

鋼圧延 I 形はりの横ねじれ座屈強度に及ぼす 曲げモーメント分布の影響

EFFECTS OF MOMENT DISTRIBUTION ON LATERAL-TORSIONAL BUCKLING STRENGTH OF ROLLED STEEL I-BEAMS

久保全弘*・福本 昤士**

By Masahiro KUBO and Yuhshi FUKUMOTO

Inelastic lateral-torsional buckling strength of steel beams depends markedly on the location and extent of high moment regions causing the reductions in sectional rigidities.

Rolled I-sections with two different sizes are tested carefully under a concentrated load at the central point and two equal concentrated loads at the one third points of simply supported beams, respectively. The test results of load-deformation curves and strength variations are compared with both loading conditions. Appropriate design strength formulas for the various load patterns of beams are also discussed by a review of the available experimental data on the ultimate strength of stocky beams.

1. 緒 言

鋼 I 形はりが断面の最大主軸まわりに曲げを受けるときの横ねじれ座屈特性は、その細長比、材料性質、荷重形式および支持条件によって支配され、弾性座屈強度は比較的容易に決定できる¹⁾。しかしながら、実際構造物に使用される部材には、材軸方向の曲がりやねじれ、作用荷重の偏心と傾斜、残留応力、材料強度と断面寸法の不均一などの避けられない初期不整が存在するために、荷重の増加とともに横ねじれ変形が増大し、ついには最大強度に達するような荷重-変形挙動を示すのが現実である。

これまでに、Trahair, Nethercot, 吉田らによる残留応力を考慮した横ねじれ座屈解析から、非弾性強度は圧縮側フランジにおける残留応力の大きさと形状に依存することが明らかにされた²⁾。そして、Lindner³⁾, Vinnakota⁴⁾, 吉田・前川⁵⁾, 西田⁶⁾による残留応力と初期変形ないしは荷重偏心を考慮した非線形荷重-変形解析に基づく横ねじれ耐荷力の検討から、弾塑性座屈領

域において初期不整による耐荷力の低下が著しいことが明らかにされた。さらに、吉田・前川は、荷重状態によって材軸方向の降伏域の広がり異なるため無次元耐荷力曲線にも差が認められることを指摘している⁵⁾。

前述の初期不整は、不確定因子として部材に混在していることから、耐荷力の実験的検証が必要となる。著者らは、文献7), 8)において、中央集中荷重による単純ばりの横ねじれ座屈実験を圧延はり(3種類の細長比に対し25本ずつの計75本)と溶接はり(2種類の細長比に対し34本ずつの計68本)について行い、初期不整量と座屈強度の変動を調べた。その結果、溶接はりの耐荷力は圧延はりよりも低く、その変動も大きくなることを示した。また、文献9), 10)において、国内外の既発表文献から収集した実験データをもとに、はりの耐荷力の実体を明らかにするとともに、各種設計強度式との比較検討も行った。

本論文は荷重形式、すなわちはりの曲げモーメント分布の相違が横ねじれ座屈強度に及ぼす影響について実験的に考察するものである。ここでは、両端単純ばりのスパン中央に単一集中荷重を載荷した場合と、スパン3等分点に2点集中荷重を載荷した場合の横ねじれ座屈実験を行い、荷重-変形性能と座屈強度の変動性を比較する。次に、文献9), 10)で収集した実験データと本研究で

* 正会員 工博 名城大学助教授 理工学部土木工学科
(〒468 名古屋市天白区塩釜口1丁目501)

** 正会員 Ph. D., 工博 名古屋大学教授 工学部土木工学科
(〒464 名古屋市千種区不老町)

既発表文献から収集した不等曲げを受けるはりの実験データをもとに、曲げモーメント分布がはりの強度特性に与える影響、実用設計への強度式などについて検討する。

2. 実験内容

実験に用いた鋼 I 形断面は 2 種類の圧延 H 形鋼であり、I-200×100×5.5×8 mm (定尺 10 m を 10 本) と I-150×75×5×7 mm (定尺 10 m を 4 本) の原材から、実験はり 54 本、引張試験片 56 枚および残留応力測定片 10 本を製作した。材質は、すべて SS 41、公称降伏点応力 $\sigma_{y,n}=245 \text{ N/mm}^2$ である。

座屈実験は、はりの両端を水平変位とねじれ角に対し単純支持した状態で、S シリーズ：スパンの中央に単一集中荷重を作用したもの 44 本、C シリーズ：スパンの 3 等分点に左右対称の 2 点集中荷重を作用したもの 34 本について行った。ただし、S シリーズには弾性座屈した長いはりを再使用したはり 24 本が含まれている。

単純支持装置は、文献 7)、8) で使用したものをを用い、また、載荷装置はローラー機構を利用した精密な水平移動型引張ジャッキ 2 台を用いた。鉛直集中荷重は荷重枠を介して、はりの上フランジ上面から 25 mm の位置に作用させた。2 点集中載荷は、2 台の手動油圧ポンプによって行い、各荷重ステップで引張ジャッキと載荷枠の間に取り付けたロードセルの読みが最大誤差 2 N になるように制御した。Photo 1 に、2 点集中載荷はりの実験装置の全景を示す。

3. 実験結果と考察

(1) 材料性質と初期不整量

Table 1 は、引張試験から得られた降伏点応力 σ_y 、引張強さ σ_u 、ヤング率 E およびポアソン比 ν の結果を示す。それぞれの実測値と公称値の比も与えてある。フランジとウェブの降伏点応力には明らかに差がみられ、ウェブの方が 13% 高い値を示しているが、その変動にはほとんど変化がない。この表から、材料性質の変動係数 ω は 5~7% であり、比較的小さいことがわかる。

実験はりに用いた部材の実測断面寸法から計算した断面積 A 、断面係数 S_x および塑性断面係数 Z_x の結果を Table 2 に示す。これらの断面定数の平均値は公称値と比較して 2% ほど小さく、その変動も非常に小さい。

強軸まわりの初期曲がり v_0 と弱軸まわりの初期曲がり u_0 の部材長 L との比も Table 2 に示してある。部材長の 4 等分点で実測した最大値で与えてあり、弱軸まわりの曲がりの方が強軸まわりよりも 2 倍ほど大きい。 u_0/L の平均値は $m=0.164 \times 10^{-3}$ ($\omega=0.67$) であり、文献 7) の実測値 $m=0.080 \times 10^{-3}$ ($\omega=0.66$) の 2 倍

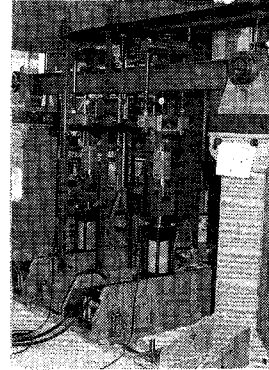


Photo 1 Test set-up.

Table 1 Material properties.

Measured Values	Number of Specimens N	Mean Value m	Standard Deviation s	Coeffl. of Variation ω
Yield Stress σ_y ($\sigma_{y,n}$)	Flange	297 N/mm ² (1.210)	18 N/mm ² (0.074)	0.061
	Web	336 N/mm ² (1.372)	24 N/mm ² (0.096)	
Ultimate Stress σ_u ($\sigma_{u,n}$)		459 N/mm ² (1.142)	28 N/mm ² (0.069)	0.060
Young's Modulus E (E/E_n)		206 N/mm ² (1.010)	10 N/mm ² (0.047)	0.047
Poisson's Ratio ν (ν/ν_n)		0.292 (0.973)	0.015 (0.049)	0.050

Note : $\sigma_{y,n} = 245 \text{ N/mm}^2$, $\sigma_{u,n} = 402 \text{ N/mm}^2$, $E_n = 206 \text{ kN/mm}^2$, $\nu = 0.3$

Table 2 Geometrical imperfections.

Measured Values	Number of Specimens N	Mean Value m	Standard Deviation s	Coeffl. of Variation ω
Sectional Properties				
Area A/A_n	54	0.988	0.019	0.019
Section Modulus $S_x/S_{x,n}$	54	0.985	0.017	0.017
Plastic Modulus $Z_x/Z_{x,n}$	54	0.985	0.019	0.019
Initial Crookedness				
Major Axis v_0/L	54	0.087×10^{-3}	0.097×10^{-3}	1.115
Minor Axis u_0/L	54	0.164×10^{-3}	0.110×10^{-3}	0.671

Note : I-150x75x5 mm; $A_n = 17.85 \text{ cm}^2$, $S_{x,n} = 88.8 \text{ cm}^3$, $Z_{x,n} = 102 \text{ cm}^3$
I-200x100x5.5x8 mm; $A_n = 27.16 \text{ cm}^2$, $S_{x,n} = 184 \text{ cm}^3$, $Z_{x,n} = 209 \text{ cm}^3$

である。そして、 u_0 の ($m+2s$) 値は $L/2600$ であり、設計上の許容曲がり量 $L/1000$ を十分満足している。

Fig. 1 は I-200×100 断面 6 本と I-150×75 断面 4 本から得られた残留応力分布である。各ゲージ点で実測された残留応力を降伏点応力の比で表わし、その平均値 m を結んだ実線と ($m \pm s$) 値の範囲が与えてある。

I-200×100 断面の残留応力の平均値は、フランジ先端で $0.09 \sigma_{yf}$ の圧縮応力、フランジ中央で $0.48 \sigma_{yf}$ の引張応力およびウェブ中央で $0.34 \sigma_{yw}$ の圧縮応力である。文献 7) で実測されたものより、フランジにおける圧縮応力の領域が広く、緩やかな分布形を示している。

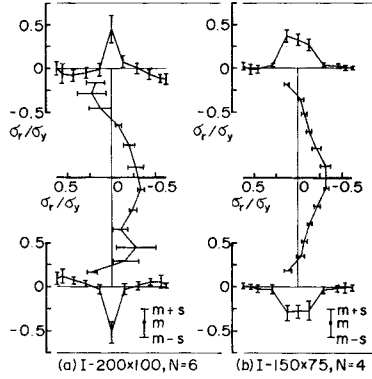


Fig. 1 Residual stress distributions.

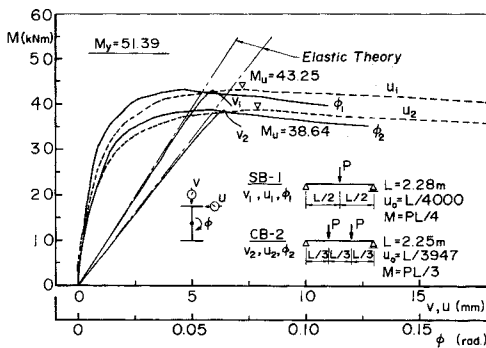


Fig. 2 Load-deformation curves.

I-150×75 断面の残留応力は、ウェブでは大きな断面の分布形と同様であるが、フランジでは圧縮応力が非常に小さく、ローラー矯正 (roller straightning) の効果がみられる。

(2) 荷重-変形特性

Fig. 2 は、スパン中央の単一集中荷重はり SB-1 とスパン 3 等分点の 2 点集中荷重はり CB-2 の荷重-変形曲線を比較したものである。スパン中央断面の鉛直たわみ v 、水平たわみ u およびねじれ角 ϕ が図示してある。 v に対する一点鎖線は弾性たわみの計算値である。両実験はりとも I-200×100 断面の同一原材から製作され、弱軸まわりの細長比 $L/r_y = 104$ と初期曲がり $u_0 = L/4000$ 程度を有している。両荷重形式とも、荷重のごく初期から横ねじれ変形が生じ、 $\phi = 0.075$ radian 程度のねじれ角で最大荷重に達している。荷重条件として厳しい 2 点集中荷重はりの方が最大荷重に到達するまでの面外変形性能の低下が著しく、10.6% の耐荷力低下を生じている。このことから、スパン中央部での降伏域の広がりが座屈強度特性に影響を及ぼすことがわかる。

(3) 座屈強度特性

2 種類の圧延 I 形断面から得られた座屈強度の実験結果を、はりの荷重形式と細長比別に Table 3 と Table 4

Table 3 Test results of beams with a central concentrated load.

(a)

Test Beams	M_u (kNm)	M_p (kNm)	M_E (kNm)	$\delta_e = \frac{M_u}{M_p}$	$\bar{\omega} = \frac{M_u}{M_E}$	Beam Conditions	
SA-1	40.21	60.66	60.52	0.664	1.001	Section: I-200x100x5.5x8mm L=2.28 m Loading: 	
SB-1	43.25	60.67	58.50	0.712	1.018		
SC-1	46.88	59.96	59.92	0.781	1.000		
SD-1	41.19	60.70	56.92	0.679	1.035		
SE-1	52.47	62.67	58.87	0.837	1.052		
SF-1	44.52	61.17	58.78	0.727	1.020		
m	44.75	60.97	58.92	0.733	1.017		
s	4.466			0.065			
ω	0.100			0.089			
SG-1	34.23	66.00	32.31	0.519	1.429		Section: I-200x100x5.5x8mm L=3.5 m Loading:
SH-1	33.25	65.45	33.96	0.509	1.388		
SI-1	40.11	67.54	33.45	0.593	1.421		
SJ-1	39.23	66.93	33.36	0.586	1.416		
m	36.71	66.48	33.27	0.552	1.414		
s	3.466			0.044			
ω	0.094			0.080			
SK-1	24.13	29.92	28.32	0.807	1.028	Section: I-150x75x5x7 mm L=1.75 m Loading: 	
2	20.01	29.66	27.78	0.674	1.033		
3	21.67	29.60	27.63	0.732	1.035		
4	20.89	29.78	28.00	0.703	1.031		
5	22.65	29.85	28.14	0.760	1.030		
SL-1	20.99	28.84	28.43	0.729	1.007		
2	20.89	28.88	28.48	0.725	1.007		
3	20.30	28.93	28.57	0.703	1.006		
4	22.65	28.98	28.71	0.782	1.005		
5	19.22	29.04	28.82	0.662	1.004		
m	21.34	29.35	28.29	0.728	1.019		
s	1.461			0.046			
ω	0.068			0.063			


(b)

Test Beams	M_u (kNm)	M_p (kNm)	M_E (kNm)	$\delta_e = \frac{M_u}{M_p}$	$\bar{\omega} = \frac{M_u}{M_E}$	Beam Conditions	
SG-11	59.14	65.80	97.45	0.898	0.822	Section: I-200x100x5.5x8mm L=1.5 m Loading: 	
12	56.88	65.80	97.45	0.865	0.822		
21	58.55	65.95	97.85	0.887	0.821		
22	58.56	65.95	97.85	0.888	0.821		
SH-11	57.17	65.46	103.37	0.873	0.796		
12	53.94	65.46	103.37	0.824	0.796		
21	59.04	65.41	103.34	0.902	0.796		
22	56.88	65.41	103.34	0.869	0.796		
SI-11	58.25	67.45	100.91	0.864	0.818		
12	56.98	67.45	100.91	0.845	0.818		
21	60.02	67.32	100.65	0.892	0.818		
22	59.63	67.32	100.65	0.886	0.818		
SJ-11	57.76	66.88	100.67	0.863	0.815		
12	56.29	66.88	100.67	0.841	0.815		
21	55.21	66.91	100.83	0.824	0.815		
22	56.59	66.91	100.82	0.846	0.815		
m	57.56	66.40	100.63	0.867	0.813		
s	1.635			0.025			
ω	0.028			0.029			
SG-31	56.78	66.00	77.51	0.861	0.923		Section: I-200x100x5.5x8mm L=1.75 m Loading:
32	58.74	66.00	77.51	0.891	0.923		
SH-31	57.57	65.45	81.79	0.880	0.895		
32	56.98	65.45	81.79	0.870	0.895		
SI-31	60.12	67.54	80.07	0.890	0.918		
32	59.82	67.54	80.07	0.886	0.918		
SJ-31	59.43	66.93	79.76	0.888	0.916		
32	58.06	66.93	79.76	0.868	0.916		
m	58.44	66.48	79.78	0.879	0.913		
s	1.286			0.012			
ω	0.022			0.013			


にまとめてある。Tables 3(a), (b) は S シリーズ：スパン中央の集中荷重、Tables 4(a), (b) は C シリーズ：スパン 3 等分点の 2 点集中荷重の結果である。なお、Table 3 (b) は、Table 4 (b) の $L=3$ m と Table 3 (a) の $L=3.5$ m はりの実験終了後、それぞれ 2 等分したスパン長で再実験したはりの結果である。この 24 体の強軸および弱軸まわりの初期曲がりとして、 v_0/L の平均値 $m=0.132 \times 10^{-3}$ ($\omega=1.71$) と u_0/L の平均値 $m=0.172 \times 10^{-3}$ ($\omega=0.90$) が実測された。これらの表には、実験から得られたはりの最大荷重 P_u を用いた極限曲げ

Table 4 Test results of beams with two concentrated loads.

(a)

Test Beams	M_u (kNm)	M_p (kNm)	M_E (kNm)	$\delta_r = \frac{M_u}{M_p}$	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{M_p}{M_E}}$	Beam Conditions
CA- 1	37.46	60.76	52.15	0.617	1.079	Section: I-200x100x5.5x8mm L= 2.25 m Loading:  $M_u = P_u L / 3$ P_u : Ultimate Load
2	36.78	60.20	51.38	0.611	1.082	
3	36.58	60.60	51.95	0.603	1.080	
CD- 1	36.48	60.70	50.31	0.601	1.098	
2	38.64	60.92	50.62	0.635	1.097	
3	37.07	60.42	49.92	0.614	1.100	
CC- 1	37.46	59.70	51.07	0.628	1.081	
2	37.76	60.65	52.74	0.623	1.072	
3	37.36	59.52	50.63	0.628	1.084	
CD- 1	39.23	60.74	49.02	0.645	1.113	
2	37.07	60.20	48.47	0.616	1.115	
3	35.11	61.01	49.64	0.576	1.109	
CE- 1	43.45	61.94	49.32	0.702	1.121	
2	52.66	61.68	48.86	0.854	1.124	
3	44.62	62.24	49.76	0.717	1.118	
CF- 1	44.52	61.33	50.71	0.727	1.100	
2	45.99	61.45	50.90	0.748	1.099	
3	41.29	60.87	50.12	0.679	1.102	
m	39.97	60.83	50.42	0.657	1.099	
s	4.566			0.069		
ω	0.114			0.105		

(b)

Test Beams	M_u (kNm)	M_p (kNm)	M_E (kNm)	$\delta_r = \frac{M_u}{M_p}$	$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{M_p}{M_E}}$	Beam Conditions
CG- 1	32.46	65.80	32.03	0.493	1.433	Section: I-200x100x5.5x8mm L= 3.0 m Loading:  $M_u = P_u L / 3$ P_u : Ultimate Load
2	41.19	65.95	32.14	0.625	1.433	
CH- 1	31.58	65.46	33.83	0.482	1.391	
2	37.56	65.41	33.83	0.574	1.390	
C1- 1	37.95	67.45	33.22	0.563	1.425	
2	37.07	67.32	33.13	0.551	1.425	
CJ- 1	36.68	66.88	33.14	0.548	1.421	
2	37.07	66.91	33.21	0.554	1.420	
m	36.45	66.40	33.07	0.549	1.417	
s	3.080			0.045		
ω	0.085			0.082		
CN- 1	17.16	31.45	17.79	0.545	1.329	
2	16.18	31.33	17.58	0.516	1.335	
3	15.10	31.31	17.57	0.482	1.335	
4	15.79	31.30	17.51	0.505	1.338	
CN- 1	15.40	31.22	17.87	0.492	1.322	
2	16.48	31.31	17.93	0.526	1.322	
3	15.10	31.35	17.98	0.481	1.321	
4	15.30	31.29	17.89	0.489	1.322	
m	15.81	31.32	17.77	0.505	1.328	
s	0.741			0.023		
ω	0.047			0.046		

モーメント M_u ，すなわち単一集中荷重では $M_u = P_u L / 4$ ，2点集中荷重では $M_u = P_u L / 3$ が示してある。さらに，実測断面寸法と降伏点応力を用いたときの全塑性モーメント M_p ，両端単純支持ばりのそれぞれの荷重状態に対する弾性横ねじれ座屈モーメント M_E および無次元耐力 $\delta_r = M_u / M_p$ ，修正細長比 $\bar{\lambda} = \sqrt{M_p / M_E}$ が整理してあり，それらの平均値 m ，標準偏差 s ，変動係数 ω も与えてある。

座屈強度は，各ばりで実測された全塑性モーメントによる無次元耐力 δ_r で整理すれば，その変動を小さく表わすことができ，降伏点応力と断面寸法の変動の影響を加味することができる。I-200x100断面の中央集中荷重からは， $\bar{\lambda} = 0.813$ で $\delta_r = 0.867$ ($\omega = 0.029$)， $\bar{\lambda} = 0.913$ で $\delta_r = 0.879$ ($\omega = 0.013$)， $\bar{\lambda} = 1.017$ で $\delta_r = 0.733$ ($\omega = 0.089$) の実験強度が得られた。文献7)の同一実験からは， $\bar{\lambda} = 0.733$ で $\delta_r = 0.852$ ($\omega = 0.025$)， $\bar{\lambda} = 0.902$ で $\delta_r = 0.823$ ($\omega = 0.029$)， $\bar{\lambda} = 1.067$ で $\delta_r = 0.834$ ($\omega = 0.056$) の結果が得られており，いずれの実験データからも $\bar{\lambda} < 0.9$ の範囲では $\omega = 0.03$ 程度と変動

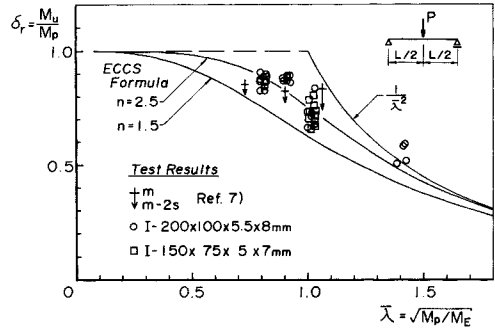


Fig. 3 Ultimate strength of test beams with a central concentrated load.

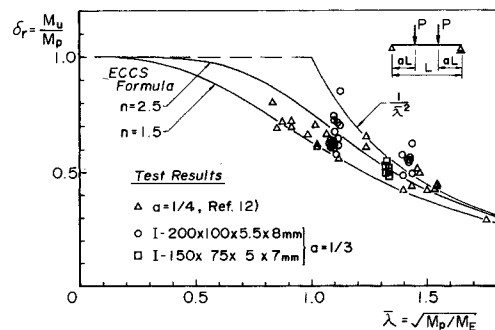


Fig. 4 Ultimate strength of test beams with two concentrated loads.

が小さく， $\bar{\lambda} = 1.0$ の近傍で大きな強度変動を示している。これに対し，2点集中荷重の結果は， $\bar{\lambda} = 1.099$ で $\delta_r = 0.657$ ($\omega = 0.105$)， $\bar{\lambda} = 1.417$ で $\delta_r = 0.549$ ($\omega = 0.082$) であり，中央集中荷重より大きな変動を示している。I-150x75断面の強度変動は，両荷重形式ともI-200x100断面より2~3%小さい。このことから，このようなコンパクト断面である限り，横ねじれ座屈強度の変動は断面サイズにはあまり依存されないものと思われる。

Fig. 3は，縦軸に無次元耐力 δ_r ，横軸に修正細長比 $\bar{\lambda}$ をとって，本実験と文献7)の中央単一集中荷重による実験値をプロットしたものである。文献7)の実験値は平均値 m と $(m-2s)$ 値で表わしてある。図中には，次式で表わすECCS(欧州鋼構造連合)のはりの設計強度式¹¹⁾を用いた曲線が与えてある。

$$\delta_r = \frac{M_u}{M_p} = (1 + \bar{\lambda}^{2n})^{-1/n} \dots \dots \dots (1)$$

ここに， $\bar{\lambda}$ は修正細長比 $\bar{\lambda} = \sqrt{M_p / M_E}$ である。 n はシステム係数であり，ECCSでは $n = 2.5$ を推奨している。

弾性座屈によって支配された $\bar{\lambda} = 1.414$ の実験値は座屈曲線 $1/\bar{\lambda}^2$ のまわりに変動しているのに対し，弾塑性座屈によって支配された実験値は式(1)の $n = 2.5$ 曲

線のまわりに変動している。文献7)の平均強度は細長比の変化に比べて平坦な強度変化を示しているが、本実験の平均強度は $n=2.5$ 曲線に沿って変化している。

Table 3(a) に示した $\bar{\lambda}=1.017$ と 1.019 の平均強度は $n=2.5$ 曲線よりそれぞれ 1.6% 、 2.1% 低いがよく一致し、断面サイズの違いによる影響は認められない。また、これらの下限強度 ($m-2s$) 値も 3.1% 以内で $n=1.5$ 曲線と一致している。

Fig. 4 は、2点集中荷重による実験値をプロットしたものである。両支点から $L/4$ 点に2点集中荷重を作用した場合の Hechtman¹²⁾ の実験値は、4種類の断面サイズからなる圧延はりである。この図でも、細長比の大きい実験値は弾性座屈曲線に沿って変動している。本実験から得られた $\bar{\lambda}=1.099$ の平均強度は $n=2.5$ 曲線より 3.7% 低下し、下限強度 ($m-2s$) 値も $n=1.5$ 曲線より 8.8% 低下している。Hechtman らの実験値は $\bar{\lambda}<1.2$ の範囲で $n=2.5$ と 1.5 曲線の間に位置している。

4. 横ねじれ耐力の評価

(1) 非弾性座屈曲線

ここでは、荷重形式の相違が横ねじれ座屈強度に及ぼす影響を調べるために、残留応力を考慮した非弾性解析を行った。解析には、有限要素法を用い、材長方向の曲げモーメント分布の変化に伴う非弾性剛度は、各節点で評価し、要素間で直線変化するものと仮定した。要素分割は、はりの全長を24分割し、最大曲げモーメントが生ずる近傍を特に細分割することにより、非弾性域での降伏の進展に対処できるようにした。

Fig. 5 は、図中に示す断面寸法、材料強度および残留応力を一定にしたときの4種類の荷重形式に対する単純ばりの座屈曲線を比較したものである。縦軸に座屈モーメント M_{cr} と全塑性モーメント M_p の比、横軸に両端単純支持されたはりの各荷重状態に対応する弾性座屈モーメント M_E を用いた修正細長比 $\bar{\lambda}=\sqrt{M_p/M_E}$ がとってある。また、材料のひずみ硬化 ($E_{st}/E=1/40$, $\epsilon_{st}/\epsilon_y=10$) の効果も考慮してある。圧延タイプの残留応力分布形で、圧縮応力の大きさを $\sigma_{rc}=-0.3\sigma_y$ にとってあることから $M_{cr}/M_p=0.62$ で降伏が始まり、比較的緩やかな勾配の座屈曲線を示して全塑性モーメントに到達している。図中の荷重形式は、いずれもスパン中央断面で最大曲げモーメントが生ずるけれども、曲げモーメント分布が相違するため、スパン内での降伏域の進展が異なる。この結果、降伏域の進展が小さい荷重形式の方が無次元座標において高い座屈強度を示し、かつ M_p に到達する限界細長比も大きくなる。この図では、等曲げと中央集中荷重との無次元強度 M_{cr}/M_p の差は $\bar{\lambda}=0.8$ で 12% 程度である。

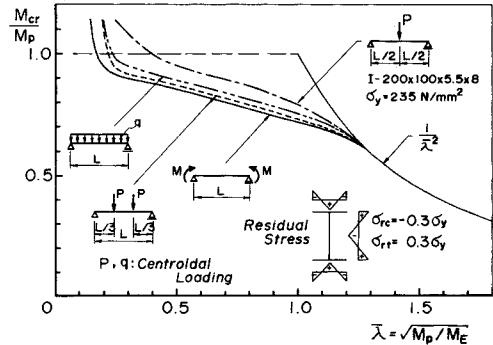


Fig. 5 Inelastic buckling curves for simple beams with equal end moments and transverse loads.

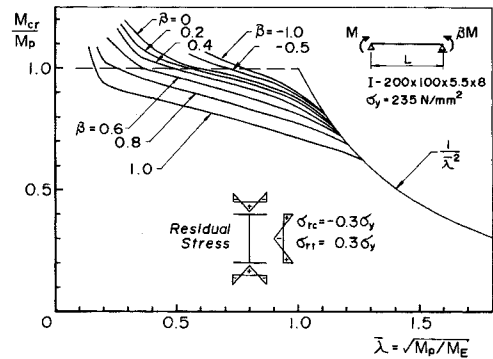


Fig. 6 Inelastic buckling curves for simple beams with unequal end moments.

不等曲げを受ける単純ばりの非弾性座屈曲線を Fig. 6 に示す。この場合には、最大曲げモーメントが左支点上の断面で生じ、降伏化が左端からスパン中央部に進展する。降伏開始直後の断面剛度の減少は、材端の近傍に限られるため、材端モーメント比 β が小さくなるにつれて強度低下が小さくなり、また M_p に到達する限界細長比も大きくなる。そして、 β が負になると完全弾性-塑性の座屈曲線に近くなる。以上のように、はりの非弾性座屈強度は $M_{cr}/M_p \cdot \bar{\lambda}$ の無次元座標を用いて表現したとしても、曲げモーメント分布の相違によって多少異なり、最大曲げモーメントの生ずる位置とその広がり依存するようである。

(2) 実験強度と耐力方式

曲げモーメント分布の影響を設計強度式に加味する方法として、不等曲げと等曲げはりの弾性座屈モーメントの比、すなわちモーメント修正係数 $C_b = M_E/M_{E0}$ を用いた次の2つの評価法が考えられる¹³⁾。

(i) 等価細長比法：等曲げはりの修正細長比 $\bar{\lambda}_0 = \sqrt{M_p/M_{E0}}$ を $\bar{\lambda} = \sqrt{M_p/M_E} = \bar{\lambda}_0 / \sqrt{C_b}$ に換算して、等曲げはりの耐力 M_{u0} から強度を推定する。

(ii) 等価モーメント法：等曲げはりの耐力 M_{u0}

Table 5 Strength variation of rolled I-beams.

Beam and Load Pattern	$(M_u/M_p)_{exp.} / (M_u/M_p)_{ECCS, n=2.5}$				
	Slenderness $\lambda < 0.4$	$0.4 < \lambda < 0.8$	$0.8 < \lambda < 1.2$	$1.2 < \lambda < 1.6$	
(1)	N	60	38	20	15
	m	1.000	0.980	1.038	1.129
	s	0.050	0.059	0.078	0.058
	w	0.050	0.060	0.076	0.051
(2)	N		43	111	11
	m		0.954	1.058	1.161
	s		0.057	0.098	0.092
	w		0.059	0.093	0.079
(3)	N			30	26
	m			0.923	1.066
	s			0.105	0.117
	w			0.114	0.109
(4) All Beams	N	60	81	161	52
	m	1.000	0.966	1.030	1.104
	s	0.050	0.059	0.110	0.104
	w	0.050	0.061	0.107	0.094

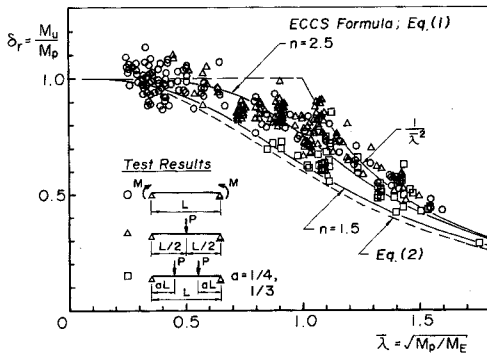


Fig. 7 Ultimate strength of beams with equal end moments and transverse loads.

を C_b 倍した強度 $M_u = C_b M_{u0}$ で推定する。

ここでは、本実験結果と文献 9)、10) で収集した実験データおよびその後の追加データをもとに、鋼圧延 I 形はりの実験強度と耐荷力式の適合性について検討した。

Fig. 7 は、等曲げ载荷を含む 3 種類の荷重形式による圧延はりの実験値を無次元座標 $\delta_r - \lambda$ にプロットしたものである。この図からも、細長比の大きい実験値は弾性座屈曲線に沿って変動し、細長比の小さい実験値は全塑性モーメントのまわりで変動していることが確認できる。図中には、ECCS の提案式 (1) による曲線と等曲げを受ける圧延はりの下限強度式として Nethercot と Trahair²⁵⁾ が提案した式 (2) の曲線を示す。

$$\frac{M_{u0}}{M_p} = 0.6 \left[\sqrt{3 + \lambda^4} - \lambda^2 \right] \leq 1.0 \dots \dots \dots (2)$$

Table 5 には実験値と式 (1) から求まる $n=2.5$ 曲線との比の平均値 m 、標準偏差 s 、変動係数 w がまとめられている。細長比別にみると、実験強度は $n=2.5$ 曲線よりも $\lambda=0.4 \sim 0.8$ で少し低めであり、 $\lambda=1.2 \sim 1.6$ で高めになっている。また、その変動は $\lambda=0.8 \sim 1.2$ で大きい。荷重形式別には、2 点集中荷重の場合が低い強度を示し、その変動も大きい傾向にある。これらの実験

Table 6 Test data of beams with unequal end moments.

Beam and Load Pattern	Moment Ratio β	Modified Slenderness λ	Number of Beams	Ref. Nos.
(1)	0.7	0.62 - 0.77	3	14
	0.5	0.64 - 1.07	6 ^{a)}	15
(2)	0.5	0.47	2	16
	0.3	0.38, 0.43	2	16
(3)	0.5	0.28 - 0.51	9	17
(4)	0.0	0.76 - 0.96	3	14
		0.32 - 0.54	4	16
		0.35 - 0.89	11 ^{a)}	18
		0.37 - 0.50	5 ^{a)}	19
		0.14 - 0.34	21	20
		0.28 - 0.42	12	21
(5)	0.0	0.29 - 0.69	15	17
		0.37 - 0.80	4	22
		1.13 - 1.50	6 ^{a)}	23
(6)	0.0	0.52 - 0.81	5	24
(7)	-1.0	0.38 - 0.55	3	22
		1.11 - 1.32	4 ^{b)}	23

a) Welded Beams. Total 115

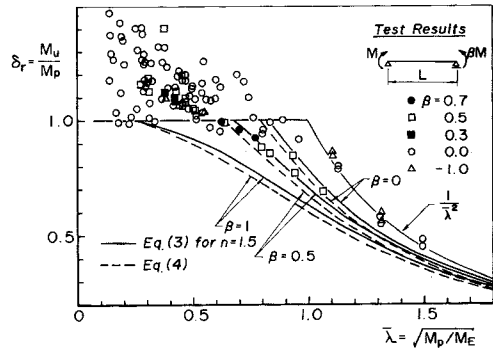


Fig. 8 Ultimate strength of beams with unequal end moments.

値は圧縮フランジ上に集中荷重を作用させたものであり、荷重条件として厳しいものであるといえる。しかしながら、Table 5 に示したように、スパン中央の単一集中荷重はりの実験強度は等曲げはりと顕著な差が認められない。このことから、単純スパンの中央部に最大曲げモーメントが生ずる荷重形式では、等価細長比法を適用した方がよいようである。そして、Fig. 7 に示した荷重形式に対する圧延はりの横ねじれ耐荷力は式 (1) の $n=2.5$ 曲線によってその平均値を、式 (1) の $n=1.5$ 曲線ないしは式 (2) によってその下限値をそれぞれ推定できると思われる。

Table 6 は、本研究で既往の文献 14)~24) から収集した不等曲げ (材端モーメント比 $\beta < 1$) を受けるはりの実験データであり、単純はりや張出しはりのスパン内に横ねじれ防止点を設け、曲げモーメント勾配をつけた荷重形式からなる。なお、修正細長比 λ は、文献 26) で提案された手法により側スパンの影響を考慮した有効

長を求め、後述の式 (5) に示すモーメント修正係数 C_b を用いて計算した。

Fig. 8 は、これらの実験値を $\delta_r \bar{\lambda}$ の無次元座標にプロットしたものである。 $\beta=0$ の実験値が非常に多く、しかも細長比の大きいものが数少ない。Fig. 6 でみられたと同様に、材端モーメント比が小さくなると、弾性限からの強度低下が小さくなる様子を認めることができる。そして、細長比の小さいはりでは全塑性モーメントに到達後も、材料のひずみ硬化があるために、 M_p より高い強度を示しているが、強度変動も大きい。 $\bar{\lambda} < 0.4$ で $\beta=0$ の実験データからは、平均強度として $\delta_r = 1.205$ ($\omega=0.110$) が得られた。このように、Fig. 7 の荷重形式と多少相違した耐荷力特性になる。

これまでの研究から、Table 6 に示したような横ねじれ防止点の間で直線的に変化する曲げモーメントを受けはりには、等価モーメント法の適用が可能であるとされている^{13), 26)}。本論文では、等曲げはりの無次元耐荷力 M_u/M_p に式 (1) と (2) を用い、等価モーメント法に基づく不等曲げはりの耐荷力式に修正すると、次の式 (3) および式 (4) が得られる。

$$\delta_r = \frac{M_u}{M_p} = (C_b^n + \bar{\lambda}^{2n})^{-1/n} \leq 1 \dots \dots \dots (3)$$

$$\delta_r = \frac{M_u}{M_p} = 0.6C_b^2 \left[\sqrt{3C_b^2 + \bar{\lambda}^4} - \bar{\lambda}^2 \right] \leq 1 \dots \dots \dots (4)$$

ここに、

$$C_b = 1.75 - 1.05\beta + 0.3\beta^2 \leq 2.56 \dots \dots \dots (5)$$

Fig. 8 の実験データからは塑性域での M_p 以上の耐荷力上昇が認められるが、この領域では圧縮フランジの局部座屈も関係してくるので、実際設計では $M_u = M_p$ として考えるのが妥当であろう。

Fig. 8 には、式 (3) のシステム係数として $n=1.5$ を用いた場合の $\beta=1, 0.5, 0$ の曲線を実線で示し、式 (4) の同様な曲線を破線で示してある。これらの曲線は圧延はりの下限強度を想定したものであり、式 (3) の $n=1.5$ 曲線は式 (4) より少し高め強度を与える。Trahair²⁷⁾ は式 (4) の実際設計への適用に対して、 $\beta \geq 0.85$ では $C_b=1.0$ と考え、 $\beta=0.57$ に相当する $C_b=1.25$ 以上の値は用いない方がよいことを示唆している。このような不等曲げはりでも、Table 5 に示したような弾性および弾塑性域での強度変動が予想され、材端モーメント比 β によって耐荷力曲線を細かく設定すべきか否やかについては、実験データの集積と耐荷力解析による検討が今後の課題として残されている。

5. 結 語

鋼圧延 I 形断面はりの横ねじれ座屈強度に及ぼす曲げモーメント分布の影響について検討した。2 種類の圧延

I 形断面を用いて、単純はりの中央集中荷重と 2 点集中荷重による座屈実験を行い、荷重-変形と座屈強度特性を比較した。また、はり断面内の残留応力とひずみ硬化を考慮した非弾性座屈解析を行い、荷重形式の相違による座屈強度特性も明らかにした。既往の実験データを用いて横ねじれ耐荷力の評価式についても考察した。本研究から得られた主な結果は、次のようである。

(1) 圧縮フランジ上での 2 点集中荷重はりは、中央集中荷重より荷重条件として厳しく、若干低めの強度を示し、その変動も大きい傾向にある。

(2) 全塑性モーメント M_p まで抵抗できるコンパクト断面である限り、座屈強度の変動は断面サイズにあまり依存されない。

(3) 等曲げはりとは中間部に最大曲げモーメントが生ずるような中間荷重はりの強度特性は類似しており、 $\delta_r \bar{\lambda}$ の座標上に整理すれば、比較的まとまりがよい。そして、横ねじれ耐荷力式として式 (1) ないしは式 (2) を用いることができ、式 (1) の $n=2.5$ 曲線は実験強度の平均値に、 $n=1.5$ 曲線は下限値にほぼ適合する。

(4) 不等曲げはりは、材端モーメント比 β の減少とともに非弾性域での強度低下が小さくなり、 M_p に到達する限界細長比も大きくなる。この場合の横ねじれ耐荷力式として、式 (1) と (2) を修正した式 (3) および式 (4) の適用を提案した。これらの式の適合性をさらに確認するためには、不等曲げはりに対する弾塑性域での実験データの収集が望まれる。

(5) 付録 A に示した修正細長比の式 (A.1) は、非対称 I 形断面、荷重形式および鉛直荷重の作用条件にも対処でき、しかも比較的簡便であることから、実際設計への適用が可能であると思われる。

最後に、わが国の建築分野で行われたはりの実験データを収集するにあたり、名古屋工業大学社会開発工学科の小野徹郎教授にお世話になった。ここに厚く感謝の意を表します。

付録 A 修正細長比の簡略式

式 (1)~(4) の修正細長比 $\bar{\lambda}$ に含まれる弾性座屈モーメント M_E は相当複雑になるので、実際設計への適用を考えると、その簡略化が必要である。ここでは、 M_E の表現式として SSRC Guide²⁸⁾ の式 (6.16) を用いて、非対称 I 形断面に対し、次の修正細長比を誘導した。

$$\bar{\lambda} = \sqrt{\frac{M_p}{M_E}} = \frac{2K_1 K_2}{\pi \sqrt{C_1}} \left(\frac{K_y L}{b_c} \right) \sqrt{\frac{\sigma_{yf}}{E}} \dots \dots \dots (A.1)$$

ここに、

$$K_1 = \left[3\delta \left\{ \left(\frac{2A_t + \alpha A_w}{A_c} \right) - \left(\frac{A_t}{A_c} + \frac{\alpha A_w}{A_c} - 1 \right)^2 \left(\frac{A_c}{2\alpha A_w} \right) \right\} \right]^{1/2} \dots \dots \dots (A.2)$$

$$K_2 = \left[x_1 + \left\{ x_1^2 + 4\delta(1-\delta) + x_2 \left(\frac{K_2 L}{b_c} \right)^2 \right\}^{1/2} \right]^{-1/2} \quad (\text{A} \cdot 3)$$

$$x_1 = C_2 \left\{ \left(\frac{2h_p}{h} \right) + 2\delta - \left(\frac{2A_c + A_w}{A} \right) \right\} + C_3(2\delta - 1) \quad (\text{A} \cdot 4)$$

$$x_2 = 0.624\delta \left\{ 1 + \left(\frac{A_w}{A_c} \right) \left(\frac{t_w}{t_c} \right)^2 + \left(\frac{A_t}{A_c} \right) \left(\frac{t_t}{t_c} \right)^2 \right\} \left(\frac{t_c}{h} \right)^2 \quad (\text{A} \cdot 5)$$

$$\delta = \left\{ 1 + \left(\frac{A_t}{A_c} \right) \left(\frac{b_t}{b_c} \right)^2 \right\}^{-1} \quad (\text{A} \cdot 6)$$

$$\alpha = \frac{\sigma_{yw}}{\sigma_{yf}} \quad (\text{A} \cdot 7)$$

で表わす。

上式中、 L はスパン長、 σ_{yf} と σ_{yw} はフランジおよびウェブの降伏点応力、 E はヤング率である。 b はフランジ幅、 h はフランジの板厚中心高さ、 t は板厚および A は断面積を表わし、それらのサフィックス c , t , w は圧縮フランジ、引張フランジ、ウェブ要素をそれぞれ意味する。また、 h_p は鉛直集中荷重や分布荷重の作用点と断面図心の距離であり、図心より引張フランジ側にあるとき正値をとる。 C_1 , C_2 , C_3 は荷重形式と材端支持条件によって定まる係数であり、文献 27)~29) などと与えられている。そして、 C_1 はモーメント修正係数 C_0 に相当する。 K_y , K_z は横ねじれ変形 (u , ϕ) に対する材端支持条件を考慮する有効長さ係数である。

2 軸対称 I 形断面では、 $b_f \equiv b_c = b_s$, $t_f \equiv t_c = t_s$, $A_f \equiv A_c = A_t$, $\delta = 1/2$ となるので式 (A・2)~(A・5) は

$$K_1 = \left(3 + \frac{3\alpha A_w}{4A_f} \right)^{1/2} \quad (\text{A} \cdot 8)$$

$$K_2 = \left[x_1 + \left\{ 1 + x_1^2 + x_2 \left(\frac{K_2 L}{b_f} \right)^2 \right\}^{1/2} \right]^{-1/2} \quad (\text{A} \cdot 9)$$

$$x_1 = \frac{2C_2 h_p}{h} \quad (\text{A} \cdot 10)$$

$$x_2 = 0.312 \left\{ 2 + \left(\frac{A_w}{A_f} \right) \left(\frac{t_w}{t_f} \right)^2 + \left(\frac{t_f}{h} \right)^2 \right\} \quad (\text{A} \cdot 11)$$

のように簡単に表わせる。

参 考 文 献

- 1) Nethercot, D.A. : Elastic Lateral Buckling of Beams, Chapter 1 in Beams and Columns, edited by R. Narayanan, Applied Science Publishers, London, pp. 1~33, 1983.
- 2) Trahair, N.S. : Inelastic Lateral Buckling of Beams, Chapter 2 in Beams and Columns, edited by R. Narayanan, Applied Science Publishers, London, pp. 34~69, 1983.
- 3) Lindner, J. : Traglastkurven für I-Träger, die durch außermittige Querlasten beansprucht werden, Der Stahlbau 43, Heft 10, S. 307~313, 1974.

- 4) Vinnakota, S. : Inelastic Stability of Laterally Unsupported I-Beams, Computers & Structures, Vol. 7, pp. 377~389, 1977.
- 5) Yoshida, H. and Maegawa, K. : Lateral Instability of I-Beams with Imperfections, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 110, No. ST 8, pp. 1875~1892, 1984.
- 6) 西田 進 : はりの耐力に及ぼす初期変形パターンの影響, 第 30 回構造工学シンポジウム論文集, pp. 179~186, 1984.
- 7) Fukumoto, Y., Itoh, Y. and Kubo, M. : Strength Variation of Laterally Unsupported Beams, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST 1, pp. 165~181, 1980.
- 8) Fukumoto, Y. and Itoh, Y. : Statistical Study of Experiments of Welded Beams, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 107, No. ST 1, pp. 89~103, 1981.
- 9) Fukumoto, Y. and Kubo, M. : An Experimental Review of Lateral Buckling of Beams and Girders, International Colloquium on Stability of Steel Structures under Static and Dynamic Loads, SSR-ASCE, Washington, D. C., pp. 541~562, 1977.
- 10) 福本 啓士・伊藤 義人 : 座屈実験データベースによる鋼はりの横ねじれ基準強度に関する実証的研究, 土木学会論文報告集, No. 341, pp. 137~146, 1984.
- 11) ECCS : European Recommendations for Steel Construction, The Construction Press, London, 1981.
- 12) Hechtman, R.A., Hattrup, J.S., Styer, E.F. and Tiedemann, J.L. : Lateral Buckling of Rolled Steel Beams, Trans. of ASCE, Vol. 122, pp. 823~843, 1955.
- 13) Kirby, P.A. and Nethercot, D.A. : Design for Structural Stability, Granada Publishing, London, 1979.
- 14) Dux, P.F. and Kitipornchai, S. : Inelastic Beam Buckling Experiments, Research Report No. CE 24, Dept. of Civil Engineering, University of Queensland, Australia, 1981.
- 15) 福本 啓士・藤原 稔・渡辺 信夫 : 溶接 I 形部材の横倒れ座屈に関する実験的研究, 土木学会論文報告集, No. 189, pp. 39~51, 1971.
- 16) 鈴木 敏郎・小野 徹郎 : 塑性設計梁に関する実験的研究 (2) —モーメント勾配をもつ梁—, 日本建築学会論文報告集, No. 171, pp. 31~36, 1970.
- 17) Udagawa, K., Saisho, M., Takashi, K. and Tanaka, H. : Experiments on Lateral Buckling of H-Shaped Beams Subjected to Monotonic Loadings, Trans. of AIJ, No. 212, pp. 23~33, 1973.
- 18) 鈴木 敏郎・小野 徹郎 : 高張力鋼梁の塑性設計に関する研究, 日本建築学会論文報告集, No. 219, pp. 39~45, 1974.
- 19) 鈴木 敏郎・小野 徹郎, ほか 2 名 : 鉄骨梁の断面形状と変形能力に関する実験, 日本建築学会大会学術講演梗概集—構造系—, pp. 897~898, 1974.
- 20) Sawyer, H.A. : Post-Elastic Behavior of Wide-Flange Steel Beams, Journal of the Structural Division, ASCE,

- Vol. 87, No. ST 8, pp. 43~73, 1961.
- 21) Lukey, A. F. and Adams, P. F. : Rotation Capacity of Beams Under Moment Gradient, *Journal of the Structural Division, ASCE*, Vol. 95, No. ST 6, pp. 1173~1187, 1969.
- 22) 若林 実・中村 武・山本春樹：鉄骨充腹ばりの横座屈に関する研究 (その 1), 京都大学防災研究所年報, No. 13 A, pp. 365~380, 1970.
- 23) 若林 実・中村 武・岡村信也：鉄骨 H 形断面はりの横座屈耐力に関する実験的研究 (その 2), 日本建築学会大会学術講演梗概集—構造系—, pp. 1869~1870, 1981.
- 24) Lindner, J. und Gietzelt, R. : Biegedrill-knicken-Erläuterungen Versuche Beispiele, *Berichte aus Forschung und Entwicklung, DAST Heft 10/1980, Stahlbau-Verlag, Köln*, 1980.
- 25) Nethercot, D. A. and Trahair, N. S. : Design of Laterally Unsupported Beams, Chapter 3 in *Beams and Columns*, edited by R. Narayanan, Applied Science Publishers, London, pp. 71~94, 1983.
- 26) Nethercot, D. A. and Trahair, N. S. : Lateral Buckling Approximations for Elastic Beams, *The Structural Engineer*, Vol. 54, No. 6, pp. 197~204, 1976.
- 27) Trahair, N. S. : Lateral Buckling Design Strength of Steel Beams, *Civil Engineering Transactions, Institution of Engineers, Australia*, Vol. CE 26, No. 4, pp. 319~326, 1984.
- 28) Johnston, B. G. : *Guide to Stability Design Criteria for Metal Structures*, 3rd. edition, SSRC, John Wiley & Sons, New York, 1976.
- 29) 福本 暁士：構造物の座屈・安定解析, 土木学会編, 新体系土木工学 9, 技報堂, 1982.

(1985. 5. 28・受付)