_k), \quad \gamma_i = (\sum_{k=1}^S q_{ik}^2) / (\sum_{k=1}^S y_{ik}^2)$$

$$\beta = \frac{1}{\alpha} \sum_{i=1}^{\alpha} \gamma_i, \quad \bar{\theta} = |\sum_{i=1}^{\alpha} (\gamma_i - \beta)|^{1/2} \dots \dots \dots (3)$$

ここで、 y_{ik} : y_{tk} の要素、 $h_i(\hat{X}(t_k/t_k), t_k)$: $h(X_{tk}, t_k)$ の要素、 S :観測波形のデータ点数、 α :観測波数である。

3. 移動荷重-はり系構造モデルと観測データ

本研究では、EK-WGI法による動特性推定の可能性および推定結果の精度について検討を行うため、観測データは、あらかじめ設定した移動荷重-はり系モデルおよびその諸定数^{16),17)}を用いて数値計算により作成した。

はり、表-1に示した諸定数を有する単純ばりとした。表-2には、はりモデルの設定した各次固有円振動数および減衰定数を示した。また、表-3に数値解析に用いた2つの荷重系モデルの諸定数を示した。

路面凹凸については、これまでに基礎データが実測さ

れており、自動車の乗心地等の研究結果から路面を平均値0の定常確率過程とみなして、パワースペクトル密度で表わす方法¹⁸⁾が一般的である。また、路面凹凸のパワースペクトル密度は、指数関数に近似され次式のように表わされることが知られている⁵⁾。

$$S_r(\Omega) = a\Omega^{-n} \dots\dots\dots (4)$$

ここで、 a ：路面の良否によって決まる定数、 Ω ：路面周波数 (cycle/m)、 n ：パワースペクトル密度の分布形状を表わす指数

ところで、ISOの評価基準¹⁹⁾では、路面周波数が $1/2\pi$ のときのパワースペクトル密度の値を基準にして路面状態を分類している。本田ら⁸⁾は、橋面凹凸の実測結果から、橋面状態をISOの路面評価基準に対応させ、式(4)に示した a 値により橋面状態を分類することを試みている。本論文では、これらの研究を参考にして、 $n=2.0$ ²⁰⁾として与え、式(5)、(6)に示すそれぞれ極良($a=$

0.001) および悪い ($a=0.1$) の2つの橋面状態のパワースペクトル密度^{8), 16)}を用いることにした。

$$S_r(\Omega) = \begin{cases} 0.4, & \Omega \leq 0.05 \\ 0.001 \Omega^{-2}, & 1 \geq \Omega \geq 0.05 \end{cases} \dots\dots\dots (5)$$

$$S_r(\Omega) = \begin{cases} 40.0, & \Omega \leq 0.05 \\ 0.1 \Omega^{-2}, & 1 \geq \Omega \geq 0.05 \end{cases} \dots\dots\dots (6)$$

なお、数値計算は線形加速度法により行い、観測データは、移動荷重がはりに進入してから通過するまでの5秒間で測定されるものとし、時間刻み $\Delta=0.01$ 秒とした。

4. 移動荷重-滑らかなはりモデル

(1) 集中荷重が移動する場合

はり上を集中荷重が一定速度 V で移動する場合、はりの任意点 x_1 での動的たわみは次式で与えられる²¹⁾。

$$Y = \sum_n \varphi_n(x_1) Q_n(t) = \sum_n Y_n(x_1, t) \dots\dots\dots (7)$$

ここで、 $\varphi_n(x)$ ：はりの n 次固有振動モード、 $Q_n(t)$ ： n 次振動モードの時間関数、 $Y_n(x_1, t)$ ： n 次振動モードの動的たわみである。

また、 n 次振動モードに対する $Y_n(x_1, t)$ の運動方程式は、

$$\ddot{Y}_n(x_1, t) + 2\beta_n w_n \dot{Y}_n(x_1, t) + w_n^2 Y_n(x_1, t) = \frac{2Pg}{\rho l} \varphi_n(vt) \varphi_n(x_1) \dots\dots\dots (8)$$

となる。ここで、 β_n ：はりの n 次振動モードの減衰定数、 w_n ：はりの n 次振動モードの固有円振動数、 l ：スパン長、 ρ ：はりの単位長さ当たり重量、 P ：集中荷重の重量、 $\varphi_n(x)$ ：単純ばりの場合には $\varphi_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{l}$ である。

次に、拡張カルマンフィルターをパラメーター推定問題へ応用するためには、運動方程式(8)を状態方程式(1)に対応するように変換する必要がある。 n 次振動モードを、 $X_1 = Y_n(x_1, t)$ 、 $X_2 = \dot{Y}_n(x_1, t)$ 、 $X_3 = \ddot{Y}_n(x_1, t)$ 、 $X_4 = \beta_n$ および $X_5 = w_n^2$ とおき、さらに $X_6 = P$ および $X_7 = V$ とすれば式(8)は状態空間表示した1階のベクトル微分方程式となる。そして、この方程式を線形加速度法を用いて離散化すると、次式¹¹⁾の非線形離散型状態方程式¹¹⁾が得られる。

$$X_{1k+1}^{(n)} = \begin{bmatrix} X_1(k+1) \\ X_2(k+1) \\ X_3(k+1) \\ X_4(k+1) \\ X_5(k+1) \\ X_6(k+1) \\ X_7(k+1) \end{bmatrix}$$

表一 シミュレーションデータ作成用はりモデルおよび諸定数

	単純ばり
スパン長： l	60.0
単位長さ当たり重量： ρ	53.312
曲げ剛性： EI	82.712
減衰定数： C	4.90
はり上の観測点： X	$l/5=12.0$ (m)

Note l ; (m), ρ ; (KN/m)
 C ; (KN·s/m), EI ; (GN·m)

表二 シミュレーションデータ作成用はりモデルの動特性

	1次	2次	3次
減衰定数： β^i	0.04213	0.01053	0.00468
固有円振動数： ω^i	10.689	42.758	96.205

Note ω^i ; (rad/s)

表三 シミュレーションデータ作成用の荷重系モデル

	移動集中荷重	1自由度移動荷重
重量： P	133.280	133.280
速度： V	12.0	12.0
減衰定数： β	-----	0.03
固有円振動数： ω	-----	16.0

Note P ; (KN), V ; (m/s), ω ; (rad/s)

$$= \begin{bmatrix} (1+\Delta^2 A/6)X_1(k) + (\Delta + \Delta^2 B/6)X_2(k) \\ + (\Delta^2/3 + \Delta^2 C/6)X_3(k) + \Delta^2 DX_6(k)E/6 \\ \Delta AX_1(k)/2 + (1 + \Delta B/2)X_2(k) \\ + (\Delta/2 + \Delta C/2)X_3(k) + \Delta DX_6(k)E/2 \\ AX_1(k) + BX_2(k) + CX_3(k) + DX_6(k)E \\ X_1(k) \\ X_2(k) \\ X_3(k) \\ X_6(k) \\ X_7(k) \end{bmatrix} \dots\dots\dots(9)$$

ここで、 Δ ：時間刻み、

$$D = -[1 + \Delta X_4(k)X_5(k) + \frac{\Delta^2}{6} X_5^2(k)]^{-1}$$

$$A = D \cdot X_5^2(k), \quad B = D \cdot [2 X_4(k)X_5(k) + \Delta X_5^2(k)],$$

$$C = D[\Delta X_4(k)X_5(k) + \frac{\Delta^2}{3} X_5^2(k)],$$

$$E = -\frac{2g}{\rho l} \sin \frac{n\pi X_7(k)(k+1)}{l} \sin \frac{n\pi x_1}{l}$$

また、状態方程式を多自由度系に拡張する場合には、式(10)のように各振動モードごとの状態方程式を直列に重ね合わせればよい。

$$X_{tk} = \begin{bmatrix} X_{tk}^{(1)} \\ X_{tk}^{(2)} \\ \vdots \\ X_{tk}^{(n)} \\ \vdots \end{bmatrix} \dots\dots\dots(10)$$

式(9)および式(10)の定式化によれば、その状態ベクトルの要素に変位、速度および加速度波形を含むので観測データとして、それらを任意に選ぶことができる。

たとえば、式(10)の状態方程式に対する観測方程式は、変位応答波形を観測データとした場合には、

$$y_{tk} = [1, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, \dots] X_{tk} + v_{tk} \dots\dots(11)$$

となる。また、観測データとして速度または加速度応答波形を用いた場合には、それぞれ式(12)、(13)となる。

$$y_{tk} = [0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, \dots] X_{tk} + v_{tk} \dots\dots(12)$$

$$y_{tk} = [0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, \dots] X_{tk} + v_{tk} \dots\dots(13)$$

推定結果

図-2は、表-1~3に示した三次振動モードまでの動特性値を用いてシミュレーションにより算出したはり上 $X_1=l/5$ 点の応答波形である。

すなわち、これらの波形の1波を観測データとして、はりの動特性を推定する。各モード次数の動特性を推定する場合、各動特性値の初期条件をいかに設定するかが問題となる。たとえば、はりに関して高次モードまで拡張した状態方程式に対して、一度に同じ初期条件を各次のモードに用いると、モードごとの各動特性は同じ値として推定されてしまう。これは、高次モードまで拡張し

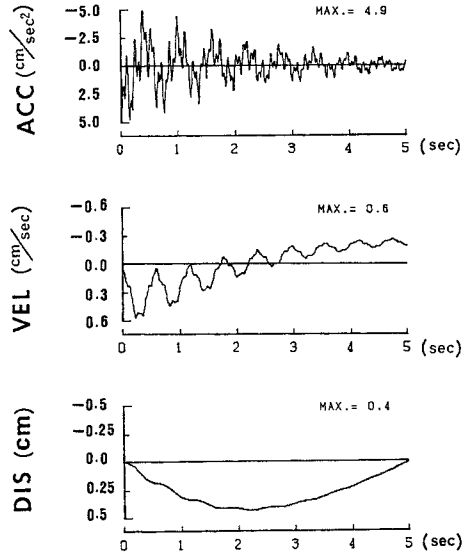


図-2. はりの応答波形

表-4 EK-WGI法に用いた初期条件

3次振動モードまで考慮	1次振動モードのみ
$P(t_0 t_0) = 1.0, i=1, 3, 8 \sim 10, 15 \sim 17$	$P(t_0 t_0) = 1.0, i=1 \sim 6$
$P(t_0 t_0) = 100.0, i=4 \sim 7, 11 \sim 14, 18 \sim 21$	$P(t_0 t_0) = 100.0, i=7 \sim 12$
$R = -1.0 \times 10^2$	$R = -1.0 \times 10^2$
$W = 100.0$	$W = 100.0$

表-5 観測データとして加速度応答を用いた場合の推定結果

モード	正位傾	初期値				
		1次	2次	3次	4次	5次
θ_1^*	0.04213	0.1	0.04689		0.04192	0.04212
ω_1^*	10.667	10.0	10.650	fix	10.683	10.689
β_2^*	0.01853	0.1		0.01058	0.01057	0.01054
ω_2^*	42.758	50.0		42.750	42.753	fix 42.75
β_3^*	0.00468	0.1				-0.0047 0.00469
ω_3^*	96.205	100.0				-96.202 96.203
$r_1(x)$			48.112	16.81	16.23	6.5×10^3 5.018×10^5

た状態方程式が、式(10)のように任意モードの状態方程式を単純に直列的に重ね合わせた形となっているためである。そこで、文献(11)に用いた方法、すなわち順次高次の動特性へと拡張して推定する方法を用いた。

なお、推定に用いた初期の誤差の共分散 $P(t_0 | t_0)$ 、重み W および観測方程式に付加するノイズの共分散 R_{tk} は表-4に示した^{10), 11)}。

まず、移動集中荷重の重量および速度を既知量として、はりの動特性のみ推定を試みた。表-5は、観測データとして加速度応答波形を用いた場合の推定結果であり、次のような手順により推定を行った。

はじめに一次振動モードのみ考慮した状態方程式等に

において、任意の初期条件 $\beta_1^i = 0.1$ および $w_1^i = 10.0$ (rad/s) を用いて推定を行い、 $\beta_1^i = 0.04088$ および $w_1^i = 10.659$ (rad/s) という結果を得た (Step 1)。次に、二次振動モードまで状態方程式等を拡張して、一次の推定された動特性を固定⁽¹⁾(相当する共分散 P を 0.0 とする) して、初期条件 $\beta_2^i = 0.1$ および $w_2^i = 50.0$ (rad/s) から二次振動モードの動特性の推定を行うと $\beta_2^i = 0.01058$ および $w_2^i = 42.750$ (rad/s) と推定される (Step 2)。そして、この一次および二次振動モードの推定結果を初期条件として、再び二次振動モードまで考慮した状態方程式等により推定を行い、 $\beta_3^i = 0.04182$ および $w_3^i = 10.683$ (rad/s)、 $\beta_2^i = 0.01057$ および $w_2^i = 42.753$ (rad/s) を得る (Step 3)。以下、同様に三次振動モードへと拡張する (Step 4, Step 5)。

その結果、高次振動モードに拡張しながら推定していくに従い、低次振動モードの動特性も修正され、三次振動モードまでの動特性を非常に高い精度で推定すること

表一六 観測データとして速度応答を用いた場合の推定結果

パラメータ	正解値	初期値	1 次	2 次	3 次
β_1^i	0.04213	0.1	0.04088	0.04172	0.04212
w_1^i	10.689	10.0	10.659	fix	10.683
β_2^i	0.01053	0.1		0.01059	0.01068
w_2^i	42.758	50.0		42.759	42.755
β_3^i	0.00468	0.1			0.0047
w_3^i	96.205	100.0			96.202
γ_1 (K)			4.233	0.374	0.338
				0.228×10^{-2}	0.980×10^{-6}

Note ω^i : (rad/s)

表一七 観測データとして変位応答を用いた場合の推定結果

パラメータ	正解値	初期値	1 次	2 次	3 次
β_1^i	0.04213	0.1	-0.01146	0.04261	0.04212
w_1^i	10.689	10.0	10.613	fix	10.687
β_2^i	0.01053	0.1		0.00357	0.01574
w_2^i	42.758	50.0		43.215	42.378
β_3^i	0.00468	0.1			0.0141
w_3^i	96.205	100.0			95.996
γ_1 (K)			1.056	0.734×10^{-1}	0.403×10^{-1}
				0.378×10^{-3}	0.238×10^{-6}

Note ω^i : (rad/s)

表一八 観測データとして変位応答を用いた場合の推定結果

パラメータ	正解値	初期値	1 次	2 次	3 次
β_1^i	0.04213	0.1	0.01841	0.35747	0.04217
w_1^i	10.689	10.0	10.562	fix	10.661
β_2^i	0.01053	0.1		-0.05312	-0.02367
w_2^i	42.758	50.0		42.838	47.891
β_3^i	0.00468	0.1			0.05430
w_3^i	96.205	100.0			78.947
γ_1 (K)			0.661	0.117	0.697×10^{-1}
				0.591×10^{-2}	0.800×10^{-6}

Note ω^i : (rad/s), V : (m/s)

表一九 観測データとして変位応答を用いた場合の推定結果

パラメータ	正解値	初期値	1 次	2 次	3 次
β_1^i	0.04213	0.1	0.03946	0.03591	0.04211
w_1^i	10.689	10.0	9.584	fix	10.648
β_2^i	0.01053	0.1		0.15889	0.03338
w_2^i	42.758	50.0		44.800	39.745
β_3^i	0.00468	0.1			0.10054
w_3^i	96.205	100.0			106.01
γ_1 (K)			0.717	0.208	0.271×10^{-1}
					0.762×10^{-2}

Note ω^i : (rad/s), P : (KN), V : (m/s)

ができた。また、観測データとして速度応答波形を用いた場合 (表一六) および変位応答波形を用いた場合 (表一七) においても、三次振動モードまでの動特性を精度よく推定できた。

また、表中の評価値 γ_i は、観測データ y_{ik} と $h_i(\dot{x}(tk)/tk, tk)$ の差の二乗レベルが何%程度であるかを示す量であり、推定精度を示す値と考えられる。そして、この値が高次振動モードへと拡張し推定していくに従い徐々に小さくなるのがわかる。さらに、どの観測データを用いた場合にも、Step 5 で評価値 γ_i は非常に小さな値となり、推定された波形が観測波形とほぼ一致していることを示している。

次に、はりの動特性および移動荷重の速度を未知とした場合 (表一八)、さらに重量および速度をともに未知とした場合 (表一九) について推定を行った。表一八および表一九から推定モデルを高次振動モードへと拡張していくに従い、はりの動特性とともに、重量および速度の推定値も修正されながら正解値へと収束していくことがわかる。

(2) 1 自由度移動荷重およびはりの応答が観測される場合

1 自由度移動荷重の鉛直変位を $u(t)$ とし、単純ばりの n 次振動モードによる任意点 x_1 での動的たわみを $Y_n(x_1, t)$ とすると次の運動方程式が得られる²¹⁾。

1 自由度移動荷重に関して、

$$\ddot{u}(t) + 2\beta\omega\dot{u}(t) + \omega^2 u(t) = \sum_n \left[\dot{Y}_n(x_1, t) \left\{ 2\beta\omega \frac{\varphi_n(vt)}{\varphi_n(x_1)} \right\} + Y_n(x_1, t) \left\{ 2\beta\omega \frac{\dot{\varphi}_n(vt)}{\varphi_n(x_1)} + \omega^2 \frac{\varphi_n(vt)}{\varphi_n(x_1)} \right\} \right] \dots (14)$$

はりの振動に関して、

$$\ddot{Y}_n(x_1, t) + 2\beta_n \omega_n \dot{Y}_n(x_1, t) + \omega_n^2 Y_n(x_1, t)$$

$$= \frac{2P}{\rho l} (g - \ddot{u}(t)) \varphi_n(vt) \varphi_n(x_1)$$

$$Y(x_1, t) = \sum_n Y_n(x_1, t) \dots \dots \dots (15)$$

ただし、 $\varphi_n(x)$ ：はりの n 次固有振動モードであり単純ばりの場合には、 $\varphi_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{l}$ 、 β ：1 自由度移動荷重の減衰定数、 ω ：1 自由度移動荷重の固有円振動数

式 (14)、(15) は 4. (1) と同様な方法で式 (1) に対応する状態方程式に定式化できる。はりに対して、一次振動モードのみ考慮し次に示す状態空間表示を行う。

$$X_1 = u(t), X_2 = Y_1(x_1, t), X_3 = \dot{u}(t), X_4 = \dot{Y}(x_1, t)$$

$$X_5 = \dot{u}(t), X_6 = \dot{Y}_1(x_1, t), X_7 = \beta, X_8 = \omega$$

$$X_9 = \beta^2, X_{10} = \omega^2, X_{11} = P, X_{12} = v \dots \dots \dots (16)$$

式 (14)、(15) に式 (16) の状態空間表示を用いると次式が得られる。

$$\begin{bmatrix} 1, & 0 \\ A, & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_5 \\ X_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2X_7X_8, & B \\ 0, & 2X_9X_{10} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_3 \\ X_4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} X_8^2, & C \\ 0, & X_{10}^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} X_1 \\ X_2 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} 0 \\ D \end{bmatrix} \dots \dots (17)$$

$$\text{ただし、} A = \frac{2X_{11}}{\rho l} \sin \frac{\pi X_{12}t}{l} \sin \frac{\pi X_1}{l}$$

$$B = -2X_7X_8 \frac{\sin \frac{\pi X_{12}t}{l}}{\sin \frac{\pi X_1}{l}}$$

$$C = - \left(2X_7X_8 \frac{\frac{\pi X_{12}t}{l} \cos \frac{\pi X_{12}t}{l}}{\sin \frac{\pi X_1}{l}} \right.$$

$$\left. + X_8^2 \frac{\sin \frac{\pi X_{12}t}{l}}{\sin \frac{\pi X_1}{l}} \right)$$

$$D = - \frac{2X_{11}}{\rho l} g \sin \frac{\pi X_{12}t}{l} \sin \frac{\pi X_1}{l}$$

式 (17) を線形加速度法を用いて離散化すると、非線形離散型の状態方程式が得られる。ここでは、非常に複雑な定式化となるので全要素を書き下すことは省略する。

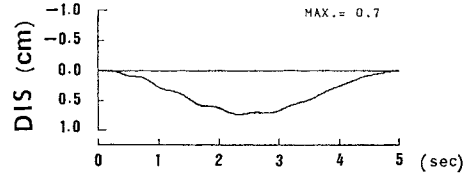
また、式 (16) のように状態空間表示したときの観測方程式は、変位応答波形を観測データとした場合には、

$$y_{ik} = \begin{bmatrix} 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \\ 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix} X_{ik} + v_{ik} \dots \dots (18)$$

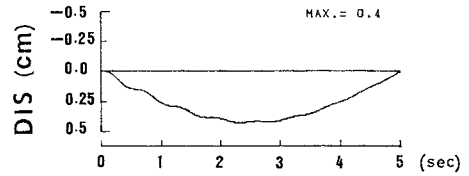
となり、速度または加速度応答波形を用いた場合には、それぞれ、式 (19) および (20) となる。

$$y_{ik} = \begin{bmatrix} 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix} X_{ik} + v_{ik} \dots \dots (19)$$

$$y_{ik} = \begin{bmatrix} 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \\ 0, 0, 0, 0, 0, 1, 0, 0, 0, 0, 0, 0 \end{bmatrix} X_{ik} + v_{ik} \dots \dots (20)$$



(a) 1 自由度移動荷重の変位応答波形



(b) はりの変位応答波形

図-3 1 自由度移動荷重とはりの応答波形

表-10 観測データとして変位応答を用いた場合の推定結果

	パラメータ	正解値	初期値	変位
はり系	β_1^2	0.04213	0.1	0.0422
	ω_1^2	10.689	10.0	10.689
荷重系	β	0.03	0.1	0.03
	ω	16.0	10.0	15.998
	P	133.280	100.0	133.26
	V	12.0	10.0	12.0
		$r_1 = 0.687 \times 10^{-7}$	$r_2 = 0.425 \times 10^{-7}$	
Note		ω^2, ω	(rad/s)	P: (KN), V: (m/s)

推定結果

1 自由度移動荷重の変位応答波形と一次振動モードのみ考慮したはりの変位応答波形を図-3 に示す。これらを観測データとして推定した結果を表-10 に示す。

はりの動特性、1 自由度移動荷重の動特性、重量および速度を非常に精度よく推定できることがわかる。推定結果の評価値は、 $\gamma_1 = 0.687 \times 10^{-7} \%$ 、 $\gamma_2 = 0.425 \times 10^{-7} \%$ となり、それぞれ 1 自由度移動荷重およびはりの観測波形と推定波形がほぼ一致していることがわかる。

以上より、式 (14) および (15) を状態方程式に定式化することによって、1 自由度移動荷重とはりの両方の動特性を推定できることを述べた。しかしながら、はりに高次振動モードまでの状態量を考慮する場合には、状態方程式ばかりでなく拡張カルマンフィルタアルゴリズム中で必要となる遷移マトリックスもかなり複雑となる¹⁵⁾。そこで、次にはりの高次振動モードの動特性についても比較的容易に推定可能となる効率よい定式化法について述べる。

すなわち、1 自由度移動荷重の接地圧は $P^*(t) = \frac{2P}{\rho l} (g - \ddot{u}(t))$ であるから、式 (15) は次のように書き直すことができる。

$$\ddot{Y}_n(x_1, t) + 2\beta_n^2 \omega_n^2 \dot{Y}_n(x_1, t) + \omega_n^2 Y_n(x_1, t) = P^*(t) \varphi_n(vt) \varphi_n(x_1) \dots \dots \dots (21)$$

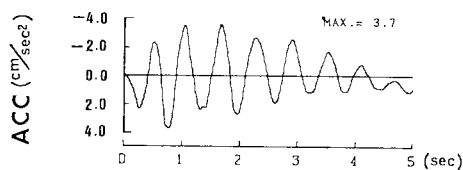
式 (21) に注目すると, 1 自由度移動荷重の加速度応答 $\ddot{u}(t)$ が観測可能であれば (既知の入力データとして用いる), 式 (21) のみに対して式 (1) に対応する状態方程式を導けばよい. その際, n 次振動モードの状態量を, $X_1 = Y_n(x_1, t)$, $X_2 = \dot{Y}_n(x_1, t)$ および $X_3 = \ddot{Y}_n(x_1, t)$, また $X_4 = \beta_n^1$, $X_5 = \omega_n^2$, $X_6 = P$ および $X_7 = V$ と状態空間表示を行い, 式 (21) を 1 階のベクトル微分方程式に表現し, 線形加速度法で離散化すると非線形離散型状態方程式が得られる. 観測方程式は用いた波形によって, それぞれ式 (11), (12), (13) となる.

推定結果

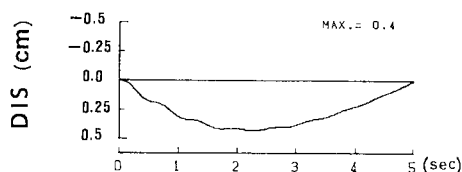
1 自由度移動荷重の加速度応答波形と三次振動モードまで考慮したはりの変位応答波形を図-4 に示す. 表-11 は, 1 自由度移動荷重の重量および速度を既知とした場合の推定結果である.

状態方程式に一次振動モードのみ考慮した場合, 推定結果の評価値は $\gamma_1 = 1.067\%$ となる (表-11). 状態方程式に一次振動モードのみ考慮したときに, 観測データとそれに対応する最適推定値の差が非常に小さな値となっており, 変位応答の場合は一次振動モード成分が卓越していることがわかる.

次に, 重量のみを既知とした場合 (表-12), 重量および速度を未知量とした場合 (表-13) について推定を行った. ここで, 表-12 で推定モデルを一次振動モードのみとすると速度の推定値は $V = 12.44$ (m/s) となり,



(a) 1 自由度移動荷重の加速度応答波形



(b) はりの変位応答波形

図-4 1 自由度移動荷重とはりの応答波形

表-11 観測データとして変位応答を用いた場合の推定結果

n°モード	正解値	初期値	1 次	2 次	3 次
β_1^1	0.04213	0.1	-0.00308	0.04276	0.04212
ω_1^1	10.689	10.0	10.613	fix	10.689
β_2^1	0.01053	0.1	0.00536	0.01320	0.01055
ω_2^1	42.758	50.0	43.374	43.312	fix
β_3^1	0.00468	0.1			0.01565
ω_3^1	96.205	100.0			96.194
γ_1 (%)			1.067	0.745×10^{-1}	0.407×10^{-1}
				0.500×10^{-3}	0.167×10^{-6}

Note ω^1 : (rad/s)

表-12 観測データとして変位応答を用いた場合の推定結果

n°モード	正解値	初期値	1 次	2 次	3 次
β_1^1	0.04213	0.1	0.01589	0.03680	0.04253
ω_1^1	10.689	10.0	10.569	fix	10.690
V	12.0	10.0	12.44	11.969	11.999
β_2^1	0.01053	0.1		0.05786	0.08380
ω_2^1	42.758	50.0		44.993	39.959
V	12.0	10.0		12.569	11.969
β_3^1	0.00468	0.1			0.01764
ω_3^1	96.205	100.0			85.955
V	12.0	10.0			12.076
γ_1 (%)			0.664	0.248×10^{-1}	0.753×10^{-2}
					0.153×10^{-5}

Note ω^1 : (rad/s), V: (m/s)

表-13 観測データとして変位応答を用いた場合の推定結果

n°モード	正解値	初期値	1 次	2 次	3 次
β_1^1	0.04213	0.1	0.06279	0.03844	0.04212
ω_1^1	10.689	10.0	9.4693	10.611	fix
P	133.20	10.0	105.545	130.34	133.26
V	12.0	10.0	12.507	11.855	12.600
β_2^1	0.01053	0.1		-0.12647	0.01449
ω_2^1	42.758	50.0		37.235	39.53
P	133.28	10.0		104.703	130.34
V	12.0	10.0		12.053	11.855
β_3^1	0.00468	0.1			-0.16142
ω_3^1	96.205	100.0			104.974
P	133.28	10.0			130.607
V	12.0	10.0			11.908
γ_1 (%)			0.707	0.169	0.300×10^{-1}
					0.691×10^{-2}
					3.384×10^{-6}

Note ω^1 : (rad/s), P: (KN), V: (m/s)

正解値に対して 3.7% 程度の推定誤差があることがわかる. これは, 三次振動モード成分まで含む応答に対し, 一次振動モードのみ考慮した状態方程式を用いているためであると思われる. 状態方程式を高次振動モードまで拡張するに従って各推定値は正解値に収束し, 三次振動モードまで拡張すると $V = 11.999$ (m/s) となる.

5. 移動荷重-表面凹凸を有するはりモデル

橋梁に走行荷重が作用する場合に, 橋面凹凸が走行荷重に対する一種の入力として作用することから, 走行荷重-橋梁-橋面凹凸系の複雑な連成振動となる. このために, 橋面凹凸を入力として走行荷重の応答から間接的に橋面凹凸を逆算推定する方法は, 橋梁の振動成分が走行荷重の振動記録に入るため, 走行荷重の周波数応答関数の推定が難しいこともあって正確な橋面凹凸の評価はできないとされている⁸⁾.

しかし, 走行荷重-橋梁-橋面凹凸系の連成振動データを用いて橋梁動特性を正確に評価できれば, 走行荷重の振動記録は橋梁との連成振動成分と橋面凹凸を入力とする成分とに分離可能である. その結果間接的に路面凹凸の性状も推定できると思われる. ここでは, 表面凹凸を有するはりに移動荷重が作用する場合の連成振動デー

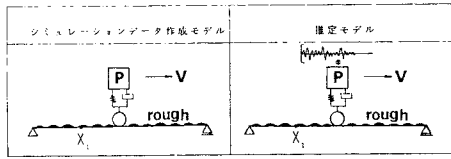


図-5 解析モデル

タから、移動荷重およびはりの動特性推定の可能性について検討を行った。

シミュレーションデータ作成モデルおよび状態方程式等の定式化に用いた推定モデルを図-5に示した。

表面凹凸を有するはり上に1自由度移動荷重が作用する場合の運動方程式は、1自由度移動荷重の鉛直変位を $u(t)$ とおき、はりの n 次振動モードに対する任意点 x_i での動的たわみを $Y_n(x_i, t)$ とすると、次式で示される²¹⁾。

1自由度移動荷重に関して、
 $\ddot{u}(t) + 2\beta w \dot{u}(t)$

$$+ w^2 u(t) = \sum_n [\dot{Y}_n(x_i, t) 2\beta w \frac{\varphi_n(vt)}{\varphi_n(x_i)} + Y_n(x_i, t) \{ 2\beta w \frac{\varphi_n(vt)}{\varphi_n(x_i)} + w^2 \frac{\varphi_n(vt)}{\varphi_n(x_i)} \}] + 2\beta w \gamma(vt) + w^2 \gamma(vt) \dots (22)$$

はりの振動に関して、

$$\ddot{Y}_n(x_i, t) + 2\beta_n w_n \dot{Y}_n(x_i, t) + w_n^2 Y_n(x_i, t) = \frac{2P}{pl} (g - \ddot{u}(t)) \varphi_n(vt) \varphi_n(x_i) \\ Y(x_i, t) = \sum_n Y_n(x_i, t) \dots (23)$$

ここで、 $\varphi_n(x)$ ：はりの n 次固有振動モードであり単純はりの場合には $\varphi_n(x) = \sin \frac{n\pi x}{l}$ 、 $\gamma(x)$ ：はりの表面凹凸

式(22)、(23)を拡張カルマンフィルターの基本式に組み込むためには、はり表面凹凸に対して何らかの仮定が必要であり、ここでは表面凹凸が式(5)、(6)のワースペクトル特性をもつ確率過程とし、その1つのサンプル波形を再現して用いることとした。そして、式(23)のはりの運動方程式は、式(15)の表面が滑らかな場合と同じであるという点に注目すると、はりの応答を観測データとし、1自由度移動荷重の観測された加速度応答 $\ddot{u}(t)$ は既知入力として扱えば、表面凹凸の有無によらず4.(2)で述べた効率よい定式化を用いて動特性の推定を行える。

推定結果

表面凹凸のサンプル波形は、式(5)、(6)のワースペクトル密度を用いて作成した(図-6、図-7)。なお、表面凹凸のサンプル波形の作成は、三角級数モデルを用

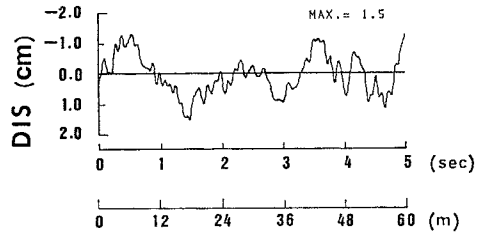


図-6 表面凹凸のサンプル波形(極良)

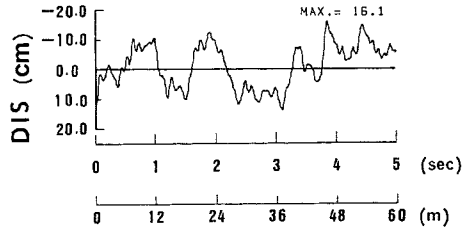
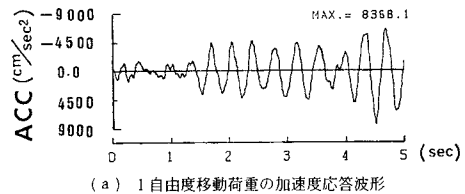
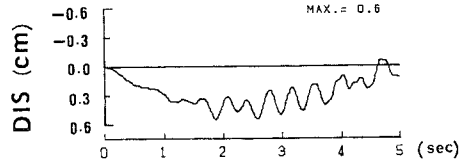


図-7 表面凹凸のサンプル波形(悪い)

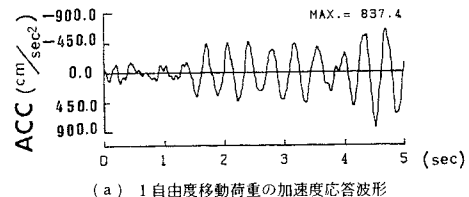


(a) 1自由度移動荷重の加速度応答波形

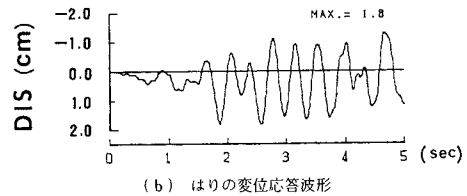


(b) はりの変位応答波形

図-8 1自由度移動荷重とはりの応答波形



(a) 1自由度移動荷重の加速度応答波形



(b) はりの変位応答波形

図-9 1自由度移動荷重とはりの応答波形

いたモンテカルロシミュレーション²²⁾によった。1自由度移動荷重と三次振動モードまで考慮したはりの変位応答波形をそれぞれ図-8、図-9に示す。はり上 ($l/5$)

表-14 観測データとして変位応答を用いた場合の推定結果

モード	正解値	初期値	1次	2次	3次
β_1^d	0.04213	0.1	0.04782	0.04162	0.04212
ω_1^d	10.689	10.0	10.73	fix	10.689
P	133.28	10.0	133.356	133.366	133.28
V	12.0	10.0	11.85	12.048	12.0
β_2^d	0.01953	0.1	0.01158	0.01067	0.01952
ω_2^d	42.758	50.0	42.805	42.774	fix
P	133.28		135.80	133.966	133.28
V	12.0		12.067	12.048	12.0
β_3^d	0.00468	0.1			0.00465
ω_3^d	96.205	100.0			96.209
P	133.28				133.162
V	12.0				11.999
γ_1 (%)			2.037	0.147	0.398×10^{-3}
Note ω^d : (rad/s), P : (KN), V : (m/s)					

表-15 観測データとして変位応答を用いた場合の推定結果

モード	正解値	初期値	1次	2次	3次
β_1^d	0.04213	0.1	0.03056	0.04157	0.04210
ω_1^d	10.689	10.0	10.686	fix	10.689
P	133.28	10.0	135.267	133.30	133.28
V	12.0	10.0	12.351	11.976	12.0
β_2^d	0.01953	0.1	0.00926	0.00995	0.01952
ω_2^d	42.758	50.0	42.713	42.721	fix
P	133.28		132.898	133.30	133.28
V	12.0		11.981	11.976	12.0
β_3^d	0.00468	0.1			0.00474
ω_3^d	96.205	100.0			96.209
P	133.28				133.447
V	12.0				12.0
γ_1 (%)			0.827	0.544×10^3	0.386×10^3
Note ω^d : (rad/s), P : (KN), V : (m/s)					

点での変位応答の最大値は、表面が滑らかなはりとは比べて表面状態が極良の場合で1.27倍、悪い状態で4.23倍となり表面凹凸が、はり全体系への応答量にかなり影響していることがわかる。

まず、図-8に示した表面状態が極良の場合の応答を用いて推定を行った。表-14は、移動荷重の重量および速度を未知量として、観測データとして変位応答波形を用いた場合の推定結果である。状態方程式に三次振動モードまで考慮した場合の推定結果の評価値は $\gamma_1 = 0.469 \times 10^{-3} \%$ となり、各動特性も非常に精度よく推定することができた。図-8よりはりの応答は表面により相当乱されているが、はりの各次振動モードの動特性、移動荷重の速度および重量を精度よく推定できるのは、はりの応答に加えて移動荷重の加速度応答波形を既知の入力としているために表面凹凸による連成振動の影響を取り込んだ定式化がなされているためであると思われる。

次に、図-9に示した表面状態が悪い場合の応答を用いて、移動荷重の重量および速度を未知量として推定を行った(表-15)。表面が滑らかな場合および極良の場

合のはりの変位応答波形では、一次振動モード成分が卓越しているが、表面状態が悪い場合のはりの変位応答波形では、その形状は表面凹凸により全く異なったものとなっている。しかし、得られた推定結果を既知の正解値と比較すると、表面状態が極良の場合と同様に各次振動モードの動特性、移動荷重の重量および速度を精度よく推定できることがわかる。

以上より、表面凹凸を有するはりの場合にもはり上の任意1点での応答波形を観測データとし、加えて移動荷重の加速度応答波形を既知の入力として用いれば、はりの各次振動モードの動特性および移動荷重のパラメータを精度よく推定できることが数値的に明らかになった。

6. まとめ

本研究は、移動荷重がはり上を通過するまでの連成振動データを用いて、移動荷重およびはりの動特性を推定したものである。解析手法は、基本振動方程式を状態方程式と観測方程式に定式化し、EK-WGI法^{[10],[11]}を用いた。その結果、本研究で行った定式化によれば、移動荷重の動特性、重量および速度およびはりの高次振動モードまでの動特性を精度よく推定できることが数値計算により確かめられた。また、はり上に表面凹凸を考慮した場合にも、表面凹凸の程度によらずはりの動特性を精度よく推定することができた。

また今後の問題として表面凹凸を推定するためには、はりの動特性および移動荷重の伝達関数のそれぞれを自由振動試験などによりあらかじめ求めれば、移動荷重の振動記録を、はりとの連成振動成分と表面凹凸により加振された成分に分けて考えることができる。さらにEK-WGI法を用いることにより、移動荷重の振動記録のうち表面凹凸が加振源である成分から、表面凹凸の性状を比較的容易に推定できるものと思われる。これらの解析が可能であれば、橋梁の耐震安全性の検討、橋面および一般路面の性状把握などに有効な方法となろう。

今後、模型実験によりこれらの点に検討を加えていく予定である。

参考文献

- 1) 星谷 勝・中根健二：橋の振動による心理的反應の理論解析，土木学会論文報告集，第246号，pp.1~8，1976年。
- 2) 川合平夫・森崎健二：自動車走行路面の性質と振動乗心地への関連性，三菱重工技報，2巻2号，pp.20~27，1965年。
- 3) 小堀為雄・梶川康雄：単一動荷重に対する道路橋の振動感覚，土木学会論文報告集，第248号，pp.11~23，1976年4月。
- 4) 成田信之・桂木正隆・江本 勝：路面凹凸を考慮した橋梁の衝撃係数，土木技術資料，第20巻3号，pp.27~32，

- 1978年.
- 5) 藤原 武監修：道路維持修繕ハンドブック，鹿島出版会，pp.44～51，1976年5月.
 - 6) 兼重一郎：自動車走行時振動のパワースペクトル解析，自動車技術，18巻4号，pp.261～267，1964年.
 - 7) Healey, A.J., Nathman, E. and Smith, C.C. : An analytical and experimental study of automobile dynamics with random road inputs, Transactions of ASME, Journal of Dynamic System, Measurement and control, Ser. G, Vol.99, pp.284～292, December, 1977.
 - 8) Honda, H., Kajikawa, Y. and Kobori, T. : Spectra of road surface roughness on bridges, Proc. of ASCE, Vol.108, No.9, September, 1982.
 - 9) 成田信之・池村雅司・水口辰夫：プロフィールメーターの開発，土木技術資料，16巻8号，pp.46～48，1974年.
 - 10) Hoshiya, M. and Saito, E. : Structural Identification by Extended Kalman Filter, Jour. E. M. Div., ASCE, Vol.110, No.12, December, 1984.
 - 11) 星谷 勝・斉藤悦郎：線形多自由度系の動特性の推定，土木学会論文報告集，No.334/I-1, pp.289～298，1984年4月.
 - 12) 星谷 勝・斉藤悦郎：常時微動記録を用いたEK-WGI法による建物の動特性の推定，土木学会論文報告集，No.350/I-2, pp.263～270，1984年10月.
 - 13) Jazwinski, A.H : Stochastic Processes and Filtering Theory, Academic Press, 1970.
 - 14) 星谷 勝・斉藤悦郎・丸山 収：単一走行荷重 P による単純桁橋の動特性の推定，第11回土木学会関東支部年次研究発表会，I-12，1984年.
 - 15) 星谷 勝・斉藤悦郎・丸山 収：単一走行荷重による単純桁橋の動特性の推定，第39回土木学会年次学術講演会，I-247，1984年.
 - 16) 岡林隆敏：単一走行車輛による道路橋の二乗平均応答解析，土木学会論文報告集，第286号，pp.15～27，1979年6月.
 - 17) 彦坂 照・吉村虎蔵・内谷 保：連行自動車荷重による単純桁橋の非定常ランダム応答と衝撃係数，土木学会論文報告集，第290号，pp.31～41，1979年10月.
 - 18) 兼重一郎：道路凹凸特性の解析，いすゞ技報，第50号，pp.1～7，1967年.
 - 19) ISO : Proposals for Generalized Road Inputs to Vehicles, International Organization for Standardization, ISO/TC 108/WG 9 Document No.5, 1972.
 - 20) 永光哲次郎・中矢裕介：走行路面のプロフィールについて，自動車技術，27巻8号，pp.919～927，1973年.
 - 21) 小坪清真：土木振動学，森北出版，1973年.
 - 22) 星谷 勝：確率論手法による振動解析，鹿島出版会，1974年.

(1985.7.4・受付)